Die Theorie der Mondbahn bei den Griechen.

Richtigkeit und Brauchbarkeit eines jeden auf den Umlauf der Sonne und des Mondes gegründeten Cyclus sind wesentlich abhängig von dem Grade der Genauigkeit, womit zuvor die Dauer des synodischen Monats ermittelt worden ist. So klar nun an sich ist, daß die Bahn, welche der Mond innerhalb eines solchen durchläuft, eine ganze Kreisperipherie beträgt plus dem Bogen, der dann noch bis zur Conjunktion mit der Sonne zurückzulegen bleibt, so war doch die Bestimmung der Zeit, welche zu diesem Umlauf erforderlich ist, ein ebenso schwieriges als wichtiges Problem für die Gründer der im Alterthume gebräuchlichen Cyclen. Der Metonischen ἐννεακαιδεκαετηρίς — um der unvollkommnen Versuche des Philolaus und Demokrit (Censorin. c. 18) nicht zu gedenken — liegt ein Ansatz der mittleren Dauer des Monats auf 29 T. 12 St. 46′ zu Grunde, doch bemerkte Kallipp ein Jahrhundert später, daß dieselbe um 1′ 34½″ zu groß sei und folglich Meton's 235 Monate noch nicht ausreichten, um ohne Bruchtheile auf Tage und tropische Jahre reduzirt werden zu können, sondern erst 940 (Geminus p. 47 Halma). Durch die sorgfältigsten Berechnungen fand endlich Hipparch ein der Wahrheit ganz nahekommendes Resultat von 29 T. 12 St. 44′ 3″ 20‴ (Ptolem. Almag. lib. IV. p. 217 Halma und Schubert: Theorische Astronomie S. 290). Da Mond und Sonne im Moment der Conjunktion allemal gleiche Längen haben, so stellen diese, wenn sie vom nächstvorigen Neumond ab, für den Mond mit Hinzunahme einer ganzen Kreisperipherie, gemessen und durch die Zeit des synodischen Monats getheilt werden, die tägliche mittlere Längen-Bewegung beider Himmelskörper dar, ein Ergebniß, worüber jene alten Astronomen Jeder seinen Prämissen gemäß gewiß eine Folgerung gezogen haben mögen, mochten sie sich nun die umlaufenden Gestirne auf feste Sphären gestützt (wie die Eudoxisch-Aristotelische Schule wollte), oder im unendlichen Weltraume frei und sich selbst tragend vorstellen. Indessen wenn auch die Resultate dieser Berechnungen richtiger und in mehr Uebereinstimmung ausgefallen wären, als sich nach allen Voraussetzungen erwarten läßt, so war in ihnen doch nur im Allgemeinen die Möglichkeit gegeben für jeden Tag und jede Stunde der Aera den Stand des Mondes am Himmel vorauszusagen, da einem solchen Bemühen, in dessen glücklichem Erfolge ja auch erst alle chronologischen Diskrepanzen ihre Lösung finden, nothwendig die Zerlegung der Mondbahn in die verschiedenen Elemente, die ihre Lage und Richtung bedingen, voraufgehen muß. Wenn man dem Geminus und Ptolemäus eine Erzählung glauben dürfte, welche Beide allerdings einstimmig und zwar aus derselben Quelle — einer Schrift, wie es scheint, des Hipparch — berichten, so wäre in sehr frühen Zeiten eine überraschend genaue Kenntniß nicht nur der täglichen Bewegung des Mondes, sondern auch jener vier Grundelemente seiner Bahn, deren Berechnung die großen Mondtafeln des Hipparch und Ptolemäus zum Zweck hatten, bereits in Umlauf gewesen. Bei Ptolemäus Almag. l. IV. p. 215 H. lesen wir, wie die alten Mathematiker in der Ueberzeugung, der Mond müsse doch in bestimmten Zeiten genau zu demselben Punkt des Himmels zurückkehren, von dem er einstmals ausgegangen, es unternommen hätten, eine Periode abzustecken, innerhalb deren derselbe die vier Kreisbahnen, welche er in jedem Augenblicke gleichzeitig verfolgt, auch zugleich alle ohne Rest vollende. Man habe eine solche Periode gefunden, und sie ἐξελιγμός genannt. In 19756 Tagen nämlich beschreibt der Mond 723mal seine Längenbahn (περιδρομαὶ μήκους), 726mal seine Breitenbahn (ἀποκαταστάσεις πλάτους), 717mal die Peripherie seines Epicyclus (ἀποκαταστάσεις ἀνωμαλίας), und tritt 669mal in Conjunktion mit der Sonne (ἀποχῆς ὅλοι κύκλοι). Dieselben Zahlen giebt ohne zu variiren auch Geminus p. 76. H. Zu der Erkenntniß, daß die Bahn des Mondes eine eigenthümlich zusammengesetzte sei, waren allerdings die griechischen

Astronomen frühzeitig gelangt, und es ist für die Würdigung jenes Zeugnisses nöthig zu wissen, unter welchen Formen sie sich diese Mischung zur Vorstellung gebracht hatten. Der älteste Erklärungsversuch der Planeten-Bewegungen, welche in einer der allgemeinen täglichen Bewegung des Himmels von Ost nach West entgegengesetzten Richtung stattfinden (*εἰς τὰ ἑπόμενα τοῦ κόσμου*), bestand darin, daß man ihnen außer der Sphäre, die sie mit den Fixsternen theilen, noch je eine besondere zutheilte, auf welcher ruhend sie in langsamem Fortrücken um die Axe des Zodiakus oder eines noch geneigteren größten Kreises getragen würden (*τοὺς κύκλους κινεῖσθαι, τὰ ἄστρα ἠρεμεῖν* sagt Aristoteles de coelo II. c. 8). Eudoxus sah, daß hiemit noch nicht alle Besonderheiten der Planeten-Bahnen erklärt werden könnten, und fügte deßhalb jener ursprünglichen noch so viele Sphären für jeden Planeten hinzu, als die Natur seiner Bewegung zu fordern schien.*) Der Mond hat in diesem System außer der allen Sternen gemeinsamen noch zwei Sphären; die eine sich von West nach Ost in der Ebene des Zodiakus drehend, bringt das Phänomen des Längen-Umlaufs hervor, die andere bewirkt, daß der Mond ein Maximum sowohl nördlicher als südlicher Breite erreiche und deßhalb ist ihre Ebene gegen die Ekliptik geneigt. Daß Eudoxus den Neigungswinkel auf 6° angegeben habe, wird aus Theon Smyrn. p. 314. M. glaublich, welcher sagt, daß dieser Bestimmung die Mehrzahl der Mathematiker folge, während Hipparch, dem auch Ptolemäus sich anschließt (Almag. l. V. p. 316 H.), ihn auf 5° berechnete. Was Simplicius als des Eudoxus Lehre vom Fortrücken der Nullpunkte der Breite vorträgt, beruht auf Mißverständnissen, aus denen etwas Sinnvolles herzustellen Ideler a. a. O. S. 77. versucht hat. Eine Vervollständigung erhielt diese Hypothese durch Kallipp, welcher zur Rechtfertigung der Anomalie der Sonne,

*) Von dem System der Sphären giebt Simplicius aus des Eudemus *ἀστρολογικὴ ἱστορία* zu Aristoteles de coelo l. II. p. 120 a. eine Darstellung, welche Ideler seinem zweiten Aufsatz über Eudoxus Abh. der Berl. Akad. 1830 S. 84 angehangen und trefflich kommentirt hat. Seitdem ist noch hinzugekommen Theon Smyrnaeus de Astronomia ed. Martin, besonders p. 272--280. Doch ist dessen Ueberlieferung, wie der Herausgeber p. 55--58 zeigt, durch Unkenntniß und falsche Auffassung getrübt.

die durch Meton und Euktemon in Absicht auf die Zeiten, welche zwischen den vier Cardines liegen, beobachtet worden war, den drei Eudoxischen Sonnensphären noch zwei hinzufügte, und ebenso viele auch zur Erklärung der Anomalie des Mondes zu Hülfe nahm. Daß er einer dieser Sphären eine excentrische Bewegung beigelegt und somit das Vorhandensein eines Apogeum und Perigeum nachgewiesen hätte, wird nirgends erwähnt und ist auch nicht wahrscheinlich *), doch darf man gewiß annehmen, daß er jene Kreisbahn, welche die Zu- und Abnahme der Geschwindigkeit des Mondes zur Anschauung zu bringen bestimmt war, bereits *ἀνωμαλία* nannte, eine Bezeichnung, die späterhin auf den aus demselben Phänomen abstrahirten epicyclischen Kreis überging. Aristoteles bildete diese Mechanik des Himmels noch weiter aus; er nahm neben den tragenden (*φέρουσαι*) Sphären noch zurückwälzende (*ἀνελίττουσαι*) an, welche das Nebeneinanderbestehen entgegengesetzter Bewegungen vermitteln sollten (Metaph. XI. c. 8.). Für die naive Art, mit der man späterhin aus diesen Andeutungen zu der Vorstellung eines vollendeten Triebwerks gelangte, ist charakteristisch der Vergleich bei Theon Smyrn. p. 280 M.: *ὥσπερ ἐν ταῖς μηχανοσφαιροποιίαις τὰ λεγόμενα τυμπάνια . . . ἐν παρεμπλοκῇ τῶν ὀδόντων εἰς τοὐναντίον κινεῖ καὶ ἀνελίττει τὰ ὑποκείμενα καὶ προσυφαπτόμενα.* Schreiten wir jetzt zur genaueren Prüfung jenes Zeugnisses des Ptolemäus über die älteste Berechnung eines *ἐξελιγμός*, so ist nunmehr unzweifelhaft, daß Delambre's Ansicht, derzufolge Meton und seine Zeitgenossen dieselbe angestellt haben sollen (Histoire de l'astr. II. p. 144), ganz unhaltbar sei, weil sie zu dem Maaß astronomischer Kenntnisse, welches jene Zeit haben konnte, schlechterdings nicht paßt. Wenn Meton die Anomalie des Mondes

*) Der Erste, welcher die Anomalie der Sonne durch die Exzentrität ihrer Kreisbahn erklärte, scheint Hipparch gewesen zu sein, welcher auf die Thatsache, daß die Sonne den Bogen vom Frühlings-Aequinoktium zum Sommersolstitium in 94½ Tag, dagegen den vom Sommersolstitium zum Herbst-Aequinoktium in nur 92½ Tag zurücklegt, seine Berechnung gründete, nach welcher der Radius der Sonnenbahn die grade Linie zwischen seinem Centrum und dem des Zodiakus 24 mal enthält, Apogeum aber und Perigeum sich in Zwillinge 5° 30′ und Schütz 5° 30′ befinden (Ptolem. Almag. l. III. p. 184 und 203).

bereits so weit kannte, daß er den Zeitraum, in welchem dieser seine geringste und größte Geschwindigkeit einmal erreicht, auf 29 T. 13 St. 12″ angeben konnte, so hätte gewiß Eudoxus, der ein Zeitgenosse Platon's war, sich nicht mit drei Mondsphären begnügt. Auch ergiebt die Dauer des synodischen Monats, wenn man sie aus der Summe der ἀποχή: 669 nachrechnet, sich auf 29 T. 12 St. 44′ 6″, was von der Metonischen Bestimmung um 1′ 54″ abweicht. Mit ungleich mehr Schein würde man jene vierfache Art des Mondumlaufs in Verbindung bringen können mit den vier Sphären, welche neben der, die den täglichen Umschwung bewirkt und hier nicht in Betracht kommt, nach dem System des Callipp dem Monde eigenthümlich sind; und wenn man, was nach des Simplicius Worten a. a. O. p. 88 unverwehrt ist, für die Anomalie eine Sphäre ausreichend sein läßt, so würde die vierte der ἀποχή entsprechen, d. h. den zunehmenden Abständen von der Sonne, welche zwischen je zwei Conjunktionen liegen und den Längenumlauf um so viel übersteigen, als der synodische Monat den periodischen. Soll daher irgend etwas in jener Ueberlieferung des Ptolemäus bestehn, so mag Kallipp die Zahl der Umläufe in der angegebenen Weise übereinstimmig gefunden haben, nur daß ihm die vorangestellte Zahl der Tage nicht gehören kann. Geminus, welcher in dem Capitel über den ἐξελιγμός p. 76 H. die Chaldäer als Entdecker desselben, wie es scheint aus eigener Vermuthung, angiebt, ist bereits von Delambre a. a. O. widerlegt.

Selten hat wohl in irgend einem Gebiete der Wissenschaften eine Hypothese erfolgreicher gewirkt, als die des Apollonius von Perga, welche zur Erklärung der Anomalie der Planetenbahnen das System der Epicyclen schuf. Denkt man sich zwei Kreise von ungleicher Größe, den größeren, dessen Centrum auch das der Erde ist, als ruhend — er heißt der deferirende Kreis, — und um ihn den kleineren dergestalt herumlaufend, daß sein Centrum beständig in der Peripherie des größeren bleibt — er heißt der Epicyclus — so hat man in dieser Vorstellung ein Mittel, vermöge dessen man sich in den planetarischen Bewegungen vom Eintreten bald einer Hemmung, bald einer Beschleunigung Rechenschaft geben kann. Fand man, daß z. B. der Mars 42mal die Peripherie seines Epicyclus zurücklegt, während in ebensoviel Zeit der Epicyclus selbst nur 37mal den deferirenden Kreis umlaufe (Ptol. Almag. l. XII. p. 316 H.), so war damit gezeigt, warum das Gestirn dem Beschauer, welcher nicht beide Bewegungen gesondert, sondern nur ihr gemeinschaftliches Resultat wahrnehmen kann, bald vorgehend, (*προηγούμενος* d. h. von Ost nach West), bald rückschreitend (*ὑπολελειμμένος*), bald endlich stillstehend (*φαντασία στηριγμοῦ*) erscheint. Apollonius hatte das Fundamentalgesetz entdeckt, nach welchem diese Phänomene für jeden Planeten sich berechnen lassen, es lautet bei Ptolem. Almag. l. XII. p. 313 H.: Wenn eine grade Linie, welche man in Gedanken vom Centrum des deferirenden Kreises bis an den äußeren Bogen des Epicyclus zieht, so beschaffen ist, daß das Segment zwischen jenem Centrum und dem inneren Bogen des Epicyclus sich zur Hälfte des andern, in die Fläche des Epicyclus fallenden Segments verhält wie die Geschwindigkeit des Epicyclus zu der des Gestirns selbst, so ist der Punkt, wo jene Linie den inneren Bogen des Epicyclus trifft, der Grenzpunkt, auf welchem sich die *ὑπολείψεις* und *προηγήσεις* scheiden. Dieses Gesetz ist von Ptolemäus a. a. O. p. 314—322 mit großer Umständlichkeit bewiesen. Daß die ganze Argumentation aus dem Apollonius entlehnt ist, scheint um so glaublicher, als auch der p. 317 angeführte Hülfssatz ihm gehört. Auch vom Monde lehrte man, daß er auf einem Epicyclus laufe, und diese Bewegung, welche in den Handtafeln kurzhin die Anomalie heißt, wurde nach Graden der Peripherie vom Apogeum ab gemessen. Vom deferirenden Kreise wird dieser Epicyclus in einer Ebene, welche um 5^0 d. h. das Maximum der Breite gegen den Zodiakus geneigt ist, von West nach Ost herumgetragen (*ἡ κατὰ μῆκος κίνησις*), doch erscheint der Mond selbst niemals, ausgenommen im Perigeum und Apogeum in gleicher Länge mit dem Centrum seines Epicyclus, vielmehr erfährt er je nachdem er östlich oder westlich von jenen Punkten steht eine Zu- oder Abnahme (*προσθαφαίρεσις*) derselben (Ptolem. Almag. l. IV. p. 244 H.). Da in jedem periodischen Monat einmal — wegen einer geringen Discrepanz vgl. Almag. p. 239 — der Mond den Epicyclus umläuft und also ebenso oft das Maximum der Zu- und Abnahme, zweimal aber den Nullpunkt derselben erreicht, so beruht die Möglichkeit, seinen wahren Stand zu allen Zeiten angeben zu können, auf der Kenntniß von der Veränderung des Längenbogens durch die Anomalie. Die Astronomie vor Hipparch zeigt sich grade auf diesem Punkt am Schwächsten, daher möge das Verfahren, durch welches dieser hochverdiente Mann für Untersuchungen, in denen man früher nur rieth, eine exacte Methode schuf, uns eines aufmerksamen Blickes werth gelten.

Durch die aus hohem Alterthum überlieferten Aufzeichnungen himmlischer Phänomene kannte man drei unter der Regierung des Mardokempad in Babylon beobachtete Mondfinsternisse (Ptolem. Almag. l. IV. p. 244 H.). Die erste trat ein im ersten Jahr dieses Königs, dem 27. der Nabonass. Aera, in der Nacht vom 29. bis 30. Thoth eine Stunde nach Aufgang des Mondes, und da sie total war, traf ihre mittlere Zeit $2\frac{1}{2}$ St. vor Mitternacht. Die Uhrzeit von Babylon weicht von der von Alexandria, welches nach Ptolemäus Geograph. IV. 5. § 9 und V. 20. § 6 um 18° $30'$ weiter westlich liegt, $\frac{5}{6}$ Stunden ab*), folglich entsprechen jenen $2\frac{1}{2}$ St. in Alexandria $3\frac{1}{3}$ St. vor Mitternacht, als sich die Sonne nach den Sonnentafeln genau Fische 24° $30'$ befand. Die andere Finsterniß erfolgte im zweiten Jahr Mardokempad's, des Nachts vom 18. bis 19. Thoth; sie erreichte ihre mittlere Dauer nach Babylonischer Uhrzeit grade um, nach Alexandrinischer $\frac{5}{6}$ St. vor Mitternacht, der Stand der Sonne war Fische 13° $45'$. Die dritte endlich ereignete sich in dem nämlichen Jahr in der Nacht vom 15. bis 16. Phamenoth, nach Alexandrinischer Zeit $4\frac{1}{3}$ St. vor Mitternacht als die Sonne Jungfrau 3° $15'$ stand. Hiemit sind die Längenbogen zwischen drei Positionen des Mondes gegeben, welche er zur Zeit der drei Eklipsen der Sonne diametral gegenüberstehend eingenommen hat, der erstere $= 349^\circ$ $15'$, der andere $= 169^\circ$ $30'$. In den Zeiträumen aber, welche von einer zur andern verstrichen sind (354 T. $2\frac{1}{2}$ St. und 176 T. $20\frac{1}{5}$ St., denn Ptolemäus

*) Im Almagest steht ἡμίσει καὶ τρίτῳ p. 345, der Nobbe'sche Text der Geographie VIII. 20. § 27 giebt fälschlich an: διέστηκεν Ἀλεξανδρείας πρὸς ἕω ὥρας μιᾶς δ', d. h. $1\frac{1}{4}$ St.

beginnt den Tag mit dem Mittag) würde der Mond, wenn sein Lauf der Einwirkung der Anomalie nicht unterläge, im ersten Fall μεθ' ὅλους κύκλους 345° 51′, im zweiten 170° 7′ haben zurücklegen müssen, folglich kommt die Differenz von + 3° 24′ und von — 0° 37′ auf Rechnung der gleichzeitigen anomalischen Bewegung. In einer langen und in Absicht auf die Technik der Winkelberechnung bei den Alten recht interessanten Deduktion, in deren Details wir ihm aber hier nicht folgen können, zeigt Ptolemäus a. a. O. p. 247 fgg., immer dem Hipparch sich anschließend, in welchen Abständen vom Apogeum seines Epicyclus der Mond jene προσθαφαίρεσις erfahren habe, ein Verfahren bei welchem sich zugleich herausstellt p. 253, daß das Verhältniß zwischen dem Radius des deferirenden Kreises und dem des Epicyclus das von 60: 5,2166 sei.*) Die regelmäßige Bewegung des Mondes zu berechnen, dienen die großen Tafeln Almag. p. 226—37. Das Resultat, welches sie für jeden Fall ergeben — der mittlere Stand des Mondes — bedarf noch der Rektifikation durch das p. 273 aufgestellte κανόνιον ἀνωμαλίας, aus welchem man die gradweise Veränderung des Längenbogens (μήκους ἐπουσία) durch die Anomalie entnehmen kann. Mit Hülfe beider ist man also in Stand gesetzt für jede Stunde der Nabonassarischen Aera den wahren Stand des Mondes mit derjenigen Genauigkeit, zu welcher die Alten es gebracht haben, ausmitteln zu können.

Daß für die Anschauungsweise eines griechischen Astronomen ganz abgesehen von der noch unvollkommneren Ausbildung der mathematischen Kenntnisse und Technik in jenen Zeiten das erste Kepler'sche Gesetz, daß alle Planetenbahnen Ellipsen sind, etwas völlig Fremdartiges enthalten haben würde, geht deutlich genug aus gelegentlichen Aeußerungen des Ptolemäus hervor (z. B. Almag. l. III. p. 170 und l. IX. p. 116), in denen sich das Gefühl einer halb religiösen Verehrung für die Kreisbewegung ausspricht, als diejenige, welche den Gestirnen, die ja göttliche Wesen und des Ewigen

*) Ptolemäus nach Sexagesimaltheilen rechnend sagt 5, 13, um aber den unbequemen Bruch mit einem bequemeren zu vertauschen, legt er in Folge (p. 272) das Verhältniß 60 : 5, 15 zu Grunde.

theilhaftig sind, einzig angemessen sei. Vielleicht war es daher mehr ein innerer unwillkürlicher Zug als die Scheu vor einer so schwerfälligen Formel, wie sie Apollonius l. I. p. 35 ed. Halley für die Ellipse entwickelt hat, welche Ptolemäus bewog, die zweite Anomalie des Mondes, deren Entdecker er war, nicht unmittelbar durch eine Curve, sondern durch eine zusammengesetzte Kreisbewegung darzustellen (Almag. l. V. p. 287 fgg.). Die Veranlassung zu dieser Entdeckung war für ihn eine Erscheinung am Monde gewesen, welche bereits Hipparch beobachtet, aber auszubeuten noch nicht Mittel gefunden hatte. Nämlich im 11. Jahr (so emendirt Ideler: Chronologie I. p. 345 statt 12) der dritten Kallippischen Periode am 16. Epiphi $5^1/_3$ St. vor dem Mittag, als der Mond ungefähr noch ein Tetartemorium bis zur Conjunktion mit der Sonne zurückzulegen hatte, stand derselbe thatsächlich im Stier $12^0\ 20'$, während er seinem mittleren Stand nach in dieser Stunde nur $4^0\ 25'$ hätte einnehmen sollen; die Differenz betrug also $7^0\ 25'$, eine Summe, welche durch die Wirkung der ersten Anomalie, deren Maximum 5^0 beträgt, nicht hervorgebracht sein konnte. Aus einer Wahrnehmung ganz derselben Art, welche Ptolemäus selbst im zweiten Regierungsjahr des Antoninus machte, hatte sich ebenfalls ihm ergeben, daß im dritten Viertel die aus der Anomalie abzuleitende stärkste Abweichung noch um $2^0\ 25'$ überstiegen sei. Er zog hieraus den Schluß, daß der Mond in den Quadraturen (*διχοτόμοις*) der Erde näher stehe als im Neu- und Vollmond. Das Schwierigste war nun, eine Art der Bewegung zu ersinnen, durch welche jene Erscheinung — die neuere Astronomie hat sie Evektion genannt — erklärt werden könnte; das Resultat seiner Ueberlegungen, welches in der That Scharfsinn genug verräth, spricht Ptolemäus in folgenden Worten aus Almag. l. V. p. 288 H: *ὅτι καὶ τὸν ἐπίκυκλον τῆς σελήνης ἐπὶ ἐκκέντρου κύκλου φέρεσθαι ὑποληπτέον, ἀπογειότατον μὲν γιγνόμενον περὶ τὰς συνόδους καὶ τὰς πανσελήνους, περιγειότατον δὲ περὶ ἀμφοτέρας τὰς διχοτόμους.* Hierin liegt eine doppelte Neuerung, erstens die Exzentrität des deferirenden Kreises, deren Verhältniß zum Radius desselben im Verfolg als das von 49,6833 : 10,3166 (p. 297) entwickelt wird; zweitens die Bewegung der Apsiden-Linie, welche eine rückgängige ist, während die des Epicyclus eine rechtläufige. Wenn also im Neumonde das Centrum desselben einen Augenblick in dem Apogeum des deferirenden Kreises gestanden hat, so beginnt auf der unter dem Winkel der Breite geneigten Ebene eine zwiefache Bewegung: der Epicyclus und auf ihm der Mond läuft gegen Osten so schnell, als die tägliche Bewegung in der Breite mit sich bringt, während das Apogeum des deferirenden Kreises sich in entgegengesetzter Richtung beständig um den Bogen fortschiebt, um welchen der doppelte Abstand des Mondes von der Sonne die zurückgelegte Breite übersteigt (p.289).*) Das Resultat dieses Doppelumlaufs ist mit der in Rücksicht auf die erwähnten Phänomene gemachten Beobachtung völlig übereinstimmend; der Mond nämlich tritt am Ende seines ersten und dritten Tetartemorium in's Perigeum, während er im Voll- und Neumond das Apogeum erreicht. Hiedurch vermag die erste Anomalie sich in den Quadraturen um ein Maximum von 2° 39′ zu steigern. Die Detailberechnung hat Ptolemäus in der 5. Columne des *κανόνιον τῆς ὅλης σεληνιακῆς ἀνωμαλίας* Almag. l. V. p. 316 H. gegeben, über dessen Gebrauch er p. 312 Anweisung ertheilt.

Durch das einfach empirische Verfahren den zu verschiedenen Malen genau beobachteten wahren Stand des Mondes mit dem mittleren, welcher dem Moment der Beobachtung entspricht, zu vergleichen, gelang es dem Ptolemäus, dessen Leistungen grade für die Theorie der Mondbahn von entschiedenem Verdienst sind, diese fruchtbare Entdeckung noch durch eine zweite zu vervollständigen, welche er (p. 298) die *πρόσνευσις τοῦ τῆς σελήνης ἐπικύκλου* nannte Die Grundlage der Untersuchung bildeten zwei von Hipparch genau observirte Mondpositionen. Nach der ersten stand der Mond im 621. Jahr Nabon. Aera am 11. Pharmuthi $5\frac{2}{3}$ St. vor dem Mittag Fische 21° 27′, sein Abstand von der Sonne also, welche sich im Stier 7° 45′ befand, betrug 313° 42′. Für den mittleren Stand aber ergaben die Mondtafeln zu derselben Zeit Fische 22° 13′,

*) Der Grund, weshalb dies so geschieht, ist offenbar, damit die Apside nicht früher der Sonne diametral gegenüber zu stehn komme, als der Mond selbst. Das Argument der Breite anlangend, so wird dieses von Ptolemäus nicht von einem der Knoten, sondern dem *βόρειον πέρας* abgemessen.

also eine Differenz von 0° 46′. Da nun der Mond in der Peripherie seines Epicyclus einen Bogen von 185° 30′ zurückgelegt hatte, so konnte mit dem Gesetz seines Umlaufs, nach welchem dieser Bogen, sobald er über 180° ist, eine Zunahme der Länge bewirkt, jene Abnahme nicht vereinigt werden. Eine zweite um kurze Zeit später angestellte Beobachtung ergab, daß die Länge des Mondes in einem Augenblick, wo er 333° 12′ vom Apogeum des Epicyclus ab zurückgelegt hatte, nicht 2° 6′, wie die Tafel der προσθαφαίρεσις p. 273 giebt, sondern 1° 26′ Zunahme durch die Anomalie erfahren habe. Es galt also einen zureichenden Grund zu finden, wonach diese Störungen erklärt, und doch das ganze System, welches man Hypothese auf Hypothese bauend sich geschaffen hatte, nicht alterirt würde. Das Apogeum des Epicyclus, lehrt Ptolemäus, von welchem ab die Grade der Anomalie gemessen waren, bewahrt nicht unveränderlich dieselbe Lage, sondern unterliegt einer oscillirenden Bewegung, vermöge deren dasselbe und das ihm entsprechende Perigeum beständig in eine grade Linie mit einem Punkte zu stehen kommt, welcher in der Apsidenlinie liegt, und vom Centrum des Zodiakus ebensoweit, als das Centrum des deferirenden Kreises, aber in entgegengesetzter Richtung absteht (Almag. l. V. p. 299). Es darf somit die Wirkung, welche die Bewegung des Mondes im Epicyclus auf seinen mittleren Stand ausübt, nun nicht mehr dem Abstand von jenem veränderlichen Apogeum — welches in dieser Eigenschaft das mittlere (μέσον) heißt — entsprechend gesetzt werden, sondern sie ist nach der Lage des wahren (ἀκριβὲς ἀπόγειον) zu bestimmen, welches zu allen Zeiten der Punkt ist, wo die Verbindungslinie zwischen den Centren des Zodiakus und Epicyclus, wenn man sie verlängert, den äußeren Bogen des letzteren trifft. Wenden wir diese Voraussetzungen auf die Erklärung jener von Hipparch bereits beobachteten, aber nicht erklärten Störungen der Mondbahn an, so folgt für die erste Position aus der thatsächlichen Abnahme der Länge um 0° 46′, daß der Abstand des Mondes von dem ἀκριβὲς ἀπόγειον 173° 39′ betrug *); von dem mittleren Apogeum aber hatte sich

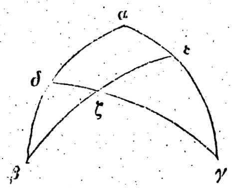
*) Diese Zahl entwickelt Ptolemäus, der die Umständlichkeit liebt, (p. 303) zwar geometrisch, doch konnte er auch auf sein κανόνιον p. 273

der Mond in demselben Moment den großen Tafeln gemäß auf 185° 30′ entfernt, folglich lag zwischen dem wahren und mittleren Apogeum ein Bogen von 11° 51′, d. h. so viel genau betrug jene πρόσνευσις τοῦ ἐπικύκλου (Almag. l. V. p. 303). Dies ist im Wesentlichen der Inhalt derjenigen Arbeiten des Ptolemäus, welche, unternommen auf Grund fleißig gesammelter und scharfsinnig ausgebeuteter Beobachtungen, eine Verbesserung der Theorie der Mondbahn und die schärfere Bestimmung der Gleichung des Mittelpunkts zum Zweck haben.

Der Gebrauch der astronomischen Tafeln des Almagest erfordert, daß für alle Beobachtungen einerseits die Angabe von Jahr und Tag aus jeder andern Aera in das Datum der Nabonassarischen, andrerseits die Stunden, in denen sie angestellt worden, oder die Bruchtheile derselben in die entsprechenden Aequinoktialstunden umgewandelt werden. Der Umstand, daß der Tag= sowohl als Nachtbogen, welchen die Sonne über und unter dem Horizont eines Orts scheinbar durchläuft, zu verschiedenen Zeiten des Jahrs von verschiedener Länge sind, bewirkt, daß auch die Zeitstunden (ὧραι καιρικαί) deren jede den zwölften Theil eines sei es kurzen, sei es langen Tages und den ebensovielten der Nacht beträgt, veränderlich sein müssen, wogegen alle Aequinoktialstunden, weil innerhalb einer jeden die Sonne 15 Aequatorgrade zurücklegt, allezeit gleich sind (Ptolem. Almag. l. II. p. 109 und Ideler: Chronologie S. 86). Wenn also der Moment, in welchem ein am Himmel wahrgenommenes Phänomen eingetreten, nach Zeitstunden, wie die alten Beobachter zu thun pflegten, angegeben ist, so muß zum Behuf der Reduktion auf Aequinoktialstunden das Verhältniß, welches Tag= und Nachtbogen am Orte der Beobachtung zu einander in jener Zeit des Jahrs hatten, ermittelt werden. Diese Aufgabe, welche der sphärischen Trigonometrie angehört, löste Ptolemäus mit ebenso großer Genauigkeit, als die ihr grade entgegengesetzte, aus der mit einem bestimmten Stand der Sonne gegebenen Länge des Tagbogens die entsprechende geographische Breite zu finden. Die sphärische Trigonometrie

verweisen, in welchem das angegebene Verhältniß als das dem Princip entsprechende erscheint.

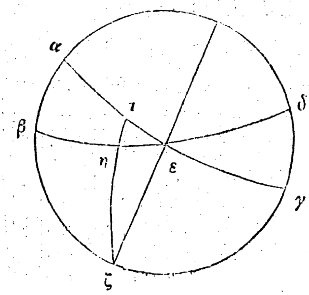
der Alten ruht auf zwei Sätzen, welche wahrscheinlich von Hipparch herrühren und von Ptolemäus Almag. l. I. p. 51—55 genau erörtert sind. Wenn auf einer Kugelfläche zwei Bogen größter Kreise ($\beta\alpha$ und $\alpha\gamma$ Fig. 1.) unter einem Winkel gegen einander geneigt sind und man von dem Endpunkt jedes derselben einen Perpendikel auf den andern fällt ($\gamma\delta$ und $\beta\varepsilon$), so führt eine Vergleichung der Sehnen, welche diesem Bogen angehören, zu folgendem Ergebniß.



1) Die Sehne des doppelten Bogens $\varepsilon\gamma$ steht zu derjenigen des doppelten $\varepsilon\alpha$ in einem Verhältniß, welches zusammengesetzt ist (ὁ λόγος συνῆπται) aus dem Verhältniß der Sehne von 2 $\gamma\zeta$ zu der von 2 $\zeta\delta$ und demjenigen der Sehne von 2 $\beta\delta$ zu der von 2 $\beta\alpha$.

2) Das Verhältniß der Sehne des doppelten Bogens $\gamma\alpha$ zu der des doppelten $\varepsilon\alpha$ besteht aus dem Verhältniß der Sehne von 2 $\gamma\delta$ zu der von 2 $\delta\zeta$ und aus demjenigen der Sehne von 2 $\zeta\beta$ zu der von 2 $\beta\varepsilon$ (Almag. p. 55).

Der erste dieser beiden Sätze kommt in Anwendung bei der in Rede stehenden Aufgabe, nach welcher man aus der gegebenen Polhöhe eines Orts die Länge des jedesmaligen Tagbogens berechnen soll. Als Beispiel, wie es auch Ptolemäus in dieser Eigenschaft mit Vorliebe braucht, möge Rhodus dienen, weil grade Rhodische Zeitstunden wegen der zahlreich im Almagest erwähnten Angaben Hipparch's, der an diesem Orte beobachtete, so oft in Aequinoktialstunden verwandelt werden müssen. Da Rhodus 36° nördscher Breite liegt (Almag. l. II. p. 71 und p. 92), so findet Ptolemäus die Länge des Tages, an welchem die Sonne beispielshalber im Wintersolstitium steht, durch folgendes Verfahren. In Figur 2 (vgl. Almag. p. 70 fg.) sei $\beta\delta$ der Horizont von Rhodus, $\alpha\gamma$ der Aequator, η der Punkt,



durch welchen die Sonne, im südlichen Tropenkreis stehend, über den Horizont aufsteigt, $\zeta\tau$ endlich ein vom Südpol ζ durch η auf den Aequator geschlagener Meridianbogen. Es ist einleuchtend, daß der Bogen $\tau\alpha$ so viel Grade enthält, als die Hälfte des Tagbogens den die Sonne am Solstitialtage über Rhodus beschreibt; also ist $\tau\varepsilon$ gleich seiner halben Differenz vom Aequinoktialbogen. In dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck $\eta\tau\varepsilon$ sind gegeben eine Kathete $\eta\tau$ = der Schiefe der Ekliptik d. h. $23^0\ 51'\ 20''$ (vgl. das κανόνιον λοξώσεως Almag. p. 59 und p. 49), ferner der Winkel $\eta\varepsilon\tau = 54^0$, weil das Maaß desselben, der Bogen $\beta\alpha$, das Complement des Bogens $\beta\zeta$ (der Polhöhe = 36^0) zu einem Rechten ist. *) Da nun $\alpha\varepsilon$ und $\alpha\zeta$ Bogen größter Kugelkreise sind und von dem Endpunkt jedes von beiden auf den andern ein Perpendikel gefällt ist ($\varepsilon\beta$ und $\zeta\tau$), so ist nach dem ersten der genannten Theoreme:

$$\text{ch. } 2\,\zeta\beta : \text{ch. } 2\,\alpha\beta = (\text{ch. } 2\,\zeta\eta : \text{ch. } 2\,\eta\tau) + (\text{ch. } 2\,\tau\varepsilon : \text{ch. } 2\,\varepsilon\alpha)$$

eine Gleichung, in welcher alle Größen bekannt sind außer $\tau\varepsilon$; löst man sie, nachdem man die Werthe mit Hülfe der Sehnentafel (Almag. l. I. p. 38 sgg.) substituirt hat, auf, so findet sich $2\,\tau\varepsilon = 37^0\ 30'$, um soviel also ist der Tagbogen am Wintersolstitium in Rhodus kürzer, als der des Aequinoktium, welcher stets 180^0 beträgt. Nun entsprechen aber $37^0\ 30'$ einer Zeit von $2^1/_2$ Aequinoktialstunde, folglich ist daselbst die Dauer des kürzesten Tages $9^1/_2$ die des längsten $14^1/_2$ St. Dies Verfahren bleibt, auch wenn man einen andern Stand der Sonne im Thierkreis zu Grunde legt, dasselbe, nur ist dann die gegebene Kathete nicht so groß, als die Schiefe der Ekliptik, sondern gleich dem Meridianbogen, um den die Sonne vom Aequator absteht; die Länge desselben findet man für jeden Grad des Zodiakus in dem genannten κανόνιον λοξώσεως angegeben.

*) Der in Rede stehende Fall liefert also ein Beispiel für die von Ideler: Trigonometrie der Alten S. 29 des bes. Abdr. unter N. II angeführte Form sphärisch-trigonometrischer Aufgaben.

Bonn.

Ed. Lübbert, Dr.