

Wie denken Lehramtsstudierende über Mathematikaufgaben?

Ein methodischer Ansatz zur Erfassung subjektiver Theorien mittels Repertory-Grid-Technik

von

Regina Bruder und Katja Lengnink, Darmstadt
Susanne Prediger, Bremen

Zusammenfassung: Es wird ein methodischer Ansatz zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben vorgestellt, der sich der Repertory-Grid-Technik bedient. Er wurde entwickelt, um individuelle Reflexions- und Sprachebenen von Mathematiklehrkräften über Aufgaben differenziert dokumentieren zu können. Auf dieser Grundlage wird es u.a. möglich, individuelle Lernfortschrittsbeschreibungen in der Lehreraus- und -fortbildung vorzunehmen. Erste Anwendung fand die Methode im Rahmen einer qualitativen Evaluationsstudie zu einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung mit Lehramtsstudierenden, aus der Fallbeispiele vorgestellt und diskutiert werden.

Summary: The article presents a method to explore subjective theories about mathematical problems by using the repertory grid technique. It has been developed in order to document individual levels of language and reflection about mathematical problems. On this basis, we can describe individual learning effects in teacher education courses. We first used the repertory grid method for the qualitative evaluation of a preservice teacher student course. The article discusses three case studies of the evaluation project.

Viele empirische Untersuchungen haben gezeigt, wie stark das unterrichtliche Handeln von Lehrkräften durch ihre impliziten subjektiven Theorien geprägt ist. Diese beziehen sich auf alle Bereiche des Mathematikunterrichts (insbesondere Theorien über Mathematik, Methoden, Lehren, Lernen, Lehrerrolle und die Lernenden) und wurden ganz unterschiedlich theoretisch und methodisch gefasst (z.B. durch Kognitionen, Weltbilder, Haltungen, persönliche Konstrukte u.v.m., vgl. Thompson 1992, Törner 1997, Tietze 2002). In diesem Beitrag soll der Terminus „subjektive Theorie“ verwendet werden als Sammelbezeichnung für individuelle Einstellungen, Vorstellungen und Kenntnisse zu einem Sachverhalt – hier zu Mathematikaufgaben. Im Anschluss an Groeben (in Groeben u.a. 1988) sehen wir subjektive Theorien als komplexe Kognitionssysteme, in denen sich die Welt- und Selbstsicht von Individuen manifestiert und die eine zumindest implizite Argumentationsstruktur aufweisen.

Die Einsicht in die Bedeutung von subjektiven Theorien hat auch Konsequenzen für die Lehramtsausbildung: Professionelle Ausbildungskonzeptionen sollten nicht nur auf den expliziten Transfer von Informationen, Konzepten und Methoden fokussieren, sondern auch auf die gezieltere Entwicklung der subjektiven Theorien von Lehramtsstudierenden. Dann allerdings sind auch Evaluationsinstrumente nötig, mit denen Entwicklungen im Bereich der subjektiven Theorien erfasst werden können.

In diesem Aufsatz wird ein methodischer Ansatz zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben vorgestellt, der sich der Repertory-Grid-Technik bedient. Erste Anwendung fand die Methode im Rahmen einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung, aus der Fallbeispiele vorgestellt und diskutiert werden.

Im ersten Abschnitt wird das Anwendungsgebiet des entwickelten Ansatzes und das Anliegen der Untersuchung dargelegt und begründet. Die Repertory-Grid-Technik und ihre bisherige Adaption in fachdidaktischer Forschung wird im zweiten Abschnitt beschrieben, bevor im dritten Abschnitt die spezifische hier vorgenommene Adaption erläutert und die Evaluationsstudie anhand von Fallbeispielen vorgestellt wird. Im Ausblick werden weiterführende Einsatzmöglichkeiten des Repertory Grids für die Lehreraus- und -weiterbildung angedeutet.

1 Die Lehrveranstaltung und ihre Inhalte

Im Sommersemester 2002 fand an der TU Darmstadt im Rahmen der mathematikdidaktischen Lehramtsausbildung ein Projektseminar zur „Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“ unter Leitung von R. Bruder statt. In dieser Veranstaltung sollten insbesondere auch theoretische Grundlagen für die diagnostische Kompetenz der Lehramtsstudierenden gelegt werden (zur genaueren Beschreibung der Lehrveranstaltung siehe Bruder/Lengnink/Prediger 2003).

Die diagnostische Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern im Fach Mathematik umfasst insbesondere auch Kenntnisse und Fähigkeiten zur Analyse und Beschreibung von Handlungsverläufen und Handlungsprodukten der Lernenden in diesem Fach. Initiiert werden Schülerhandlungen im Mathematikunterricht insbesondere über Aufgaben – als Handlungsaufforderungen. Unbeirrt von aller fachdidaktischen Kritik an der so genannten „Aufgabendidaktik“ (Lenné 1969) – hier wurde ein sehr enger Aufgabenbegriff zugrunde gelegt – sind Aufgaben nach wie vor das zentrale Steuerungsinstrument für das Lernen von Mathematik in der Schule.

Die Vielfalt möglicher und angestrebter Schüleraktivitäten im Mathematikunterricht lässt jedoch einen weiten Aufgabenbegriff in Anlehnung an Lompscher u.a. (1985) sinnvoll erscheinen (vgl. auch Bruder 1988), nämlich als Aufforderung zum Lernhandeln mit den Komponenten Ausgangssituation, Endsituation und Transformationen, welche die Ausgangssituation in eine Endsituation überführen. Diese drei Komponenten können unterschiedlich belegt, also vorgegeben sein. Unter an-

derem durch den Grad der Belegung dieser drei Komponenten können Aufgaben typisiert werden (vgl. auch Bruder 2000a). Einen umfassenden Rahmen für ein vielseitiges „Arbeiten mit Aufgaben“ bieten Konkretisierungen der Merkmale des allgemeinen Aufgabenbegriffs: Handlungsziel, Handlungsinhalt und Handlungsbedingungen. „Arbeiten mit Aufgaben“ umfasst

- das Auswählen bzw. Konstruieren, Variieren, Anordnen, Lösen, Vergleichen, Werten und Stellen von Aufgaben durch den Lehrer/die Lehrerin
- das Finden, Verändern, Vergleichen, Stellen und Lösen von Aufgaben durch die Schüler/innen
- und das Begleiten dieses Prozesses durch den Lehrer/die Lehrerin (vgl. auch Bruder 2000b).

Die Funktionen eines „Arbeitens mit Aufgaben“ im Lehr- und Lernprozess reichen vom *Mittel* (Weg) zur Aneignung von Wissen und Können über ein *Diagnoseinstrument* für Verlauf und Ergebnisse im Aneignungsprozess bis hin zu einem eigenständigen *Könnensziel*.

Damit ergibt sich ein Zugang zur Entwicklung der theoretischen Fundamente für zentrale Bestandteile einer diagnostischen Kompetenz von Lehramtsstudierenden: Differenzierte Kenntnisse über Aufgabenformate bzw. Aufgabentypen und „Lernpotenzen“ von Aufgaben auf der Grundlage eines weiten Aufgabenbegriffs sind eine notwendige Voraussetzung für eine solche Unterrichtsgestaltung, die entwicklungsgemäße und entwicklungsfördernde Lernanforderungen an die Schülerinnen und Schüler stellt. Diese Kenntnisse befähigen gleichzeitig zu einer bewussten, differenzierenden Sicht auf Handlungsverläufe und Handlungsprodukte bei den Lernenden. Damit gehören Kenntnisse über Aufgaben zu zentralen Voraussetzungen für eine diagnostische Handlungskompetenz der künftigen Lehrerinnen und Lehrer.

Da aber die in einer Lehrveranstaltung zu erwerbenden Inhalte nicht nur explizite Kenntnisse, sondern auch implizites Wissen, Haltungsänderungen und die Weiterentwicklung subjektiver Theorien umfasst, sollten neben der Evaluierung des Kenntniszuwachses auch die Entwicklung der subjektiven Theorien über den spezifischen Lehrgegenstand, Mathematikaufgaben, untersucht werden.

2 Zum methodischen Ansatz

2.1 Vorüberlegungen

Wie lässt sich erfassen, wie Lehramtsstudierende über Mathematikaufgaben denken? In der Methodenlehre der qualitativen Sozialforschung gibt es ein breites Spektrum von Testverfahren und Methoden zur Erhebung entsprechender Daten, die sich vor allem im Grad der Standardisierung unterscheiden: von standardisierten Fragebögen mit vorgegebenen Antworten bis hin zu freien Interviews ohne strukturierte Vorgaben (vgl. etwa Kromrey 1990). Während freie Erhebungsformen

einen erheblich größeren Auswertungsaufwand mit sich bringen und die Ergebnisse schwerer vergleichbar sind, beeinflussen stark vorstrukturierte Erhebungsformen durch ihre Vorgaben bereits die Ergebnisse, da sie die Kategorien setzen, in denen überhaupt über Vorstellungen gesprochen werden kann. Dafür sind sie leichter für quantitative Untersuchungen zugänglich (Grigutsch/Raatz/Törner 1998, vgl. auch Törner/Pehkonen 1996). Jede empirische Untersuchung muss entsprechend ihrer Zielrichtung zwischen diesen beiden Polen abwägen, ohne dabei die Diskussion um qualitative versus quantitative Sozialforschung im Einzelnen aufrollen zu müssen (vgl. Kromrey 1990, Kelle 1994).

Für unsere Untersuchung der subjektiven Theorien von Lehramtsstudierenden waren zwei Aspekte leitend: Die Erhebungsinstrumente sollten nicht bereits die Sprachebene der subjektiven Theorien vorgeben, andererseits sollten strukturelle Hilfen gegeben werden, um überhaupt über die impliziten, oft nur im Unterbewusstsein bleibenden Theorien der Studierenden ins Gespräch kommen zu können. Dazu erschien uns die so genannte Repertory-Grid-Technik angemessen, die im Folgenden kurz dargestellt werden soll.

2.2 Die Repertory-Grid-Technik

Die Repertory-Grid-Technik wurde von dem US-amerikanischen Psychologen George A. Kelly als Untersuchungsverfahren in seiner „Psychologie der persönlichen Konstrukte“ (1955) entwickelt und wird seit den 1980er Jahren in der klinischen Psychologie und der Psychodiagnostik zur Erhebung von Selbstkonzepten und sozialen Beziehungen zunehmend eingesetzt (für die Darstellung der Methode und ihrer Hintergründe folgen wir Scheer 1992, umfassender in Fransella/Bannister 1977).

Die Grundidee ist, durch eine strukturierte Gesprächsführung die subjektiven Theorien, hier operationalisiert als persönliche Konstrukte und Konstruktpole, zu explizieren. Dabei geht man in folgenden Schritten vor:

1. Im ersten Schritt der Befragung wählt die Person die Gegenstände ihres persönlichen Konstrukts aus. So werden z.B. in psychoanalytischen Therapieansätzen für essgestörte Patientinnen als Gegenstände des persönlichen Konstrukts die für die Patientin wichtigen Personen benannt (Spangenberg 1990).
2. Im zweiten Schritt geht es um die Gewinnung der Konstrukte, d.h. zunächst der Merkmale, die in der subjektiven Theorie der Person relevant sind. Hierzu gibt es verschiedene Methoden mit jeweils spezifischen Anwendungsbereichen. Bei der gebräuchlichsten werden aus der Menge der Gegenstände jeweils drei Gegenstände ausgewählt und der Person vorgelegt mit der Aufgabe, sich zu überlegen, in welcher Weise zwei der drei Gegenstände einander ähnlich sind und sich darin von dem dritten unterscheiden. Wenn beispielsweise die zwei ähnlichen Gegenstände die Mutter und die Tante sind, ist ihnen vielleicht gemeinsam, dass sie „gefühlbetont“ sind, in Absetzung vom besten Freund, der als

„sachlich“ bezeichnet wird. Das erste Merkmal ist dann „gefühlbetont“, sein Kontrastpol „sachlich“. Mit weiteren Triaden werden neue Merkmalspaare gewonnen, bis sich der Vorgang als nicht mehr ergiebig erweist. In einer vereinfachten Variante werden jeweils nur zwei statt drei Gegenstände bzgl. eines Gegensatzpaares charakterisiert.

Dieser Prozess der Merkmalerhebung ist ein länger dauernder Vorgang, der nicht nur aus einer bloßen Befragung besteht. Oft müssen sich die Personen ihre Merkmale erst „erarbeiten“, denn nicht immer sind sie ihnen explizit bewusst. Wie bei manchen anderen Testverfahren ist von der fragenden Person eine einfühlsame, behutsame Begleitung gefordert.

Schon auf dieser Ebene ist offensichtlich, wie die entwickelten Merkmale von dem abweichen können, was als Bestandteil einer allgemeinen Semantik in vielen Fragebögen erscheint: Die eine Person bildet zu „mütterlich“ den Kontrastpol „väterlich“, was nicht überrascht. Für eine andere ist das Gegenteil „egoistisch“, für eine dritte „dünn“, „drahtig“ oder „hart“.

3. Gegenstände und Merkmale werden dann so angeordnet, dass eine zweidimensionale Matrix entsteht. Im dritten Schritt wird die Person aufgefordert, zuzuordnen, inwieweit jedes Merkmal bzw. sein Kontrastpol auf den Gegenstand zutrifft. Das Ergebnis ist eine Tabelle mit Gegenständen, Merkmalen und z.B. Kreuzen für die Relation „Merkmal trifft auf Gegenstand zu“ (auch graduelle Abstufungen sind möglich). Diese Tabelle, die den Ausgangspunkt für alle weiter gehenden Auswertungen bildet, heißt im englischen „Grid“. Da es um das Repertoire an Kategorien gegenüber den Trägern der geschilderten Rollen geht, nannte Kelly das Verfahren „role construct repertory grid“ (1955).

Wichtigster Gedanke dieser Vorgehensweise ist, den befragten Personen die maximale Freiheit zu geben, in ihrer eigenen Sprache das über sich selbst und ihre subjektive Theorie zu sagen, was ihnen wichtig erscheint. Der Vorteil von selbst gewählten Merkmalen sowie der freien Gegenstandswahl liegt in der größeren Angemessenheit zum Erfassen der intrapsychischen bzw. interpersonalen Konstrukte, die die jeweilige individuelle Person bewegt.

Gleichzeitig gibt das Verfahren starke strukturelle Vorgaben: die Reihenfolge der Erhebungsschritte, die Konzentration auf Gegensatzpaare, die aus Vergleich von jeweils zwei bzw. drei Gegenständen entstehen, die Beschränkung auf Aussagen der Form „Gegenstand hat das Merkmal“, die Anforderung, alle Gegenstände bzgl. der gefundenen Merkmale einzuschätzen. Diese dienen als strukturelle Hilfen, um die psychischen Konstrukte überhaupt explizieren zu können.

Für die Auswertung der erhobenen Daten stehen die einzelnen Grids als in sich geschlossene Momentaufnahmen subjektiver Theorien im Vordergrund. Gleichwohl sind auch Vergleiche zwischen Individuen oder von Grids gleicher Individuen zu unterschiedlichen Zeitpunkten sehr instruktiv. So werden in therapeutischen Zusammenhängen Repertory Grids oft eingesetzt, um Veränderungen im Therapie-

prozess zu dokumentieren, etwa in der Therapie der essgestörten Patientinnen (vgl. die methodologische Diskussion, warum die Frage nach Reliabilität in seinem Zusammenhang nicht relevant ist, Spangenberg 1990, S. 178ff). Um eine bessere Vergleichbarkeit der Grids zu gewährleisten, ist es möglich, auf die freie Gegenstandswahl zu verzichten (siehe Abschnitt 3.1).

2.3 Auswertungsmethoden

Es ist evident, dass mit diesem Verfahren in hohem Maße individuumsspezifische Information gewonnen wird. Daher liegt das Schwergewicht der Auswertung auf der Untersuchung der Konstruktsysteme einzelner Personen. In der klinischen Arbeit mit einzelnen Patienten, besonders im Rahmen einer therapiebezogenen Diagnostik, ist es von Interesse, direkt von der Grid-Matrix auszugehen. Man kann wie bei einem Interviewprotokoll das vorliegende Material betrachten, die Beurteilungen verschiedener Personen per Inspektion vergleichen etc.

Darüber hinaus werden unterschiedliche Mittel der Datenanalyse verwandt, um die Grid-Matrix weiter auszuwerten. Zur Reduktion der Komplexität sind Faktorenanalysen und Clusteranalysen üblich geworden. Dann erhält man in der Regel zwei bis drei Hauptkomponenten, die sich durch die zugeordneten Konstrukte beschreiben lassen. Diese werden jeweils als die Hauptdimensionen angesehen, die ein Mensch verwendet, um über seine Konstrukte die für ihn wichtigen Bezugspersonen zu beurteilen – jedenfalls in der Situation der Repertory-Grid-Erhebung (Scheer 1992).

Als Alternative zu diesen stark verkürzenden Datenanalysemethoden hat der Psychoanalytiker Spangenberg ein zurückhaltenderes Datenanalyse-Instrument für Repertory Grids aktiviert, die Formale Begriffsanalyse (Spangenberg 1990, Spangenberg/Wolff 1988). Die Methoden der Formalen Begriffsanalyse, deren mathematischer Hintergrund hier nicht erläutert werden soll (vgl. Ganter/Wille 1996), ermöglichen, die Strukturen kleinerer Grids ohne Informationsverlust in einem Liniendiagramm zu visualisieren (siehe Abschnitt 3.2 für Beispiele). Damit erfüllen sie ein für die psychodiagnostische Arbeit sehr wichtiges Kriterium: Die ausgewerteten Daten müssen so dargestellt werden können, dass keine Artefakte durch die Auswertungsmethode entstehen, dass die Befunde dem Patienten verständlich sind, d.h. dass der Patient nach der Auswertung „seine“ Daten wieder erkennen und die aus der Auswertung zu folgernden Aussagen nachvollziehen kann (Spangenberg 1990, S. 107ff). Nur dann können sie als Kommunikationsmittel im weiteren Therapiegespräch dienen.

2.4 Bisheriger Einsatz von Repertory Grids in fachdidaktischer Forschung

Da es in der Wahl der Gegenstände a priori keine Beschränkung gibt, ist die hier kurz beschriebene Methode gut auf andere Gebiete übertragbar. Setzt man statt Personen als Gegenstände des Grids etwa belastende Situationen oder, wie in unse-

rer eigenen Untersuchung Mathematikaufgaben, so können die persönlichen Konstrukte zu diesem Themenbereich erschlossen werden.

Einige fachdidaktische Studien haben bereits Repertory Grids eingesetzt: So hat z.B. der Physikdidaktiker Fischler zur Analyse von Lehrervorstellungen einen Repertory-Grid-Test durchgeführt (1996), in dem wichtige physikdidaktische Prinzipien (z.B. bzgl. Motivation, Betonung der Modellstruktur, Schüleraktivitäten) den von der jeweiligen Lehrkraft erwarteten Auswirkungen bei Schülern gegenübergestellt wurden und somit das Beziehungsgeflecht von Unterrichtsprinzipien, Erwartungen und Urteilen von Lehrkräften untersucht. Williams/Pack (1997) haben ebenfalls Repertory Grids benutzt, um Einsichten in die Mathematikbilder von 19 Lehrkräften zu bekommen. Als Gegenstände des Grids wurden typische mathematische Tätigkeiten gesetzt. Hiskonen (1999) hat mit Repertory-Grids die Vorstellungen eines Schülers untersucht, was einen guten Schüler in Mathematik ausmacht. In einem Lehrerbildungsprogramm hat McQualter (1986) Repertory Grids eingesetzt, um die Entwicklung der Rollenvorstellungen der Lehrkräfte zu analysieren. All diese Studien unterscheiden sich nicht nur im Inhalt und im Design der Untersuchung, sondern auch in den eingesetzten Auswertungsmethoden von der hier vorgestellten Studie.

3 Studie zur Veränderung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben bei Lehramtsstudierenden

3.1 Untersuchungsdesign

Für unsere Evaluationsstudie galt es nun, die beschriebene Methode der Repertory Grids so zu adaptieren, dass mit ihnen subjektive Theorien von Lehramtsstudierenden über Aufgaben im Mathematikunterricht erfasst werden können.

Dazu wurden zu Beginn und zum Ende der Lehrveranstaltung „Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“ im Sommersemester 2002 jeweils Befragungen durchgeführt. An der ersten Befragung haben 13 Studierende teilgenommen, an der zweiten Befragung 15. Neben dem Querschnittvergleich über die Gruppe der Studierenden hinweg gab es durch einen festen Identifikationscode die Möglichkeit, über die zweifache Befragung individuelle Lernfortschritte der Teilnehmenden zu beschreiben, die an beiden Befragungen teilgenommen haben (insgesamt 10 Studierende).

Kernstück der Befragung war das Erstellen eines Repertory Grids. Um in der Auseinandersetzung über mögliche Aufgaben eine gewisse Breite zu erlangen und die Vergleichbarkeit der Repertory Grids zwischen den Testpersonen sicherzustellen, wurde als Gegenstandsmenge des Repertory Grid ein verbindliches Set an Mathematikaufgaben festgelegt, die alle zu dem überschaubaren Stoffgebiet der algebraischen Behandlung linearer Gleichungen (Klasse 8) gehören (siehe Abb. 1, die Ori-

ginal-Arbeitsanweisungen sind im Anhang von Bruder/Lengnink/Prediger 2003 abgedruckt).

1. Löse die folgenden Gleichungen und mache eine Probe. x ist die Lösungsvariable.

$18x - 25 - 11x + 49 = 3$	$3x + 12a = 0$
$3,7x + 0,8 = 6,1 - 5,3x + 0,7$	$5(x - a) = 0$
2. Finde eine lineare Gleichung, die -5 als Lösung hat.
3. Gibt es lineare Gleichungen, die mehrere Lösungen haben, und lineare Gleichungen, die gar keine Lösung haben?
4. Christian hat versucht, drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 81$$
 Wofür steht das n ?
 - a. Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
 - b. Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
 - c. Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
 - b. Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.
5. Schreibe einen Aufgabentext, der auf folgende Gleichung führt:

$$3(0,5x - 7) = 5 - 1,5x$$
6. In zwei Kisten befinden sich 54 kg Äpfel. Die zweite Kiste wiegt 12 kg mehr als die erste Kiste. Wie viele kg Äpfel sind in jeder Kiste?
7. Nenne Anwendungsbeispiele, für die das Aufstellen und Lösen einer linearen Gleichung hilfreich sein kann! Oder: Wo benötigt man lineare Gleichungen?

Abb. 1: Das Aufgaben-Set des Repertory Grid

Für die Aufgabenauswahl wurden verschiedene Kriterien berücksichtigt: Es sollte sowohl leicht erkennbare, eher äußerliche Unterscheidungsmerkmale geben (wie die Art des Aufgaben- und Frageformats) als auch weniger leicht erkennbare Unterschiede bzgl. des Handlungsziels, der Vielfalt der Lösungswege bzw. Resultate (Grad der Offenheit der Aufgabe), des Schwierigkeitsgrades und der Art der erforderlichen Lösungsüberlegungen (Handlungsinhalte). Wichtig waren z.B. auch die verschiedenen Blickrichtungen auf das gewählte Thema – formale Aspekte sollten ebenso auftreten wie Verstehen und Anwenden. Aufgabe 4 stammt aus der TIMS-Studie II (Baumert u.a. 1997).

In der Untersuchung wurden in einer ersten Phase die Lehramtsstudierenden aufgefordert, zunächst alle Aufgaben sorgfältig zu lesen und anzugeben, wie hoch sie den Beitrag der Aufgabe zu wesentlichen Lernzielen des Themengebietes „lineare Gleichungen“ im Mathematikunterricht einschätzen (auf einer Skala mit $-$ –: kein

Beitrag, -: geringer Beitrag, +: hoher Beitrag, ++: sehr hoher Beitrag). Neben dem Zweck, sich in die Aufgaben einzudenken, konnten wir so eine erste subjektive Bewertung der Aufgaben durch die Versuchspersonen gewinnen, die sich auch in der Auswertung als interessant herausstellte. Die Kenntnis wesentlicher Lehrplanziele für lineare Gleichungen in Klasse 8 konnte vorausgesetzt werden.

Danach wurden den Studierenden von der Interviewerin nacheinander die Aufgabenpaare (1,3), (4,6) und (5,7) zum direkten Vergleich vorgelegt. Zu jedem Aufgabenpaar wurden sie gebeten, mindestens ein Gegensatzpaar von Merkmalen anzugeben, das die beiden Aufgaben voneinander trennt. In der zweiten Befragung wurde den Studierenden nach zwei Paarvergleichen die Auswahl des dritten Aufgabenpaares selbst überlassen. Dabei entstand ein Spektrum an Merkmalen, die für die jeweiligen Personen wichtig waren. Dann sollten die Studierenden die restlichen fünf Aufgaben bezüglich der von ihnen angegebenen Merkmale einschätzen. Dies wurde im Beisein der Interviewerin in einer Tabelle notiert.

	Verständnisaufgabe	Rechenaufgabe	Problem zur Lösung finden	Lösung zum Problem finden	Geschlossene Aufgabe	Offene Aufgabe	Formale, algorithmische Aufgabe	„heuristische“ Aufgabe	Lösung nachvollziehen	Lösung finden	Meta-Aufgabe	„Insel“-Aufgabe	Geometrisches Verständnis	Realitätsbezug
A1 (+)		X			X		X					X		
A2 (-)	X		X		X									
A3 (++)	X					X		X						
A4 (-)					X				X					
A5 (-)	X		X		X			X						
A6 (+)		X		X	X					X				
A7 (--)						X					X			X

Abb. 2: Martins Repertory Grid aus der ersten Befragung

Um das methodische Problem abzumildern, dass durch die Vorgabe des Aufgabensets die Auswahl der Merkmale mit beeinflusst wird, wurde den Studierenden nach

Ausfüllen der Tabelle die Möglichkeit gegeben, weitere für sie relevante Merkmale zu ergänzen, die durch die Auseinandersetzung mit den Aufgaben bisher nicht aufgetaucht sind. Es zeigte sich auch, dass es oft schwer fällt, „echte“ Gegensatzpaare bei den Merkmalen zu finden. Hier wurde den Studierenden auch angeboten, zunächst ein Kriterium zu suchen, das die eine Aufgabe hat und die andere nicht, und dann ein zweites Kriterium, das die zweite Aufgabe besitzt, aber die erste nicht.

Als Beispiel ist in Abb. 2 das Repertory Grid der ersten Befragung einer Versuchsperson zu sehen, sie wird hier Martin genannt. Dieses Repertory Grid ist folgendermaßen zu lesen: Die Aufgaben A1, ..., A7 stellen die Gegenstände der Untersuchung dar, denen die von der Person genannten Merkmale zugeordnet sind. Ein Kreuz in einer Zelle des Grids bedeutet, dass ein Gegenstand ein Merkmal hat. Eine Leerzelle kann vieles bedeuten, z.B. das Merkmal trifft auf diese Aufgabe nicht zu, die Person weiß es nicht, oder das Merkmal passt nicht zu dieser Aufgabe. Hinter die Aufgabennummern wurden in Klammern die vorgenommenen Bewertungen ++, +, - oder -- gesetzt.

Die Sprache, die eine Person über die von ihr angeführten Merkmale wählt, ist frei und drückt damit ihren Stand der Auseinandersetzung mit diesem Aufgabenpool aus. Die Merkmale entsprechen somit den elementaren persönlichen Konstrukten der teilnehmenden Personen in Bezug auf diesen Aufgabenpool. Das bedeutet aber auch, dass sie kontextgebunden und durch den situativen Rahmen des vorgegebenen Aufgabenpools beeinflusst sind. Dies muss bei der Interpretation der Daten stets mit bedacht werden.

Für die Auswertung der entstandenen Repertory-Grid-Tabellen wurden mit begriffsanalytischen Methoden Liniendiagramme erstellt, deren Interpretation im nächsten Abschnitt vorgestellt wird.

3.2 Auswertungsmethoden, -hypothesen und -fragen

Die Vorgehensweise für die Auswertung der erhobenen Daten wird exemplarisch an Martins Daten vorgestellt. Dabei werden Auswertungsfragen und -hypothesen formuliert, die für die Untersuchung leitend waren. Im Vergleich mehrerer Personen lassen sich wesentliche Argumentationsmuster und Unterscheidungsmerkmale in Bezug auf ihre jeweiligen subjektiven Theorien über Aufgaben herausarbeiten. Dies wird mit der zweiten Befragung kontrastiert, und es können sowohl individuelle als auch übergreifende Veränderungen in den subjektiven Theorien der Studierenden erfasst und analysiert werden.

Auswertungsmethode für Repertory Grids

Zu jedem Repertory Grid lässt sich mit Hilfe der Formalen Begriffsanalyse (s.o.) ein Begriffsverband erstellen, der in einem Liniendiagramm dargestellt werden kann (vgl. Abb. 3).

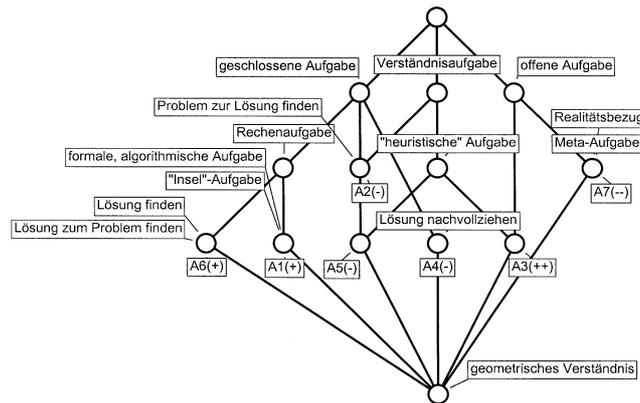


Abb. 3: Liniendiagramm zu Martins Repertory Grid aus der ersten Befragung

Aus einem solchen Liniendiagramm lässt sich das gesamte Repertory Grid ohne Informationsverlust wieder ablesen. Jede Aufgabe ist an einem kleinen Kreis verzeichnet. Auf sie treffen Merkmale dann zu, wenn sie an Kreisen notiert sind, die im Diagramm durch aufsteigende Linienzüge erreichbar sind. So wurden etwa der Aufgabe 5 die Merkmale „Verständnisaufgabe“, „geschlossene Aufgabe“, „Problem zur Lösung finden“ und „heuristische Aufgabe“ zugeordnet. Analog wurde ein Merkmal all denjenigen Aufgaben zugeordnet, die durch absteigende Linienzüge erreichbar sind. Das Merkmal „geschlossene Aufgabe“ gehört hier somit zu den Aufgaben 1, 2, 4, 5 und 6. Dass das Merkmal „geometrisches Verständnis“ am untersten Punkt steht, bedeutet, dass in Martins Augen keine Aufgabe dieses Merkmal besitzt, denn keine Aufgabe liegt unter dem Merkmal. Er hat es aber gerade aus der Beobachtung dieser Lücke seinem Grid hinzugefügt.

Über die reine Darstellung des Grids hinaus expliziert das Liniendiagramm die in den Daten des Repertory Grid enthaltene implizite logische Struktur. So kann man an dem Diagramm z.B. logische Abhängigkeiten (Merkmalimplikationen) ablesen: Beispielsweise impliziert das Merkmal „Lösung zum Problem finden“ hier „Rechenaufgabe“ und „geschlossene Aufgabe“, da diese im Liniendiagramm durch aufsteigende Linien zu erreichen sind. Eine Rechenaufgabe mit Realitätsbezug gibt es für Martin in diesem Aufgabenpool nicht, da es keine Aufgabe gibt, die (im Sinne absteigender Linienzüge) unter beiden Merkmalen liegt. Auch Teilstrukturen lassen sich interpretieren, so bilden etwa die Merkmale „geschlossene Aufgabe“, „heuristische Aufgabe“ und „offene Aufgabe“ eine so genannte Intermedialskala, in der „heuristisch“ zwischen „geschlossen“ und „offen“ liegt und jeweils in Kombination mit einem der anderen Merkmale vorkommt. Aufgaben, die „offen“ und „geschlossen“ zugleich sind, gibt es in diesem Aufgabenpool für Martin nicht.

Mit dem Liniendiagramm wird die Landschaft der in der Befragung erfassten subjektiven Theorie von Martin über Aufgaben entfaltet und einer Untersuchung zugänglich. Es können auf dieser Grundlage bestimmte Konstrukte wie etwa „offene“ und „geschlossene“ Aufgabe, die eine Person verwendet, in ihrer Bedeutung für die Person erforscht und besser verstanden werden. Auch hier ist anzumerken, dass die im Liniendiagramm entfaltete Landschaft nicht die logische Struktur der persönlichen Konstrukte einer befragten Person vollständig wiedergibt, da sie z.B. lückenhaft sind. Die Liniendiagramme können aber als Kommunikationsmittel im direkten Gespräch mit Personen eingesetzt werden, um sie mit ihren eigenen subjektiven Theorien zu konfrontieren und so einen Prozess des Nachdenkens anzuregen.

Auswertungshypothesen und -fragen

Bei der Auswertung unserer Untersuchung fokussierten wir auf die Evaluation der Lehrveranstaltung zur Lernleistungsdiagnostik in Bezug auf den Zuwachs an diagnostischer Kompetenz über Aufgaben. Nach dem Untersuchungsdesign erwarteten wir eine Entwicklung hin zu einem didaktischen Fachvokabular, wie es in der Lehrveranstaltung eingeführt wurde. Dieses würde teilweise schon vorhandene Analyseschwerpunkte der befragten Personen ausdifferenzieren und ihre Sprache über Aufgaben präzisieren. Es würden aber sicher auch neue Analysefelder für die Lernenden erschlossen, was zu einer grundsätzlichen Neustrukturierung des Sprechens über Aufgaben führen kann. Neben einer stärkeren Tiefendifferenzierung in Bezug auf die Analyse von Aufgaben war auch eine mehr übergreifende Einordnung von Aufgaben unter große Kategorien und ein Erweitern des Analysepektrums zu erwarten. All diese Veränderungen können sich auch auf die Bewertung der Aufgaben in Bezug auf ihren Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele dieses mathematischen Teilgebietes auswirken.

Für die Auswertung und den Vergleich verschiedener Repertory Grids (sowohl im Quer- als auch im Längsschnitt) haben sich unter Beachtung unserer Auswertungshypothesen einige Fragerichtungen als interessant herausgestellt. Sie werden nun in Verbindung mit den Hypothesen als Katalog vorgestellt, auf den bei der Auswertung im Detail Bezug genommen wird.

Die ersten beiden Fragen betreffen die Sprache der Personen, die durch die Merkmale erfasst wird, und die darüber gesetzten Analyseschwerpunkte der Personen:

- Welche Merkmale werden von einer Person in der Befragung genannt, wie unterscheiden sie sich von denen anderer Personen und auch von denen derselben Person in der zweiten Befragung? Ist hier eine Entwicklung hin zum didaktischen Fachvokabular der Lehrveranstaltung auszumachen?
- Welche Analyseschwerpunkte setzen einzelne Personen?

Die folgenden vier Fragen versuchen die Veränderungen der Personen im Längsschnitt zu typisieren und die Personen darüber in ihrem Veränderungsprofil zu vergleichen:

- Wie verändern sich die Analyseschwerpunkte der Personen von der ersten zur zweiten Befragung?
- In welchem Allgemeinheitsgrad und in welcher Breite und Ausdifferenzierung werden die Merkmale angesetzt und wie verändert sich dies?
- In Bezug auf die Lehrveranstaltung ist insbesondere im Längsschnitt interessant: Wie wird das in der Veranstaltung erworbene Vokabular benutzt und in das bestehende System von Merkmalen integriert?
- Können spezifische Veränderungsprofile herausgearbeitet werden?

Die letzte Frage befasst sich mit Veränderungen in der Bewertung von Aufgaben:

- Wie werden die Aufgaben in ihrem Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele bewertet und wie verändert sich diese Bewertung im Verlauf der Veranstaltung? Lassen sich mögliche Gründe dafür ablesen?

3.3 Inhaltliche Analyse und Vergleiche – drei Fallbeispiele

Bei unserer Untersuchung hat sich herausgestellt, dass die Personen unterschiedliche Analyseschwerpunkte setzen, die sich in ihrem Sprechen über Aufgaben äußern. Um diese Schwerpunktsetzungen zu verdeutlichen, haben wir die von den Personen genannten Merkmale fünf Kategorien zugeordnet, die sich auch auf Grundlage einer didaktischen Theorie über Aufgaben begründen lassen (vgl. Abschnitt 1).

Fallbeispiel 1: Martin

Die Tabelle in Abb. 4 zeigt die Merkmalkategorien und die ihnen durch Martin zugeordneten Merkmale. Diese Zuordnung stellt einen Interpretationsakt der Auswertenden dar, d.h. dass sie zunächst so von der Person vielleicht gar nicht vorgenommen würde. Sie macht es aber möglich, unterschiedliche Personen in ihren Sprachebenen bzgl. der Aufgaben zu vergleichen.

Martin aktiviert in seiner Unterscheidung zwischen den von uns vorgelegten Aufgaben besonders die Kategorie der mit der Aufgabe angeforderten Tätigkeiten und die Kategorie der Aufgabenformate. Dem Schwierigkeitsgrad von Aufgaben wie auch ihrer zeitlichen und funktionalen Einordnung im Unterrichtsprozess schenkt er kaum Beachtung. Vergleichen wir dieses Resultat mit Martins Repertory Grid aus der zweiten Befragung, so finden sich darin interessante Veränderungen auf der Ebene der benutzten Sprache, aber auch in Bezug auf den Differenzierungsgrad. Dazu ist in Abb. 5 das Liniendiagramm zu Martins Grid aus der zweiten Befragung und in Abb. 6 die zugehörige Zuordnung zu den Merkmalkategorien dargestellt.

Ein Teil der schon von Martin durch Merkmale erfassten Unterschiede zwischen den Aufgaben wird nun mit dem in der Lehrveranstaltung eingeführten didaktischen Vokabular beschrieben.

Merkalkategorien	Genannte Merkmale
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	Heuristische Aufgabe Problem zur Lösung finden Lösung finden Lösung zum Problem finden Lösung nachvollziehen
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	
Ziel- und Inhaltsdimensionen der Aufgabe	Realitätsbezug geometrisches Verständnis Verständnisaufgabe Rechenaufgabe „Insel“-Aufgabe Heuristische Aufgabe
Format der Aufgabe; Struktur der Aufgabe	geschlossene Aufgabe offene Aufgabe formale, algorithmische Aufgabe
Didaktische Funktion der Aufgabe	Meta-Aufgabe Verständnisaufgabe Rechenaufgabe

Abb. 4: Von Martin in der ersten Befragung genannte Merkmale

Dies ist besonders gut an dem Teilbereich der Aufgabenformate und dem Bereich der angeforderten Tätigkeiten festzumachen, auf dem ja bereits in der ersten Befragung einer seiner Schwerpunkte lag. So nahm er z.B. eine Einteilung in die Zieltypen verschiedener Aufgaben mit dem Vokabular (x; x; x) als (gegeben; Weg; gesucht) vor. Diese Typisierung (aus der Lehrveranstaltung) hat die vorher benutzte Sprache mit den Merkmalen „Lösung (zum Problem) finden“, „Problem zur Lösung finden“ und „Lösung nachvollziehen“ abgelöst. Damit ist dieser Gesamtbereich eher in die Kategorie der Formate gerutscht. Martin ergänzt die Tätigkeitsebene in der zweiten Befragung um weitere Aspekte, wie etwa „Beschreiben/Begründen“ und „Anwenden/Ausführen“, die er in der ersten Befragung nicht explizit genannt hat. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten taucht auch als neues Merkmal auf, das allerdings anhand der vorliegenden Diagramme nicht als Ausdifferenzierung von „heuristische Aufgabe“ in der ersten Befragung angesehen werden kann.

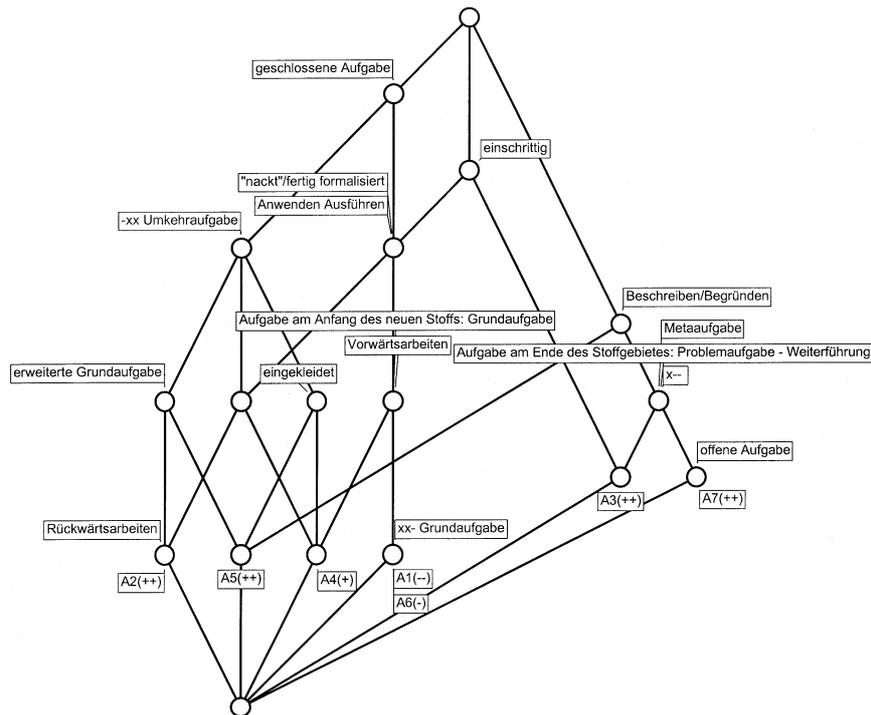


Abb. 5: Liniendiagramm zu Martins Repertory Grid aus der zweiten Befragung

Zusammenfassend lässt sich bei Martin eine Veränderung weg von selbstgewähltem Vokabular hin zu einem didaktisch geprägten und in dem Seminar erarbeiteten Vokabular festmachen. Dies bewirkt eine begriffliche Präzisierung, aber auch eine Erweiterung des Horizonts beim Sprechen über Aufgaben. So ist etwa bemerkenswert, dass die mögliche Stellung einer Aufgabe im Lernprozess von ihm neu als Unterscheidungsmerkmal angeführt wird. Vermutlich lässt sich darüber die große Veränderung in der Bewertung einzelner Aufgaben, wie etwa der Aufgabe 7, begründen, die dann je nach Stellung im Lernprozess doch ein anderes Gewicht zum Erreichen von Lernzielen bekommen. (Aufgabe 7 hatte für ihn in der ersten Befragung keinen Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele zu leisten, während sie in der zweiten Befragung einen sehr hohen Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele zugewiesen bekommen hat, vermutlich ausgelöst durch das Merkmal „Aufgabe am Ende des Stoffgebietes: Problemaufgabe – Weiterführung“.)

Während bei Martin im Verlauf der Lehrveranstaltung eine stärkere Ausdifferenzierung und begriffliche Präzisierung der Merkmale festzustellen ist, stellt sich das Bild bei der zweiten Person, hier genannt Paul, ganz anders dar.

Merkmal-kategorien	Genannte Merkmale
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	Anwenden/Ausführen Beschreiben/Begründen Vorwärtsarbeiten Rückwärtsarbeiten
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	Einschrittig
Ziel- und Inhaltsdimensionen der Aufgabe	
Format der Aufgabe, Struktur der Aufgabe	geschlossene Aufgabe offene Aufgabe eingekleidet einschrittig Metaaufgabe erweiterte Grundaufgabe xx- Grundaufgabe -xx Umkehraufgabe x— nackt/fertig formalisiert
Didaktische Funktion der Aufgabe	Aufgabe am Ende des Stoffgebietes: Problemaufgabe – Weiterführung Aufgabe am Anfang des neuen Stoffs: Grundaufgabe Metaaufgabe

Abb. 6: Von Martin in der zweiten Befragung genannte Merkmale

Fallbeispiel 2: Paul

Auffällig auf den ersten Blick ist bei Paul, dass sich die Struktur seines Liniendiagramms von der ersten Befragung zur zweiten Befragung vereinfacht (vgl. Abb. 7 und 8), im Kontrast zu Martin, bei dem sich viele Begrifflichkeiten weiter ausdifferenziert haben. Dennoch ist auch hier eine Weiterentwicklung der subjektiven Theorie durch die Lehrveranstaltung rekonstruierbar.

Während Paul im ersten Repertory Grid noch keine ausgeformtere didaktische Hintergrundtheorie erkennen ließ, wie dies bei Martin in den Bereichen des Aufgabenformats und der Tätigkeiten der Fall war, lässt das zweite Repertory Grid auf einer allerdings sehr allgemeinen Sprachebene Ansätze zur Ausbildung einer didaktischen Theorie des Sprechens über Aufgaben erkennen.

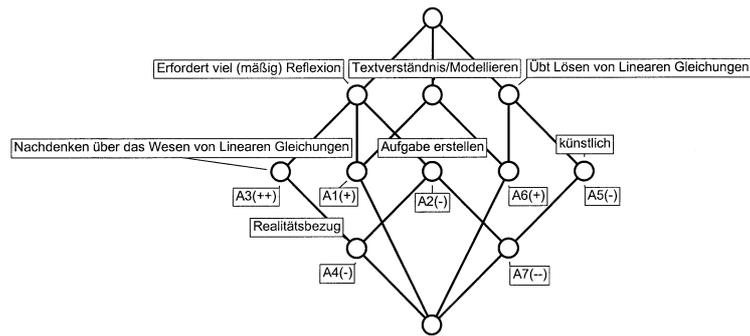


Abb. 7: Liniendiagramm zu Pauls Grid aus der ersten Befragung

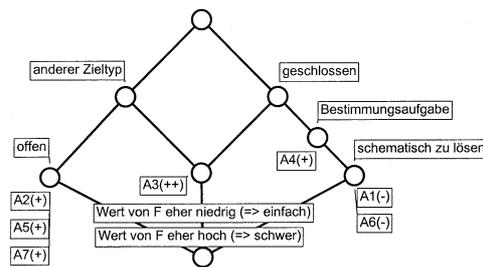


Abb. 8: Liniendiagramm zu Pauls Grid aus der zweiten Befragung

Betrachten wir dazu im Vergleich die Merkmale und ihre Zuordnung zu den Kategorien in Abb. 9. Auf den Ebenen Schwierigkeitsgrad und Aufgabenformat hat Paul eine Ausdifferenzierung in didaktischem Fachvokabular vorgenommen, die über die phänomenologische Beschreibung der ersten Befragung hinausreicht. Allerdings, und das ist ein Unterschied zu Martin, werden auch ganze Bereiche, die ihm im ersten Zugriff wichtig waren, als Unterscheidungsmerkmale nicht weiter angeführt, es könnte also sein, dass die Lehrveranstaltung hier zumindest intuitiv vorhandene Merkmale zur Unterscheidung von Aufgaben verdrängt hat.

Welche vorsichtigen Rückschlüsse lassen sich auf der Grundlage des von einer Person entfaltenen Repertory Grid über ihre persönlichen Konstrukte ziehen? Hinweise darauf gibt die logische Struktur des Liniendiagramms: „Offen“ sind für Paul auf der Grundlage dieses Aufgabenpools immer Aufgaben mit „anderem Zieltyp“, d.h. keine „Bestimmungsaufgaben“.

Es gibt in dem Pool nur eine Aufgabe, die „geschlossen“ und keine „Bestimmungsaufgabe“ ist, das ist die Aufgabe 3. „Schematisch zu lösen“ können nur „Bestimmungsaufgaben“ sein, die stets „geschlossen“ sind. Das Diagramm stellt eine

um den Begriff bei „schematisch zu lösen“ erweiterte Intermedialskala dar, bei der die Merkmale „offen“ und „Bestimmungsaufgabe“ sowie „schematisch zu lösen“ die Randpunkte stellen. Zwischen ihnen liegen die Merkmale „anderer Zieltyp“ und „geschlossen“. Eine solche Intermedialskala ist als Struktur interessant, da sie eine logische Abhängigkeit globalerer Natur, die des Dazwischenliegens, auf den Merkmalen erkennen lässt.

Merkmalkategorien	Merkmale (1. Befragung)	Merkmale (2. Befragung)
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	Textverständnis/Modellieren Aufgabe erstellen übt Lösen von Linearen Gleichungen Nachdenken über das Wesen von Linearen Gleichungen	schematisch zu lösen
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	erfordert viel (mäßig Reflexion)	Wert von F eher hoch (⇒ schwer) ¹ Wert von F eher niedrig (⇒ einfach)
Inhaltsdimensionen der Aufgabe	Realitätsbezug Nachdenken über das Wesen von Linearen Gleichungen	
Format der Aufgabe, Struktur der Aufgabe	Künstlich	geschlossen offen Bestimmungsaufgabe Anderer Zieltyp
Didaktische Funktion der Aufgabe	übt Lösen von Linearen Gleichungen	

Abb. 9: Von Paul genannte Merkmale – Gegenüberstellung beider Befragungen

Die durch die Bewertung der Aufgaben in Bezug auf ihren Beitrag zu wesentlichen Lernzielen angezeigten Präferenzen sind bei Paul sehr eindeutig. Allerdings ist eine solche Kopplung von Aufgabenbewertung und darüber indirekt vorgenommene

¹ F bedeutet Formalisierungsgrad und umfasst insbesondere den Mathematisierungsaufwand, der zur Lösung der Aufgabe zu leisten ist (aus der Lehrveranstaltung)

Merkmalbewertung zurückhaltend vorzunehmen, da sie nur auf diesem Aufgabenpool basiert. Dennoch kann man auf dieser Datengrundlage sagen, dass Paul schematisch zu lösende Aufgaben mit nur geringem Beitrag zu wesentlichen Lernzielen bewertet und die Aufgaben anderen Zieltyps als Bestimmungsaufgabe durchweg positiv sieht. Auch in der Bewertung spiegelt sich die intermediale Struktur des Diagramms wider, wo dem mittleren Bereich mit den Merkmalen „anderer Zieltyp“ und „geschlossen“ der höchste Wert beigemessen wird, zu den Rändern hin fällt die Gewichtung ab. Diese Analysen können Ausgangspunkt für ein Gespräch mit den Studierenden über ihren Lernstand sein.

Fallbeispiel 3: Eva

Einer für die Evaluation von Lehrveranstaltungen besonders interessanten Frage, welche Themen von den Lernenden angenommen worden sind und als individuelle Konstrukte auftauchen, soll anhand einer dritten Studierenden kurz nachgegangen werden, die hier Eva genannt wird. Eva hat in der zweiten Befragung das in Abb. 10 abgebildete Repertory Grid entworfen (für die zugehörigen Liniendiagramme vgl. Bruder/Lengnink/Prediger 2003). Bei ihr lässt sich eine eindeutige Vorliebe für schematische Einstufungen von Aufgaben nach bestimmten Kriterien ausmachen, die in der Lehrveranstaltung angeboten wurden. Dies zeigt sich etwa in ihrer Kategorisierung der Aufgaben nach ihren objektivierten Anforderungsstrukturen über die Termini „Komplexitätsgrad“, „Formalisierungsgrad“, „Ausführungsgrad“ und „Bekanntheitsgrad“.

Auch die in der Lehrveranstaltung vorgeschlagene Kategorisierung nach Zieltypen führt Eva ansatzweise durch (Merkmale „xx-“, „-x“, „—“ und „x—“). Dabei, und das ist für die Evaluation von Lehrveranstaltungen ebenso wichtig, ist sie allerdings nicht mit der in der Veranstaltung eingeführten Terminologie in Einklang, da die Aufgabe 5 sowohl das Merkmal „Antwort gegeben“ als auch das Merkmal „xx-“ hat, für Aufgabe 3 gilt entsprechendes. Insgesamt ist Evas subjektive Theorie somit zwar von einer Übernahme des offiziellen Vokabulars aus der Lehrveranstaltung geprägt, gleichwohl nutzt sie es mit individuellen Bedeutungen.

	Formalisierungsgrad mind. 1	Formalisierungsgrad mind. 2	Formalisierungsgrad 3	Bekanntheitsgrad mind. 1	Bekanntheitsgrad mind. 2	Bekanntheitsgrad 3	Komplexitätsgrad mind. 1	Komplexitätsgrad mind. 2	Komplexitätsgrad 3	Ausführungsgrad mind. 1	Ausführungsgrad mind. 2	Ausführungsgrad 3	xx-	-xx	—	x—	Heuristik erforderlich	Antwort gegeben	Antwort gesucht	Multiple Choice	Transfer wird abverlangt	Realitätsbezug	Eindeutig lösbar	Mehrdeutig lösbar	Textverständnis	Offene Aufgabe
A1				X	X	X							X						X				X			
A2	X	X		X			X	X		X				X			X	X			X			X		
A3	X	X	X	X			X	X	X	X	X				X		X	X			X			X		
A4							X	X								X			X	X			X		X	
A5	X	X		X	X		X			X			X					X								
A6	X			X	X	X	X			X			X				X		X			X	X			
A7	X	X	X				X	X	X	X	X				X		X		X		X	X		X		X

Abb. 10: Evas Repertory Grid aus der zweiten Befragung

4 Zusammenfassung und Ausblick

An den Beispielen ist deutlich geworden, dass sich die hier vorgestellte Methode eignet, um den Lernzuwachs einer einzelnen Person zu dokumentieren und um auch die Unterschiede zwischen den befragten Personen innerhalb einer Lehrveranstaltung herauszuarbeiten. Wie unterschiedlich sich die einzelnen Teilnehmerinnen und Teilnehmer in derselben Veranstaltung entwickeln und wie sie die ihnen angebotenen Veranstaltungsinhalte in ihre subjektiven Theorien einbauen, ist nur durch ein freies Instrument explizierbar (dies wurde in Lengnink/Prediger 2003 theoretisch fundiert). Dafür ist es wichtig, keine Sprache vorzugeben, sondern die Befragten selbst zur Sprache kommen zu lassen. Die in unserem Untersuchungsdesign vorgegebene Gegenstandsmenge (Aufgabenset) ermöglicht es, neben der freien Sprache dennoch die persönlichen Konstrukte unterschiedlicher Personen vergleichen zu können. Dies überzeugt uns davon, die Methode sowohl zur gezielten Evaluation von Lehrveranstaltungen einsetzen zu können, als auch zur individuellen Beratung der Lernenden in Bezug auf ihre Entwicklungsfortschritte und -perspektiven.

Nach dem derzeitigen Design zielt unsere Untersuchung auf die Evaluation von Lehrveranstaltungen und Lerneffekten ab, sie ist aber auch für die Erfassung sub-

jektiver Theorien allgemein geeignet. Der methodische Ansatz, über Aufgaben die Sprache der (zukünftigen) Lehrerinnen und Lehrer und damit Bereiche ihres Denkens über Mathematikunterricht zu erfassen, hat sich bewährt, auch wenn es sich dabei nur um einen Ausschnitt aus der Vielfalt von Unterrichtssituationen und -parametern handelt.

Weitere bisher angedachte Einsatzfelder von Repertory Grids sind Lehrveranstaltungsevaluationen zu anderen fachdidaktischen Themen. Es ist vorstellbar, dass anstelle der Aufgaben in unserem Modell Situationsschilderungen von Unterricht zum Vergleich vorgestellt werden. Auf diese Weise könnten Vorstellungen bzw. die individuellen Sprachebenen über Unterrichtsgestaltung differenziert erfasst werden. Damit könnten bestehende Ansätze (einen guten Überblick gibt Tietze 2002) weiter entwickelt werden.

Zur Zeit wird die hier vorgestellte Methode im Rahmen eines von der DFG im Schwerpunktprogramm „Bildungsqualität Schule“ geförderten Forschungsprojektes zur Förderung von Problemlösen und Selbstregulation (Bruder/Schmitz) angewendet, um spezifische Lerneffekte der zu diesem Themenfeld entwickelten Lehrerfortbildungsprogramme bei den Versuchslehrer/innen zu beschreiben (Komorek/Bruder/Schmitz 2003).

Literatur

- Baumert, J./Lehmann, R./Lehrke, M./Schmitz, B./Clausen, M./Hosenfeld, I./Köller, O./Neubrand, J.(1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske + Buderich
- Bruder, R. (1988): Grundfragen mathematikmethodischer Theoriebildung unter besonderer Berücksichtigung des Arbeitens mit Aufgaben. Potsdam, Dissertation B
- Bruder, R. (2000a): Eine akzentuierte Aufgabenauswahl und Vermitteln heuristischer Erfahrung – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle. In: Flade, L./Herget, W. (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS – Anregungen für die Sekundarstufen. Berlin: Volk und Wissen, S. 69f.
- Bruder, R. (2000b): Mit Aufgaben arbeiten. Ein ganzheitliches Konzept für eine andere Aufgabenkultur. In: mathematik lehren 101, S. 12–17
- Bruder, R./Lengnink, K./Prediger, S. (2003): Ein Instrumentarium zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben. Preprint Nr. 2265, FB Mathematik, TU Darmstadt (<http://wwwbib.mathematik.tu-darmstadt.de/MathNet/Preprints/Listen/shadow/pp2265.html>)
- Fransella, F./Bannister, D. A. (1977): A manual for repertory grid technique, London: Academic Press.
- Fischler, H. (1996): Das Atommodell im Unterricht. Lernschwierigkeiten oder Lehrerprobleme? In: Duit, R./von Rhöneck, C. (Hrsg.): Lernen in den Naturwissenschaften. Kiel: Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften, S. 356–382.
- Fischler, H. (2001): Verfahren zur Erfassung von Lehrer-Vorstellungen zum Lehren und Lernen in den Naturwissenschaften. In : Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 7, S. 105–120

- Ganter, B./Wille, R. (1996): Formale Begriffsanalyse: Mathematische Grundlagen. Berlin-Heidelberg: Springer.
- Grigutsch, S./Raatz, U./Törner, G. (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 19(1), S. 3–45.
- Groeben, N./Wahl, D./Schlee, J./Scheele, B. (1988): Das Forschungsprogramm Subjektive Theorien. Eine Einführung in die Psychologie des reflexiven Subjekts. Tübingen: Francke.
- Hiskonen, K. (1999): A good pupil's beliefs about mathematics learning assessed by repertory grid methodology. In: Zaslavsky, O. (Hrsg.): *Proceedings of the 23. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-23)* Vol. 3., S. 97–104
- Kelle, U. (1994): Empirisch begründete Theoriebildung: zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung, Deutscher Studienverlag: Weinheim
- Kelly, G. A. (1955): *The psychology of personal constructs*. New York: Norton (Neuaufgabe 1991, deutsch 1986)
- Komorek, E./Bruder, R./Schmitz, B. (2003): Wie kann man Lehrervorstellungen über Aufgaben erfassen? Adaption der Repertory Grid Technik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 361–364
- Kromrey, H. (1990): *Empirische Sozialforschung: Modelle und Methoden der Datenerhebung und Datenauswertung*. Opladen: Leske und Budrich
- Lenné, H. (1969): *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Klett: Stuttgart
- Lengnink, K./Prediger, S. (2003): Development of personal constructs about mathematical tasks – A qualitative study using repertory grid methodology. In: Pateman, N. A. u.a. (Hrsg.): *Proceedings of the 27th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Hawaii 2003, Vol. 4, S. 39–46
- Lompscher, J. u.a. (1985): *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit*. Berlin: Volk und Wissen
- McQualter, J.W. (1986): Becoming a mathematics teacher: The use of personal construct theory. In: *Educational Studies in Mathematics* 17(1), S. 1–14
- Scheer, J.W. (1992): Psychologie der persönlichen Konstrukte und Repertory Grid-Technik. Ein idiographischer Ansatz in klinischer und medizinischer Psychologie. In: Schmidt, L.R. (Hrsg.): *Psychologische Aspekte medizinischer Maßnahmen. Jahrbuch der medizinischen Psychologie*, Band 7, Berlin u.a.: Springer, S. 273–290
- Spangenberg, N. (1990): *Familienkonflikte eßgestörter Patientinnen: Eine empirische Untersuchung mit Hilfe der Repertory Grid-Technik*, Habilitationsschrift, Justus-Liebig-Universität Gießen
- Spangenberg, N./Wolff, K.-E. (1988): Conceptual grid evaluation. In: Bock, H. (Hrsg.): *Classification and related methods of data analysis*, Amsterdam: Elsevier Science Publication, S. 577–589
- Tietze, U.-P. (Hrsg.) (2002): *Unterrichtsbezogene Vorstellungen von Mathematiklehrern*. In: *Der Mathematikunterricht* 48(4–5)
- Thompson, A. G. (1992): Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: Grouws, D. A. (Hrsg.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York: MacMillan, S.127–146
- Törner, G./Pehkonen, E. (1996): Literature on mathematical beliefs, *Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, Universität Duisburg*, Nr. 341

Williams, S. R./Pack, M. (1997): Teachers' beliefs about mathematics as assessed with repertory grid methodology. In: Dossey, J. A./Swafford, J. O. u.a. (Hrsg.): Proceedings of the nineteenth annual meeting: Psychology of mathematics education (PME-NA XIX). Vol. 2. Discussion groups, research papers, short oral reports, and poster presentations, ERIC, S. 453–458

Anschrift der Verfasserinnen

Prof. Dr. Regina Bruder und Dr. Katja Lengnink
AG Fachdidaktik
Fachbereich Mathematik
TU Darmstadt
Schlossgartenstraße 7
64289 Darmstadt
bruder@mathematik.tu-darmstadt.de
lengnink@mathematik.tu-darmstadt.de

Prof. Dr. Susanne Prediger
AG Didaktik der Mathematik
Fachbereich Mathematik/Informatik
Universität Bremen
Postfach 330440
28334 Bremen
prediger@math.uni-bremen.de