

Wie wird die Bedingung formuliert? – Eine Untersuchung zur sprachlichen Beschreibung von bedingten Wahrscheinlichkeiten

KATHARINA BÖCHERER-LINDER, FREIBURG

Zusammenfassung: In der vorliegenden Arbeit wird mittels qualitativer Inhaltsanalyse ein Kategoriensystem entwickelt, das die sprachlichen Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten aus einer linguistischen Perspektive systematisch erfasst. Es werden sechs verschiedene Kategorien identifiziert, wobei vier verschiedene Stufen der Explizitheit unterschieden werden. Eine anschließende kategoriengeleitete Textanalyse von Aufgabentexten aktueller Schulbücher zeigt, dass sich die Bandbreite der verwendeten Formulierungen zwischen den Lehrwerken unterscheidet. Implikationen für Forschung und Praxis werden diskutiert.

Abstract: This paper uses qualitative content analysis to develop a category system that systematically records the formulations of conditional probabilities from a linguistic perspective. Six different categories are identified, whereby four different levels of explicitness are distinguished. A subsequent category-based text analysis of task texts from current textbooks reveals that the range of formulations used differs between the textbooks. Implications for research and practice are discussed.

1. Einleitung

„Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist für viele Schülerinnen und Schüler mit fachlichen wie sprachlichen Herausforderungen verbunden“ (Guckelsberger & Schacht, 2018, S. 29). Gerade bedingte Wahrscheinlichkeiten lassen sich sprachlich ganz unterschiedlich beschreiben: „Wie wahrscheinlich ist ein Temperatursturz unter der Bedingung, dass es regnet? / falls es regnet? / bei Regen? / wenn man weiß, dass es regnet?“. Dabei werden bedingte Wahrscheinlichkeiten von Lernenden häufig nicht als solche erkannt: Verschiedene Studien zeigen, dass bei Aufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten oft die Bedingung ignoriert und fälschlicherweise eine einfache Wahrscheinlichkeit berechnet wird oder die bedingte Wahrscheinlichkeit mit einer konjugierten oder inversen bedingten Wahrscheinlichkeit verwechselt wird (z. B. Díaz & Batanero, 2009; Eichler & Vogel, 2013; Watson & Moritz, 2002).

Es stellen sich deswegen die folgenden Fragen: Woran erkennt man bedingte Wahrscheinlichkeiten in Aufgabentexten? Wie wird die Bedingung formuliert

und wie kann man die bedingte Wahrscheinlichkeit von einer einfachen oder konjugierten Wahrscheinlichkeit sprachlich unterscheiden? Worauf sollte man bei der Beschreibung von bedingten Wahrscheinlichkeiten im Schulunterricht achten?

Die vorliegende Arbeit geht diesen Fragen nach. Zunächst wird das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit und ihre sprachliche Beschreibung vorgestellt. Anschließend wird der Forschungsstand zum Einfluss der Aufgabenformulierung bei bedingten Wahrscheinlichkeiten sowie zur Rolle der Sprache berichtet. Hieraus werden die konkreten Forschungsfragen abgeleitet und deren empirische Untersuchung sowie die Ergebnisse dargelegt. Konsequenzen für die weitere Forschung sowie Implikationen für den Unterricht werden abschließend diskutiert.

2. Wie wird die Bedingung formuliert?

Bevor verschiedene Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten sprachlich eingeordnet werden, soll zunächst die mathematische Struktur dargestellt werden, die es sprachlich zu beschreiben gilt.

2.1 Mathematische Struktur bedingter Wahrscheinlichkeiten

Im Folgenden wird die Betrachtung nur für endliche Wahrscheinlichkeitsräume formuliert, da dies für die typische schulische Situation ausreichend ist. Mathematisch lassen sich Ereignisse als Teilmengen des Ergebnisraumes Ω auffassen. Nehmen wir als Beispiel das klassische Werfen eines Würfels, dann ist $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Die beiden Ereignisse

A : „Es fällt eine gerade Zahl“

B : „Die Zahl ist größer als 3“

lassen sich in Mengenschreibweise dann auch folgendermaßen darstellen:

$A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{4, 5, 6\}$

In einem Mengenbild können die Beziehungen der Teilmengen deutlich gemacht werden (vgl. Abb. 1):

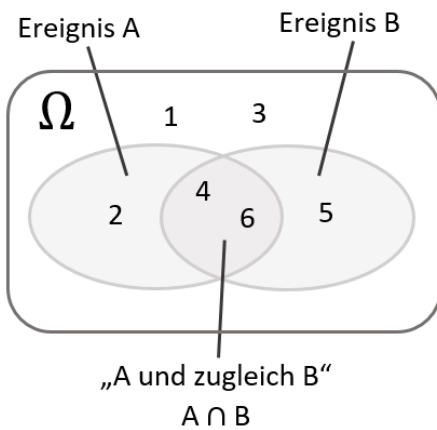
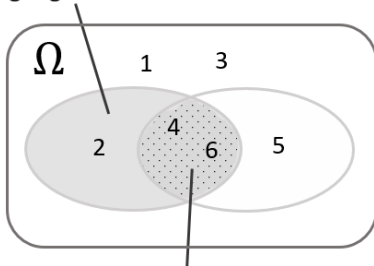


Abb. 1: Teilmengenstruktur der Ereignisse A: „es fällt eine gerade Zahl“ und B: „die Zahl ist größer als 3“ innerhalb der Ergebnismenge Ω .

Interessiert nun z. B. die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl größer als 3 ist *unter der Bedingung*, dass eine gerade Zahl fällt, dann wird die Ergebnismenge auf gerade Zahlen eingeschränkt. Anschließend wird geschaut, welche von den geraden Zahlen sich zusätzlich dem Ereignis B zuordnen lassen. Im Mengendiagramm kann die entsprechende Teil-Ganzes-Beziehung deutlich gemacht werden (vgl. Abb. 2):

Die Grundmenge wird durch die Bedingung A beschrieben.



Das betrachtete Ereignis $A \cap B$ ist Teilmenge der Grundmenge A .

Abb. 2: Teil-Ganzes-Beziehung der Ereignismengen, die der bedingten Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$ zugrunde liegt.

Für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$ muss also die Teil-Ganzes-Beziehung „ $A \cap B$ ist Teilmenge der Grundmenge A “ betrachtet werden. Die bedingte Wahrscheinlichkeit ergibt sich dann aus dem entsprechenden Verhältnis

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

Grundlage für die Berechnung einer bedingten Wahrscheinlichkeit ist es also, die entsprechende Teil-Ganzes-Beziehung zu erkennen.

Im Stochastikunterricht ist die Spannung zwischen mathematischer Formalisierung und einer Sprache, die an die natürlichen Sprachgewohnheiten der Schülerinnen und Schüler anknüpft, besonders groß (Hefendehl-Hebeker, 1983). Schon Dinges (1976)

weist darauf hin, dass für den Stochastikunterricht eine Sprache entwickelt werden muss, in der die intuitiven Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern aufgenommen und präzisiert sind. Der folgende Abschnitt nähert sich der Frage, wie die mathematische Struktur sprachlich beschrieben werden kann.

2.2 Sprachliche Beschreibung der mathematischen Struktur

Zwischen der Fachsprache der Schulmathematik und der Alltagssprache der Lernenden, die meist Unbestimmtheiten enthält, vermittelt ein drittes Sprachregister, die sogenannte Bildungssprache (vgl. Gogolin, 2009; Prediger, 2020). Mit Bildungssprache werden Schülerinnen und Schüler vor allem in Lehrbuchtexten, aber auch durch mündliche Äußerungen der Lehrkraft konfrontiert.

Die im oben beschriebenen Beispiel genannte bedingte Wahrscheinlichkeit könnte eine Lehrkraft im Unterrichtsgespräch sprachlich in unterschiedlicher Weise adressieren:

- „Wie wahrscheinlich ist die Zahl größer als 3, *wenn sie gerade ist?*“
- „Wie wahrscheinlich ist *eine gerade Zahl* größer als 3?“
- „*Die Zahl ist gerade*. Wie wahrscheinlich ist sie größer als 3?“

Zwar wirken diese Beispiele umgangssprachlich geprägt, sie charakterisieren jedoch in eindeutiger Weise die mathematische Struktur einer bedingten Wahrscheinlichkeit. Prediger (2020) betont deswegen auch, dass Bildungssprache im Vergleich zur Alltagssprache vieles „expliziter, verdichteter und präziser“ (S. 14) ausdrückt.

In den drei gezeigten Beispielen wird dieselbe Bedingung in unterschiedlichen grammatikalischen Konstruktionen ausgedrückt. Diese sind in den Beispielen kursiv gesetzt und stellen a) einen Konditionalsatz, b) ein Adjektivattribut, c) einen vorgeschalteten Hauptsatz dar. Es liegt auf der Hand, dass eine solche Variationsbreite bei der sprachlichen Beschreibung der Bedingung für Schülerinnen und Schüler herausfordernd sein kann.

Bildungssprache begegnet Lernenden jedoch nicht nur in Unterrichtsgesprächen, sondern auch in Lernaufgaben und Schulbuchtexten. Da der Stochastikunterricht besonders anwendungsbezogen ist (Krüger et al., 2015), spielen sogenannte „Textaufgaben“ beim Üben eine große Rolle. Solche Aufgaben

werden in der internationalen Literatur folgendermaßen definiert:

Word problems are typically defined as verbal descriptions of problem situations, presented within a scholastic setting, wherein one or more questions are raised the answer to which can be obtained by the application of mathematical operations to numerical data available in the problem statement. (Verschaffel et al., 2020, S. 1)

Bei Textaufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten muss also innerhalb eines bestimmten Kontextes die Frage nach einer bedingten Wahrscheinlichkeit gestellt und dabei die Bedingung sprachlich formuliert werden.

Es liegt die Vermutung nahe, dass Formulierungen in Textaufgaben ähnlich wie mündliche bildungssprachliche Äußerungen eine hohe Variationsbreite aufweisen. Schülerinnen und Schüler müssen also lernen, in unterschiedlichen sprachlichen Ausdrücken die für die Berechnung einer bedingten Wahrscheinlichkeit relevante Teil-Ganzes-Beziehung herauszulesen. Sprachliche und fachliche Herausforderungen scheinen sich hier zu durchdringen. Grundsätzlich ist folgender Übersetzungsprozess nötig (vgl. Abb. 3):

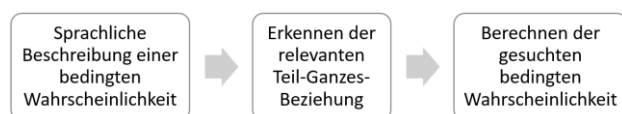


Abb. 3: Übersetzungsprozess von der sprachlichen Beschreibung einer bedingten Wahrscheinlichkeit zu deren Berechnung.

Die Abbildung 3 bezieht sich auf den für die Mathematisierung einer Textaufgabe nötigen kognitiven Prozess. Das Erkennen der relevanten Teil-Ganzes-Beziehung ist dabei zentral für die Konstruktion eines passenden Situationsmodells (Prediger, 2009a): Es geht darum, innerhalb des Aufgabenkontextes die für die Lösung der Aufgabe entscheidende mathematische Struktur zu identifizieren.

Welche Rolle die Sprache bei diesem Übersetzungsprozess spielt und welche Forschungen es bereits zum Einfluss der Sprache bei bedingten Wahrscheinlichkeiten gibt, soll in folgendem Abschnitt genauer vorgestellt werden.

3. Forschungen zum Einfluss der Sprache bei bedingten Wahrscheinlichkeiten

Die Bedeutung der Sprache für das Mathematiklernen ist unbestritten, sowohl in Bezug auf die kognitive Funktion von Sprache, als auch als mögliches Schwierigkeiten generierendes Merkmal von Aufgaben (z. B. Leiss et al., 2023; Strohmaier et al., 2022).

Dies gilt insbesondere auch für das Lernen von bedingten Wahrscheinlichkeiten (z. B. Hertwig et al., 2008; Sirota et al., 2024).

Das Register der Bildungssprache ist besonders bedeutsam hinsichtlich der epistemischen Funktion von Sprache: „Die Bildungssprache ist auch ein Werkzeug des Denkens“ (Leiss et al., 2023, S. 564). So werden im Mathematikunterricht Erklärungen, Begründungen und Bedeutungen mathematischer Sachverhalte bildungssprachlich formuliert. Dementsprechend zeigt sich in einer Vielzahl von empirischen Studien ein Zusammenhang von Mathematikleistung und Sprachkompetenz (z. B. Paetsch et al., 2016; für eine internationale Metastudie siehe Peng et al., 2020), insbesondere im Zusammenhang mit Textaufgaben (z. B. Plath & Leiss, 2018). Es ist deswegen davon auszugehen, dass die Art der sprachlichen Formulierung auch die mentalen Prozesse beim Verstehen bedingter Wahrscheinlichkeiten beeinflusst.

Zentral für das Verständnis einer Wahrscheinlichkeitsaussage ist die Fähigkeit, die Wahrscheinlichkeitsfrage in eine Anteilsfrage übersetzen zu können (Schacht et al., 2020). Aus diesem Grund wurde innerhalb des Projektes SiMA des DZLM ein sprach- und fachintegriertes Fördermaterial entwickelt, das das Formulieren und Erkennen von Teil-Ganzes-Beziehungen im Zusammenhang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten auf der Basis von Darstellungsvernetzung unterstützt (Post & Prediger, 2020a). Die Autorinnen fokussieren dabei auf das Verbalisieren von Teil-Ganzes-Beziehungen in Form von Anteilsaussagen, was eine zentrale Verstehensbasis darstellt. Das sprachliche Formulieren der Bedingung innerhalb einer Wahrscheinlichkeitsaussage stellt jedoch eine weitere Schwierigkeit dar, die nach jetzigem Kenntnisstand noch nicht systematisch aufgearbeitet ist.

Im Zusammenhang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten sprechen Guckelsberger und Schacht (2018) von einem „‘unauffälligen’ Fachwortschatz“: Ein „‘unauffälliger’ Fachwortschatz benennt zentrale Konzepte der Wahrscheinlichkeitstheorie mit aus der Alltagssprache scheinbar bekannten Wörtern“ (Guckelsberger & Schacht, 2018, S. 31). Dies führt nach Ansicht der Autoren zu der Gefahr eines Schein-Verstehens, da sprachliche Bestandteile in anderer Bedeutung oder weniger präzise auch im Alltag genutzt werden.

Einhorn und Hogarth (1986) zeigten experimentell, dass sprachliche Beschreibungen von Wahrscheinlichkeiten unterschiedlich interpretiert werden je

nachdem, ob der Kontext der Aufgabe eine zeitliche Abfolge nahelegt. Grund ist, dass die Konjunktion „und“ in der Alltagssprache eine zeitliche Abfolge suggeriert, während das logische „und“ in der Mathematik keine zeitliche Bedeutung hat. In ihrer Studie formulierten Einhorn und Hogarth (1986) die Ereignisse „in den Supermarkt gehen (S)“ und „Kaffee kaufen“ (K). In dem Experiment interpretierten Studierende die Wahrscheinlichkeit für „S und K“ überwiegend als bedingte Wahrscheinlichkeit, da das „in den Supermarkt-Gehen“ als eine Bedingung für das „Kaffee-Kaufen“ gesehen wurde. Die Wahrscheinlichkeit für „K und S“ hingegen wurde als konjugierte Wahrscheinlichkeit interpretiert, obwohl mathematisch gilt: $P(„S \text{ und } K“) = P(„K \text{ und } S“)$. Das Experiment zeigt eindrücklich, dass die Wortbedeutungen aus der Alltagssprache die Interpretation von sprachlichen Beschreibungen beeinflussen, häufig ohne dass man sich dessen bewusst ist („without explicit awareness“, Einhorn & Hogarth, 1986, S. 9).

Wie die Bedingung einer bedingten Wahrscheinlichkeit sprachlich korrekt formuliert werden kann, ist demnach nicht selbstverständlich und kann ein eigenes Lernziel darstellen.

In den letzten zwei Jahrzehnten wurde in Bezug auf die Aufgabenformulierung bei bedingten Wahrscheinlichkeiten vor allem dem Einfluss des Häufigkeitsformaten Aufmerksamkeit geschenkt: In einer Vielzahl von Studien konnte nachgewiesen werden, dass statistische Informationen besser verstanden werden, wenn sie mit Hilfe von Häufigkeiten in Bezug auf eine Stichprobe beschrieben werden (sog. „natürliche Häufigkeiten“), als wenn dieselbe Information mit Hilfe von Wahrscheinlichkeiten ausgedrückt wird (McDowell & Jacobs, 2017).

Eine typische Aufgabenformulierung im Häufigkeitsformat lautet dabei: „Wie viele der A sind B“ oder auch „Wie hoch ist der Anteil von B unter A“ (Binder et al., 2018, S. 9). Letztendlich werden im Aufgabentext also keine Wahrscheinlichkeiten beschrieben, sondern Teil-Ganzes-Beziehungen (vgl. das Projekt SiMa, <https://sima.dzlm.de/>). Dies ist zwar eine Grundlage für das Verständnis bedingter Wahrscheinlichkeiten, sprachlich geht es allerdings nicht um Bedingungen, sondern um die Beschreibung von Teilmengen. Aus diesem Grund werden Aufgaben im Häufigkeitsformat in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet.

Eine Studie von Böcherer-Linder et al. (2018) zeigt, dass es zu Interaktionseffekten zwischen verschiedenen Aufgabenformulierungen und Visualisierungen kommen kann. Dieser Interaktionseffekt wird im

Zusammenhang mit dem Häufigkeitsformat nachgewiesen, kann aber auch für Formulierungen im Wahrscheinlichkeitsformat erwartet werden.

Nach Kenntnisstand der Autorin fehlt bislang jedoch eine systematische Erfassung der Möglichkeiten, wie bedingte Wahrscheinlichkeiten in der deutschen Sprache formuliert werden können. Krüger et al. (2015, S. 234 f.) weisen darauf hin, dass der Sprache für die Aneignung inhaltlicher Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs eine entscheidende Rolle zukommt und dass dafür die linguistische und semantische Analyse von Wörtern und Wortverbindungen eine große Bedeutung hat. Dies gilt ohne Zweifel auch für die Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten, die in dieser Arbeit untersucht werden.

4. Forschungsfragen und Methode

Ziel dieser Arbeit ist es, die verschiedenen Möglichkeiten der sprachlichen Beschreibung von bedingten Wahrscheinlichkeiten systematisch zu erfassen. Für eine derartige Bestandsaufnahme eignet sich eine Schulbuchanalyse aus folgenden Gründen besonders gut:

Es ist bekannt, dass Schulbücher einen enormen Einfluss auf das Unterrichtsgeschehen haben (Pepin & Haggarty, 2001; van den Ham & Heinze, 2018). Dies gilt auch immer noch in Zeiten medialen Wandels (Brnic et al., 2024; Jiang & Li, 2023), sowohl für gedruckte wie auch für digitale Ausgaben (Rezat et al., 2021). Lehrkräfte nutzen Schulbücher zur Unterrichtsvorbereitung und greifen auf Übungsaufgaben aus Lehrwerken zurück (Kaganova, 2015). Ihre Bedeutung erhalten Schulbücher und zugehörige Lernmittel auch dadurch, dass sie (in vielen Bundesländern) staatlich geprüft und genehmigt werden müssen und ihnen deswegen Verbindlichkeit zugeschrieben wird. Darüber hinaus haben sie eine vermittelnde Funktion zwischen vorgeschriebenem Curriculum und tatsächlich stattfindendem Unterricht (Brnic et al., 2024; Rezat et al., 2021).

Neben der zentralen Rolle, die Schulbüchern für den Unterricht zukommt, gibt es noch einen weiteren Grund dafür, die sprachlichen Formulierungen anhand von Lehrbuchtexten zu untersuchen: Texte in Schulbüchern vermitteln zwischen den mathematisch-abstrakten Inhalten und der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und nutzen hierfür in typischer Weise das bildungssprachliche Register. Deswegen wird erwartet, dass bedingte Wahrscheinlichkeiten in Schulbuchtexten sprachlich reichhaltig und präzise dargestellt sind.

Anhand einer Dokumentenanalyse von Schulbüchern soll induktiv ein Kategoriensystem entwickelt werden, um die sprachlichen Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeiten für die Schulmathematik systematisch zu erfassen. Damit soll folgende erste Forschungsfrage beantwortet werden:

Forschungsfrage (1):

Welche sprachlichen Ausdrücke werden für explizite Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten in der Schulbuchliteratur verwendet?

Die Auswahl der Schulbücher orientiert sich dabei zunächst an den aktuell zugelassenen Lehrwerken für das Gymnasium Baden-Württemberg für die Klassenstufen 9/10, nämlich *Lambacher Schweizer* (Freudigmann et al., 2018), *Elemente der Mathematik* (Griesel et al., 2018), *Fundamente der Mathematik* (Pallack, 2019) und *mathe.delta* (Kleine et al., 2019). Da im aktuellen Bildungsplan das Thema „Bedingte Wahrscheinlichkeiten“ in den Klassenstufen 9/10 verankert ist (<https://www.bildungsplaene-bw.de>), enthalten auch alle vier Schulbücher jeweils ein Unterkapitel mit dem Titel „bedingte Wahrscheinlichkeit“.

Die Übungsaufgaben aus den vier genannten aktuellen Lehrwerken sollen später mit Hilfe des entwickelten Kategoriensystems noch genauer untersucht werden. Bei einer Dokumentenanalyse sollten die Kategorien allerdings nicht ausschließlich mittels der Daten aus der späteren Stichprobe entwickelt werden, da sonst die Gefahr besteht, dass Erhebungsinstrument und Stichprobe aufeinander abgestimmt sind, was eine Verletzung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis darstellen würde (Döring, 2023, S. 549). Aus diesem Grund werden die oben genannten Schulbücher durch Werke ergänzt, die in anderen Traditionen stehen: Einerseits zwei ältere, stoffdominierte Lehrwerke der Oberstufe, nämlich Barth und Haller (1984) und Feuerpfeil und Heigl (1987), andererseits das Lehrwerk *Neue Wege* (Lergenmüller et al., 2019), das aus der Reformbewegung der 2000er Jahre hervorgegangen ist. Die Hinzunahme dieser weiteren Lehrwerke anderer Schulbuchtraditionen trägt also zur Validität des Kategoriensystems bei, da dadurch die in der Schulbuchliteratur mögliche Breite an Formulierungen berücksichtigt ist.

Das *Kategoriensystem zur Formulierung bedingter Wahrscheinlichkeiten* wird mittels qualitativer Inhaltsanalyse nach Mayring (2022) gewonnen. Dabei werden aus dem Material zunächst induktiv Kategorien gebildet (Mayring & Fenzel, 2019). Der zu analysierende Textkorpus besteht für diesen Schritt aus den jeweiligen Schulbuchkapiteln zur bedingten

Wahrscheinlichkeit. Im Material werden hierfür alle Textstellen markiert, in denen eine Bedingung zu einer bedingten Wahrscheinlichkeit sprachlich explizit formuliert wird. Für die Bildung von Kategorien wird dabei besonders auf sprachliche bzw. grammatikalische Aspekte geachtet. Zu dem entwickelten Kategoriensystem wird ein detaillierter Kodierleitfaden erstellt und die Inter-Coder-Reliabilität für jede Kategorie mit Hilfe zweier unabhängiger Coder überprüft.

Mit dem *Kategoriensystem zur Formulierung bedingter Wahrscheinlichkeiten* steht dann ein Instrument zur Verfügung, das im Rahmen von kategoriengeleiteten Textanalysen die Untersuchung weiterer Forschungsfragen ermöglicht. In dieser Arbeit soll der Übungsteil der in Baden-Württemberg zugelassenen Schulbücher genauer untersucht werden: Im Allgemeinen sollten Übungsaufgaben möglichst variationsreich gestaltet sein (z. B. Leuders, 2015; Schupp, 2006), um nicht nur das Automatisieren, sondern auch das Flexibilisieren des zu erwerbenden Wissens zu gewährleisten. Im Sinne des offensiven Ansatzes der Sprachförderung (Leuders & Prediger, 2017) sollte in Lernsituationen Sprache nicht zu stark reduziert werden. Es stellt sich deswegen die Frage, ob in den durch die Schulbücher angebotenen Übungsaufgaben die sprachliche Vielfalt angemessen abgedeckt ist. Konkret soll folgende Frage untersucht werden:

Forschungsfrage (2):

Wie häufig werden verschiedene Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten in den Übungsaufgaben der derzeit in Baden-Württemberg zugelassenen Schulbüchern für das Gymnasium der Klassenstufen 9/10 verwendet?

Zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage werden die in den Schulbüchern bereitgestellten Übungsaufgaben mit Hilfe des Kategoriensystems einer kategoriengeleiteten Textanalyse unterzogen. Die Kontexteinheiten sind dabei die jeweiligen Übungsaufgaben, die Analyseeinheiten diejenigen Textpassagen, die jeweils die gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit sprachlich beschreiben. Dabei wird für zwei unabhängige Coder die Inter-Coder-Reliabilität für den gesamten Übungsteil der vier zugelassenen Lehrwerke bestimmt.

5. Empirische Untersuchung und Ergebnisse

5.1 Kodierungsprozess und Kategoriensystem

Im Rahmen der Schulbuchanalyse wurde das Textmaterial dahingehend reduziert, dass genau die Textpassagen ausgewählt wurden, die sprachliche Beschreibungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten enthielten. Diese kamen in folgenden vier Textarten vor:

- Einführende Beispiele oder Musterlösungen zur Erklärung des Konzeptes der bedingten Wahrscheinlichkeit
- Formulierungen innerhalb von Merksätzen oder ‚roter Kästen‘
- Übungsaufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten
- Kurzzusammenfassungen zur Wiederholung am Ende eines Schulbuchkapitels

Gemäß der induktiven Kategorienbildung (Mayring & Fenzel, 2019) wurden direkt im Material diejenigen Textbausteine markiert, die eine bedingte Wahrscheinlichkeit bestimmten und dabei eine sprachliche Beschreibung der Bedingung enthielten (Selektionskriterium, Mayring & Fenzel, 2019, S. 637). Textpassagen, die zwar eine bedingte Wahrscheinlichkeit adressierten, diese aber nicht sprachlich formulierten, wurden nicht aufgenommen. Dies waren z. B. Aufgaben, bei denen Visualisierungen erstellt werden sollten oder Formeln angewendet werden sollten. Auch Fragen nach Häufigkeiten oder Anteilen wurden nicht berücksichtigt.

Während der Phase des offenen Kodierens fiel sofort auf, dass Formulierungen mit Signalwörtern, wie „unter der Bedingung“ oder auch Konditionalsätze eingeleitet mit den Konjunktionen „wenn“ oder „falls“ leicht als Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeit erkennbar sind. Die Bedeutung eines Satzteils als eine einschränkende Bedingung entsprach damit der Wortwahl („wenn“, „falls“, „vorausgesetzt“, „unter der Bedingung“). Die wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung wurde also auch semantisch als Bedingung ausgedrückt. Solche Formulierungen wurden vorzugsweise für Beschreibungen in Merksätzen oder in sogenannten „roten Kästen“ verwendet.

Einschränkungen im Sinne einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Bedingung wurden sprachlich

teilweise aber auch anders ausgedrückt. So können auch ergänzende Relativsätze oder Nominalphrasen, die die Merkmalsträger näher beschreiben, eine Grundmenge einschränken. Ebenso können Adverbiale Bestimmungen oder vorgeschaltete Hauptsätze Situationen genauer eingrenzen und somit eine wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung darstellen.

5.1.1 Explizite Formulierungen

Insgesamt ließ sich feststellen, dass in den meisten Fällen eine bedingte Wahrscheinlichkeit kompakt innerhalb nur eines Aussage- oder Fragesatzes formuliert wurde. Diese Sätze waren meist ähnlich aufgebaut und es ließen sich jeweils drei relevante Satzteile identifizieren. Man kann deswegen auch von einem Blockschema mit drei Blöcken sprechen, nämlich einem Wahrscheinlichkeitsblock, der eine Wahrscheinlichkeit adressiert (z. B. „Bestimme die Wahrscheinlichkeit für ...“), einem Ereignisblock, der das Ereignis nennt, und einem Bedingungsblock, der die Bedingung formuliert. Eine solche sprachliche Beschreibung, die nach einer konkreten Wahrscheinlichkeit fragt und in einem Satz alle drei relevanten Blöcke enthält, soll im Folgenden *explizit* genannt werden. Eine solche explizite Formulierung einer bedingten Wahrscheinlichkeit findet sich beispielsweise in folgender Aufgabenstellung:

Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jugendlicher, der ein Instrument spielt, keine musizierenden Eltern hat. (Kleine et al., 2019, S. 169)

Hier lassen sich die drei Blöcke folgendermaßen identifizieren:

1. Wahrscheinlichkeitsblock (W): „Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, ...“
2. Ereignisblock (E): „dass ein zufällig ausgewählter Jugendlicher [...] keine musizierenden Eltern hat“
3. Bedingungsblock (B): „[Jugendlicher], der ein Instrument spielt“

In diesem Fall ist der Bedingungsblock grammatikalisch ein Relativsatz, der den Merkmalsträger („Jugendlicher“) genauer beschreibt und in den Ereignisblock eingeschoben ist. Dies entspricht dem Blockschema W-E-B-E.

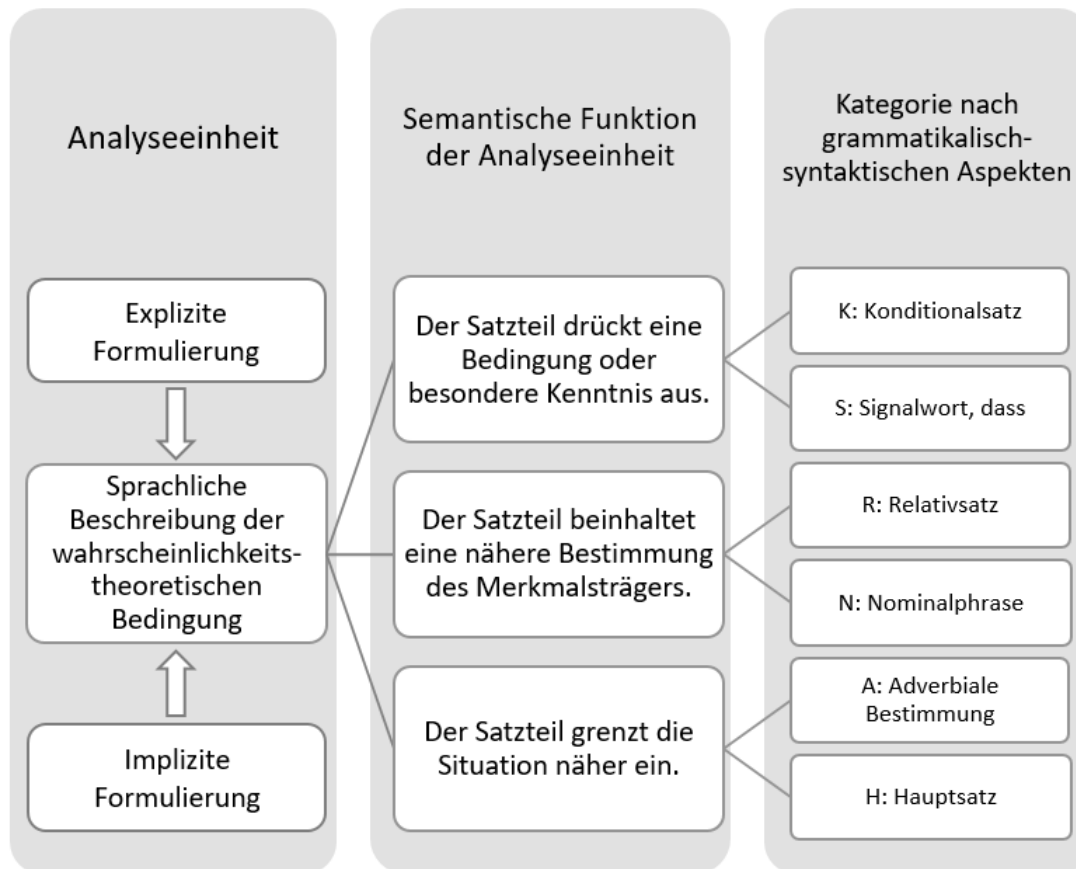


Abb. 4: Dreistufiger Kodierungsprozess.

In solchen expliziten Beschreibungen sind bedingte Wahrscheinlichkeiten sprachlich besonders gut erkennbar. Deswegen wurde für die Bildung von Kategorien in einem ersten Schritt das Textmaterial dahingehend untersucht, ob bei der sprachlichen Beschreibung einer bedingten Wahrscheinlichkeit eine explizite Formulierung vorliegt. Für eine feinere Unterteilung der Kategorien für explizite Formulierungen wurde entschieden, die sprachlichen Beschreibungen in Bezug auf grammatisch-syntaktische Merkmale zu ordnen und zusammenzufassen. Dies hat den Vorteil, dass die Kategorien recht klar gegeneinander abgegrenzt werden können.

Die Abbildung 4 zeigt einen groben Überblick über den Kodierungsprozess. Im ersten Schritt sollten die Kodierer entscheiden, ob eine explizite Formulierung vorliegt. Für die wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung in einer expliziten Formulierung konnten im zweiten Schritt drei verschiedene semantische Funktionen unterschieden werden. Zu diesen ließen sich dann jeweils zwei Kategorien nach grammatisch-syntaktischen Aspekten bilden. Für eine explizite Formulierung erfasst eine Kategorie somit die grammatisch-syntaktische Form, in der

die Bedingung zu einer bedingten Wahrscheinlichkeit ausgedrückt wird (Kategoriendefinition). Kategorien, die eine ähnliche Syntax haben, werden zusammengefasst (Abstraktionsniveau).

Die Hauptsatz-Kategorie hat eine gewisse Sonderstellung, da sie die einzige Kategorie ist, bei der das Blockschemata sich auf zwei Sätze verteilt. Formulierungen mit vorgeschaltetem Hauptsatz wurden dennoch als explizit eingestuft, wenn der Hauptsatz unmittelbar vor dem Wahrscheinlichkeitsblock und Ereignisblock genannt wurde. Das folgende Beispiel stammt aus dem Schulbuch *Fundamente*:

Mia erhält ein positives Testergebnis. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Mia tatsächlich krank ist. (Pallack, 2019, S. 149)

Eine Formulierung, bei der die wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung in einem vorgeschalteten Hauptsatz genannt wird, ist folglich nach dem Blockschemata B-W-E aufgebaut.

Name	Beschreibung der Kategorie	Beispiele Wie wahrscheinlich ist es, dass ...
Konditional - Kategorie (K)	Die Bedingung wird in einem Konditionalsatz beschrieben, eingeleitet durch die Konjunktionen „wenn“ oder „falls“. Dieser kann auch ein Bewusstsein oder eine Kenntnis hervorheben („wenn man weiß, dass ...“). Falls die Bedingung entgegen einer Erwartung besteht, können auch die Konjunktionen „obwohl“, „jedoch“ oder „aber“ vorkommen.	- es brennt, <i>wenn es Feuersalarm gibt?</i> - es brennt, <i>wenn man (schon) weiß, dass es Feuersalarm gibt?</i> - es brennt, <i>obwohl es keinen Feuersalarm gibt?</i>
Signalwort, dass- Kategorie (S)	Die Bedingung wird in einem „dass-Satz“ erläutert, der auf ein Signalwort folgt. Signalwörter sind z. B. „unter der Bedingung, dass ...“. Besonderheit: Nach einem Signalwort kann auch der dass-Satz verkürzt sein, z. B. „vorausgesetzt, es gibt Feuersalarm“ anstelle von „vorausgesetzt, dass es Feuersalarm gibt“.	- es (tatsächlich) brennt <i>unter der Bedingung, dass es Feuersalarm gibt?</i> - es brennt <i>unter der Voraussetzung, dass es Feuersalarm gibt?</i> - es brennt <i>vorausgesetzt, es gibt Feuersalarm?</i>
Relativsatz - Kategorie (R)	Die Bedingung wird in einem Relativsatz formuliert, der den Merkmalsträger näher bestimmt.	- eine Person, <i>die männlich ist</i>, (auch) fußballbegeistert ist? - eine Fliese, <i>die einen Farbfehler hat</i>, am Montag produziert wurde? - eine Person, <i>die positiv getestet wurde</i>, infiziert ist.
Nominalphrase - Kategorie (N)	Der Merkmalsträger wird näher bestimmt, z. B. durch ein Adjektiv, durch ein entsprechendes merkmals tragendes Substantiv oder auch durch Attribute, z. B. „mit positivem Testergebnis“	- ein <i>Mann</i> fußballbegeistert ist? - eine <i>positiv getestete</i> Person (tatsächlich) infiziert ist? - eine Fliese <i>mit Farbfehler</i> an einem Montag produziert wurde?
Adverbial- Kategorie (A)	Die Bedingung wird durch eine adverbiale Bestimmung beschrieben, die die Situation näher eingrenzt. Grammatisch kann dies z. B. eine Präpositionalphrase sein.	<i>hinter einem Ball</i> (tatsächlich) ein Kind auf die Straße läuft? - es <i>bei einem Feuersalarm</i> brennt? - Diabetes <i>unter männlichen Patienten</i> diagnostiziert wird?
Hauptsatz - Kategorie (H)	Die Bedingung wird in einem Hauptsatz formuliert und der Frage nach der gesuchten Wahrscheinlichkeit vorangestellt. Der Hauptsatz kann sowohl eine Situation näher eingrenzen, als auch einen Merkmalsträger näher beschreiben, z. B. „die Person ist männlich“.	<i>Die Person ist männlich.</i> Wie wahrscheinlich ist sie (auch) fußballbegeistert? <i>Es gibt Feuersalarm.</i> Wie wahrscheinlich ist ein Brand? <i>Eine Fliese hat einen Farbfehler.</i> Wie wahrscheinlich wurde diese Fliese am Montag produziert?

Tab. 1: Das Kategoriensystem „Explizite Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeiten“. In den Beispielen ist die Bedingung jeweils kursiv gesetzt. Beispiele für mögliche explizierende Partikel stehen in Klammern.

Die Beschreibungen und Ankerbeispiele zu den Kategorien finden sich in Tabelle 1. Es ist zu beachten, dass die in Tabelle 1 beschriebenen Kategorien nur die verschiedenen Formulierungen des Bedingungsblocks in einer expliziten Beschreibung erfassen.

Zusätzlich gibt es auch im Wahrscheinlichkeitsblock verschiedene Varianten, die Wahrscheinlichkeitsfrage zu stellen (z. B. „Wie wahrscheinlich ist ...“ oder „Bestimme die Wahrscheinlichkeit für...“ oder „Mit welcher Wahrscheinlichkeit...“). Diese verschiedenen Varianten, die Wahrscheinlichkeitsfrage zu stellen, sind nicht Inhalt des Kategoriensystems. Das Kategoriensystem erfasst nur die Varianten, wie die Bedingung bei einer bedingten Wahrscheinlichkeit sprachlich explizit formuliert werden kann. Diese Kategorien können dann mit den gerade genannten Varianten der Frageformulierung kombiniert werden. In Tabelle 1 wird hierfür exemplarisch die Formulierung „Wie wahrscheinlich ist es, dass ...“ gemeinsam für die Beispiele gewählt. Nur in der Hauptsatzkategorie muss hiervon abgewichen werden, da in dieser Kategorie die Bedingung der Wahrscheinlichkeitsfrage vorangestellt ist.

5.1.2 Implizite Formulierungen

Im analysierten Textmaterial fanden sich vereinzelt auch sprachliche Beschreibungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten, bei denen kein Blockschema (Wahrscheinlichkeitsfrage, Ereignis und Bedingung) identifiziert werden konnte. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung wurde hier nicht innerhalb einer Wahrscheinlichkeitsaussage bzw. -frage benannt. Vielmehr wurde sie innerhalb einer situativen Beschreibung sprachlich dargelegt, jedoch nicht als solche explizit formuliert. Eine solche sprachliche Beschreibung soll im Folgenden *implizit* genannt werden. Implizite Beschreibungen waren in den untersuchten Schulbüchern eher selten und wurden vor allem für Verständnisfragen bzw. bei Modellierungs- oder Problemlöseaufgaben verwendet. Ein Beispiel für eine solche implizite Formulierung ist folgende Aufgabe:

Benjamin hat in seiner Schreibtischschublade 6 schwarze und 9 blaue Stifte. Von den schwarzen schreiben 2 nicht, von den blauen sind es 7. Jan-Lukas will etwas notieren und holt sich einen Stift. Benjamin: „Die Chancen, dass er schreibt, sind nicht gut.“ Jan-Lukas: „Ich habe einen schwarzen Stift genommen.“ Benjamin: „Wenn das so ist, dann hat sich deine Chance erhöht.“ Erkläre, wie Benjamin zu seiner Einschätzung kommt. (angelehnt an die Aufgabe aus Freudigman et al., 2018, S. 144)

Der fiktive Dialog der beiden Schüler stellt eine Situation dar, in der die wahrscheinlichkeitstheoretische Bedingung zwar in Form eines Hauptsatzes („Ich habe einen schwarzen Stift genommen“) genannt wird, in der die relevante bedingte Wahrscheinlichkeit jedoch nicht explizit sprachlich formuliert wird.

Für eine Einordnung von impliziten Beschreibungen in das bereits entwickelte Kategoriensystem für explizite Formulierungen, wurde folgendermaßen vorgegangen: Innerhalb des jeweils vorliegenden Kontextes wurde derjenige Textteil markiert, der die Bedingung enthielt. Anschließend wurde die grammatikalische Form der markierten Textstelle bestimmt und der passenden Kategorie zugeordnet (siehe Abb. 4). Im oben genannten Beispiel des fiktiven Dialogs war dies die Hauptsatzkategorie.

Waren für die Beschreibung der Bedingung innerhalb einer impliziten Formulierung mehrere Haupt- und angegliederte Nebensätze nötig, wurde die Kategorie Hauptsatz (H) zugeordnet. Dies war beispielsweise bei einer Formulierung des berühmten Ziegenproblems der Fall. In Freudigman et al. (2018) heißt es darin:

Am Ende einer Quizshow darf der Kandidat eine von drei Türen auswählen. Er weiß, dass sich hinter einer der Hauptgewinn, ein Auto, befindet und hinter den beiden anderen Türen jeweils eine Ziege steht. *Nachdem der Kandidat eine Tür ausgewählt hat, öffnet der Moderator eine der beiden anderen Türen. Hinter dieser steht eine Ziege.* Der Moderator bietet dem Kandidaten an, seine ursprüngliche Wahl zu ändern und die noch verbliebene, geschlossene Tür zu nehmen. Ist es für den Kandidaten besser, die Wahl der Tür zu ändern? (S. 152)

Derjenige Textteil, der die Bedingung formuliert, wurde hier durch die Autorin kursiv gesetzt und wurde als Hauptsatzkategorie kodiert.

5.1.3 Grad der Explizitheit

Sowohl für explizite als auch für implizite Formulierungen können jeweils zwei unterschiedliche Grade der Explizitheit unterschieden werden.

Implizite Formulierung		Explizite Formulierung	
Ohne Verweis: Grad 1	Mit Verweis: Grad 2	Ohne explizierenden Partikel: Grad 3	Mit explizierendem Partikel: Grad 4
zunehmender Explizitheitsgrad			

Tab. 2: Vier Explizitheitsgrade bei Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeiten.

Mit dem *Grad der Explizitheit* ist gemeint, wie deutlich eine Formulierung auf die der Wahrscheinlichkeit zugrundeliegende Teil-Ganzes-Beziehung verweist. Die Tabelle 2 gibt eine Übersicht über die verschiedenen Explizitheitsgrade, die im Folgenden erläutert werden.

Innerhalb von expliziten Formulierungen können durch die zusätzliche Verwendung von Partikeln (z. B. „schon“, „auch“, „tatsächlich“) sprachlich Hinweise gegeben werden, die das Verhältnis zwischen Ereignis und einschränkender Bedingung zusätzlich betonen. Solche sprachlichen Elemente können in jeder der sechs Kategorien vorkommen und sind in den Beispielen des Kategoriensystems (Tab. 1) exemplarisch in Klammern angegeben. Diese zusätzlichen, verstärkenden Partikeln können den Grad der Explizitheit erhöhen, da sie die Identifikation der relevanten Teil-Ganzes-Beziehung unterstützen. Dadurch kann der Übersetzungsprozess von der sprachlichen Beschreibung zur Berechnung (siehe Abb. 3) erleichtert werden.

Beispielsweise wird in der Formulierung „Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine positiv getestete Person *tatsächlich* infiziert“ durch das Wort „tatsächlich“ angezeigt, dass es auch Fälle gibt, in denen das Testergebnis zwar positiv ist, aber die Person nicht infiziert ist. Dies hilft zu erkennen, dass der Anteil der positiven und infizierten Personen unter allen positiv Getesteten zu bilden ist.

Der Partikel „auch“ im Beispiel „Wie wahrscheinlich ist es, dass eine Person, die männlich ist, *auch* fußballbegeistert ist“ betont zusätzlich, dass es auf die Fußballbegeisterten unter den männlichen Personen ankommt.

Der Partikel „schon“ im Beispiel „Wie wahrscheinlich ist es, dass es brennt, wenn man *schon* weiß, dass es Feueralarm gibt“ hebt den einschränkenden Charakter der Bedingung hervor.

Bei expliziten Formulierungen (d. h. Formulierungen, die innerhalb eines Satzgefüges sowohl eine Wahrscheinlichkeit adressieren, als auch Ereignis und Bedingung nennen) kann also nochmals unterschieden werden, ob zusätzliche explizierende Wörter verwendet werden oder nicht.

Ähnlich wie bei expliziten Formulierungen mit und ohne zusätzliche explizierende Partikel, können auch bei impliziten Formulierungen zwei Arten von Beschreibungen mit unterschiedlichem Explizitheitsgrad unterschieden werden. Zum einen gibt es Aufgabenstellungen, die einen Verweis auf eine Stelle im Text enthalten, so dass damit indirekt Ereignis

und Bedingung benannt sind. Ein Beispiel ist folgende Aufgabe:

Aus einem Kartenblatt mit 32 Karten wird verdeckt eine Karte gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, das Pik-Ass zu ziehen, beträgt $\frac{1}{32}$. Die Wahrscheinlichkeit ändert sich jedoch, wenn bekannt ist, dass die gezogene Karte die Farbe Pik hat. Berechne die veränderte Wahrscheinlichkeit. (Pallack, 2019, S. 128)

Hier wird auf der Textebene durch den Ausdruck „die veränderte Wahrscheinlichkeit“ auf die gesuchte Wahrscheinlichkeit verwiesen. Die Bedingung wird im Text innerhalb eines Konditionalsatzes (K) genannt.

Es gibt aber auch implizite Formulierungen, die keine solchen Hinweise enthalten und bei denen die Identifizierung von Ereignis und Bedingung nicht allein auf der Textebene möglich ist. Zur Lösung der Aufgabe muss die Situation erst im Rahmen einer Modellierung interpretiert werden. Ein Beispiel für eine solche Formulierung ist das bereits erwähnte Ziegenproblem (s. o.). Bei dieser Aufgabenformulierung muss zunächst aus dem Problemkontext heraus erschlossen werden, von welchem Ereignis die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll und welche Informationen für die einschränkende Bedingung relevant sind.

5.1.4 Kategoriensystem und Kodierleitfaden

Das Kategoriensystem (Tab. 1) ist in einem ausführlichen Kodierleitfaden mit Definitionen, Ankerbeispielen und Kodierregeln festgehalten. Darin wird auch eine Anleitung zur Unterscheidung von expliziten und impliziten Formulierungen gegeben. Ein Pretest zum Kodierleitfaden ergab, dass es für das Erkennen einer expliziten Formulierung bei der Kodierung hilfreich ist, zusätzlich auf die Operatoren in der Aufgabenstellung zu achten: Explizite Formulierungen erfordern meist ein *Berechnen* oder *Bestimmen* einer konkreten Wahrscheinlichkeit, während bei impliziten Formulierungen auch ein *Erklären* oder *Beurteilen* gefordert sein kann. Dies wurde als zusätzliches Erkennungsmerkmal in die Kodierregeln mit aufgenommen.

Für jede Kategorie und für jeden Explizitheitsgrad wurden die Inter-Coder-Reliabilitäten mit Hilfe zweier unabhängiger Coder überprüft und jeweils das Cohens Kappa berechnet. Insgesamt wurden 178 Formulierungen kodiert. Die Werte liegen jeweils zwischen $\kappa = 0,9$ und $\kappa = 1$, was einer sehr guten Übereinstimmung entspricht (Döring, 2023, S. 559). Anzumerken ist, dass für explizite Formulierungen eine Inter-Coder-Übereinstimmung von

100 % erreicht wurde (sowohl hinsichtlich der Kategorien als auch hinsichtlich des Explizitheitsgrades). Bei impliziten Formulierungen gab es hingegen einzelne Abweichungen in der Kodierung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in diesen Fällen innerhalb einer situativen Beschreibung eine Bedingung sprachlich mehrfach in jeweils unterschiedlicher grammatikalischer Form ausgedrückt wurde, so dass keine eindeutige Kodierung mehr möglich war.

Das Kategoriensystem (Tab. 1) gibt eine Antwort auf die Frage, wie sich die mathematische Struktur von bedingten Wahrscheinlichkeiten auf der Textebene abbildet: Die Kategorien beschreiben jeweils, in welcher Weise sprachlich Bezüge zwischen Teilmenge und Grundmenge deutlich gemacht werden können. Mit Hilfe dieser Bezüge muss dann die gesuchte Teil-Ganzes-Beziehung herausgelesen werden (siehe Abb. 2 und Abb. 3). Das Kategoriensystem, ergänzt um den Aspekt des Explizitheitsgrades, stellt somit die Beantwortung der Forschungsfrage (1) dar.

5.2 Sprachliche Formulierungen in Übungsaufgaben aktueller Schulbücher

Die Übungsaufgaben der vier aktuell in Baden-Württemberg zugelassenen Schulbücher für das Gymnasium wurden einer kategoriengeleiteten Textanalyse unterzogen. Dabei bildete jeweils der Aufgabentext einer gesamten Übungsaufgabe eine Kontexteinheit. Als Analyseeinheit wurde aber jeweils nur die Textstelle, die eine gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit sprachlich beschreibt, kodiert. Dabei wurde sowohl die grammatikalisch-syntaktische

Form des sprachlichen Ausdrucks als auch ihr Explizitheitsgrad erfasst.

Die Ergebnisse zur Forschungsfrage (2), wie häufig die verschiedenen Formulierungen und Explizitheitsgrade vorkommen, sind in Tabelle 3 gezeigt. Alle Übungsaufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten wurden dabei von zwei unabhängigen Codern mit Hilfe des Kategoriensystems und des Kodierleitfadens kodiert. Insgesamt wurden 96 Aufgaben kodiert. Für die Inter-Coder-Reliabilitäten wurde wiederum jeweils das Cohens Kappa bestimmt. Diese zeigten ebenso eine sehr gute Übereinstimmung an ($\kappa \geq 0,9$).

Bei den Ergebnissen (Tab. 3) springt zunächst ins Auge, dass die Verteilung der einzelnen Formulierungen in den Schulbüchern sehr unterschiedlich ist. Während im Schulbuch *Lambacher Schweizer* Klasse 9 (Freudigmann et al., 2018) die Fragen nach einer bedingten Wahrscheinlichkeit überwiegend als Konditionalsätze formuliert werden, findet sich z. B. im Schulbuch *mathe.delta* Klasse 9 (Kleine et al., 2019) deutlich mehr Variation hinsichtlich der verwendeten Formulierungen. Es kommen sogar alle sechs Kategorien vor. Insbesondere bedeutet dies, dass die älteren Lehrwerke, die für die Entwicklung des Kategoriensystems ergänzend hinzugezogen wurden (siehe Abschnitt 4), keine weiteren Formulierungsmöglichkeiten enthalten.

	Konditional- satz (K)	Signalwort, dass (S)	Relativsatz (R)	Nominal- phrase (N)	Adverbial (A)	Hauptsatz (H)
Lambacher Schweizer	14 (-, -, 13, 1)	1 (-, -, -, 1)	-	-	-	6 (2, -, 4, -)
Elemente der Math.	3 (1, -, 1, 1)	-	1 (-, -, 1, -)	6 (1, -, 4, 1)	5 (-, 1, 3, 1)	5 (1, 1, -, 3)
Funda- mente	9 (-, 1, 4, 4)	2 (-, 1, 1, -)	-	4 (-, 2, 2, -)	-	13 (1, 1, 8, 3)
Ma- the.delta	7 (-, 1, 6, -)	2 (-, -, 1, 1)	3 (-, -, 1, 2)	4 (-, -, 4, -)	1 (-, 1, -, -)	10 (1, 1, 6, 2)
Summe	33	5	4	14	6	34

Tab. 3: Anzahl der Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeiten in den Übungsaufgaben der zugelassenen Lehrwerke für Gymnasium Klasse 9 in Baden-Württemberg. In Klammern angegeben sind die Häufigkeiten der Explizitheitsgrade in der Reihenfolge (Grad 1, Grad 2, Grad 3, Grad 4).

Insgesamt kamen in den vier aktuell in Baden-Württemberg zugelassenen Schulbüchern die Konditionalsatzkategorie (33-mal) und die Hauptsatzkategorie (34-mal) mit Abstand am häufigsten vor. Auffällig dabei war, dass die Hauptsatzkategorie oft verwendet wurde, wenn im Kontext der Aufgabe eine zeitliche Abfolge vorlag und das bedingende Ereignis im zeitlichen Verlauf bereits eingetreten war. Folgendes Beispiel stammt aus dem Schulbuch Fundamente:

Bei einem zweifachen Würfelwurf wird die Augensumme betrachtet. Der erste Würfel zeigt eine 6. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme der Würfel 10 beträgt. (Pallack, 2019, S. 129)

Die Abbildung 5 zeigt den Anteil an expliziten (Grad 3 und Grad 4) und an impliziten (Grad 1 und Grad 2) Formulierungen. Es zeigte sich, dass der Anteil an expliziten Formulierungen in allen untersuchten Schulbüchern deutlich höher war.

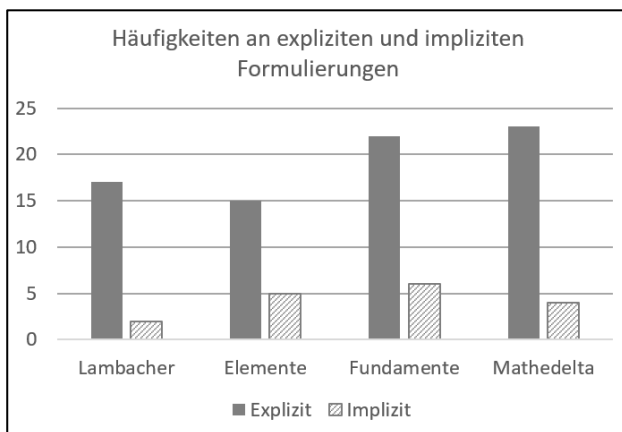


Abb. 5: Häufigkeiten an expliziten (Grad 3 und Grad 4) und impliziten (Grad 1 und Grad 2) Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten in den Übungsaufgaben der Schulbücher.

6. Diskussion und Implikationen

Viele Menschen haben Schwierigkeiten, das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeiten korrekt anzuwenden. Dies ist vielfach belegt, sowohl für die Leistungen von Schülerinnen und Schülern (Binder et al., 2015) als auch für den Umgang von Fachleuten, z. B. Mediziner (Kunzelmann, 2022). Typische Fehler und mögliche Konsequenzen eines fehlerhaften Umgangs sind bekannt. Außerdem ist der Einfluss von Visualisierungen (Büchter et al., 2022) und der Einfluss des Häufigkeitsformates (McDowell & Jacobs, 2017) gut beforscht.

Wenig ist hingegen bekannt über den Einfluss von sprachlichen Formulierungen im Wahrscheinlichkeitsformat. Zwar bietet die Mathematik in ihrer for-

mal-symbolischen Darstellung in der Regel eine präzise und eindeutige Beschreibung an. Sobald jedoch das mathematische Konzept auf einen Kontext angewendet werden soll bzw. eine Situation modelliert wird, müssen sprachliche Beschreibungen interpretiert und im Sinne des mathematischen Konzeptes gedeutet werden.

Hinzu kommt die epistemische Funktion der Sprache bei der Erarbeitung des Konzeptes der bedingten Wahrscheinlichkeiten im Unterricht (Post & Prediger, 2020b). Hierbei gilt:

Zur Ausbildung des stochastischen Denkens gehört ein sicherer Umgang mit der Sprache der Stochastik. Eine für den Schulunterricht brauchbare Sprache sollte einfach und konkret sein und, soweit es geht, an natürliche Sprachgewohnheiten der Schüler anknüpfen. (Hefendehl-Hebeker, 1983, S. 4)

Mit der vorliegenden Arbeit wurde zunächst geklärt, welches die sprachlichen Beschreibungen sind, die zur Verfügung stehen, um eine bedingte Wahrscheinlichkeit verbal darzustellen. Im Rahmen einer Dokumentenanalyse wurden auf Grundlage einer linguistischen Untersuchung von Wortverbindungen in Lehrbuchtexten sechs verschiedene Kategorien identifiziert. Die gefundenen Formulierungen sind prinzipiell geeignet, um „an natürliche Sprachgewohnheiten der Schüler an[zuk]nüpfen“ (ebd.), denn sie können genutzt werden, um bedingte Wahrscheinlichkeiten in Alltagssituationen zu beschreiben.

Zudem konnten vier Grade an Explizitheit bei Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten unterschieden werden. Diese sollen im Folgenden didaktisch eingeordnet werden.

6.1 Didaktische Einordnung zum Explizitheitsgrad

Ab wann eine Textaufgabe als Modellierungsaufgabe einzuordnen ist, ist in der didaktischen Forschung nicht abschließend geklärt (Verschaffel et al., 2020):

Within the mathematics education research community there is no consensus about how to conceptualize the relationship between word problems and real-life or authentic problems. (Verschaffel et al., 2020, S. 2)

Die Autoren argumentieren, dass es bei Textaufgaben ein Spektrum an Authentizität gibt, wobei Einlebungsaufgaben den negativen Pol und echte Modellierungsaufgaben („real-life problems“) den positiven Pol bilden (Verschaffel et al., 2020). Dieses Spektrum spiegelt sich auf sprachlicher Ebene für

Aufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten im Grad der Explizitheit wider.

Bei impliziten Formulierungen mit niedrigstem Explizitheitsgrad handelt es sich meistens um echte Modellierungsaufgaben: Der Text beschreibt eine Real-situation, die, bevor sie mathematisiert werden kann, zunächst interpretiert werden muss, um daraus ein Situationsmodell zu entwickeln. Hierfür sind häufig zusätzliche Modellannahmen nötig. Für das Ziegenproblem beispielsweise muss angenommen werden, dass der Moderator tatsächlich weiß, wo das Auto und wo die Ziegen stehen. Eine Symmetriebetrachtung hilft, das Ziegenproblem einer Mathematisierung zugänglich zu machen und das Ereignis zu formulieren: Man nimmt an, dass der Kandidat auf Tür 1 zeigt und der Moderator daraufhin Tür 3 mit einer Ziege öffnet. Unter dieser Annahme geht es dann also um die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass das Auto hinter Tür 2 steht. Dieses Ereignis wird allerdings so explizit im Aufgabentext nicht genannt, d. h. die Ereignisformulierung ist selbst bereits Teil der Problemlösung.

Im Gegensatz dazu lassen sich Formulierungen mit Explizitheitsgrad 3 oder 4 als sogenannte Einkleidungs-aufgaben didaktisch einordnen. Es handelt sich dabei um die „textliche Einkleidung einer mathematischen Struktur“ (Lambert, 2006, S. 2). Solche Aufgaben sind für das Lernen hilfreich, denn:

Einerseits lernt man hier das wichtige Übersetzen von [...] Text in mathematische Sprachausdrücke, etwa Formeln oder Zeichnungen. Andererseits liefern sie umgekehrt umgangssprachliche Muster, die für mathematische Muster stehen, was das Verständnis dieser mathematischen Muster fördern kann. (Lambert, 2006, S. 4)

Für den Aufbau von Grundvorstellungen sind bekanntermaßen vielfältige Darstellungswechsel nötig (z. B. Prediger, 2009b). Insbesondere können Textaufgaben mit expliziten Formulierungen für Schülerinnen und Schüler „paradigmatische Mustersituationen“ (Prediger, 2009b, S. 220) darstellen und somit dazu beitragen, inhaltliche Vorstellungen zum Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit aufzubauen. Es ist jedoch darauf zu achten, dass Schülerinnen und Schüler mehrere verschiedene sprachliche Ausdrucksmöglichkeiten kennenlernen. Ein einzelner sprachlicher Ausdruck erzielt selten die volle mathematische Präzision, da immer auch die Wortbedeutungen der Alltagssprache die Interpretation beeinflussen. Beispielsweise kann die häufig verwendete Formulierung „A unter der Bedingung B“ auch missverstanden werden. So geben Krüger et al. (2015) Folgendes zu bedenken:

Eine Bedingung ist in der Umgangssprache etwas, was gefordert und von dessen Erfüllung etwas anderes abhängig gemacht wird, bzw. etwas, was zur Verwirklichung von etwas anderem als Voraussetzung notwendig gegeben bzw. vorhanden sein muss. Damit werden indirekt eine zeitliche Reihenfolge und eine kausale Beziehung der beiden Ereignisse A und B zum Ausdruck gebracht. Diese Bedeutung ist aber nicht für alle Anwendungen des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit zutreffend. (Krüger et al., 2015, S. 252)

Mit der Verwendung von expliziten Formulierungen sind im Unterricht also andere didaktische Ziele verbunden als mit der Verwendung von impliziten Formulierungen, die Problemlöse- und Modellierungskompetenzen fördern. Wie häufig explizite bzw. implizite Formulierungen in den Übungsaufgaben von Schulbüchern verwendet werden, bietet also Hinweise auf eine mögliche didaktische Schwerpunktsetzung. Die Ergebnisse zu den Schulbüchern werden im Folgenden diskutiert.

6.2 Diskussion der Ergebnisse zu den Schulbüchern

Zunächst ist es wenig überraschend, dass der Anteil der expliziten Formulierungen in den Übungsaufgaben der Schulbücher in Klassenstufe 9 deutlich höher ist, als der Anteil der impliziten Formulierungen. So geht es in Klassenstufe 9 zunächst darum, das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit einzuführen, inhaltliches Verständnis aufzubauen und einen ersten Umgang mit dem Konzept zu üben.

Jedoch ist gerade hierfür eine Variationsbreite an verschiedenen expliziten Formulierungen für Schülerinnen und Schüler hilfreich. Wenn hingegen nur eine Formulierungsmöglichkeit (z. B. Konditionalsatzkategorie) verwendet wird, besteht die Gefahr, dass Lernende sich angewöhnen, nur nach den entsprechenden Schlüsselwörtern auf der Textoberfläche zu suchen, ohne jedoch die semantischen Bezüge unter den Wörtern und die inhaltliche Bedeutung des Aufgabentextes zu erfassen. Eine zu einseitige Verwendung bestimmter Formulierungen, wie sie in dieser Studie bei bestimmten Lehrwerken beobachtet wurde, ist deswegen kritisch zu sehen. Jede der Formulierungen aus den sechs gefundenen Kategorien erfordert das Auslesen der passenden Teil-Ganzes-Beziehung aus dem Aufgabentext auf eigene Weise und sollte deswegen im Sinne des variationsreichen Übens und des sprachbildenden Mathematikunterrichts auch in den Übungsaufgaben von Schulbüchern adressiert werden.

Ein vielfältiges Übungsangebot in Schulbüchern ist gerade vor dem Hintergrund, dass Schülerinnen und

Schüler Lehrwerke auch zum selbständigen Üben heranziehen, bedeutsam (Jiang & Li, 2023). Durch eine Konfrontation mit unterschiedlichen Kontexten und verschiedenen Formulierungsmöglichkeiten können im Unterricht mehrere Aspekte gefördert werden:

- Das mathematische Verständnis, wofür das zu lernenden mathematische Konzept stehen kann.
- Das sprachliche Ausdrucksvermögen im Sinne eines sprachbildenden Mathematikunterrichts.
- Das Interpretieren von sprachlichen Darstellungen hinsichtlich der mathematischen Struktur, die beschrieben werden soll.

Der letztgenannte Aspekt bereitet die komplexere Tätigkeit des Modellierens vor, bzw. lässt sich auch als eine Teilkompetenz des Modellierens auffassen.

Auch hinsichtlich des Aspektes der Prüfungsvorbereitung muss eine einseitige Verwendung einer Formulierung (z. B. der Konditionalsatzkategorie) im Unterricht kritisch gesehen werden: So wurde in der Beispielaufgabe 2024 des Landes Baden-Württemberg für die schriftliche Abiturprüfung im Leistungsfach Mathematik am allgemeinbildenden Gymnasium eine Formulierung mit einer Nominalphrase verwendet: „Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aussortierte Kugel keinen Formfehler hat“ (RP Baden-Württemberg, 2024, S. 27). Eine Formulierung der Bedingung als Nominalphrase kommt aber beispielsweise in den Übungsaufgaben des Lehrwerkes Lambacher Schweizer, Klasse 9, gar nicht vor (vgl. Tab. 3). Schülerinnen und Schüler sollten also auch mit Blick auf spätere Prüfungen eine Flexibilität in Bezug auf sprachliche Ausdrucksmöglichkeiten bei bedingten Wahrscheinlichkeiten ausbilden.

6.3 Implikationen für die Praxis

Für Lehrkräfte zeigen die vorliegenden Untersuchungen, dass der Umgang mit Sprache im Zusammenhang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten besonderer Aufmerksamkeit im Unterricht bedarf. Ziel ist es, Lehrkräfte bei einem „einfühlsamen Umgang mit der Sprache der Stochastik im Schulunterricht“ (Hefendehl-Hebeker, 1983, S. 15) zu unterstützen. Das in dieser Arbeit entwickelte Kategoriensystem kann Lehrkräften dabei helfen, ihren Unterricht sprachsensibel zu gestalten. Verschiedene Sprachmittel zur Beschreibung bedingter Wahrscheinlichkeiten sollten gemeinsam mit den Schülerinnen und

Schülern im Unterricht erarbeitet werden, am besten integriert in reichhaltige Sprachhandlungen (Brauner & Prediger, 2021). Dabei ist mit den Lernenden auch zu klären, wann verschiedene Formulierungen hinsichtlich der wahrscheinlichkeitstheoretischen Bedingung, die sie beschreiben, äquivalent sind.

Da Sprache im Mathematikunterricht nicht nur Lernmedium, sondern auch Lerngegenstand ist und sogar eine Lernhürde darstellen kann (Prediger, 2020), sollten verschiedene Formulierungsmöglichkeiten mitgelernt und geübt werden. Bereits jetzt finden sich Aufgaben in Schulbüchern, die Schülerinnen und Schüler zum sprachlichen Formulieren von bedingten Wahrscheinlichkeiten auffordern. Solche Aufgaben können ein guter Anlass sein, die zur Verfügung stehenden Sprachmittel zu erarbeiten und zu erweitern. Von einer solchen „Sprachschatzarbeit“ können besonders sprachlich schwächere Schülerinnen und Schüler profitieren (Brauner & Prediger, 2021; Leuders & Prediger, 2017). Werden fachbezogene sprachliche Elemente nicht mitgelernt, kann Sprache zur Lernhürde werden und mathematisches Verstehen verhindern. Für die entsprechende Sprachschatzarbeit im Unterricht bietet das in dieser Arbeit entwickelte Kategoriensystem eine wichtige Orientierung.

Die im vorliegenden Artikel identifizierten Explizitheitsgrade von sprachlichen Formulierungen können für Lehrkräfte auch für die Aufgabendiagnose nützlich sein, z. B., um Schwierigkeiten und didaktische Zielsetzung einer Aufgabe schnell einordnen zu können.

6.4 Implikationen für die Forschung

Es liegt die Vermutung nahe, dass verschiedene sprachliche Formulierungen unterschiedlich fehleranfällig sind. Das Wissen über die Möglichkeiten sprachlicher Beschreibungen kann ein wichtiges Werkzeug sein, um Fehlvorstellungen im Bereich bedingter Wahrscheinlichkeiten zu erforschen (siehe z. B. das DFG-Forschungsprojekt FehlBa: www.bayesianreasoning.de). Hierfür ist nun mit der vorliegenden Arbeit ein Zugang geschaffen worden: Das Kategoriensystem *Formulierungen bedingter Wahrscheinlichkeiten* ist ein Instrument, mit dem sprachliche Ausdrücke eingeordnet und ihre Effekte untersucht werden können.

Damit eröffnen sich neue Möglichkeiten der Forschung: Zentral für das Verständnis der sprachlichen Beschreibung einer bedingten Wahrscheinlichkeit ist

es, ob die relevante Teil-Ganzes Beziehung entnommen werden kann (vgl. Abschnitt 2). So ist es aus unterrichtspraktischer und kognitiver Perspektive interessant, ob und warum es bei unterschiedlichen Formulierungen möglicherweise zu unterschiedlichen Schwierigkeiten kommt. Aus der Kognitionspsychologie gibt es bereits Hinweise, dass Methoden hilfreich sind, die die relevante Teil-Ganzes-Beziehung transparent (d. h. leicht erkennbar) machen (Barbey & Sloman, 2007). Konkret könnte empirisch untersucht werden, ob die in dieser Arbeit identifizierten explizierenden Partikel die Lösungshäufigkeit bei Aufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit erhöhen können. Die Frage, welche Effekte mit verschiedenen sprachlichen Beschreibungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten verbunden sind, ist somit als Forschungsdesiderat einzuordnen.

Ergebnisse dazu hätten auch forschungsmethodische Konsequenzen: In einer Vielzahl von Studien werden Lösungsraten von Aufgaben zu bedingten Wahrscheinlichkeiten miteinander verglichen, wobei nicht nur die Experimentalbedingungen (z. B. Visualisierungen oder Zahlenformate) geändert werden, sondern die Testaufgaben teilweise auch unterschiedliche sprachliche Formulierungen enthalten, die ebenfalls einen Effekt auf die Lösungsrate haben könnten (z. B. Binder et al., 2015). In einer Studie von Pollatsek et al. (1987) wird genau ein solcher Effekt vermutet:

We might speculate that the use of the word *if* in the probability version may have elicited causal reasoning. (Pollatsek et al., 1987, S. 268)

Die Autoren ordnen deswegen die Unkenntnis über den Effekt möglicher sprachlicher Formulierungen als einen limitierenden Faktor ihrer Studie ein:

We should be cautious about making strong conclusions about flaws in reasoning or underlying concepts until we have determined how sensitive patterns of errors are to details of the wording. (Pollatsek et al., 1987, S. 268)

Auch aus forschungsmethodischer Sicht wäre eine genauere Untersuchung der Effekte verschiedener sprachlicher Formulierungen also wünschenswert. Dabei könnte zunächst untersucht werden, welche der bekannten Fehlertypen (z. B. Binder et al., 2020; Eichler & Vogel, 2013) bei welchen Formulierungen in Testaufgaben gehäuft auftreten.

Aus kognitionspsychologischer Sicht wäre interessant, ob bestimmte Formulierungen bestimmte Fehlvorstellungen begünstigen. So wäre z. B. die Vermutung naheliegend, dass Formulierungen als Konditionalsätze eher ein Kausalitätsdenken (Falk,

1986) triggern, während Formulierungen mit vorge-schaltetem Hauptsatz möglicherweise die Fehlvorstellung begünstigen, dass das bedingende Ereignis zeitlich früher liegen muss (vgl. „fallacy of the time axis“, Díaz & Batanero, 2009, S. 134).

Neben einer empirischen Erforschung der Verständlichkeit von gegebenen Formulierungen wäre auch eine genauere Untersuchung der Frage, wie gut Schülerinnen und Schüler selbst bedingte Wahrscheinlichkeiten formulieren können und welche Unterstützungen sie dabei benötigen, interessant. Obwohl ein kompetenter Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten auch das mathematische Kommunizieren einschließt, wurde die Fähigkeit, bedingte Wahrscheinlichkeiten sprachlich zu formulieren, bislang wenig erforscht. Büchter et al. (2024) haben Formulierungen von Schülerinnen und Schülern im Zusammenhang mit der Visualisierung eines Häufigkeitsnetzes (Binder et al., 2020) untersucht. Weitere Forschung könnte den Einfluss verschiedener Visualisierungen im Zusammenhang mit Sprache untersuchen. Hierbei könnten sich Interaktionseffekte zwischen Visualisierungen und bestimmten Formulierungen ergeben (vgl. Böcherer-Linder et al., 2018).

Die vorliegende Arbeit hat sich auf die sprachlichen Formulierungen mit Wahrscheinlichkeiten beschränkt. Weitere Forschung könnte nun die Untersuchung auch auf die sprachlichen Ausdrücke mit Anteilen oder Häufigkeiten ausdehnen. Es wird vermutet, dass für Häufigkeiten oder Anteile in den Schulbuchtexten möglicherweise andere Kategorien häufiger verwendet werden, als dies bei sprachlichen Formulierungen von Wahrscheinlichkeiten der Fall ist (vgl. Tab. 3).

Fazit

In der vorliegenden Arbeit werden die sprachlichen Formulierungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten systematisch erfasst und durch ein Kategoriensystem beschrieben. Darin zeigt sich, wie vielfältig die sprachlichen Beschreibungen von bedingten Wahrscheinlichkeiten sein können, sowohl hinsichtlich der grammatikalisch-syntaktischen Struktur als auch hinsichtlich der Explizitheit. Die Bandbreite der tatsächlich in Schulbüchern verwendeten Formulierungen unterscheidet sich jedoch stark. Die Ergebnisse dieser Arbeit können einerseits Lehrkräfte beim sensiblen Umgang mit Sprache im Stochastikunterricht unterstützen. Andererseits legen sie die Grundlage für weitere Forschung, um die Effekte verschiedener sprachlicher Formulierungen genauer zu verstehen.

Danksagung

Ich danke den gutachtenden Personen für die hilfreichen und konstruktiven Anmerkungen und Kommentare.

Literatur

- Barbey, A. K. & Sloman, S. A. (2007). Base-rate respect: From ecological rationality to dual processes. *The Behavioral and brain sciences*, 30(3), 241-254. <https://doi.org/10.1017/S0140525X07001653>
- Barth, F. & Haller, R. (1984). *Stochastik Leistungskurs*. München: Ehrenwirth Verlag.
- Binder, K., Krauss, S. & Bruckmaier, G. (2015). Effects of visualizing statistical information - an empirical study on tree diagrams and 2×2 tables. *Frontiers in Psychology*, 6, 1-9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01186>
- Binder, K., Krauss, S. & Wassner, C. (2018). Der Häufigkeitsdoppelbaum als didaktisch hilfreiches Werkzeug von der Unterstufe bis zum Abitur. *Stochastik in der Schule*, 38, 2-11.
- Binder, K., Krauss, S. & Wiesner, P. (2020). A New Visualization for Probabilistic Situations Containing Two Binary Events: The Frequency Net. *Frontiers in Psychology*, 11, 1-21. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00750>
- Böcherer-Linder, K., Eichler, A. & Vogel, M. (2018). Die Formel von Bayes: Kognitionspsychologische Grundlagen und empirische Untersuchungen zur Bestimmung von Teilmenge-Grundmenge-Beziehungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39, 127-146. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0128-1>
- Brauner, U. & Prediger, S. (2021). Sprachschatzarbeit. In S. Prediger (Hrsg.), *Sprachbildender Mathematikunterricht* (S. 48-57). Berlin: Cornelsen.
- Brnic, M., Greefrath, G. & Reinhold, F. (2024). Working with digital textbooks or printed materials: A study with boys and girls on conditional probability. *ZDM Mathematics Education*, 56, 559-572. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-023-01543-x>
- Büchter, T., Merkes, J. & Eichler, A. (2024). Sprachliche Ausdrücke von bedingten Wahrscheinlichkeiten. In P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024. 57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S. 419-422). WTM-Verlag. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-25067>
- Büchter, T., Steib, N., Böcherer-Linder, K., Eichler, A., Krauss, S., Binder, K. & Vogel, M. (2022). Designing Visualisations for Bayesian Problems According to Multimedia Principles. *Education sciences*, 2, 739. <https://doi.org/10.3390/educsci12110739>
- Díaz, C. & Batanero, C. (2009). University students' knowledge and biases in conditional probability reasoning. *International Electronical Journal of Mathematics Education*, 4(3), 131-162. <http://dx.doi.org/10.29333/iejme/234>
- Dinges, H. (1976). Zum Unterricht der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Mathematisch – Physikalische Semesterberichte*, 23(1), 83-109.
- Döring, N. (2023). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (6., vollständig überarbeitete, aktualisierte und erweiterte Auflage). Berlin: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-64762-2>
- Eichler, A. & Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik* (2. Auflage). Wiesbaden: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-00118-6>
- Einhorn, H. & Hogarth, R. (1986). Judging Probable Cause. *Psychological Bulletin*, 99(1), 3-19. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0033-2909.99.1.3>
- Falk, R. (1986). Conditional probabilities: Insights and difficulties. In R. Davidson & J. Swift (Hrsg.), *Proceedings of the Second International Conference of Teaching Statistics* (S. 292-297). Victoria: University of Victoria.
- Feuerpfeil, J. & Heigl, F. (1987). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Leistungskurs*. München: Bayerischer Schulbuch Verlag.
- Freudigmann, H., Haug, F., Rauscher, M., Roy, R., Sandmann, R. & Schatz, T. (2018). *Lambacher Schweizer. Mathematik für Gymnasien. 9. Baden-Württemberg*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Gogolin, I. (2009). „Bildungssprache“ – The Importance of Teaching Language in Every School Subject. In T. Tajmel & K. Starl (Hrsg.), *Science education unlimited. Approaches to equal opportunities in learning science* (S. 91-102). Münster: Waxmann.
- Griesel, H., Postel, H., Suhr, F., Ladenthin, W. & Lösche, M. (2018). *Elemente der Mathematik 9*. Braunschweig: Westermann Schroedel.
- Guckelsberger, S. & Schacht, F. (2018). Bedingt wahrscheinlich? Perspektiven für einen sprachbewussten Stochastikunterricht. *Mathematik lehren* (206), 29-33.
- Hefendehl-Hebeker, L. (1983). Der Begriff „Ereignis“ im Stochastikunterricht. *Stochastik in der Schule*, 3(2), 4-16.
- Hertwig, R., Benz, B. & Krauss, S. (2008). The conjunction fallacy and the many meanings of and. *Cognition*, 108(3), 740-753. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.06.008>
- Jiang, T. & Li, S. (2023). Secondary school students' use and perceptions of textbooks in mathematics learning: A large-scale investigation in China. *Frontiers in Psychology*, 14, 1-15. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1132184>
- Kaganova, E. (2015). *Das Lehrpotential von Schulbuchlehrtexten im Fach Mathematik*. Dissertation, Universität Potsdam. <https://publishup.uni-potsdam.de/opus4-ubp/front-door/index/index/year/2015/docId/8070>
- Kleine, M., Siller, H.-S. & Zwölfer, A. (Hrsg.) (2019). *mathe.delta 9 - Baden-Württemberg*. Bamberg: C.C. Buchner Verlag.
- Kunzelmann, A., Binder, K., Fischer, M., Reincke, M., Braun, L. & Schmidmaier, R. (2022). Improving diagnostic efficiency with frequency double-trees and frequency nets in Bayesian reasoning. *Medical Decision Making, Policy & Practice*, 7(1), 1-11. <https://doi.org/10.1177/23814683221086623>
- Krüger, K., Sill, H.-D. & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe 1*. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-43355-3>
- Lambert, A. (2006). *Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben*. Universität des Saarlandes: Preprint Nr. 174. <https://www.math.uni-sb.de/preprints/preprint174.pdf>
- Leiss, D., Gerlach, K., Wessel, L. & Schmidt-Thieme, B. (2023). Sprache und Mathematiklernen. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.),

- Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 561-595). Berlin Heidelberg: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_18
- Lergenmüller, A., Schmidt, G. & Krüger, K. (Hrsg.) (2019). *Mathematik Neue Wege. Stochastik*. Braunschweig: Westermann Schroedel.
- Leuders, T. (2015). Intelligentes Üben im Mathematikunterricht. In W. Blum, S. Vogel, C. Drüke-Noe & A. Roppelt (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II* (S. 192-204). Braunschweig: Schroedel.
- Leuders, T. & Prediger, S. (2017). *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen.
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse* (13. Auflage). Grundlagen und Techniken. Weinheim: Beltz.
- Mayring, P. & Fenzl, T. (2019). Qualitative Inhaltsanalyse. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 633-648). Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-21308-4_42
- McDowell, M. & Jacobs, P. (2017). Meta-analysis of the effect of natural frequencies on Bayesian reasoning. *Psychological bulletin*, 143(12), 1273-1312. <http://doi.org/10.1037/bul0000126>
- Paetsch, J., Radmann, S., Felbrich, A., Lehrmann, R. & Stanat, P. (2016). Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kinder deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und pädagogische Psychologie*, 48(1), 27-41. <https://doi.org/10.25656/01:14989>
- Pallack, A. (Hrsg.) (2019). *Fundamente der Mathematik 9*. Berlin: Cornelsen.
- Peng, P., Lin, X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J. & Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 146(7), 595-634. <https://doi.org/10.1037/bul0000231>
- Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(5), 158-175. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02656616>
- Plath, J. & Leiss, D. (2018). The impact of linguistic complexity on the solution of mathematical modelling tasks. *ZDM Mathematics Education*, 50(2), 159-171. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-017-0897-x>
- Pollatsek, A., Well, A., Konold, C. & Hardiman, P. (1987). Understanding conditional probabilities. *Organizational behavior and human decision processes*, 40, 255-269. [http://dx.doi.org/10.1016/0749-5978\(87\)90015-X](http://dx.doi.org/10.1016/0749-5978(87)90015-X)
- Post, M. & Prediger, S. (2020a). *Bedingte Wahrscheinlichkeiten – Teil-Ganzes-Beziehungen verstehen*. Sprach- und fachintegriertes Unterrichtsmaterial. Open Educational Resources unter <http://www.sima.dzlm.de/um/9-002>
- Post, M. & Prediger, S. (2020b). Decoding and discussing part-whole relationships in probability area models: The role of meaning-related language. In J. Ingram, K. Erath, F. Rønning & A. Schüler-Meyer (Hrsg.), *Proceedings of the Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom* (S. 105-113). Montpellier: ERME/ HAL-Archive.
- Prediger, S. (2009a). „Aber wie sage ich es mathematisch?“ – Empirische Befunde und Konsequenzen zum Lernen von Mathematik als Mittel zur Beschreibung der Welt. In D. Höttercke (Hrsg.), *Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik*. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik in Dresden 2009 (S. 6-20). Berlin: LIT-Verlag.
- Prediger, S. (2009b). Inhaltliches Denken vor Kalkül. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.), *Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I* (S. 213-234). Weinheim: Beltz Verlag.
- Prediger, S. (2020). Bedeutung von Sprache für Mathematikler*innen – Empirische Befunde und Hintergründe. In S. Prediger (Hrsg.), *Sprachbildender Mathematikunterricht* (S. 7-46). Berlin: Cornelsen.
- Rezai, S., Fan, L. & Pepin, B. (2021). Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. *ZDM – Mathematics Education*, 53, 1189-1206. <http://doi.org/10.1007/s11858-021-01309-3>
- RP Baden-Württemberg (2024). *Leistungsfach Mathematik. Schriftliche Abiturprüfung ab 2024. Informationen, Beispielaufgabe*. https://rp.baden-wuerttemberg.de/fileadmin/RP-Internet/Stuttgart/Abteilung_7/Referat_75/Fae-cher/Mathematik/Dokumente/2024-LF.pdf [Stand 08.08.2025]
- Schacht, F., Guckelsberger, S. & Prediger, S. (2020). Bedingte Wahrscheinlichkeiten in Klasse 9-11. In S. Prediger (Hrsg.), *Sprachbildender Mathematikunterricht* (S. 181-185). Berlin: Cornelsen.
- Schupp, H. (2006). Variation von Aufgaben. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik konkret* (S. 152-161). Berlin: Cornelsen.
- Sirota, M., Navarrete, G. & Juanchich, M. (2024). When intuitive Bayesians need to be good readers: The problem-wording effect on Bayesian reasoning. *Cognition*, 245, 1-21. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2024.105722>
- Strohmaier, A., Reinhold, F., Hofer, S., Berkowitz, M., Vogel-Heuser, B. & Reiss, K. (2022). Different complex word problems require different combinations of cognitive skills. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 89-114. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10079-4>
- Van den Ham, A. & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J. & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM Mathematics Education*, 52, 1-16. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>
- Watson, J. & Moritz, J. (2002). School students' reasoning about conjunction and conditional events. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 33(1), 59-84. <http://doi.org/10.1080/00207390110087615>

Anschrift der Verfasserin

Katharina Böcherer-Linder
 Universität Freiburg
 Institut für Mathematik, Abteilung für Didaktik der Mathematik
 Ernst-Zermelo-Straße 1
 79104 Freiburg
Boecherer-linder@math.uni-freiburg.de