

DE PSEUDO-HERONIANIS

Heronis sub nomine nonnullae ad nos pervenerunt compilationes geometricae, quas — partim iam antea publici iuris factas — Hultschius a. 1864 in unum corpus redactas apparatu critico verborumque indice instructas edidit. Initium nunc quidem faciunt nominum geometricorum definitiones, quibus quae praeierant (cf. def. 122) nominum arithmeti-
corum definitiones aetatem non tulerunt. Sequuntur in Hultschii editione reliqua scripta hoc ordine disposita: 1. geometria, 2. geodaesia, 3. stereometrica I, 4. stereometrica II, 5. mensurae, 6. liber geeponicus. In calce editionis Didymi Alexandrini quae feruntur mensurae marmorum et lignorum additae sunt atque 'anonymi variae collectiones ex Herone, Euclide, Gemino, Proclo, Anatolio aliisque' confectae et in codicibus continuo ad definitiones adscriptae. Atque ex 'Heronianis' illis geometria et geodaesia agunt de planis figuris, stereometricorum duae collectiones de solidis corporibus, mensurae et liber geeponicus plana praebent commixta cum solidis. Omnibus his compilationibus nonnullae insuper insertae sunt tabulae metrologicae Heronis nomine et ipsae ornatae.

Ex his omnibus quomodo viri docti proximo saeculo Heronis μετρικά eiusque in Euclidem commentarium studuerint reficere¹, vix operae erit pretium hoc loco fusius enarrare, quoniam e codicibus paucos ante annos recuperatis² satis superque apparet illas

¹ Cf. inprimis Martinum *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie* Par. 1854, p. 98—238, Hultschii prolegomena metrologicorum scriptorum editioni (1864) praemissa p. 13 sq., Cantorem *Die römischen Agrimensoren* Leipz. 1875 p. 6—63 et *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I² 1894 p. 361—378. De quibus docte atque eleganter rettulit Tannerius *Journal des Savants* 1903 p. 150—152.

² Cod. Cracov. 569 praebuit Anaritii in decem libros priores elementorum Euclidis commentarios ex latina Gherardi Cremonensis interpretatione permultis ornatos Heronis frustulis (Euclidis op. omnia.

compilationes, etiamsi nonnullas exhibent metricorum paragraphos magis minusve accurate exscriptas¹, tamen ea necessitudine, quam antea sibi finxerunt viri docti, cum duobus illis operibus vere Heronianis minime esse coniunctas.

Gravissimas discrepantias, quae inter genuina illa scripta atque 'Hultschianas' ut ita dicam compilationes intercedunt, in uno liceat ponere conspectu. Ac primum quidem de ipsis computationum exemplis verba faciamus², deinde de definitionibus.

Demonstratur Heronis metricis, quomodo figuras geometricas corporaque stereometrica oporteat computare (lib. I et II) et data proportione dividere (lib. III). Quamquam vero problemata ita semper disposita sunt, ut a facilioribus aptus fiat ad difficiliora progressus, tamen non tironibus, sed magistris matheseos ea fuisse destinata ex eo inprimis intellegitur, quod demonstrationes geometricae et ipsae interdum perquam strictim proponuntur et cum arithmetiis solutionibus nonnumquam ratione coniunctae sunt non ita perspicua. Hultschianis vero illis compilationibus prorsus desunt demonstrationes, id quod non mirabimur, si deliberaverimus eas aperte discipulorum in usum esse confectas vel technicorum, quibus magna facultas talia percipiendi neque praesto fuit neque necessaria, dummodo arithmeticas formulas atque solutiones numeris quasi mechanice substitutis ad quodlibet possent exemplum adaptare. Alia quoque indicant Heronis metrica arti scholaeque fuisse destinata, istas compilationes vitae communi. In his enim etiamsi neglectis mensurarum tabulis ad unas spectamus computationes geometricas, rationem invenimus praevalere metrologicam (cf. e. g. geom. c. 5, 4). Hero vero metricorum in initio (p. 6, 4—7) expressis verbis profitetur: ἵνα οὖν μὴ καθ' ἑκάστην μέτρησιν πόδας ἢ πήχεις ἢ τὰ τούτων μέρη ὀνομάζωμεν, ἐπὶ μονάδων τοὺς ἀριθμοὺς ἐκθησόμεθα· ἐξὸν γὰρ αὐτὰς πρὸς ὃ

Supplem. ed. M. Curtze Lips. 1899), cod. Constant. 1 ipsa suppeditavit Heronis metrica (Heronis op. vol. III ed. H. Schoene Lips. 1903).

¹ Cf. metr. I 1 p. 1, 3—9 ~ geom. c. 2. 106. geod. c. 2, geep. c. 94 (desunt apud Heronem, quae de Aegyptiaca geometriae origine atque de Nili inundationibus his locis inserta sunt), metr. I 26 p. 66, 1—68, 16 ~ geom. c. 100—103 (duo geometriae codices, quos Hultschius adhibuit, et inter se et a metricis valde differunt rerum ordine multaque inculcata habent ab Herone alienissima), metr. p. 90, 6 sq. ~ mens. c. 46.

² Tannerium hac in re partim sequor. Cf. *Journal des Savants* 1903 p. 203 sq., *Bullet. des sciences mathématiques* 1903 p. 88.

βούλεται τις μέτρον ὑποτίθεσθαι. Accedit, quod variarum vitae communis rerum, quarum in compilationibus stereometricis persaepe proponuntur dimensiones¹, perraro atque obiter tantum fit mentio in metricis².

Quare eorum opinio, qui illas collectiones crediderunt vel adhuc credunt ab Herone originem duxisse atque temporum cursu demendo, interpolando, immutando esse depravatas, eo quod nunc recuperavimus genuino Heronis opere nullo modo commendatur, immo unis innititur codicum inscriptionibus subscriptionibusque, quibus quae vis sit attribuenda postea videbimus.

Iam ad definitiones transeamus. Quarum origo iam dudum viris doctis gravissimos scrupulos iniecit. Ac primus quidem Friedleinus³ eas Heroni abiudicavit, quia alia turbato ordine essent disposita, alia inconcinna dictione enarrata. Deinde Tannerius⁴ postquam Anaritii in Euclidem commentarius ei innotuit, frustula vere Heroniana illi immixta ostendit ab ista collectione plane diversa esse. Hultschianis vero definitionibus cum nonnulla inessent ad Posidonii Rhodii⁵ Geminique doctrinam pertinentia, totum definitionum libellum ad Geminum rettulit atque e ratione, qua in codicibus definitiones cum 'variis collectionibus' copulatas esse supra notavi, totam istam congeriem postea in unum corpus collegit redactam esse. Cui viri praestantissimi opinioni Tittelius⁶ nonnullis Procliani in Euclidem commentarii locis accurate cum definitionibus collatis adeo firma substruxit fundamenta, ut facile cognoscas de hoc quoque libello idem valere atque de reliquis collectionibus Hultschianis: unicum argumentum, quo quis fretus Heroni eum potest attribuere, in codicum inesse inscriptionibus.

De hac re quid sentiam priusquam ob oculos ponam, pauca videntur observanda, quae mea quidem opinione nos monent, ne illam definitionum collectionem ab Herone credamus originem

¹ Cf. e. g. ster. II 10 (κολυμβήθρα), 11 (φρέαρ), 12 (κοῦπα); mens. 10 (μέτρῃσις σχεδίας) etc.

² Cf. metr. p. 90, 4 sq.; 124, 14—126, 8; 132, 1—5; 138, 10—27.

³ De Heronis quae feruntur definitionibus *Bulletino Boncampagni* 1871, 93 sq., imprimis p. 119—121.

⁴ *Géométrie Grecque* 1887 p. 177—81.

⁵ Hoc iam antea Tannerius observaverat: *Mém. de la société des sciences de Bordeaux* 1882 (IV) p. 161 sq.

⁶ *De Gemini stoici studiis mathematicis quaestiones philologiae* diss. Lips. 1895 p. 59—62. Videas praeterea indicem in calce dissertationis additum.

duxisse. Nonnulla enim artis vocabula, quae Heroni prorsus incognita sunt, et in definitionibus exhibentur et apud Proclum occurrunt eisque inprimis locis, quos e Gemini περί τῆς τῶν μαθημάτων θεωρίας opere manasse sanequam est probabile. Legimus def. 32: ἀψίς δέ ἐστὶ τὸ ἔλαττον ἡμικυκλίου περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας ἐλάττονος τῆς διαμέτρου καὶ περιφερείας μείονος ἡμικυκλίου. Quibuscum conferas def. 28, in qua aperte quattuor hae figurae inter se discernuntur: οἱ λεγόμενοι τομείς τῶν κύκλων καὶ τὰ ἡμικύκλια καὶ αἱ ἀψίδες καὶ τὰ μείζονα τμήματα τῶν κύκλων. Eadem fere apud Proclum¹ exstant p. 163, 5 Friedl.: τὰ ἡμικύκλια καὶ τὰ τμήματα καὶ αἱ ἀψίδες, αἶ εἰσιν ἡμικυκλίων ἐλάσσονες. Hoc vocabulum apud Heronem non invenies, quamquam ipsa notio non deest. cf. metr. p. 72, 28. 76, 6 alibi. — Iam evolvias quaeso def. 38: στεφάνη δέ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῶν δύο κυρτῶν περιφερειῶν ἢ δύο ὄλων περί τὸ αὐτὸ κέντρον ὑπεροχή. Apud Proclum eo loco quem modo citavi, habes p. 163, 12: ἡ στεφάνη ἢ ὑπὸ τῶν ὁμοκέντρων κύκλων ὀριζομένη. Hero vero ad eandem figuram significandam verbo ἴτυς utitur. cf. pneum. p. 310, 9 Schm. autom. p. 392, 28. metr. p. 68, 23. 160, 1. — Denique def. 62 τραπεζοειδῆ vocantur ὅσα μὴ ἔχει παραλλήλους πλευράς. cf. Proclum p. 170, 5 sq.². Etiam hoc vocabulum Heroni incognitum est, qui vocem τραπέζιον adhibet non solum artiore illo quo nos solemus sensu praeditam, sed etiam Euclidis dictionem secutus nonnumquam de quovis tetragono disserens. cf. metr. p. 40, 13. 44, 1 alibi³.

Nunc de inscriptionum auctoritate erit disputandum. Ac definitiones quidem atque geometria quomodo factum esset ut Heronis nomine ornarentur, Tannerius⁴ ita explicavit, ut coniceret hoc

¹ Totam illam Procli disputationem, quae ad formarum geometricarum species spectat (inprimis p. 163, 1—164, 6) et Tittelius p. 83 et van Peschius *De Procli fontibus* diss. Lugd. 1900 p. 103 Gemino vindicant.

² Cf. Tittelium p. 38.

³ Data occasione commemoro etiam inter definitiones reliquaue Hultschiana intercedere quaedam eius generis discrimina: τραπεζοειδές in his deest, ἀψίς eodem sensu usurpatur atque ἡμικύκλιον, id quod satis apparet e diametri altitudinisque mensuris: cf. geom. c. 92. 93. geep. c. 66. 69. Similia de nominibus quibusdam stereometricis Martinus l. l. collegit.

⁴ Cf. *Geom. Graecae* p. 179; *Journ. des Sav.* 1903 p. 208.

nomen antea particulae tantum (scilicet de geometriae origine) appositum postea ad totam congeriem esse translatum. Quae ratio quamquam non displicet, tamen vereor, ne talia magis fraudi quam librarii errori sint tribuenda. Pseudo-Diophantea inspicias Hultschianis compilationibus simillima, quae Tannerius in Diophanti editione vol. II p. 15—31 publici iuris fecit. De quibus his verbis iudicavit vir doctissimus (proleg. p. V): ‘nemini lemma $\Delta\iota\omicron\phi\acute{\alpha}\nu\tau\omicron\upsilon$ fucum faciet; Heroniana hic habes in codice saec. XIV nec meliora nec peiora quam plurima Hultschianae collectionis’. Neque minus recte suspicatus est illud $\acute{\alpha}\lambda\lambda\omicron\ \beta\iota\beta\lambda\acute{\iota}\omicron\nu$, ad quod geom. c. 101, 102. 2. 4 revocamur, nil esse nisi aliam problematum geometricorum compilationem. Atque si tecum reputaveris, quam exigua nonnullis Byzantini aevi saeculis notitia fuerit atque peritia rerum mathematicarum, non miraberis, quod ad commendandas lecturis empturisque compilationes perquam misellas cum Diophanti tum Euclidis Heronisque nomen potuit adhiberi. Ipsi Hultschiano corpori nonnulla insunt, quibus nullo iure $\text{Εὐκλείδου εὐθυμετρικά}$ inscribitur (cf. geom. c. 105. geop. c. 165).

Quanta vero fuerit Byzantinorum ignorantia, luculenter mea quidem opinione patet e Pediasimi geometria a Friedleinio (Progr. Ansbach 1864) edita. Profitetur ille tertii decimi saeculi scriptor (p. 7, 17 Fr.) se ad ‘Heronem’ se applicasse. Atque ad priorem quidem libelli partem, qua post definitiones quasdam geometricas metrologicasque (c. 1—9) figurarum planarum continentur computationes (c. 10—43), Friedleinius frequentem adnotavit cum Hultschianis compilationibus consensum. Neque vero discrepantiae desunt cum ad formularum rationem¹ tum ad artis vocabulorum pertinentes dilectum². Qua re consentaneum est Pediasimi doctrinam non ex ipsis Hultschianis, sed e similibus fluxisse compilationibus, quae vel omnino perierunt vel adhuc in codicibus latitant. Altera parte Pediasimus (c. 44—59) transit ad planas figuras dividendas. Duas enim statuit geometriae partes, unam geometriam artiore sensu dictam, alteram geodaesiam. Quas p. 7, 18—22 his verbis definivit: καὶ γὰρ δὴ καὶ ἡ τῆς γῆς καταμέτρησις εἰς δύο διαιρεῖται, γεωμετρίαν τέ φημι καὶ γεωδαισίαν· ἡ μὲν γὰρ τοῦ ἔμβαδοῦ τεχνικὴ καταμέτρησις μέτρησις τε γῆς ἐστὶ καὶ εἰκότως γεωμετρία καλεῖται, ἡ δὲ τοῦ αὐτοῦ καὶ ἑνὸς χωραφίου διανομὴ πρὸς διάφορα πρόσωπα

¹ Cf. Friedleinii adnotat. 96. 113.

² Cf. Friedleinii adnot. 5. 8. 10. 18. 25. 44. 109.

μερισμός τε ἔστι γῆς καὶ εἰκότως γεωδαισία καλεῖται, δαίω γὰρ τὸ μερίζω. Quam distinctionem Pediasimus sine dubio in Heronis, quem quidem sibi finxit, opere invenerat. Namque paulo ante Heronem laudavit, quod σοφῶς ἅμα καὶ σαφῶς περὶ τούτων διδάσκει, eisque aperte opposuit, qui foedissime perturbassent artis vocabulorum rerumque ordinem (cf. p. 7, 4—15 Fr.). Iam subsistamus paulisper. Quod Friedleinius¹ demonstravit Pediasimum in prioribus quidem capitibus hic illic etiam cum eo opusculo congruere, quod nomine γεωδαισία τοῦ Ἡρωνος ad nos pervenit, elucet id exemplar, quod Byzantino illi scriptori fuit ad manus, tali inscriptione non fuisse praeditum. Neque inutile duco observare compilationem illam 'Heronianam' re vera in codice Parisino 2428. γεωμετρία σὺν θεῷ τοῦ Ἡρωνος esse inscriptam (cf. Hultschii adnotationem p. 141). Hoc sane necesse est statuamus: eam Ἡρωνος γεωδαισίαν, quam Pediasimus in suum usum convertit, egisse de figuris dividendis.

Supra monui eius generis problemata Heronem metr. lib. III tractasse. Quod ipsum opus ne Pediasimum credamus inspexisse, variis retinemur foedissimisque eius erroribus, quos Friedleinius castigavit². Immo perlustrata problematum apud utrumque ratione praefracte negaverim ullum unquam fuisse conexum inter Heronem atque Pediasimi auctorem. Apud Alexandrinum enim mathematicum problemata semper fere ita sunt comparata, ut data proportionem divisio fiat in partes impares. Pediasimus autem id sibi proposuit, ut partes — sive duae sunt sive plures — eandem haberent aream. Aliud praesto est discrimen, e quo indagantibus nobis Pediasimi auctorem luminis aliquid videtur affulgere. Pediasimus enim et in definienda geodaesiae notione (p. 8, 1) et non raro in ipsis problematis (cf. p. 33, 29. 34, 19) duo aperte discernit divisionis genera, quorum alterum fit εἰς ὁμοιοσχήμονα, alterum εἰς ἀνομοιοσχήμονα. Talis distinctionis ne ullum quidem apud Heronem exstat vestigium. Sed Euclidem, qui διαιρέσεων βιβλίον scripsit (cf. Cantorem 'Vorles. I² p. 272 sq.), hanc rationem secutum esse Proclus testis est p. 144, 22—26 Fr.: καὶ γὰρ ὁ κύκλος εἰς ἀνόμοια τῷ λόγῳ καὶ ἕκαστον τῶν εὐθυγράμμων διαιρετόν ἐστιν, ὃ καὶ αὐτὸς ὁ στοιχειωτῆς ἐν ταῖς διαιρέσεσι πραγματεύεται τὸ μὲν εἰς ὁμοια τὰ δοθέντα σχήματα διαιρῶν, τὸ δὲ εἰς ἀνό-

¹ Praeter singulos locos cf. quae Friedleinius notavit proleg. p. 5.

² Vox γεωδαισία omnino Heroni incognita est.

μοια¹. Huic quam inter Euclidem atque Pediasimi auctorem statuimus similitudini alteram licet addere ex eis Euclidis frustulis, quae Woepkius² ex Arabico codice edidit. Etenim admodum est probabile Euclidem quoque hoc inprimis studuisse ut in aequas partes divideret figuras. Quae cum ita sint, duplici illo quem detexi consensu innisus non vereor statuere compilationem Heronis nomine inscriptam, e qua Pediasimus sua hausit, etiamsi fortasse non meram servavit Euclidis doctrinam, tamen quadam necessitudine cum ea fuisse coniunctam.

Quoniam igitur hac quoque re satis demonstratum est Byzantinorum aetate nomina summorum qui antea floruerunt mathematicorum plane pro lubricine quibusvis libris esse praefixa, quia genuinis operibus perquam oblitteratis nullum fere fuit periculum, ne fraus detegeretur, non iam codicum inscriptionibus retinemur, quominus omnia Hultschiana Heroni abiudicemus. Quare de Herone qui instituunt quaestiones, eos omnes istas compilationes oportet procul habere.

Lipsiae.

Rudolphus Meier.

¹ Neque enim ambiguum est, quin Procli verba $\delta\mu\omicron\iota\alpha$ et $\delta\nu\omicron\mu\omicron\iota\alpha$ eodem sensu sint accipienda atque Pediasimi vocabula, quae modo attuli. Falsam priorum interpretationem recte refutavit Heibergius *Litterargesch. Studien über Euklid* Leipz. 1882, p. 14.

² *Journal Asiatique* 1851 p. 233 sq. Cf. praeterea Cantorem *Vorlesungen* I² p. 272.
