Mathematische Studierfähigkeit in MINT-Studiengängen – Inwiefern halten Expertenlehrkräfte die Erwartungen von Hochschullehrenden in der Schule für umsetzbar und realisiert?

CHRISTOPH DEEKEN, LEUPHANA UNIVERSITÄT LÜNEBURG & IPN KIEL; IRENE NEUMANN, IPN KIEL & AISO HEINZE, IPN KIEL

***Zusammenfassung**: In der hier berichteten Online-Befragung wurden 84 Fachleitende als Expertenlehrkräfte darum gebeten einzuschätzen, inwieweit sich Lernvoraussetzungen, die seitens der Hochschulen von MINT-Studienanfängerinnen und -anfängern erwartet werden, sinnvoll im Unterricht an Schulen thematisieren lassen (implementiertes Curriculum) und inwieweit Abiturientinnen und Abiturienten schließlich über diese verfügen (realisiertes Curriculum). Dabei zeigte sich, dass die erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen größtenteils im Unterricht gefördert werden können, während nur wenige dieser Lernvoraussetzungen aus Expertensicht von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten sicher beherrscht werden.*

***Abstract:** Previous studies provided a catalogue of the mathematical learning prerequisites that are regarded necessary for incoming STEM freshmen from the perspective of university instructors in Germany. The present online-study elicited 84 expert teachers' (i.e., instructors for mathematics teacher trainees) views on how well these prerequisites 1) can be addressed by school mathematics education (implemented curriculum) and 2) are present in high school graduates (realized curriculum). We found that expert teachers regarded most of the prerequisites addressable by school mathematics education. In contrast, they indicated that only a few learning prerequisites are actually met by at least 50 % of the high school graduates.*

1. Einleitung

In Deutschland gibt es seit Jahren einen Mangel an Fachkräften insbesondere im MINT-Bereich. Gleichzeitig sind bei der Qualifizierung solcher Fachkräfte an deutschen Hochschulen hohe Anzahlen von Fachwechsel und Studienabbrüchen zu beobachten (z. B. Heublein et al., 2010; Heublein et al., 2012). Dies wird nicht zuletzt fehlenden mathematischen Vorkenntnissen zugeschrieben (Heublein et al., 2010). Doch wie lassen sich mögliche fehlende Vorkenntnisse nach 12 oder 13 Jahren Mathematikunterricht erklären? Ein Erklärungsansatz wird in der veränderten Lernumgebung und im veränderten Lerngegenstand Mathematik an Hochschulen im Vergleich zur Schule gesehen, sodass erworbene Schulkenntnisse nicht direkt zur Bewältigung der mathematischen Anforderungen an Hochschulen genutzt werden können (z. B. De Guzmán et al., 1998; Geisler & Rolka, 2021; Gueudet, 2008; Gueudet & Pepin, 2018; Rach & Heinze, 2017; Rach & Ufer, 2020). Ein weiterer möglicher Erklärungsansatz wäre, dass zentrale Ziele des Mathematikunterrichts der Sekundarstufen I und II von großen Teilen der Absolventinnen und Absolventen nicht erreicht werden (z. B. Kampa et al., 2016; Rolfes et al., 2021). Diverse Studien untersuchten die Übergangsproblematik von der Schulmathematik in die Hochschulmathematik bezüglich (a) bestimmter mathematischer Inhalte und deren unterschiedlicher Behandlung in Schule und Hochschule, (b) der unterschiedlichen Herangehensweise an mathematische Beweise und (c) unterschiedlicher Lern- und Arbeitskulturen an den verschiedenen Institutionen (Gueudet & Thomas, 2020). Ob und inwieweit auf Systemebene, d. h. auf Ebene von normativen Vorgaben der Schule einerseits und Erwartungen der Hochschule andererseits, Ursachen für die Übergangsproblematik vorliegen, wurde dagegen kaum untersucht. Dazu müsste analysiert werden, inwiefern sich das intendierte, implementierte und realisierte Curriculum (IEA, 1979; Travers et al., 1989) des schulischen Mathematikunterrichts mit den mathematischen Anforderungen zu Studienbeginn decken. Hinsichtlich der Passung zwischen den Mathematiklehrplänen einzelner Bundesländer (intendiertes Curriculum) und den notwendigen mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge liegen bereits erste Erkenntnisse für ein Bundesland vor (Heinze et al., 2022). In diesem Artikel wird über eine Befragung von Expertenlehrkräften für Mathematik berichtet, die sowohl die unterrichtliche Umsetzbarkeit (implementiertes Curriculum) von mathematikbezogenen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge als auch deren Realisierung in Form von entsprechenden Kompetenzen, Vorstellungen und Merkmalen bei Abiturientinnen und Abiturienten (realisiertes Curriculum) bewertet haben.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1 Mathematische Anforderungen in der Studieneingangsphase

Sowohl national als auch international liegen zahlreiche Forschungsergebnisse vor, die bedeutsame Unterschiede zwischen der Schul- und der Hochschulmathematik beschreiben (Rach, 2014; Gueudet, 2008; De Guzmán et al., 1998). Die Schulmathematik lässt sich durch einen vergleichsweise stärkeren Fokus auf das Lösen realweltlicher Probleme, die Beschreibung mathematischer Konzepte, die Argumentation mit dem Ziel der Überzeugung, die Einführung von Konzepten durch Verknüpfung mit der Erfahrungswelt der Lernenden sowie das exemplarische Arbeiten beschreiben (Hoyles et al., 2001; KMK, 2012; OECD, 2023; Rach, 2014; Tall, 1992). Im Gegensatz dazu wird in der Hochschulmathematik besonders die Arbeit an innermathematischen Problemen, die Einführung mathematischer Konzepte über abstrakte Eigenschaften mittels formaler Definition, die Rolle mathematischer Beweise zur Generierung wissenschaftlicher Evidenz mit Hilfe logischer Deduktion ausgehend von formalen Definitionen, Eigenschaften oder Sätzen sowie die Präsentation von Mathematik im Schema „Definition-Satz-Beweis" betont (z. B. Engelbrecht, 2010; Hoyles et al., 2001; Rach, 2014; Tall, 1992; Thomas et al. 2015).

Entsprechend erwarten Hochschullehrende von den Studienanfängerinnen und Studienanfängern bestimmte Lernvoraussetzungen, um sich mit der Hochschulmathematik auseinandersetzen zu können. Zur Beschreibung solcher Lernvoraussetzungen liegen bereits einige Anforderungskataloge einzelner Arbeitsgruppen vor, wie z. B. cosh – cooperation schule:hochschule in Baden-Württemberg, Konferenz der Fachbereiche Physik (KFP) oder

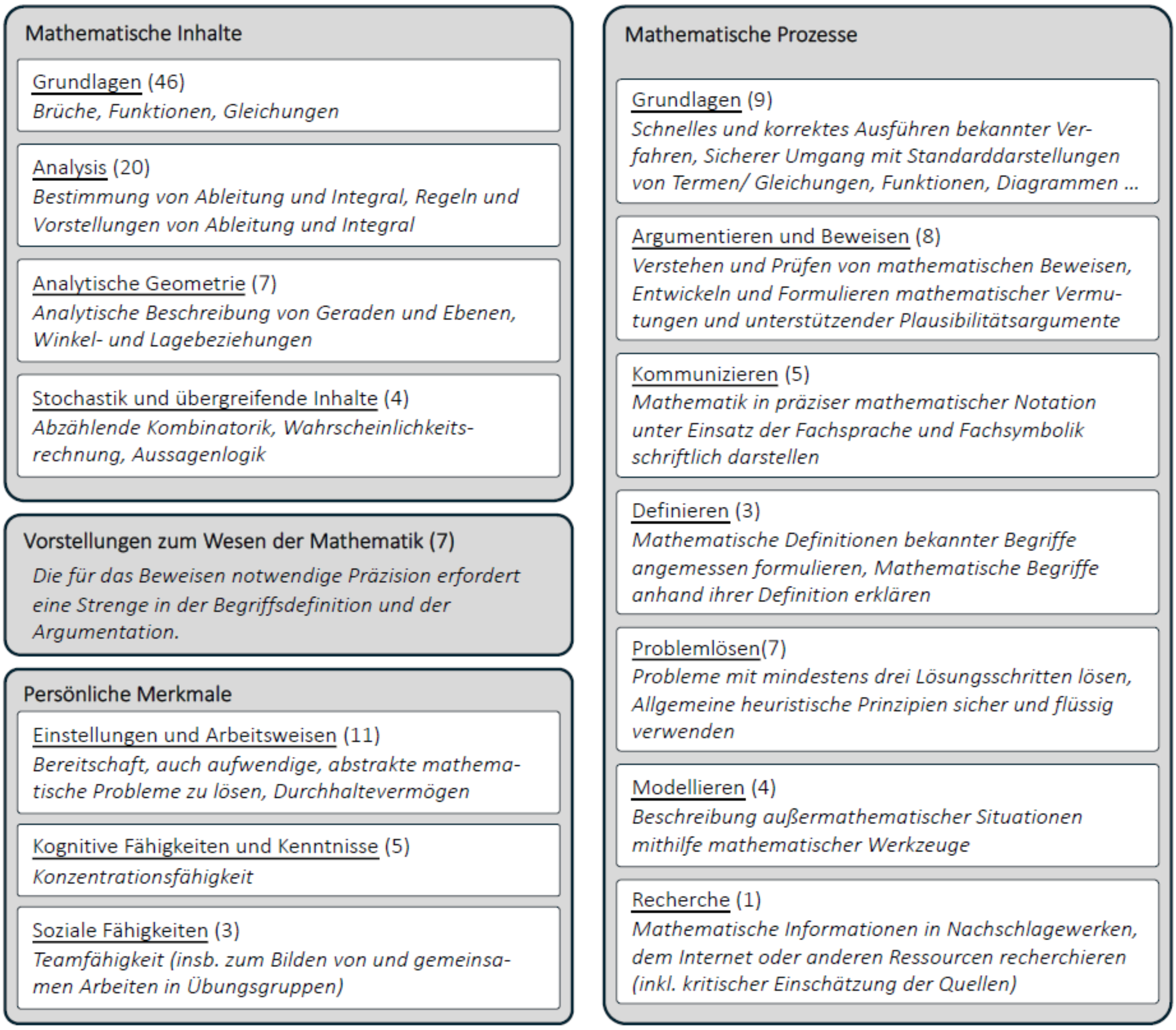

Abb. 1: Übersicht über die in der Delphi-Studie MaLeMINT (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017) identifizierten erwarteten Lernvoraussetzungen. Die Zahlen in Klammern geben jeweils die Anzahl an Lernvoraussetzungen pro (Unter-)Kategorie an. Kursiv gesetzt sind Beispiele für Lernvoraussetzungen.

European Society for Engineering Education (SEFI), die notwendige mathematische Eingangsvoraussetzungen aus Hochschulsicht für einzelne Studienfächer und/oder Bundesländer beschreiben (cosh, 2021; KFP, 2012; SEFI, 2013). Umfassende und systematische empirische Forschung zu erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen von der Hochschulseite gibt es dagegen national und international nur wenig. Sutherland und Dewhurst (1999) entwickelten beispielsweise das sogenannte Mathematics Education Framework für Großbritannien. Eine weitere empirische Studie wurde von Konegen-Grenier (2001) mit einer großen Stichprobe von Hochschullehrenden in Deutschland durchgeführt. Allerdings lag hier der Fokus auf der allgemeinen Studierfähigkeit, sodass konkrete mathematische Lernvoraussetzungen nicht erfasst wurden. Die derzeit umfangreichste empirisch gestützte Beschreibung mathematischer Studieneingangsvoraussetzungen für MINT-Studiengänge aus Sicht von Hochschullehrenden in Deutschland ist aus der Delphi-Studie von Deeken et al. (2020) hervorgegangen (s. a. Neumann et al., 2017). Aus den Angaben von 952 Hochschullehrende für Einführungsveranstaltungen der Mathematik in MINT-Studiengängen wurden 140 notwendige mathematische Lernvoraussetzungen in den vier Kategorien „Mathematische Inhalte“, „Mathematische Arbeitstätigkeiten“, „Vorstellungen vom Wesen der Mathematik“ sowie „Persönliche Merkmale“ identifiziert (Überblick in Abb. 1; für den gesamten Katalog siehe Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017). Damit liegt eine vergleichsweise detaillierte Darstellung der Erwartungen von Hochschulseite vor, die als Basis für einen Abgleich mit dem in der Schule implementierten und realisierten Curriculums dienen kann.

2.2 Schulischer Mathematikunterricht zum Erwerb mathematischer Lernvoraussetzungen für die Hochschule

Die mathematischen Kompetenzen, die zur Bewältigung der Lernanforderungen in Lehrveranstaltungen zur Hochschulmathematik benötigt werden, sollten Studienanfängerinnen und Studienanfänger im Sinne ihrer Studierfähigkeit vor allem im Rahmen des schulischen Mathematikunterrichts erworben haben. Als Rahmenmodell zur Analyse schulischen Mathematikunterrichts kann auf das dreistufige Modell aus intendiertem, implementiertem und realisiertem Curriculum zurückgegriffen werden (IEA, 1979; Travers et al., 1989). Die Systemebene wird in diesem Modell über das intendierte Curriculum abgebildet, welches den systemisch beabsichtigten Bildungsoutput beschreibt. Das implementierte Curriculum beinhaltet die von Lehrkräften im Unterricht vorgenommene Umsetzung des intendierten Curriculums in konkrete Lernangebote. Der Erfolg der Nutzung dieser Lernangebote determiniert das realisierte Curriculum als vorhandene mathematische Kompetenzen der Lernenden.

Auf der Ebene des intendierten Curriculums lieferte eine Dokumentenanalyse des schleswig-holsteinischen Lehrplans Mathematik der Sekundarstufen I und II erste Erkenntnisse, in welchem Umfang die von Hochschullehrenden erwarteten Lernvoraussetzungen im Mathematikunterricht adressiert werden sollen. Ein systematischer Abgleich zwischen den hochschulseitigen Lernvoraussetzungen aus der MaLeMINT-Studie und dem gymnasialen Lehrplan in Schleswig-Holstein zeigte, dass viele der erwarteten Lernvoraussetzungen zumindest teilweise abgedeckt sind[1] (Heinze et al., 2022). Besonders waren geforderte mathematische Arbeitstätigkeiten und mathematische Inhalte in diesem intendierten Curriculum zu finden, während Voraussetzungen zu persönlichen Merkmalen und insbesondere Vorstellungen zum Wesen der Mathematik nur wenig bis gar nicht curricular verankert sind. Gemessen daran, dass die mathematischen Lernvoraussetzungen der MaLeMINT-Studie als Mindestanforderungen aus Sicht von Hochschullehrenden formuliert wurden, ist dieses Ergebnis nicht optimal. Allerdings scheinen jedoch die vielfach von Hochschullehrenden angemerkten Lücken der Studienanfängerinnen und Studienanfänger bzgl. der Mittelstufeninhalte (z. B. Baumann, 2013) nicht grundsätzlich auf eine fehlende Verankerung der Lernvoraussetzungen im Lehrplan zurückzuführen zu sein.

Auf der Ebene des implementierten Curriculums liegen keine vergleichbaren Erkenntnisse vor. Sie einfach zu übertragen, wäre jedoch zu kurz gegriffen. So zeigten Curriculumsanalysen im Rahmen von TIMSS III, dass beim Transformationsprozess des intendierten Curriculums in unterrichtliche Lernangebote deutliche Diskrepanzen auftreten (Baumert et al., 2000b). Die Autoren fanden sowohl Lernangebote zu Inhalten, die nicht Teil des intendierten Curriculums waren, als auch das Fehlen von Lernangeboten zu lehrplankonformen Inhalten. Auch die TALIS-Videostudie bestätigte, dass man „Unterrichtsqualität und Lernergebnisse nur bedingt über Lehrpläne und Standards kontrollieren kann“ (Grünkorn et al. 2020, S. 37). Schon in der begrenzten deutschen Stichprobe der Studie variierten Dauer, inhaltliche Schwerpunkte sowie Methoden der betrachteten Unterrichtseinheiten zu quadratischen Gleichungen deutlich.

Auch auf der Ebene des realisierten Curriculums fehlen bislang Arbeiten, die konkrete mathematische Lernvoraussetzungen so umfassend wie in der MaLeMINT-Studie bei Studienanfängerinnen und -anfängern erfassen. Studien in der Oberstufe liegen zwar vor, wobei aber oft lediglich der mathematische Bildungsstand gemessen an der Sekundarstufe I untersucht wurde (also: inwieweit Schülerinnen und Schüler der Oberstufe über eine mathematische Grundbildung aus der Sekundarstufe I verfügen). Die (zumeist auf Bundesländerebene) repräsentativen Studien, die in der (gymnasialen) Oberstufe durchgeführt wurden, attestieren den meisten Schülerinnen und Schülern in der Oberstufe eine mathematische Grundbildung aus der Sekundarstufe I (vgl. die Sekundäranalyse in Rolfes et al., 2021). Bedingt durch starke länderspezifische Disparitäten im Leistungsstand der Lernenden schwankt der Anteil der Schülerinnen und Schüler, die einen entsprechenden Leistungsstand nicht erreichen, zwischen etwas weniger als 20 % in Baden-Württemberg (TOSCA und TOSCA-R; Nagy et al., 2007; Nagy et al., 2010; Watermann et al., 2004) und 44 % in Hamburg (LAU-13; Lehmann et al., 2012). Diese Befunde werden von weiteren Schulleistungsstudien mit dem Testinstrumentarium des Nationalen Bildungspanels (NEPS-BW, NEPS-SC3) weitgehend gestützt (vgl. Rolfes et al., 2021).

In Bezug auf die Leistungen zur voruniversitären Mathematik zeichnen die vorliegenden Untersuchungen ein eher ungünstiges Gesamtbild (vgl. Rolfes et al., 2021). Im TIMSS-Test verfehlen ca. 70 % des Abiturjahrgangs 1996 die Anforderungen, die als grundlegend für die gymnasiale Oberstufe angesehen werden (vgl. Baumert et al., 2000a, 2000b und für das Kompetenzstufenmodell Klieme, 2000). Entsprechend der Befunde zu den Mittelstufeninhalten zeigen sich auch bei den Inhalten der voruniversitären Mathematik wieder starke länderspezifische Leistungsunterschiede (Rolfes et al., 2021): Die besten Ergebnisse wurden von den Schülerinnen und Schülern in der TOSCA-R-Untersuchung (Baden-Württemberg) erzielt, von denen ungefähr 45 % zumindest Leistungen zeigten, die dem grundlegenden Niveau voruniversitärer Mathematik entsprechen. Die diesbezüglich schlechtesten Leistungen wurden für die Stadtstaaten Bremen und Hamburg berichtet, wo teilweise nur 10 % der Schülerinnen und Schüler entsprechende Leistungen erzielen. Erwartungskonform zeigen sich daneben deutliche Unterschiede in den Schülerleistungen je nach Anspruchsniveau des Kurses (erhöhtes bzw. grundlegendes Niveau). Die vorliegenden Forschungsergebnisse deuten darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler in Kursen auf erhöhtem Niveau (Leistungskursen) in der TIMSS-Untersuchung im Bundesschnitt zu 56 % mindestens den grundlegenden Anforderungen der gymnasialen Oberstufe genügen (vgl. Baumert et al. 2000a, 2000b). Weitere Schulleistungsstudien zeigen auch diesbezüglich erneut starke Länderunterschiede.

Insgesamt lässt sich auf Basis dieser limitierten Forschungslage vorsichtig vermuten, dass die deutliche Mehrheit der Abiturientinnen und Abiturienten in Deutschland zentrale Ziele der gymnasialen Oberstufe im Fach Mathematik verfehlen. Dies deutet auf Differenzen zwischen dem intendierten und dem realisierten Curriculum hin, wobei das implementierte Curriculum in den genannten Studien weitgehend nicht betrachtet wird. Dabei muss jedoch einschränkend berücksichtigt werden, dass die Forschungslage für Deutschland als defizitär anzusehen ist (vgl. Neumann & Trautwein, 2019; für einen Überblick über alle Schulleistungsstudien ab 1995: Rolfes et al., 2021). So fehlt es an einem kontinuierlichen Bildungsmonitoring für die gymnasiale Oberstufe, wie es für die Mittelstufe vorliegt. Ferner bezieht sich die aktuellste zumindest auf Länderebene repräsentative Schulleistungsstudie auf Daten aus dem Jahr 2012 (LAU-Studie für Hamburg). Seit der Third International Mathematics and Science Study (TIMSS; Baumert et al., 2000a, 2000b) gibt es keine für das gesamte Bundesgebiet repräsentative Schulleistungsstudie mehr, die neben Basiswissen und Basisfähigkeiten bzw. mathematischer Grundbildung (in Bezug auf Mittelstufenmathematik) auch Leistungen in voruniversitärer Mathematik breit abbildet (Rolfes et al., 2021). Ebenso fraglich ist, über welche Kompetenzen die Abiturientinnen und Abiturienten hinsichtlich der Studieneingangsanforderungen verfügen, die in den Schulleistungsstudien nicht oder unterrepräsentiert getestet wurden (z. B. prozedural-technische Fähigkeiten). Zusammengenommen lassen weder die vorliegenden Studien zum implementierten noch zum realisierten Curriculum schulischen Mathematikunterrichts eine Verortung der Übergangsprobleme zwischen der Schule und der Hochschule zu, sondern werfen vielmehr weitere Fragen auf.

3. Die Studie

Zur Verortung der Übergangsprobleme und einer systematischen Reduzierung entsprechender Hindernisse am Übergang von Schule in ein MINT-Studium bedarf es der Transparenz über Bedingungen und Anforderungen der abgebenden sowie der aufnehmenden Institution. Während die notwendigen mathematischen Lernvoraussetzungen aus Hochschulsicht in einer umfassenden empirischen Studie aus der Perspektive von Hochschullehrenden beschrieben wurden, ist der Blick auf die abgebende Institution Schule noch unvollständig. Wie erwähnt, liegen zu einzelnen Bundesländern bereits Leistungserhebungen zum Lernstand in Mathematik in der gymnasialen Oberstufe vor (LISA-Studie Schleswig-Holstein, TOSCA-R-Untersuchung Baden-Württemberg, LAU-Studie Hamburg). Im Kern messen diese jedoch, inwiefern die Schülerinnen und Schüler ausgewählte Ziele der gymnasialen Oberstufe erreichen bzw. inwiefern Abschlüsse der betrachteten Länder vergleichbar sind. Abgesehen von den bereits geschilderten Einschränkungen und der dünnen Befundlage ist das Verhältnis zwischen implementierten und realisierten Mathematikcurriculum der Schule einerseits und den mathematikbezogenen Anforderungen in der Studieneingangsphase andererseits somit bislang unerforscht. Verstärkt wird diese Einschätzung dadurch, dass die aus Sicht von Hochschullehrenden erforderlichen mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017) anscheinend auch Aspekte enthalten, die in den Lehrplänen nicht bzw. nicht vollständig enthalten sind (vgl. Heinze et al., 2022). Diese Studie adressiert daher die folgenden Forschungsfragen:

1) Inwiefern lassen sich die mathematischen Lernvoraussetzungen, die aus Hochschullehrendensicht erforderlich für ein MINT-Studium sind, aus der Perspektive von Fachleitenden als Expertinnen und Experten im Rahmen des Mathematikunterrichts an Schulen adressieren und fördern?
2) In welchem Ausmaß gelingt die Ausbildung entsprechender Kompetenzen, Vorstellungen und Arbeitsweisen im Mathematikunterricht an Schulen aus Sicht von Fachleitenden als Expertinnen und Experten?

4. Methode

Um mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge für die vorliegende Studie zu konkretisieren wird auf die Ergebnisse aus der MaLeMINT-Studie (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017) zurückgegriffen, da es sich für Deutschland um die umfassendste empirisch gestützte Beschreibung mathematikbezogener Studieneingangsanforderungen in MINT-Studiengängen aus Sicht von Hochschullehrenden handelt. Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde eine Expertenbefragung durchgeführt, in der die Lernvoraussetzungen aus dem MaLeMINT-Katalog von Expertenlehrkräften eingeschätzt wurden. Alternativ hätte auch ein direkter Forschungszugang (z. B. durch Unterrichtsbeobachtungen) gewählt werden können. Dies wäre allerdings mit einem enormen finanziellen und zeitlichen Aufwand verbunden gewesen. Insbesondere das Fehlen bestimmter Aspekte im implementierten Curriculum reliabel aufzuzeigen, erfordert, eine Vielzahl an Unterrichtsstunden zu beobachten und zu analysieren (vgl. Grünkorn et al., 2020). Um dennoch einen ersten Schritt in Richtung Aufklärung des Verhältnisses zwischen implementiertem und realisiertem Mathematikcurriculum der Schule einerseits und mathematikbezogenen Anforderungen in der Studieneingangsphase andererseits zu erhalten, wurde daher eine Expertenbefragung gewählt. Die Befragung von Expertenlehrkräften ist eine gängige, alternative Methode, die auch in anderen Studien zur Analyse des implementierten Curriculums (u. a. zur Überprüfung der curricularen Validität von Tests) in internationalen Schulleistungsstudien wie TIMSS III erfolgreich eingesetzt wurde (Baumert et al., 2000b).

Auch zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage wurde aus forschungsökonomischen Gründen von einem direkten Forschungszugang mittels Leistungstests abgesehen. So wurden seit der TIMSS III Untersuchung vor knapp 30 Jahren für die Oberstufe keine für das gesamte Bundesgebiet repräsentative Schulleistungsstudie im Fach Mathematik mehr durchgeführt. Darüber hinaus ist der Katalog mathematischer Lernvoraussetzungen aus der MaLeMINT-Studie mit 140 mathematikbezogenen Anforderungen sehr komplex, sodass für eine valide Untersuchung der Kompetenzen von Abiturientinnen und Abiturienten viele Items (Multi-Matrix-Design mit hohen Anforderungen an die Stichprobengröße) erforderlich wären. Gleichzeitig ist aus der Professionsforschung bekannt, dass kompetente Lehrkräfte über gute diagnostische Kompetenzen zur Einschätzung des Leistungsstandes von Schülerinnen und Schülern verfügen. So weisen die Meta-Analyse von Südkamp et al. (2012) und der Forschungsüberblick von Urhahne und Wijnia (2021) auf moderate bzw. gute Übereinstimmung der Lehrkräfteeinschätzung mit den Testergebnissen von Schülerinnen und

Schülern hin. Vor diesem Hintergrund wird die Expertenbefragung als geeignetes Instrument zur Beantwortung der Forschungsfragen eingeschätzt.

Die Güte der Ergebnisse einer Expertenbefragung ist insbesondere davon abhängig, wer als Expertin bzw. Experte angesehen und ausgewählt wird. Expertise wird in dieser Studie in der Lehrkräfteprofessionalität verortet, die sich vor allem aus fachlicher, fachdidaktischer und diagnostischer Kompetenz zusammensetzt (Helmke, 2014) und insbesondere eine umfangreiche Kenntnis sowohl des intendierten und implementierten Curriculums im Fach Mathematik als auch des Leistungsstands der Abiturientinnen und Abiturienten umfasst. Auf dieser Basis sind Fachleiterinnen und Fachleiter für Mathematik an Studienseminaren bzw. Landesinstituten als Expertinnen und Experten für ihr jeweiliges Bundesland anzusehen, da sie sich in der Regel intensiv mit den Mathematiklehrplänen sowie Abschlussprüfungen auseinandersetzen und ein Bindeglied zwischen Lehrkräften an Schulen und der Bildungsadministration darstellen. Gleichzeitig haben sie über die Ausbildung von Referendarinnen und Referendaren einen Überblick über den Leistungsstand der Schülerinnen und Schüler in den Schulen ihres regionalen Dienstbereichs und aufgrund ihrer umfassenden eigenen Unterrichtserfahrungen Kenntnis darüber, ob intendierte Kompetenzziele im Mathematikunterricht adressiert und gefördert werden können. Fachleiterinnen und Fachleiter Mathematik an Studienseminaren bzw. Landesinstituten aus verschiedenen Bundesländern wurden daher in dieser Studie als Expertenstichprobe gewählt.

Die Befragung dieser Expertinnen und Experten erfolgte online mithilfe eines standardisierten Fragebogens. Dabei wurden die Befragungen einzeln und anonymisiert durchgeführt. Die zugesicherte Anonymität sollte dazu beitragen, dass die Expertinnen und Experten wahrheitsgemäß auf Fragen mit bildungspolitischer Brisanz antworten können, ohne negative Konsequenzen fürchten zu müssen. Damit einhergehend ermöglichte eine solche Gestaltung der Expertenbefragung eine Reduzierung der Einflüsse von sozialer Erwünschtheit.

4.1 Stichprobe

Für die Rekrutierung der Stichprobe wurde zunächst eine Recherche in den Onlineauftritten aller Landesinstitute für Schulen bzw. den Studienseminaren für die Sekundarstufe II Mathematik in Deutschland durchgeführt. Es wurden nur öffentlich zugängliche Informationen verwendet. Das Ziel war eine möglichst vollständige Erfassung der Fachleitenden mit dem Unterrichtsfach Mathematik über das gesamte Bundesgebiet hinweg. Die Onlinerecherche resultierte in der Ermittlung von 268 Fachleitenden für Mathematik, denen sich eine E-Mail-Adresse zuordnen ließ (teilweise Sammeladressen des gesamten Bereichs bzw. Seminars). Davon war bei 113 Fachleitenden eine direkte persönliche E-Mail-Adresse angegeben. Die Befragungsteilnehmenden wurden per E-Mail über die Ziele und den Ablauf der Online-Befragung informiert. Dabei wurden die Anonymität und Freiwilligkeit der Teilnahme hervorgehoben. An der Expertenbefragung beteiligten sich 84 Fachleitende Mathematik an Studienseminaren mit Ausbildungs- und Lehrfunktion. Die insgesamt 84 Expertenlehrkräfte verteilten sich auf 13 der 16 Bundesländer[2], wobei aus bevölkerungsreichen Bundesländern mehr Expertenlehrkräfte teilnahmen. Die Korrelation über alle 16 Bundesländer zwischen Anzahl der teilnehmenden Expertenlehrkräfte und dem prozentualen Anteil an der Gesamtbevölkerung beträgt $r = .91$, sodass es keine unmittelbaren Anzeichen für eine ungünstige Verteilung der Expertengruppe gibt.

4.2 Befragung

Der Online-Fragebogen umfasste zunächst Hintergrundvariablen wie das Haupttätigkeitsfeld, die Schulform, das Bundesland und die Unterrichts- bzw. Ausbildungsfächer. Anschließend sollten die Fachseminarleitenden zu allen 140 Lernvoraussetzungen, die im Rahmen der MaLeMINT-Studie von Hochschullehrenden als notwendig identifiziert worden waren, jeweils auf einer 4-stufigen Skala angeben,

1) inwieweit die Lernvoraussetzung sinnvoll im eigenen Unterricht gefördert werden kann („gar nicht“, „eher nicht“, „eher“ und „vollständig“) und
2) welcher Anteil der Abiturientinnen und Abiturienten ihrer Einschätzung nach sicher über die Lernvoraussetzung verfügt („0-25 %“, „26-50 %“, „51-75 %“ und „76-100 %“).

Die Teilnehmenden erhielten u. a. anhand von zwei Beispielitems noch Erläuterungen, wie die Fragen und die Ausprägungen der Ratingskala zu verstehen sind (vgl. Abb. 2).

In einer deutschlandweiten Studie wurden Hochschullehrende befragt, welche mathematischen Lernvoraussetzungen sie für einen erfolgreichen Einstieg in ein MINT-Studium als notwendig erachten. Als Ergebnis liegt ein Katalog mit Aspekten vor, die sich von mathematischen Inhalten, über mathematische Arbeitstätigkeiten und Vorstellungen zum Wesen der Mathematik bis hin zu persönlichen Merkmalen erstrecken. Um diesen Katalog aus Schulsicht zu bewerten, bitten wir Sie im Folgenden, für jede Lernvoraussetzung diese zwei Fragen zu beantworten:

1: Inwiefern konnten diese Lernvoraussetzungen sinnvoll in Ihrem Unterricht gefördert werden?
2: Welcher Anteil der Abiturientinnen und Abiturienten verfügt über diese Lernvoraussetzungen?

Bitte beantworten Sie diese Fragen auf Basis Ihrer Schulerfahrung über die Klassen 5-13 hinweg (Grundkurs/Grundlegendes Niveau) und unabhängig von normativen Vorgaben wir Bildungsstandards oder Lehrplänen.

Beispiel 1

	Inwieweit konnten Sie diese Lernvoraussetzung sinnvoll in Ihrem Unterricht fördern?				**Welcher Anteil der Abiturientinnen und Abiturienten verfügt sicher über diese Lernvoraussetzung?**			
	gar nicht	**eher nicht**	**eher**	**voll-ständig**	**0-25%**	**26-50%**	**51-75%**	**76-100%**
Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen	○	○	○	○	○	○	○	○

Inwieweit konnten Sie diese Lernvoraussetzung sinnvoll in Ihrem Unterricht fördern?
Geben Sie hier an, wie umfassend „Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen" in Ihrem Unterricht gefördert wurde.
Dabei bedeutet...

- gar nicht: In meinem Unterricht gibt es gar keine Lerngelegenheiten für Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen.
- eher nicht: Lerngelegenheiten für Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen sind in meinem Mathematikunterricht selten.
- eher: Es gibt zwar viele Lerngelegenheiten für Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen in meinem Unterricht, einzelne Aspekte der Bruchrechnung und des Umgangs mit Bruchtermen kommen aber nicht vor.
- vollständig: Es gibt viele, umfassende Lerngelegenheiten für Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen in meinem Unterricht

Welcher Anteil der Abiturientinnen und Abiturienten verfügt sicher über diese Lernvoraussetzung?
Geben Sie hier den Anteil der Abiturientinnen und Abiturienten an, der Ihrer Erfahrung nach Anforderungen, die Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen adressieren, grundsätzlich bewältigen kann (vereinzelte Flüchtigkeitsfehler sollen hier nicht berücksichtigt werden).

Abb. 2: Auszug aus dem Online-Fragebogen: Instruktion und Beispielitem zur Lernvoraussetzung „Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen".

4.3 Auswertung

Für die Analyse der Daten zur Forschungsfrage 1 (Förderung der Lernvoraussetzung im Unterricht ist möglich) wurden den Ausprägungen Zahlenwerte zugeordnet (gar nicht = 0 bis vollständig = 3) und zunächst für jede der 140 Lernvoraussetzung die mittlere Einschätzung über alle Teilnehmenden bestimmt. Zur Interpretation dieses Mittelwerts (M) wurden die folgenden Kriterien angelegt:

- M ≥ 2,0: Es besteht ein Konsens, dass die Lernvoraussetzung sinnvoll gefördert werden kann, Code Z (Zustimmung)
- 2,0 > M > 1,0: Es gibt keine eindeutige Bewertung unter den Expertenlehrkräften, Code U (uneindeutig)
- 1,0 ≥ M: Es besteht ein Konsens, dass die Lernvoraussetzung nicht sinnvoll gefördert werden kann, Code A (Ablehnung).

Mit den gewählten Kriterien sollten die Ablehnung und Zustimmung zur Möglichkeit der Förderung der Lernvoraussetzung im Unterricht möglichst trennscharf differenziert werden. Eine Lernvoraussetzung wird nach diesen Kriterien also dann als sinnvoll zu fördern im Mathematikunterricht angesehen, wenn die Expertenlehrkräfte im Durchschnitt mindestens die Ausprägung „eher" (2) gewählt haben. Das breite Intervall von 1,0 bis 2,0 wurde zur Trennung gewählt, um bei der Kategorisierung als „Zustimmung" bzw. „Ablehnung" von einem Konsens seitens der Befragungsteilnehmenden ausgehen zu können.

Ähnlich wurde bei der Untersuchung der Frage vorgegangen, inwieweit die Expertenlehrkräfte die Lernvoraussetzungen bei den Abiturientinnen und Abiturienten als sicher verfügbar ansehen (Forschungsfrage 2). Dazu wurde zunächst für jede Lernvoraussetzung ermittelt, ob sie aus Sicht der Teilnehmenden von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht werden. Diese Schwelle wurde aus zweierlei Gründen gewählt. Zum einen beginnen ca. 37 % aller Studienanfängerinnen und Studienanfänger einen Studiengang im MINT-Bereich (destatis, 2023). Unter der Annahme, dass sich diese nicht ausschließlich aus den mathematisch leistungsstärksten Abiturientinnen und Abiturienten rekrutieren, sollte die Schwelle oberhalb dieser Quote liegen. Zum anderen sind die Bildungsstandards Mathematik für die Sekundarstufe II als Regelstandards formuliert und geben vor, „welches Kompetenzniveau Schülerinnen und Schüler im Durchschnitt in einem Fach erreichen sollen" (KMK, 2012, S. 5), orientieren sich also auch in etwa an einer 50 %-Marke. Mithilfe der 50 %-Schwelle wurden die folgenden Kriterien angelegt, um einen Konsens unter den Expertenlehrkräften bzgl. der Zustimmung oder Ablehnung zu beschreiben:

- mindestens 2/3 aller Befragten geben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: Code Z (Zustimmung),
- mehr als 1/3 aber weniger als 2/3 aller Befragten geben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: Code U (uneindeutig, d. h. kein Konsens),
- höchstens 1/3 aller Befragten, geben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: Code A (Ablehnung).

Die Zweidrittelmehrheit wurde hier gewählt, da es ein akzeptiertes Kriterium zur Beurteilung eines Konsenses in großen Gruppen ist (insbesondere im politischen oder gesellschaftlichen Kontext, z. B. Verfassungsänderungen). Gleichzeitig ist dieses Kriterium konservativer als eine einfache Mehrheitsbewertung, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass eine Zustimmung auf dieser Basis Ausdruck eines Konsenses seitens der Befragungsteilnehmenden hinsichtlich der Beherrschung der Lernvoraussetzung darstellt.

5. Ergebnisse

Die zentralen Ergebnisse der Studie sind in Abb. 3 zusammengefasst. Eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse erfolgt nachfolgend gegliedert nach beiden verfolgten Forschungsfragen.

5.1 FF1: Sinnvolle Förderung der erwarteten Lernvoraussetzungen im schulischen Mathematikunterricht

Abb. 3 gibt einen Überblick darüber, wie viele Lernvoraussetzungen gemäß den angelegten Kriterien aus Sicht der Expertenlehrkräfte sinnvoll in ihrem Unterricht gefördert werden können (eine detaillierte Auflistung über die Bewertung der einzelnen Lernvoraussetzungen findet sich im Online Supplement). Demnach können insgesamt 87 Lernvoraussetzungen (62,1 %) aus Sicht der Befragten im Mathematikunterricht sinnvoll gefördert werden, während bei lediglich 8 Lernvoraussetzungen (5,7 %) ein Konsens herrschte, dass diese nicht sinnvoll im Unterricht gefördert werden können (vgl. Tab. 1). Es lassen sich jedoch deutliche Unterschiede in der Bewertung der einzelnen Kategorien von Lernvoraussetzungen feststellen.

Von den 77 Lernvoraussetzungen der Kategorie *„Mathematische Inhalte"* lassen sich 53 (68,8 %) aus Expertensicht sinnvoll im Mathematikunterricht adressieren, während 6 mathematische Inhalte (7,8 %) als nicht adressierbar angesehen werden. Eine Diskrepanz zwischen den Anforderungen zu Studienbeginn und dem möglichen Lernangebot im Mathematikunterricht sehen die Befragungsteilnehmenden hinsichtlich der drei Lernvoraussetzungen zum Thema „Folgen" und einzelnen anspruchsvolleren Inhalten unterschiedlicher mathematischer Inhaltsbereiche (Ungleichungen mit Beträgen, Kreisgleichung, Aussagenlogik). Ein genauerer Blick auf die Unterkategorien der mathematischen Inhaltsbereiche zeigt, dass Lernvoraussetzungen aus dem Bereich Mengen und Zahlen weitgehend sinnvoll im Unterricht gefördert werden können, wobei sich bezüglich der beiden Lernvoraussetzungen „Mengen, Mengendarstellungen und Mengenoperationen" und „Teilbarkeit einschließlich ggT, kgV und Primfaktorzerlegung" kein einheitliches Meinungsbild gezeigt hat. Für das Lösen von grundlegenden Gleichungen (wie lineare und quadratische) und linearen Gleichungssystemen können sinnvolle Unterrichtsangebote gemacht werden, während in Bezug auf Gleichungen, die anspruchsvollere Lösungsverfahren und ein tieferes algebraisches Verständnis erfordern (z. B. Betragsgleichungen, lineare und quadratische Ungleichungen) kein Konsens herrschte. Im Bereich der elementaren Geometrie zeigt sich eine große Einigkeit, dass Lernvoraussetzungen (wie geometrische Berechnungen und Konstruktionen) sinnvoll im Unterricht gefördert werden können (Uneinigkeit herrschte bei den Lernvoraussetzungen Trigonometrie inklusive Sinus- und Kosinussatz sowie Kongruenz und Ähnlichkeit inkl. zugehöriger Abbildungen; Ablehnung hinsichtlich der Kreisgleichung). Lernvoraussetzungen zu Funktionen scheinen aus Expertensicht besonders gut adressierbar:

Mathematische Inhalte

	Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht
Grundlagen	31/13/2	18/14/14
Analysis	14/3/3	8/7/5
Analytische Geometrie	7/0/0	6/1/0
Stochastik und übergreifende Inhalte	1/2/1	0/2/2
Gesamt	**53/18/6**	**32/24/21**

Mathematische Prozesse

	Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht
Grundlagen	7/1/1	3/5/1
Argumentieren und Beweisen	5/3/0	0/3/5
Kommunizieren	4/1/0	0/4/1
Definieren	2/1/0	0/0/3
Problemlösen	4/3/0	0/1/6
Modellieren	4/0/0	0/3/1
Recherche	0/1/0	0/0/1
Gesamt	**26/10/1**	**3/16/18**

Persönliche Merkmale

	Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht
Einstellungen und Arbeitsweisen	4/7/0	0/2/9
Kognitive Fähigkeiten und Kenntnisse	1/3/1	0/2/3
Soziale Fähigkeiten	3/0/0	2/1/0
Gesamt	**8/10/1**	**2/5/12**

Vorstellungen zum Wesen der Mathematik

Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht
0/7/0	0/0/7

Gesamt

Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht
87/45/8	37/45/58

Abb. 3: Anzahl der Lernvoraussetzungen nach Bereichen, die von den Expertenlehrkräften als „(nicht) sinnvoll im Unterricht zu fördern“ und „(nicht) sicher von den Lernenden beherrscht“ bewertet wurden. Die Zahlen geben jeweils an Z/U/A – Z: Zustimmung im Konsens, U: uneindeutig, A: Ablehnung im Konsens.

hier wurde keine Lernvoraussetzung als nicht im Unterricht förderbar eingestuft, wobei aber zu einigen Funktionsarten (gebrochen-rationale, trigonometrische oder Umkehrfunktionen, Funktionen mit Fallunterscheidung) sowie der Polynomdivision keine einheitlichen Bewertungen seitens der Befragungsteilnehmenden festzustellen waren. Mit Blick auf Analysis können lediglich für die Lernvoraussetzungen zu mathematischen Folgen keine sinnvollen Förderangebote gemacht werden, während Aspekte wie ein anschauliches Differenzierbarkeitskonzept, graphisches und rechnerisches Differenzieren, die analytische Untersuchung von Funktionen, sowie Regeln und Vorstellungen zu Differential- und Integralrechnung (mit einem uneinheitlichen Meinungsbild hinsichtlich der Substitutionsregel und der Ableitung als lokale lineare Approximation) von den Expertenlehrkräften als sinnvoll adressierbar eingestuft werden. Zusätzlich können für alle Lernvoraussetzungen aus dem Bereich Analytische Geometrie entsprechende Lernangebote im Schulunterricht offeriert werden. In Bezug auf Stochastik und die bereichsübergreifenden Inhalte wurde lediglich „Wahrscheinlichkeit sowie diskrete Zufallsgrößen (Binomialverteilung) und Normalverteilung“ als adressierbar angesehen, während hinsichtlich der anderen Lernvoraussetzungen entweder kein Konsens (Kombinatorik sowie übergeordnete Begriffe wie Definition, Beispiel, Vermutung, Satz, Beweis) oder die Unmöglichkeit der sinnvollen Förderung (Aussagenlogik) festzustellen war.

Tab. 1: Lernvoraussetzungen, bei denen Konsens darüber besteht, dass sie im Unterricht nicht gefördert werden können.

Mathematische Inhalte

- Ungleichungen mit Beträgen
- Kreisgleichung $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
- Begriff der Folge (als Abbildung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{R}$)
- Arithmetische und geometrische Folgen
- Bildungsvorschriften von Folgen (rekursiv, explizit)
- Aussagenlogik (Aussagen und ihre Verknüpfung, Aussageformen, Umkehrung von Aussagen, Umformungen (Rechnen mit Aussagevariablen sowie Existenz- und All-Aussagen))

Mathematische Arbeitstätigkeiten

- Sprachliche Fähigkeiten (Englisch, ohne spezielle mathematische Fachbegriffe) zum Verstehen von Aufgabenstellungen oder Texten zur Mathematik, z. B. in der Fachliteratur

Persönliche Merkmale

- Kenntnisse über den Aufbau und die Ziele des zu wählenden Studiengangs

Aus der Kategorie *„Mathematische Arbeitstätigkeiten“* bewerteten die Expertenlehrkräfte 26 Lernvoraussetzungen (70,3 %) als sinnvoll im Unterricht förderbar, während ausschließlich die Lernvoraussetzung „Sprachliche Fähigkeiten (Englisch, ohne spezielle mathematische Fachbegriffe) zum Verstehen von Aufgabenstellungen oder Texten zur Mathematik, z. B. in der Fachliteratur“ übereinstimmend nicht als Teil des implementierten Curriculums im Mathematikunterricht gesehen wird. Ein genauerer Blick auf die Bereiche mathematischer Arbeitstätigkeiten zeigt, dass zu allen Lernvoraussetzungen des „Mathematischen Modellierens“ (z. B. „Beschreibung außermathematischer Situationen mithilfe mathematischer Werkzeuge“) sinnvolle Lernangebote im Mathematikunterricht gemacht werden können. Hinsichtlich der Arbeitstätigkeiten aus den Bereichen „Mathematisches Kommunizieren“ sowie „Mathematisches Definieren“ zeigt sich jeweils bei allen Lernvoraussetzungen ein Konsens zur Möglichkeit einer sinnvollen unterrichtlichen Förderung, abgesehen von jeweils einer Lernvoraussetzung ohne Konsens ("Zielgerichtet mit Lehrenden oder Studierenden über Mathematik diskutieren“ und „Mathematische Begriffe anhand ihrer Definition erklären“). Hinsichtlich der Arbeitstätigkeiten aus dem Bereich „Grundlagen“ sind alle Lernvoraussetzungen Teil des implementierten Curriculums des Mathematikunterrichts (z. B. „Schnelles und korrektes Ausführen von bekannten Verfahren ohne elektronische Hilfsmittel“) abgesehen von der oben bereits erwähnten sprachlichen Lernvoraussetzung und „Sicherer Umgang mit dem Summen- und dem Produktzeichen“, dessen Behandlung von den Befragungsteilnehmenden nicht einheitlich bewertet wird. Aus dem Bereich „Mathematisches Argumentieren und Beweisen“ können basale Vorläuferfähigkeiten (z. B. zum Erkennen von Zusammenhängen und Strukturen, dem Entwickeln von Vermutungen sowie zu Plausibilitätsüberlegungen) aus Expertensicht sinnvoll im Mathematikunterricht thematisiert werden. Hinsichtlich formalerer bzw. anspruchsvollerer Tätigkeiten (z. B. „Verstehen und Explorieren von mathematischen Behauptungen und Sätzen“ sowie „Verstehen und Prüfen von mathematischen Beweisen“) liegt keine einheitliche Bewertung im Hinblick auf die Möglichkeit der sinnvollen unterrichtlichen Adressierung vor. Strategien zum Problemlösen (z. B. „Allgemeine heuristische Prinzipien sicher und flüssig verwenden“) können sinnvoll im Mathematikunterricht gefördert werden, wobei es keine einheitliche Bewertung seitens der Lernvoraussetzungen „Probleme mit mindestens drei Lösungsschritten lösen“, „Komplexe Probleme in einfachere äquivalente Probleme umformen“ und „Notwendigkeit von Fallunterscheidungen erkennen und Fallunterscheidungen vornehmen“ gibt. Zur Lernvoraussetzung „Mathematische Informationen in Nachschlagewerken, dem Internet oder anderen Ressourcen recherchieren (inkl. kritischer Einschätzung der Quellen)“ zeigte sich ebenfalls keine einheitliche Bewertung der sinnvollen unterrichtlichen Thematisierung.

Die mögliche Förderung von *„Vorstellungen zum Wesen der Mathematik“* wurde am uneinheitlichsten bewertet: Hinsichtlich aller Lernvoraussetzungen in dieser Kategorie herrschte kein Konsens seitens der Expertenlehrkräfte, inwiefern sich sinnvolle

Lernangebote im Mathematikunterricht machen lassen. Am günstigsten bewerteten die Befragungsteilnehmenden noch die unterrichtliche Adressierung der Vorstellung, dass die „Mathematik auch als Schulung des präzisen und abstrakten Denkens verstanden werden sollte, die weit über das schablonenartige Anwenden mathematischer Methoden auf Standardprobleme hinausgeht“ (Durchschnittliche Bewertung 1,97 auf einer Skala von 0 bis 3). Das Ergebnis, dass hier ein geringerer Konsens herrscht, könnte einerseits tatsächlich daran liegen, dass diese Items im Gegensatz zu den anderen Lernvoraussetzungen komplexer formuliert sind und die Begriffe Interpretationsspielraum lassen, andererseits kann es auch ein Ausdruck dafür sein, dass die Vorgaben für den Mathematikunterricht in den verschiedenen Bundesländern hier einen Spielraum lassen.

Von den 19 Lernvoraussetzungen aus der Kategorie *„Persönlichen Merkmale“* können aus Sicht der Expertenlehrkräfte zu insgesamt 8 Aspekten (42,1 %) konkrete Lernangebote im Mathematikunterricht gemacht werden, während ausschließlich die Lernvoraussetzung „Kenntnisse über den Aufbau und die Ziele des zu wählenden Studiengangs“ (5,3 %) als nicht sinnvoll im Mathematikunterricht adressierbar bewertet wurde. Ein genauer Blick auf die einzelnen Bereiche zeigt, dass für einige affektiv-motivationale Aspekte (wie „Interesse, Freude, Motivation und Neugier an/gegenüber der Mathematik“) sowie die kritische Selbsteinschätzung und eine positive Selbstwirksamkeit („Vertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit“) sinnvolle Förderangebote im Unterricht geschaffen werden können, wobei es insbesondere hinsichtlich der Angebote zur Förderung der Bereitschaft abstrakte und anspruchsvolle mathematische Probleme zu lösen sowie dazu erforderlicher Einstellungen wie Durchhaltevermögen keinen Konsens seitens der Befragungsteilnehmenden gab. Demgegenüber sind nach Ansicht der Expertenlehrkräfte alle Lernvoraussetzungen aus dem Bereich „Soziale Fähigkeiten“ als Teil des implementierten Mathematikcurriculums umsetzbar. Während bezüglich der meisten „Kognitiven Fähigkeiten und Kenntnisse“ (wie z. B. „Schnelles Auffassungsvermögen“) kein einheitliches Meinungsbild zur möglichen unterrichtlichen Adressierung vorliegt, lassen sich aus Expertensicht für die Konzentrationsfähigkeit unterrichtliche Lernangebote machen.

Insgesamt zeigt sich, dass aus Sicht der Expertenlehrkräfte nicht alle 140 Lernvoraussetzungen, die von Hochschulseite für MINT-Studiengänge als notwendig erachtet werden, sinnvoll im Mathematikunterricht der Schulen behandelt werden können. Damit besteht eine Lücke zwischen dem implementierten Schulmathematikcurriculum und den Anforderungen zu MINT-Studienbeginn. Aus Sicht der Expertenlehrkräfte ist diese Lücke im Bereich der unterrichtlichen Angebote zur Ausbildung tragfähiger Vorstellungen vom Wesen der Mathematik am größten (keine Lernvoraussetzung wird übereinstimmend als sinnvoll im Unterricht adressierbar bewertet) und in den Bereichen mathematische Inhalte und mathematische Arbeitstätigkeiten am kleinsten. Eine vergleichbare Tendenz zeigte sich bereits beim Abgleich zwischen dem intendierten Curriculum und den mathematischen Lernvoraussetzungen in Heinze et al. (2022). Angesichts von lediglich 8 mathematischen Lernvoraussetzungen, die von den Befragungsteilnehmenden im Durchschnitt höchstens mit „eher nicht“ (1) bzw. „gar nicht“ (0) als im Unterricht durch Lernangebote förderbar angesehen werden, kann die vorhandene Lücke bei geeigneten Kooperations- bzw. Abstimmungsprozessen seitens der beteiligten Institutionen jedoch nicht als unüberwindbar gelten. Bemerkenswert sind allerdings auch die 46 Lernvoraussetzungen, die bzgl. einer sinnvollen unterrichtlichen Förderung im Durchschnitt zwischen „eher nicht“ (1) und „eher“ (2) eingeschätzt werden. Dies könnte auf unterschiedliche Möglichkeiten für Lernangebote zwischen den Befragungsteilnehmenden (z. B. nach Regionen oder unterrichteten Profilen bzw. Niveaustufen) und seitens der einzelnen Befragungsteilnehmenden (z. B. zwischen den unterrichteten Klassen/Kursen einer einzelnen Lehrperson selbst) hindeuten. Beides würde angesichts der Ziele der gymnasialen Oberstufe (insbesondere die Studierfähigkeit für alle Studienfächer, unabhängig von z. B. Profilen oder Kurswahlen) die Notwendigkeit zur Angleichung von Lern- und Bildungschancen unterstreichen.

Die Ergebnisse zur unterrichtlichen Implementierung der Lernvoraussetzungen aus den Kategorien *Vorstellungen zum Wesen der Mathematik* und *Persönliche Merkmale* sind besonders interessant, weil diese Lernvoraussetzungen in Lehrplänen meist lediglich in der Präambel berücksichtigt und dort in der Regel allgemein und recht oberflächlich beschrieben werden, sodass die tatsächliche unterrichtliche Implementierung fraglich ist (Heinze et al., 2022). Insgesamt zeigt die Bewertung der Expertenlehrkräfte, dass zu den curricular verankerten Lernvoraussetzungen aus diesen Bereichen – trotz der vermeintlich untergeordneten Stellung in der Präambel – im Wesentlichen auch sinnvolle Lernangebote geschaffen werden können (auch wenn es bei den Lernvoraussetzungen zu *Vorstellungen zum Wesen der Mathematik* nicht zu einem Konsens reichte). Problematischer im Hinblick auf den Übergang zwischen der Schule und der Hochschule in MINT-Studiengängen ist daher eher die teils fehlende curriculare Verankerung solcher Aspekte (dies scheint ein internationales Problem zu sein, vgl. Stylianides, 2008).

5.2 FF2: Verfügbarkeit der Lernvoraussetzungen bei Abiturientinnen und Abiturienten

Abb. 3 gibt einen Überblick darüber, wie viele Lernvoraussetzungen aus Sicht der Expertenlehrkräfte von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten erreicht werden. Eine detaillierte Auflistung findet sich im Online Supplement. Insgesamt 37 Lernvoraussetzungen (26,4 % aller Voraussetzungen) werden demnach von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten sicher beherrscht[3]. Demgegenüber werden 58 Lernvoraussetzungen (41,4 %) aus Sicht der Teilnehmenden nicht von mindestens 50 % beherrscht[4]. Es zeigt sich in Tab. 2, dass Lernvoraussetzungen, die als nicht sinnvoll im Unterricht förderbar eingeschätzt wurden, aus Sicht der Expertenlehrkräfte auch nicht von einem substanziellen Anteil der Lernenden beherrscht werden (8 Lernvoraussetzungen). Gleichzeitig ist zu beobachten, dass es bezüglich 39 Lernvoraussetzungen keinen Konsens darüber gibt, dass sie von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht werden, obwohl diese Lernvoraussetzungen aus Sicht der Expertenlehrkräfte sinnvoll unterrichtet werden können (vorletzte Zeile in Tab. 2). Bei 11 Lernvoraussetzungen besteht ein Konsens darüber, dass sie sinnvoll unterrichtet werden können, und dennoch nicht von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten sicher beherrscht werden (vgl. Tab. 2, Tab. 3). Zwischen den einzelnen Kategorien von Lernvoraussetzungen werden erneut (wie in Bezug auf das implementierte Curriculum) deutliche Unterschiede hinsichtlich der Passung zwischen den Lernvoraussetzungen und den Kompetenzen der Abiturientinnen und Abiturienten gesehen. In der Kategorie „Mathematische Inhalte“ sehen die befragten Expertenlehrkräfte den höchsten Anteil an Lernvoraussetzungen von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht (32 Aspekte, d. h. 41,6 % aller Lernvoraussetzungen dieser Kategorie; und zusätzlich 24 Aspekte (31,2 %) mit uneinheitlichem Meinungsbild). In allen anderen Kategorien werden zusammengenommen lediglich 5 Aspekte (7,9 %) aus Sicht der Expertenlehrkräfte sicher beherrscht.

Ein genauerer Blick auf die Kategorie *„Mathematische Inhalte“* zeigt, dass bereits hinsichtlich der grundlegenden Inhalte deutliche Diskrepanzen zwischen den notwendigen Lernvoraussetzungen und den Kompetenzen der Abiturientinnen und Abiturienten vorliegen: So sind aus Sicht der Expertenlehrkräfte bei mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten lediglich 18 von 46 notwendigen Kompetenzen ausgebildet. Als sicher beherrscht werden vor allem basale zahlentheoretische und algebraische Inhalte eingeschätzt (z. B. „die Zahlengerade als Repräsentationsform“, „Prozentrechnung, Proportionalität und Dreisatz“, „Lineare und quadratische Gleichungen“, „Lineare Gleichungssysteme mit bis zu drei Unbekannten“), einfache geometrische Berechnungen bzw. Zusammenhänge (z. B. „Berechnung von Winkelgrößen, Längen und Flächeninhalten bzw. Volumina bei einfachen Flächen- bzw. Körperformen“) sowie grundlegende Inhalte im Zusammenhang mit Funktionen (z. B. „Begriff/Definition einer Funktion“, „Symmetrie“, „Monotonie“, „Nullstellen“). Bei den weiterführenden mathematischen Inhalten ist der Anteil an als beherrscht eingeschätzten Lernvoraussetzungen in der Analytischen Geometrie mit 6 von 7 Aspekten am höchsten. Hingegen wird aus Sicht der Befragten keine Lernvoraussetzung aus dem Bereich Stochastik und bereichsübergreifende Inhalte von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht. Im Bereich Analysis schätzen die Expertenlehrkräfte das „rechnerische Differenzieren und Integrieren reeller Funktionen (von Hand)“ (inklusive der einfachsten Rechenregeln), die Beziehung zwischen Differential- und Integralrechnung, einfache Berechnungen (die Bestimmung von Extrem- und Wendestellen) sowie tragfähige Vorstellungen von Ableitung und Integral als sicher vorhanden ein. Besonders bemerkenswert ist, dass auch in Bezug auf einzelne grundlegende mathematische Inhalte (z. B. Bruchrechnung, Zahlvergleiche, Maßeinheiten), zu denen sinnvolle Lernangebote im Unterricht geschaffen werden können, kein Konsens seitens der Befragungsteilnehmenden hinsichtlich einer Beherrschung dieser Lernvoraussetzung durch die Mehrheit der Abiturientinnen und Abiturienten vorliegt.

Tab. 2: Gegenüberstellung der Einschätzungen zur Implementierbarkeit und Realisierbarkeit von Lernvoraussetzungen (Z: Zustimmung, U: Uneindeutig, A: Ablehnung).

Sinnvoll zu fördern	Sicher beherrscht	Anzahl Lernvoraussetzungen
A	A	8
U	A	39
Z	A	11
U	U	6
Z	U	39
Z	Z	37
		140

Tab. 3: Lernvoraussetzungen, bei denen Konsens darüber besteht, dass sie im Unterricht gefördert werden, sowie Konsens darüber, dass sie nicht von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten erreicht werden.

Mathematische Inhalte

- Strahlensätze

Mathematische Arbeitstätigkeiten

- Erkennen von Zusammenhängen und Strukturen in gegebenen mathematischen Situationen (z. B. einfache Schlussfolgerungen oder Äquivalenzen)
- Entwickeln und Formulieren mathematischer Vermutungen und unterstützender Plausibilitätsargumente
- Mathematische Definitionen nachvollziehen (u. a. Beispiele und Gegenbeispiele angeben; prüfen, ob ein Beispiel unter die Definition fällt oder nicht)
- Mathematische Definitionen bekannter Begriffe angemessen formulieren
- Gegebene mathematische Probleme verstehen und präzise wiedergeben
- Aus gegebenen Lösungen zu mathematischen Problemen Lösungsstrategien ableiten
- Allgemeine heuristische Prinzipien sicher und flüssig verwenden (Skizze anfertigen, systematisch probieren, in Teilprobleme zerlegen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden)
- Reflektieren des Nutzens und der Grenzen mathematischer Modellierungen für reale Problemsituationen

Persönliche Merkmale

- Interesse, Freude, Motivation und Neugier an/gegenüber der Mathematik
- Interesse, Freude, Motivation und Neugier an/gegenüber der Anwendung von Mathematik in außermathematischen Bereichen

In Bezug auf *„Mathematische Arbeitstätigkeiten"* werden von 26 Lernvoraussetzungen, die sinnvoll im Unterricht förderbar angesehen werden, aus Sicht der teilnehmenden Expertenlehrkräfte lediglich 3 Lernvoraussetzungen des Bereichs grundlegende Arbeitstätigkeiten von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht (sicherer Umgang mit Standarddarstellungen, schnelles und korrektes Ausführen von bekannten Verfahren ohne elektronische Hilfsmittel, sicherer Umgang mit Taschenrechnern und Computern zur Lösung von Aufgaben). Die Lernvoraussetzungen aller anderen Bereiche (Argumentieren und Beweisen, Kommunizieren, Definieren, Problemlösen, Modellieren, Recherche) werden von den befragten Expertenlehrkräfte uneinheitlich oder als nicht von mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten sicher beherrscht eingeschätzt. Dies ist angesichts der curricularen Verankerung und der Möglichkeit einer sinnvollen Thematisierung von 19 Lernvoraussetzungen aus diesen Bereichen auffallend.

Bei keiner der Lernvoraussetzungen zu Vorstellungen zum *„Wesen der Mathematik"* wird von den Expertenlehrkräfte ein entsprechendes Metawissen bei mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten gesehen. Dies deckt sich mit der Einschätzung, dass zu diesem Bereich in der Regel auch keine sinnvollen Lernangebote umgesetzt werden.

In Bezug auf *„Persönliche Merkmale"* werden von 8 sinnvoll zu adressierenden Lernvoraussetzungen, aus Sicht der teilnehmenden Lehrkräfte lediglich 2 von mehr als 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten im Mathematikunterricht entwickelt. Dies betrifft die „Bereitschaft und Mut, bei Unklarheiten oder Fehlern nachzufragen und bei Schwierigkeiten Hilfe zu suchen" sowie „Teamfähigkeit (insb. zum Bilden von und gemeinsamen Arbeiten in Übungsgruppen)".

Über alle Kategorien hinweg gelingt ein aus Sicht von Hochschullehrenden für MINT-Studiengänge geforderter Kompetenzerwerb in Schulen nahezu ausschließlich bezüglich eines Teils der Lernvoraussetzungen aus der Kategorie Mathematische Inhalte. Insgesamt deuten die Bewertungen der Expertenlehrkräfte auf eine große Lücke zwischen den eingeschätzten Kompetenzen der Abiturientinnen und Abiturienten und den erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge hin. Bemerkenswert ist ferner, dass auf Basis dieser Daten trotz der Verankerung im intendierten Curriculum und der Möglichkeit zur sinnvollen Adressierung der Lernvoraussetzungen im Unterricht ein Kompetenzaufbau seitens der Abiturientinnen und Abiturienten im Sinne von Regelstandards als nicht erfolgreich eingeschätzt wird.

6. Diskussion

In dieser Studie wurde auf Basis der Einschätzungen von Expertenlehrkräften das Verhältnis von implementiertem und realisiertem Mathematikcurriculum von Schulen auf der einen sowie den von Hochschullehrenden erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn auf der anderen Seite untersucht. Dabei zeigten sich die folgenden zentralen Ergebnisse:

- Nur wenige Lernvoraussetzungen (8 von 140) werden nicht als Teil des implementierbaren Curriculums im Mathematikunterricht angesehen, d. h. zu diesen gibt es aus Expertensicht einen Konsens, dass keine Lernangebote für eine sinnvolle Förderung im normalen Mathematikunterricht implementiert werden können.
- Demgegenüber werden deutlich mehr Lernvoraussetzungen (58 von 140) nicht als Teil des realisierten Curriculums des Mathematikunterrichts eingeschätzt, d. h. die Expertenlehrkräfte schätzen diese Lernvoraussetzungen bei der Mehrheit der Abiturientinnen und Abiturienten als nicht sicher verfügbar ein.
- Mit Blick auf die mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge sehen die befragten Expertenlehrkräften damit insgesamt eine deutliche Diskrepanz zwischen den Möglichkeiten zur sinnvollen unterrichtlichen Förderung auf der einen Seite und der daraus folgenden Ausbildung von entsprechenden Kompetenzen seitens der Abiturientinnen und Abiturienten auf der anderen Seite.

Neben der geringen Zahl an nicht im Mathematikunterricht förderlich zu implementierenden Lernvoraussetzungen könnte die hohe Zahl (45) an Lernvoraussetzungen, die im Mittel zwischen „eher nicht" und „eher" sinnvoll förderbar bewertet wurden, einen Ansatzpunkt für Unterstützungs- und Kooperationsmaßnahmen darstellen, um die Übergangsproblematik zwischen der Schule und der Hochschule zu verringern. Ein Blick auf den Lehrplan in Schleswig-Holstein (Heinze et al., 2022) zeigte, dass diese Lernvoraussetzungen in der Regel auch hier nicht oder nicht vollständig verankert sind. Es ist anzunehmen, dass man für andere Bundesländer zu einem ähnlichen Ergebnis kommt. Gleichzeitig können zu mathematischen Lernvoraussetzungen, die Teil des intendierten Curriculums sind, in der Regel auch sinnvolle Lernangebote im Unterricht implementiert werden. Insgesamt fällt die Übereinstimmung zwischen dem aus Sicht der Expertenlehrkräfte implementierbaren Curriculum und den aus Hochschulsicht erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen ähnlich hoch aus wie die von Heinze et al. (2022) berichtete Übereinstimmung zwischen intendiertem Curriculum und den Erwartungen aus Hochschulsicht. Die eingangs beschriebenen Probleme am Übergang zwischen der Schule und der Hochschule scheinen folglich *nicht* auf fehlende Implementationsmöglichkeiten eines intendierten Curriculums (v. a. Lehrpläne) im Mathematikunterricht rückführbar zu sein.

Die Befragten sehen jedoch deutliche Unterschiede zwischen dem implementierten und realisierten Curriculum im Hinblick auf die Übereinstimmung mit den mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge. So zeigt sich bei 50 der 87

MINT-studienrelevanten Aspekte, zu denen sinnvolle Lernangebote im Unterricht gemacht werden können, kein Konsens dahingehend, dass diese Lernvoraussetzungen auch in der Regel von Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht werden. Diese Einschätzungen deuten darauf hin, dass hinsichtlich der Studierfähigkeit als einem von drei zentralen Zielen der mathematischen Oberstufe, die Probleme zwischen dem implementierten und realisierten Curriculum zu suchen sind. Ein zentraler Ausgangspunkt der Übergangsprobleme könnte entsprechend sein, dass sinnvolle Lernangebote im Mathematikunterricht von Schülerinnen und Schülern nicht so genutzt werden können, dass sie entsprechende Kompetenzen aufbauen können. Die Befunde der wenigen (aktuellen) repräsentativen Schulleistungsstudien für Deutschland bzw. einzelne Bundesländer können in ähnlicher Richtung interpretiert werden (z. B. Rolfes et al., 2021). Sowohl die Ergebnisse der Leistungsstudien als auch die Befunde dieser Studie werfen damit die Frage auf, inwiefern die Ziele des intendierten Curriculums der gymnasialen Oberstufe für die Mehrheit der Abiturientinnen und Abiturienten unerreichbar hoch sind bzw. welche Faktoren eine Rolle dabei spielen, dass sie nicht erreicht werden.

7. Limitationen

Bei der Interpretation der Ergebnisse dieser Studie sind folgende Einschränkungen zu beachten. Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde mit der Expertenbefragung ein indirekter Forschungszugang gewählt. Damit ergeben sich möglicherweise andere Ergebnisse, als mit einem direkten Forschungszugang über Unterrichtsbeobachtungen (für das implementierte Curriculum) oder Lernstandserhebungen (für das realisierte Curriculum). Gleichermaßen muss berücksichtigt werden, dass die Expertenlehrkräfte nach ihrer Einschätzung bezüglich ihres Unterrichts befragt wurden. Durch ihren (höheren) Erfahrungsstand könnten sich daher eventuell andere Ergebnisse abzeichnen als bei einer Befragung von Lehrkräften ohne diese Zusatzaufgabe bzw. bei einer breiteren Befragung von einer größeren Stichprobe an Lehrkräften (auch weil sie vielleicht mit eventuellen Stundenreduktionen weniger im Unterrichtseinsatz sind). Allerdings ist davon auszugehen, dass mit der gewählten Stichprobe von Fachleiterinnen und Fachleitern in Mathematik an Landes- bzw. Studienseminaren Personen ausgewählt wurden, die neben ihrer eigenen Lehrerfahrung auch in die (Weiter-)Entwicklung von Lehrplänen, die Konzeption von Abschlussprüfungen, sowie die Aus- und Weiterbildung des Lehrpersonals einbezogen sind und damit sowohl über die fachlichen als auch didaktisch-pädagogischen Fähigkeiten verfügen, um das implementierte Curriculum aussagekräftig bewerten zu können. Auch für die Bewertung des realisierten Curriculums ist dieser Personenkreis als geeignete Expertengruppe anzusehen. Da jedoch aus früheren Studien keine einheitlichen Ergebnisse zur Deckung von Lehrkräfteeinschätzung und tatsächlicher Schülerleistung vorliegen (vgl. Baumert et al., 2000b; Südkamp et al., 2012; Urhahne & Wijnia 2021), sollten die hier berichteten Ergebnisse zur Verfügbarkeit erwarteter Lernvoraussetzungen bei Abiturientinnen und Abiturienten (trotz ihrer guten Deckung mit repräsentativen Schulleistungsstudien) im Idealfall durch Anschlussstudien mit einem direkten Forschungszugang weiter untermauert werden.

Weiterhin sollten bei der Interpretation der Ergebnisse die Erkenntnisse aus der TALIS-Studie (Grünkorn et al., 2020) berücksichtigt werden, dass sich die Behandlung desselben Gegenstandes teilweise stark zwischen verschiedenen Unterrichtseinheiten unterscheiden können (z. B. in Dauer und Tiefe). Damit einhergehend könnte z. B. die Diskrepanz zwischen förderbaren und erreichten Lernvoraussetzungen auch durch Zeitmangel bedingt sein. Selbst wenn Expertenlehrkräfte eine Lernvoraussetzung als förderbar im Unterricht ansehen, bedeutet dies nicht zwangsläufig, dass die Lernvoraussetzung auch in (ausreichender) Zeit gefördert werden kann. Dieser Aspekt, oder auch die Frage wie tiefgehend und zeitintensiv bestimmte Lernvoraussetzungen gefördert werden können, wurde im genutzten Fragebogen nicht explizit erfasst und sollte Gegenstand weiterer Forschung sein.

Darüber hinaus sollte berücksichtigt werden, dass in den wenigen repräsentativen Schulleistungsstudien teils große Differenzen zwischen den betrachteten Bundesländern berichtet werden. In dieser Studie konnte der Unterschied zwischen den Bundesländern jedoch aufgrund einer geringen Anzahl von befragten Expertenlehrkräften in einzelnen Bundesländern nicht aufgelöst werden. Insofern wäre eine genauere Untersuchung auf Länderebene sinnvoll und wünschenswert.

Schließlich wurden in dieser Untersuchung die mathematikbezogenen Studienanforderungen in MINT-Studiengängen mittels der empirischen Beschreibung mathematischer Lernvoraussetzungen von Deeken et al. (2020) modelliert. Die Verwendung anderer Modelle oder Beschreibungen mathematikbezogener Studienanforderungen (wie z. B. der Mindestanforderungskatalog von cosh, 2021, oder die

Empfehlungen der KFP zum Physikstudium, 2012) hätte zu anderen Ergebnissen führen können. Da derartige andere Kataloge jedoch vornehmlich Erwartungen zu mathematischen Inhalten oder Arbeitstätigkeiten formulieren, und hier recht große Übereinstimmungen mit dem MaLeMINT-Katalog (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017) bestehen, sind zumindest für diese beiden Bereiche ähnliche Ergebnisse zu erwarten.

8. Implikationen

Die Ergebnisse dieser Studie können auf unterschiedlichen Ebenen Ansatzpunkte zur Verbesserung des Übergangs von der Schule in ein MINT-Studium liefern:

- Die Ergebnisse bilden die Basis für einen bildungspolitischen Diskurs unter Einbezug von Schule und Hochschule über Zuständigkeiten im Rahmen der Ausbildung von mathematischen Lernvoraussetzungen.
- Sie lassen die (Weiter-)Entwicklung von zielgenauen Unterstützungs- und Kooperationsmöglichkeiten zu.
- Sie helfen, die Transparenz für Schule, Studieninteressierte, Hochschulen und Gesellschaft über die hochschulseitigen Erwartungen zu mathematischen Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium einerseits und die Abdeckung dieser durch das implementierte und realisierte Curriculum andererseits zu erhöhen.
- Sie bieten einen Anlass, innerhalb des Lehrkräftekollegiums über die Implementation und Realisation der erwarteten Lernvoraussetzungen zu diskutieren.

Bezüglich der bei Abiturientinnen und Abiturienten verfügbaren Kompetenzen (realisiertes Curriculum) deuten die Expertenlehrkräfte (übereinstimmend mit Erkenntnissen aus vorliegenden Schulleistungsstudien) an, dass die als Regelstandards organisierten Bildungsstandards der gymnasialen Oberstufe (KMK 2012) nicht von der Mehrheit der Abiturientinnen und Abiturienten in Deutschland erreicht werden könnten. In Anbetracht unzureichender Erkenntnisse hinsichtlich der Leistung von Abiturientinnen und Abiturienten (wie sie durch ein kontinuierliches Bildungsmonitoring möglich wären) ist eine umfassende und repräsentative Bewertung des realisierten Curriculums für Deutschland aktuell nicht möglich. Sollten sich die Hinweise aus dieser Studie und der wenigen zumindest auf Bundeslandebene repräsentativen Leistungsstudien bestätigen, so wäre ein wichtiger Schritt zur Lösung der Übergangsproblematik, dass die für Schulen geforderten Kompetenzziele tatsächlich erreicht werden. Gemessen an den Ergebnissen dieser Studie könnte dies zu einer substantiellen Verbesserung der Vermittlung von ca. 36 % aller mathematischen Lernvoraussetzungen beitragen. Zu Bedenken ist dabei, dass die vorliegende Studie insbesondere den Übergang in ein MINT-Studium im Fokus hatte. Ansatzpunkte für eine substanzielle Verbesserung könnten dementsprechend in einer stärkeren Differenzierung beispielsweise in Grund- und Leistungskurse sowie eine stärker spezialisierte Vorbereitung auf fachgruppenspezifische Bildungs- und Berufsziele der Schülerinnen und Schüler liefern. In diesem Zusammenhang müsste das Verhältnis zwischen allgemeiner Studierfähigkeit und wissenschaftspropädeutischer Spezialisierung in der gymnasialen Oberstufe diskutiert werden.

In Bezug auf die Lernvoraussetzungen, die sich aus Sicht der Expertenlehrkräfte nicht (8) oder nur teilweise (46) sinnvoll im Mathematikunterricht durch entsprechende Lernangebote implementieren lassen, sollte eine einseitige Zuständigkeitszuschreibung zu den Schulen vermieden werden. So könnten beispielsweise Hochschullehrende die Ergebnisse kurzfristig nutzen, um mögliche Kompetenzdefizite zielgenau in der Planung von Unterstützungsangeboten oder Einstiegsveranstaltungen zu berücksichtigen. Eine entsprechende Förderung des Kompetenzaufbaus gerade bei diesen Lernvoraussetzungen erscheint in einem zeitlich begrenzten Rahmen möglich, da aufbauend auf bereits gelegten schulischen Grundlagen eine Vernetzung bzw. Erweiterung bestehender Kompetenzen erforderlich wäre. Mit Blick auf ein Überdenken des Verhältnisses zwischen allgemeiner Studierfähigkeit und wissenschaftspropädeutischer Spezialisierung als Ziele der gymnasialen Oberstufe ist jedoch insbesondere eine verstärkte Vernetzung und Abstimmung zwischen sekundärem und tertiärem Bildungssektor erforderlich, um auszuloten, wie zukünftige Studierende bestenfalls auf (MINT-spezifische) Anforderungen an der Hochschule vorbereitet werden können. Vielfältige Einzelangebote wie ein Juniorstudium oder die Vorverlagerung von studiennahen Lehrveranstaltungen als zusätzliche Wahlveranstaltungen an die Schule gibt es bereits. Eine systematische und breiter angelegte Vernetzung zwischen Schule und Hochschule wurde bislang nur in einzelnen Bundesländern bereits begonnen wie z. B. cosh in Baden-Württemberg (cosh, 2021) oder MaLeMINT-Implementation in Schleswig-Holstein (Weber et al., 2023). Dabei handelt es sich jedoch um einzelne Leuchtturmprojekte, die ähnlich in anderen Bundesländern nach den dortigen Rahmenbedingungen umgesetzt werden müssten, damit sie nachhaltig und flächendeckend wirken können.

Danksagung

Wir bedanken uns bei allen Lehrkräften, die an unserer Studie teilgenommen haben.

Zusatzmaterial

Eine Zusammenstellung der Bewertungen aller mathematischen Lernvoraussetzungen bezüglich ihrer Abdeckung im implementierten und realisierten Curriculum findet sich im Online Supplement.

Anmerkungen

[1] In diesem Abgleich wurden vier Ausprägungen unterschieden: „gar nicht abgedeckt', ‚teilweise abgedeckt' (d. h. nur Teile der Lernvoraussetzung oder ein geringeres Niveau war abgedeckt), ‚optional abgedeckt' (d. h. die Lernvoraussetzung ist als Wahloption oder nur für Kurse mit erhöhtem Niveau vorgesehen) oder ‚vollständig abgedeckt'" (Heinze et al., 2022, S. 303).

[2] Es gab keine Teilnehmenden aus Mecklenburg-Vorpommern, Rheinland-Pfalz und Sachsen-Anhalt. Zwei Personen haben kein Bundesland angegeben.

[3] D. h. mindestens 66,7 % der Expertenlehrkräfte stimmen zu. Bei 17 dieser Lernvoraussetzungen gibt es sogar einen Konsens unter mindestens 80 % der Befragten.

[4] Bei 26 davon gab es einen Konsens unter mindestens 80 % der Expertenlehrkräfte.

Literatur

Baumann, A. (2013). Mathe-Lücken und Mathe-Legenden. Einige Bemerkungen zu den mathematischen Fähigkeiten von Studienanfängern. *Die Neue Hochschule 2013*(5), 150-153.

Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2000a). *TIMSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (Bd. 1: Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit). Leske + Budrich.

Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (Hrsg.). (2000b). *TIMSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (Bd. 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe). Leske + Budrich.

cosh (2021). *Mindestanforderungskatalog Mathematik Version 3.0 von Schulen und Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern* (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik). https://cosh-mathe.de/wp-content/uploads/2023/09/makV3.0.pdf (abgerufen am 09.01.2026)

Deeken, C., Neumann, I. & Heinze, A. (2020). Mathematical Prerequisites for STEM Programs: What do University Instructors Expect from New STEM Undergraduates? *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 6*, 23–41. https://doi.org/10.1007/s40753-019-00098-1

De Guzmán, M., Hodgson, B. R., Robert, A. & Villani, V. (1998). Difficulties in the passage from secondary to tertiary education. In G. Fischer & U. Rehmann (Hrsg.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Volume 3: Invited Lectures, S. 747–762). Documenta mathematica, extra volume ICM 1998.

destatis, 2023. https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bildung-Forschung-Kultur/Hochschulen/Tabellen/studierende-insgesamt-faechergruppe.html (abgerufen am 06.02.2024)

Engelbrecht, J. (2010). Adding structure to the transition process to advanced mathematical activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41*(2), 143–154. https://doi.org/10.1080/00207390903391890

Geisler, S. & Rolka, K. (2021). "That wasn't the math I wanted to do!"—Students' beliefs during the transition from school to university mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education, 19*(3), 599–618. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10072-y

Grünkorn, J., Klieme, E., Praetorius, A.-K. & Schreyer, P. (2020). *Mathematikunterricht im internationalen Vergleich. Ergebnisse aus der TALIS-Videostudie Deutschland*. DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237-254.

Gueudet, G. & Pepin, B. (2018). Didactic contract at the beginning of university: A focus on resources and their use. *International Journal of Research on Undergraduate Mathematics Education, 4*(1), 56–73.

Gueudet, G., Thomas, M.O.J. (2020). Secondary-Tertiary Transition in Mathematics Education. In S. Lerman (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100026

Heinze, A., Neumann, I. & Deeken, C. (2022). Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge: Eine Delphi-Studie mit Hochschullehrenden. In L. Hoffmann, P. Schröter, A. Groß, S. M. Schmid-Kühn & P. Stanat (Hrsg.), *Das unvergleichliche Abitur: Entwicklungen – Herausforderungen – Empirische Analysen* (S. 289-317). wbv Publikation. https://doi.org/10.3278/9783763972494

Helmke, A. (2014). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (5. überarbeitete Aufl., Schule weiterentwickeln – Unterricht verbessern. Orientierungsband). Klett-Kallmeyer.

Heublein, U., Hutzsch, C., Schreiber, J., Sommer, D. & Besuch, G. (2010). *Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen: Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08*. HIS: Forum Hochschule 2/2010. HIS Hochschul-Informations-System GmbH. https://www.hof.uni-halle.de/documents/t1944.pdf (abgerufen am 09.01.2026)

Heublein, U., Richter, J., Schmelzer, R. & Sommer, D. (2012). *Die Entwicklung der Schwund- und Studienabbruchquoten an den deutschen Hochschulen. HIS: Forum Hochschule 3/2012*. HIS Hochschul-Informations-System GmbH.

https://www.dzhw.eu/pdf/pub_fh/fh-201203.pdf (abgerufen am 09.01.2026)

Hoyles, C., Newman, K. & Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32*(6), 829–845.

IEA - International Association for the Evaluation of Educational Achievement (1979). *Second Study of Mathematics*. Bulletin No. 4. Report. IEA. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED244822.pdf (abgerufen am 09.01.2026)

Kampa, N., Leucht, M., Köller, O. (2016). Mathematische Kompetenzen in unterschiedlichen Profilen der gymnasialen Oberstufe. In J. Kramer, M. Neumann, U. Trautwein (Hrsg.), *Abitur und Matura im Wandel*. Edition ZfE, Vol. 2. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-11693-4_7

KFP [Konferenz der Fachbereiche Physik] (2012). *Empfehlung der Konferenz der Fachbereiche Physik zum Umgang mit den Mathematikkenntnissen von Studienanfängern der Physik*. Zuletzt abgerufen am 05.09.2016 unter http://www.kfp-physik.de/dokument/KFP-Empfehlung-Mathematikkenntnisse.pdf

KMK [Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland] (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf (abgerufen am 09.01.2026)

Klieme, E. (2000). Fachleistungen im voruniversitären Mathematik- und Physikunterricht: Theoretische Grundlagen, Kompetenzstufen und Unterrichtsschwerpunkte. In J. Baumert, W. Bos & R. Lehmann (Hrsg.), *TIMSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (Bd. 2, S. 57–128). Leske + Budrich.

Konegen-Grenier, C. (2001). *Studierfähigkeit und Hochschulzugang*. Deutscher Instituts-Verlag.

Lehmann, R. H., Vieluf, U., Nikolova, R. & Ivanov, S. (2012). LAU 13 - Aspekte der Lernausgangslage und der Lernentwicklung - Klassenstufe 13 - Erster Bericht. In Behörde für Schule und Berufsbildung (Hrsg.), *LAU – Aspekte der Lernausgangslage und der Lernentwicklung* (S. 151–231). Waxmann.

Nagy, G., Neumann, M., Becker, M., Watermann, R., Köller, O., Lüdtke, O. et al. (2007). Mathematikleistungen am Ende der Sekundarstufe II. In U. Trautwein, O. Köller, R. Lehmann & O. Lüdtke (Hrsg.), *Schulleistungen von Abiturienten. Regionale, schulformbezogene und soziale Disparitäten* (S. 71–112). Waxmann.

Nagy, G., Neumann, M., Trautwein, U. & Lüdtke, O. (2010). Voruniversitäre Mathematikleistungen vor und nach der Neuordnung der gymnasialen Oberstufe in Baden-Württemberg. In U. Trautwein, M. Neumann, G. Nagy, O. Lüdtke & K. Maaz (Hrsg.), *Schulleistungen von Abiturienten. Die neu geordnete gymnasiale Oberstufe auf dem Prüfstand* (S. 147–180). VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Neumann, I., Heinze, A. & Pigge, C. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium?* IPN - Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.

Neumann, M. & Trautwein, U. (2019). Sekundarbereich II und der Erwerb der Hochschulzugangsberechtigung. In O. Köller, M. Hasselhorn, F.W. Hesse, K. Maaz, J. Schrader, H. Solga, et al. (Hrsg.), *Das Bildungswesen in Deutschland. Bestand und Potenziale* (S. 533–564). Verlag Julius Klinkhardt.

OECD (2023). PISA 2022 Assessment and Analytical Framework. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en

Rach, S. (2014). *Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium: Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester*. Waxmann.

Rach, S. & Heinze, A. (2017). The transition from school to University in Mathematics: Which influence do School-related variables have? *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(7), 1343–1363. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9744-8

Rach, S. & Ufer, S. (2020). Which prior mathematical knowledge is necessary for study success in the university study entrance phase? Results on a new model of knowledge levels based on a reanalysis of data from existing studies. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 6*(3), 375–403. https://doi.org/10.1007/s40753-020-00112-x

Rolfes, T., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2021). Mathematikleistungen von Schülerinnen und Schülern der gymnasialen Oberstufe in Deutschland: Ein Review und eine Sekundäranalyse der Schulleistungsstudien seit 1995. *Journal für Mathematik-Didaktik, 42*, 395–429. https://doi.org/10.1007/s13138-020-00180-1

SEFI [European Society for Engineering Education] (2013). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education: A Report of the Mathematics Working Group*. European Society for Engineering Education.

Stylianides, G.J. (2008). Investigating the Guidance Offered to Teachers in Curriculum Materials: The Case of Proof in Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education, 6*, 191–215. https://doi.org/10.1007/s10763-007-9074-y

Südkamp, A., Kaiser, J. & Möller, J. (2012). Accuracy of teachers' judgments of students' academic achievement: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology, 104*(3), S. 743-762.

Sutherland, R. & Dewhurst, H. (1999). *Mathematics education, framework for progression from 16–19 to HE*. University of Bristol.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 495–511). Macmillan.

Thomas, M. O. J., de Freitas Druck, I., Huillet, D., Ju, M.-K., Nardi, E., Rasmussen, C. & Xie, J. (2015). Key mathematical concepts in the transition from secondary school to university. In S. J. Cho (Hrsg.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education. Intellectual and attitudinal challenges* (S. 265–284). Springer.

Travers, K. J., Oldham, E. E. & Livingston, I. D. (1989). Origins of the Second International Mathematics Study. In D. F. Robitaille & R. A. Garden (Hrsg.), *The IEA study of mathematics I: Analysis of Mathematics Curricula* (S. l-14). Pergamon.

Urhahne, D. & Wijnia, L. (2021). A review on the accuracy of teacher judgments. *Educational Research Review, 32*, https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100374

Watermann, R., Nagy, G. & Köller, O. (2004). Mathematikleistungen in allgemein bildenden und beruflichen Gymnasien. In O. Köller, R. Watermann, U. Trautwein & O. Lüdtke (Hrsg.), *Wege zur Hochschulreife in Baden-Württemberg.*

TOSCA - Eine Untersuchung an allgemein bildenden und beruflichen Gymnasien (S. 205–326). Opladen: Leske + Budrich.

Weber, B.-J., Schumacher, M., Rolfes, T., Neumann, I., Abshagen, M. & Heinze, A. (2023). Mathematische Mindestanforderungen für ein MINT-Studium: Was können Hochschulen fordern, was sollten Schulen leisten? *Journal für Mathematik-Didaktik, 44*, 83–116. https://doi.org/10.1007/s13138-022-00211-z

Anschrift der Verfasser:innen

Christoph Deeken
Regionales Berufsbildungszentrum des Kreises Rendsburg-Eckernförde
Standort Rendsburg
Kieler Straße 30
24768 Rendsburg
christoph.deeken@bbz-rd-eck.de

Irene Neumann
IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
ineumann@leibniz-ipn.de

Aiso Heinze
IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
heinze@leibniz-ipn.de

Online Supplement zum Manuskript „Mathematische Studierfähigkeit in MINT-Studiengängen – Inwiefern halten Expertenlehrkräfte die Erwartungen von Hochschullehrenden in der Schule für umsetzbar und realisiert?“ (C. Deeken, I. Neumann & A. Heinze)

Die folgende Übersicht zeigt für alle in Deeken, Neumann und Heinze (2020)[1] als notwendig identifizierte Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge, ob Expertenlehrkräfte diese als Teil des implementierten bzw. realisierten Curriculums des Mathematikunterrichts an Gymnasien ansehen. Als Expertinnen und Experten wurden Fachleitende mit dem Unterrichtsfach Mathematik über das gesamte Bundesgebiet hinweg zu der Befragung eingeladen. Für das implementierte Curriculum war ausschlaggebend, inwiefern für diese Lernvoraussetzung sinnvolle Lernangebote in ihrem Mathematikunterricht gemacht werden konnten („gar nicht“ = 0, „eher nicht“ = 1, „eher“ = 2, „vollständig“ = 3). Als Teil des realisierten Curriculums werden Lernvoraussetzungen bewertet, die aus Sicht der Expertenlehrkräfte von mindestens 50% der Abiturientinnen und Abiturienten beherrscht werden. Für die Auswertung wurden folgende Kriterien vorgenommen:

Implementiertes Curriculum	Realisiertes Curriculum
- $M \geq 2{,}0$: Es besteht ein Konsens, dass die Lernvoraussetzung sinnvoll gefördert werden kann, **Code Z (Zustimmung)** - $2{,}0 > M > 1{,}0$: Es gibt keine eindeutige Bewertung unter den Expertinnen und Experten, **Code U (uneindeutig)** - $1{,}0 \geq M$: Es besteht ein Konsens, dass die Lernvoraussetzung nicht sinnvoll gefördert werden kann, **Code A (Ablehnung)** *M=Mittlere Zustimmungsrate auf der Skala („gar nicht“=0, „eher nicht“=1, „eher“=2, „vollständig“=3)*	- mindestens 2/3 aller Befragten gaben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: **Code Z (Zustimmung)** - mehr als 1/3 aber weniger als 2/3 aller Befragten gaben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: **Code U (uneindeutig, d. h. kein Konsens)** - höchstens 1/3 aller Befragten, gaben an, dass mindestens 50 % der Abiturientinnen und Abiturienten die jeweilige Lernvoraussetzung sicher beherrschen: **Code A (Ablehnung)**

Daraus ergeben sich die folgenden Abstufungen: zu adressierende bzw. beherrschte Lernvoraussetzung (Z), nicht zu adressierende bzw. beherrschte Lernvoraussetzung (A), kein Konsens seitens der Expertenlehrkräfte (U).

[1] Deeken, C., Neumann, I., & Heinze, A. (2020). Mathematical Prerequisites for STEM Programs: What do University Instructors Expect from New STEM Undergraduates? *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education. Education, Education*, 6, 23–41. https://doi.org/10.1007/s40753-019-00098-1

A) Mathematische Inhalte	Curriculum	
A1) Grundlagen	Implementiert	Realisiert
Mengen, Mengendarstellungen und Mengenoperationen	U	A
Rationale, reelle Zahlen (inkl. elementare Eigenschaften)	Z	Z
Größenvorstellungen zu Standardbeispielen reeller Zahlen (z. B. Pi)	Z	Z
Zahlengerade als Repräsentationsform für Zahlen	Z	Z
Techniken für Zahlenvergleiche (z. B. beim Vergleich zweier Brüche)	Z	U
Teilbarkeit einschließlich ggT, kgV und Primfaktorzerlegung	U	A
Rechnen mit Maßeinheiten (z. B. SI-Einheiten und abgeleitete Einheiten)	Z	U
Elementare algebraische Regeln wie z. B. Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz, Klammerrechnung, Vorzeichenregeln, Binomische Formeln, Faktorisieren	Z	Z
Bruchrechnung und Umgang mit Bruchtermen	Z	U
Prozentrechnung, Proportionalität und Dreisatz	Z	Z
Äquivalenzumformung und Implikation	Z	U
Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	Z	U
Lineare und quadratische Gleichungen	Z	Z
Potenz- und Wurzelgleichungen (inkl. Rechenregeln für Potenz- und Wurzelrechnung)	U	A
Betragsgleichungen	U	A
Exponential- und Logarithmusgleichungen	Z	U
Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen	U	A
Lineare und quadratische Ungleichungen	U	A
Ungleichungen mit Beträgen	A	A
Lineare Gleichungssysteme mit bis zu drei Unbekannten (ohne Matrixdarstellung)	Z	Z
Lineare Gleichungssysteme: Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen (ohne Matrixdarstellung)	Z	U
Geometrische Konstruktionen von Dreiecken bzw. im Dreieck	Z	U
Satz des Pythagoras und Sätze am Kreis (z. B. Satz des Thales)	Z	Z
Trigonometrie (inkl. Sinus- und Kosinussatz)	U	U
Berechnung von Winkelgrößen, Längen und Flächeninhalten bzw. Volumina bei einfachen Flächen- bzw. Körperformen (z. B. Dreieck, Viereckstypen, Kreis, Pyramiden, Zylinder, Kugel)	Z	Z
Kongruenz und Ähnlichkeit (und zugehörige Abbildungen)	U	U
Strahlensätze	Z	A
Kreisgleichung $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	A	A
Begriff/Definition einer Funktion	Z	Z
Definitionsmenge und Wertemenge	Z	Z
Repräsentationen von Funktionen (Tabelle, Graph, Gleichung)	Z	Z
Transformation von Funktionen (Spiegelung, Verschiebung, Streckung/Stauchung) an Funktionsgraph und -gleichung	Z	Z
Lineare und quadratische Funktionen	Z	Z
Potenz- und Wurzelfunktionen	Z	U
Exponential- und Logarithmusfunktionen	Z	U
Trigonometrische Funktionen (inkl. Bogenmaß, Kenntnisse spezieller Funktionswerte, Polarkoordinaten)	U	A
Verknüpfung oder Verkettung von Funktionen	Z	U
Symmetrie	Z	Z
Monotonie	Z	Z
Nullstellen	Z	Z
Asymptotisches Verhalten von Funktionen	Z	U
Polynome (Grad n), elementares Rechnen mit Polynomen	Z	Z
Polynomdivision	U	A
Gebrochen-rationale Funktionen	U	A

Begriff der Umkehrfunktionen inkl. zentraler Beispiele (Potenz-, Wurzel-, Exponential-, Logarithmus- und trigonometrische Funktionen)	U	A
Funktionen mit Fallunterscheidung	U	A
A) Mathematische Inhalte	Curriculum	
A2) Analysis	Implementiert	Realisiert
Begriff der Folge (als Abbildung von ℕ nach ℝ)	A	A
Intuitives Grenzwertkonzept (z. B. $x \to a$, ohne expliziten Folgenbegriff) und Grenzwertbestimmung	Z	U
Arithmetische und geometrische Folgen	A	A
Bildungsvorschriften von Folgen (rekursiv, explizit)	A	A
Anschauliches Stetigkeitskonzept (z. B. als „durchgezogener Graph“)	U	U
Definition der Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit auf Basis eines intuitiven Grenzwertkonzepts ($x \to a$)	Z	U
Graphische Interpretation von Differenzierbarkeit (z. B. „kein Knick im Graph“)	Z	U
Rechnerisches Differenzieren und Integrieren reeller Funktionen (von Hand)	Z	Z
Anschauliche/graphische Beziehung zwischen Funktions- und Ableitungsgraph	Z	Z
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Z	Z
Definition und Bestimmung von Extrem- und Wendestellen	Z	Z
Extremwertprobleme	Z	U
Faktor- und Summenregel (Differential- und Integralrechnung)	Z	Z
Produktregel und Quotientenregel (Differentialrechnung)	Z	U
Kettenregel (Differentialrechnung)	Z	U
Substitutionsregel (Integralrechnung)	U	A
Ableitung als Tangentensteigung	Z	Z
Ableitung als lokale Änderungsrate	Z	Z
Ableitung als lokale lineare Approximation	U	A
Bestimmtes Integral als orientierter Flächeninhalt	Z	Z
A) Mathematische Inhalte	Curriculum	
A3) Analytische Geometrie	Implementiert	Realisiert
Vektoren als Pfeilklassen	Z	U
Komponentendarstellung von Vektoren in $\mathbb{R}^3$	Z	Z
Elementare Operationen mit Vektoren (Addition, Skalarmultiplikation)	Z	Z
Skalarprodukt	Z	Z
Kollinearität von Vektoren	Z	Z
Analytische Beschreibung bzw. Darstellung von Punkt, Gerade und Ebene in Ebene und Raum	Z	Z
Winkel- und Lagebeziehungen (Schnittpunkt, Abstand) von geometrischen Objekten in Ebene und Raum	Z	Z
A) Mathematische Inhalte	Curriculum	
A4) Stochastik und bereichsübergreifende Inhalte	Implementiert	Realisiert
Abzählende Kombinatorik (Permutationen, Variationen, Kombinationen, Zählprinzipien)	U	U
Wahrscheinlichkeit sowie diskrete Zufallsgrößen (Binomialverteilung) und Normalverteilung	Z	U
Aussagenlogik (Aussagen und ihre Verknüpfung, Aussageformen, Umkehrung von Aussagen, Umformungen (Rechnen mit Aussagevariablen sowie Existenz- und All-Aussagen))	A	A
Übergeordnete Begriffe wie Definition, Beispiel, Vermutung, Heuristik, Aussage, Satz, Beweis	U	A

B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B1) Grundlagen	Implementiert	Realisiert
Schnelles und korrektes Ausführen von bekannten Verfahren ohne elektronische Hilfsmittel (z. B. Bestimmen von Ableitung und Integral; Lösen von Gleichungssystemen; Umformungen, wobei einfache Rechenschritte im Kopf gelöst werden können)	Z	Z
Sicherer Umgang mit Taschenrechnern und Computern zur Lösung von Aufgaben (z. B. einfache graphische Lösungsverfahren, aber auch kritische Betrachtung von Ergebnissen)	Z	Z
Sprachliche Fähigkeiten (Deutsch, ohne spezielle mathematische Fachbegriffe) zum Verstehen von Aufgabenstellungen oder Texten zur Mathematik, z. B. in der Fachliteratur	Z	U
Sprachliche Fähigkeiten (Englisch, ohne spezielle mathematische Fachbegriffe) zum Verstehen von Aufgabenstellungen oder Texten zur Mathematik, z. B. in der Fachliteratur	A	A
Sicherer Umgang mit grundlegender mathematischer Formelsprache (ohne elektronische Hilfsmittel)	Z	U
Sicherer Umgang mit Standarddarstellungen von Termen/ Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen, Vektoren und geometrischen Objekten (ohne elektronische Hilfsmittel)	Z	Z
Sicherer Umgang mit dem Summen- und dem Produktzeichen	U	U
Schnelles und sicheres Wechseln zwischen unterschiedlichen Standarddarstellungen (z. B. bei Termen/Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen, Vektoren und geometrischen Objekten) ohne elektronische Hilfsmittel	Z	U
Entwickeln von Visualisierungen zu mathematischen Zusammenhängen (d. h. geeignete Auswahl einer Darstellungsart und Anfertigen der Darstellung ohne elektronische Hilfsmittel)	Z	U
B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B2) Mathematisches Argumentieren und Beweisen	Implementiert	Realisiert
Verstehen und Explorieren von mathematischen Behauptungen und Sätzen (was wird ausgesagt, für welche Klasse von mathematischen Objekten gilt dies bzw. gilt dies nicht aufgrund der Voraussetzungen)	U	A
Verstehen und Prüfen von mathematischen Beweisen	U	A
Erkennen von Zusammenhängen und Strukturen in gegebenen mathematischen Situationen (z. B. einfache Schlussfolgerungen oder Äquivalenzen)	Z	A
Entwickeln und Formulieren mathematischer Vermutungen und unterstützender Plausibilitätsargumente	Z	A
Überschlagsrechnungen	Z	U
Größenordnungen abschätzen	Z	U
Plausibilitätsüberlegungen bei Argumentationen	Z	U
Fehler systematisch eingrenzen, identifizieren bzw. grob abschätzen	U	A
B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B3) Mathematisches Kommunizieren	Implementiert	Realisiert
Schriftliche mathematische Formulierungen (mit Fachsprache und Fachsymbolik) sprachlich verstehen	Z	U
Mathematik in präziser mathematischer Notation unter Einsatz der Fachsprache und Fachsymbolik schriftlich darstellen	Z	U
Lernförderliche und präzise Fragen stellen	Z	U
Mathematische Sachverhalte mündlich erklären	Z	U
Zielgerichtet mit Lehrenden oder Studierenden über Mathematik diskutieren	U	A

B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B4) Mathematisches Definieren	Implementiert	Realisiert
Mathematische Definitionen nachvollziehen (u. a. Beispiele und Gegenbeispiele angeben; prüfen, ob ein Beispiel unter die Definition fällt oder nicht)	Z	A
Mathematische Begriffe anhand ihrer Definition erklären	U	A
Mathematische Definitionen bekannter Begriffe angemessen formulieren	Z	A
B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B5) Problemlösen	Implementiert	Realisiert
Gegebene mathematische Probleme verstehen und präzise wiedergeben	Z	A
Gegebene Lösungen zu mathematischen Problemen verstehen	Z	U
Aus gegebenen Lösungen zu mathematischen Problemen Lösungsstrategien ableiten	Z	A
Allgemeine heuristische Prinzipien sicher und flüssig verwenden (Skizze anfertigen, systematisch probieren, in Teilprobleme zerlegen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden)	Z	A
Notwendigkeit von Fallunterscheidungen erkennen und Fallunterscheidungen vornehmen	U	A
Komplexe Probleme in einfachere äquivalente Probleme umformulieren	U	A
Probleme mit mindestens drei Lösungsschritten lösen (d. h. Probleme, bei denen eine Kette von mindestens drei Argumenten nötig ist, sodass eine einfache Folgerung aus den Voraussetzungen in Kombination mit einer einfachen Rückwärtsfolgerung aus der Behauptung nicht schon die Lösung darstellt)	U	A
B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B6) Mathematisches Modellieren	Implementiert	Realisiert
Beschreibung außermathematischer Situationen mithilfe mathematischer Werkzeuge	Z	U
Lösung außermathematischer Problemsituationen mithilfe mathematischer Werkzeuge	Z	U
Kontrolle von Ergebnissen einer mathematischen Modellierung im Hinblick auf Stimmigkeit in Realsituationen	Z	U
Reflektieren des Nutzens und der Grenzen mathematischer Modellierungen für reale Problemsituationen	Z	A
B) Mathematische Arbeitstätigkeiten	Curriculum	
B7) Recherche	Implementiert	Realisiert
Mathematische Informationen in Nachschlagewerken, dem Internet oder anderen Ressourcen recherchieren (inkl. kritischer Einschätzung der Quellen)	U	A
	Curriculum	
C) Wesen der Mathematik	Implementiert	Realisiert
Das Beweisen ist eine zentrale Tätigkeit der Mathematik.	U	A
Die spezielle Art des Beweisens grenzt die Mathematik von vielen anderen Disziplinen ab.	U	A
Die für das Beweisen notwendige Präzision erfordert eine Strenge in der Begriffsdefinition und der Argumentation.	U	A
Begriffe werden in der Mathematik vollständig durch definierende Eigenschaften charakterisiert und auf Basis dieser Eigenschaften werden mithilfe deduktiver Schlussfolgerungen weitere Aussagen abgeleitet und bewiesen.	U	A
Mathematik sollte auch als Schulung des präzisen und abstrakten Denkens verstanden werden, die weit über das schablonenartige	U	A

Anwenden mathematischer Methoden auf Standardprobleme hinausgeht.		
Mathematik sollte als ein offenes System angesehen werden, das viel mehr und qualitativ Anderes enthält, als in der Schulmathematik thematisiert wird.	U	A
Mathematische Ergebnisse werden in Form definierter Begriffe und bewiesener Aussagen in anderen Disziplinen verwendet, um außermathematische Phänomene und Probleme zu modellieren und damit einer Handhabung zugänglich zu machen.	U	A
D) Persönliche Merkmale	Curriculum	
D1) Einstellungen und Arbeitsweisen	Implementiert	Realisiert
Offenheit gegenüber der Mathematik als wissenschaftliche Disziplin und dem Mathematiklernen an der Hochschule	U	A
Interesse, Freude, Motivation und Neugier an/gegenüber der Mathematik	Z	A
Interesse, Freude, Motivation und Neugier an/gegenüber der Anwendung von Mathematik in außermathematischen Bereichen	Z	A
Bereitschaft zur tiefgreifenden Durchdringung (Verständnis) und Reflexion mathematischer Begriffsbildungen, Konzepte und Prozesse	U	A
Bereitschaft zum Herleiten von neuen Zusammenhängen und Formeln	U	A
Bereitschaft, auch aufwendige, abstrakte mathematische Probleme zu lösen	U	A
Organisations- und Zeitmanagement: Bereitschaft und Fähigkeit zur selbständigen Arbeit (insb. in Bezug auf das Lösen von Übungsaufgaben oder das Lesen mathematischer Fachbücher) sowie ordentliche, strukturierte und gewissenhafte Arbeitsweise bezogen	U	A
Fleiß und Bereitschaft zur häufigen Beschäftigung mit Mathematik	U	A
Durchhaltevermögen, Ausdauer, Zähigkeit, Frustrationstoleranz und Selbstdisziplin gegenüber mathematikbezogenen Anforderungen	U	A
Übereinstimmung zwischen Selbsteinschätzung und tatsächlichen Fähigkeiten, kritischer Umgang mit den eigenen Fähigkeiten	Z	U
Vertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit bzw. in das eigene Denken	Z	U
D) Persönliche Merkmale	Curriculum	
D2) Kognitive Fähigkeiten und Kenntnisse	Implementiert	Realisiert
Schnelles Auffassungsvermögen	U	A
Intelligenz (insb. präzises abstraktes und logisches Denken)	U	U
Konzentrationsfähigkeit (Bereitschaft und Fähigkeit zu konzentriertem Arbeiten über einen längeren Zeitraum)	Z	U
Kreativität und Vorstellungsvermögen (insb. zur Übertragung und Weiterentwicklung von Methoden sowie zur Generierung von Problemlöseideen)	U	A
Kenntnisse über den Aufbau und die Ziele des zu wählenden Studiengangs	A	A
D) Persönliche Merkmale	Curriculum	
D3) Soziale Fähigkeiten	Implementiert	Realisiert
Kommunikationsfreudigkeit: Bereitschaft zum Austausch mit Lehrenden und Studierenden über Mathematik	Z	U
Bereitschaft und Mut, bei Unklarheiten oder Fehlern nachzufragen und bei Schwierigkeiten Hilfe zu suchen.	Z	Z
Teamfähigkeit (insb. zum Bilden von und gemeinsamen Arbeiten in Übungsgruppen)	Z	Z