Verstehensgrundlagen des Zahl- und Additionsverständnisses bei Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen fördern: Zur Bedeutung der Darstellungsvernetzung und Sprachbewusstheit

DANIELA GÖTZE, DORTMUND & KATHRIN SPIES, SIEGEN

Zusammenfassung: *Das Aufholen verpasster Verstehensgrundlagen stellt ein zentrales Ziel der Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen dar. Die aktuelle mathematikdidaktische Forschung versucht daher Gelingensbedingungen zu identifizieren, wie Kinder beim Aufholen dieser Verstehensgrundlagen unterstützt werden können. Die in diesem Beitrag vorgestellte Studie setzt bei einer sprachbewussten und darstellungsvernetzenden Intervention zu Beginn des zweiten Schuljahres an. Die Ergebnisse zeigen, dass ein auf diesen Designprinzipien ausgelegter Mathematikunterricht die Kinder beim Aufholen von Verstehensgrundlagen im Bereich des Zahl- und Additionsverständnisses signifikant unterstützt.*

Abstract: *Closing subject-related conceptual learning gaps is a central goal of supporting children with mathematical learning difficulties. Therefore, current research in the field of mathematics education tries to identify conditions for success to support these children in catching up conceptual understanding. The study presented in this paper focuses on a language-responsive support with a focus on relating different mathematical representation at the beginning of the second grade of primary school. The results show that mathematics teaching based on these design principles significantly supports children in developing conceptual understanding of number and addition.*

1. Einleitung

Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sind häufig auf fehlende Verstehensgrundlagen zurückzuführen (Gaidoschik et al., 2021; Moser Opitz, 2013). Die empirisch nachgewiesenen Verstehensgrundlagen der ersten beiden Grundschuljahre betreffen das Verständnis für natürliche Zahlen, das Stellenwertverständnis im Dezimalsystem sowie das Rechenoperationsverständnis (Gaidoschik et al., 2021; Gerster & Schultz, 2004; Moser Opitz, 2013; Schipper et al., 2011). Ohne diese Verstehensgrundlagen ist ein erfolgreiches Weiterlernen über kurz oder lang nachweislich nicht möglich (Moser Opitz, 2013; Siemon et al., 2006).

Nicht selten werden die Auswirkungen von fehlenden Verstehensgrundlagen erst in höheren Schuljahren offensichtlich (Gaidoschik et al., 2021; Moser Opitz, 2013; Siemon et al., 2006). Allerdings sind die bis dahin aufgebauten konzeptuellen Wissenslücken dann oftmals so groß, dass ein Aufholen kaum oder nur sehr schwer möglich ist. Daher sollte das Aufholen von fehlenden Verstehensgrundlagen möglichst frühzeitig geschehen.

Bei der Förderung von Verstehensgrundlagen spielen darstellungsvernetzende Aktivitäten nachweislich eine zentrale Rolle (Prediger, 2019). So fördert die Aktivierung und vor allem die Vernetzung von enaktiven, ikonischen, symbolischen sowie sprachlichen Darstellungen das Verständnis für mathematische Konzepte, da die einzelnen Darstellungen das Durchdenken mathematischer Konzepte ermöglichen (Bruner, 1966; Duval, 2006). Im Unterschied zum Darstellungswechsel, der traditionell als verstehensförderliches Prinzip des Mathematikunterrichts gilt (Bruner, 1966) und bei dem die Darstellungen nebeneinandergestellt bzw. einmalig durchlaufen werden (Prediger, 2019), verlangt das Prinzip der Darstellungsvernetzung nach der ständigen Verknüpfung von Darstellungen (Götze & Baiker, 2021; Duval, 2006; Prediger & Wessel, 2011).

Allerdings stellt für viele Kinder das selbstständige Vernetzen von verschiedenen mathematischen Darstellungen eine Herausforderung dar (Kuhnke, 2013; Moser Opitz, 2013; Radatz, 1991), sodass Vernetzungsprozesse der gemeinschaftlichen mathematisch diskursiven Aufmerksamkeitsfokussierung bedürfen (Häsel-Weide et al., 2013; Scherer & Moser Opitz, 2010; Van de Walle et al., 2018). Zudem weisen Kinder mit Lernschwierigkeiten statistisch signifikant geringere Kompetenzen in den Sprachverständnisleistungen auf als ihre gleichaltrigen Mitschülerinnen und Mitschüler ohne diese Einschränkung (Berg & Werner, 2014). Die Fähigkeit dieser Kinder, diskursiven Gesprächen im Unterricht folgen oder an diesen aktiv teilnehmen zu können, ist somit deutlich erschwert (Berg & Werner, 2014).

Auch wenn Kinder mit Lernschwierigkeiten und Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen nicht gleichzusetzen sind, stellt sich dennoch die Frage, inwiefern eine sprachbewusste Förderung der Verstehensgrundlagen bei Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen unterstützend wirken kann. Dies ist das zentrale Forschungsinteresse der Interventionsstudie dieses Artikels, die der Forschungsfrage nachgeht: *Welchen Einfluss hat eine sprachbewusste Förderung auf das Zahlverständnis und das Verständnis der Rechenoperation der Addition bei Kindern mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen?*

Im Folgenden wird das Designprinzip der Sprachbewusstheit theoretisch mit den empirisch belegten Ansätzen zur Förderung eines Verständnisses für Zahlen und für die Rechenoperation der Addition diskutiert. Dazu werden zunächst die Förderkonzepte zum Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen näher betrachtet. Anschließend wird die Bedeutung der Sprachbewusstheit dargelegt und die Verknüpfung beider Ansätze herausgearbeitet. Danach wird das Design der Studie vorgestellt, bevor die zentralen Ergebnisse der Studie präsentiert und abschließend diskutiert werden.

2. Arithmetische Verstehensgrundlagen des ersten Schuljahres

Es ist hinreichend akzeptiert, dass vor allem mangelndes mathematisches *Verständnis* und nicht etwa zu geringe Anstrengungsbereitschaft beim Auswendiglernen die Hauptursache für Schwierigkeiten beim Mathematiklernen darstellt (für einen Überblick siehe Gaidoschik et al., 2021; Scherer et al., 2016). Die Schwierigkeiten manifestieren sich typischerweise in den drei eingangs erwähnten zentralen Verstehensgrundlagen (Gaidoschik et al., 2021; Gerster & Schultz 2004; Moser Opitz, 2013; Schipper et al., 2011): Verständnis für natürliche Zahlen, dezimales Stellenwertverständnis sowie Operationsverständnis. Im Zuge des ersten Schuljahres werden vor allem die Verstehensgrundlagen für das Verständnis der natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 20 sowie das Operationsverständnis für die Addition und Subtraktion grundgelegt. Da die in diesem Artikel vorgestellte Studie die Verstehensgrundlagen des ersten Schuljahres fokussiert, werden im Folgenden vor allem diese wissenschaftlich eingeordnet.

2.1 Zahlverständnis im ersten Schuljahr

Das Verständnis für natürliche Zahlen zeichnet sich insbesondere dadurch aus, Zahlen nicht ausschließlich ordinal, sondern vor allem auch kardinal interpretieren zu können (Fuson, 1988; Gaidoschik et al., 2021; Häsel-Weide, 2016; Slusser, 2019; Van de Walle et al., 2018). Diese Interpretation von natürlichen Zahlen als *Anzahlen* ist eine zwingend erforderliche Voraussetzung, um Zahlen bzw. vielmehr Anzahlen zerlegen und quasi-simultan erfassen zu können (Clements et al., 2019; Langhorst et al., 2011). Viele Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen verbleiben allerdings bei einer regelgeleiteten und an den Zählprozess gebundenen Interpretation von Mengen. Auch wenn sie die Mächtigkeit von Mengen bestimmen, so ist die dabei aktivierte Interpretation des Zählprozesses als *ordinal gebunden* einzustufen (Schäfer, 2013).

> Auf dieser Stufe bedeutet „Vier“ noch keine gedankliche Entität – ein von Zahlwortreihe bzw. von konkreten Objekten losgelöst zu denkender „Vierer“ – sondern ist gebunden an den Abschnitt der Zahlwortreihe, der mit „eins“ beginnt und bei „vier“ endet, oder an vier konkrete Objekte, die – von 1 an – gezählt werden. (Schäfer, 2013, S. 87)

Somit ist für das kardinale Zahlverständnis (auch Anzahlverständnis genannt, Schulz et al., 2017), bedeutsam, dass die Anzahl der Objekte als eine vom konkreten Zählprozess losgelöste Einheit gedacht werden kann (z. B. als ein „Vierer“, Schäfer, 2013, S. 87).

Dieses Denken in Einheiten von Objekten ermöglicht, dass eine gegebene Menge in verschiedene Teilmengen bzw. -einheiten zergliedert werden kann (Gaidoschik et al., 2021; Schultz et al., 2017). Diese Fähigkeit wird als Teile-Ganzes-Konzept bezeichnet (z. B. Langhorst, 2014; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Schultz et al., 2017) und stellt eine Erweiterung des kardinalen Zahlverständnisses dar (Gaidoschik, 2019). So ist für das kardinale Zahlverständnis zunächst nur die vom Zählprozess losgelöste Betrachtung der kardinalen Einheit notwendig. Für die Zergliederung dieser kardinalen Einheiten wird der „Struktursinn“ (Lüken, 2012), also die Fähigkeit der *flexiblen Zergliederung* einer Anzahl in passende Einheiten, bedeutsam (Gaidoschik, 2019; Häsel-Weide, 2016; Lüken, 2012). Baroody et al. (2009) sehen in der Fähigkeit der flexiblen Zergliederung von Anzahlen ebenso wie in der Fähigkeit, (Teile von) Anzahlen zusammenfassen zu können, eine Verstehensgrundlage für das spätere Rechnen (ähnlich Canobi, 2004; Fuson, 1988). Allerdings ist empirisch belegt, dass das Erkennen und Nutzen ebensolcher Zahlstrukturen für viele Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eine Lernhürde darstellt (Baroody et al., 2009; Canobi, 2004; Mulligan, 2013; Mulligan & Mitchelmore, 2009). Ferner ist ein nicht ausgebildeter Struktursinn für ein kardinales Zahlverständnis im Sinne des Zerlegens und Zusammenfassens von Anzahlen im ersten Schuljahr ein empirisch belegter Prädiktor für Schwierigkeiten beim Mathematiklernen am Ende der Schuleingangsphase (Lüken, 2012). Demnach haben nicht erreichte Verstehensgrundlagen im Zahlverständnis nachweislich einen negativen Einfluss auf das weitere mathematische Lernen und damit auch auf die Entwicklung eines Verständnisses der Rechenoperationen.

2.2 Verständnis der Rechenoperationen

Neben der Entwicklung eines Zahlverständnisses stellt die Entwicklung eines Verständnisses der Rechenoperationen eine weitere Verstehenshürde für Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen dar. Häufig sind bei diesen Kindern einseitig zählende Vorgehensweisen, aber auch ein regelgeleitetes Anwenden auswendig gelernter Zahlenfakten beobachtbar (Gaidoschik et al., 2021). Infolgedessen werden die Grundrechenarten Addition und Subtraktion ausschließlich als „vorwärts“ und „rückwärts“ (oder auch als „rauf“ und „runter“) interpretiert (Gaidoschik 2009) und die Zusammenhänge zwischen Zahlen und Rechnungen kaum fokussiert. Das Verständnis für Rechenoperationen wird daher häufig nicht nur auf das reine Operationsverständnis reduziert, sondern umfasst ebenso das Verständnis über strukturelle Zusammenhänge von Aufgaben, weil nicht nur der arithmetisch-rechnerische Blick, sondern auch der algebraisch-strukturfokussierte Blick für Aufgabenzusammenhänge für den Verstehens- und Automatisierungsprozess von Bedeutung ist (Gaidoschik et al., 2021; Gray & Tall, 1994; Rechtsteiner & Rathgeb-Schnierer, 2017).

Als ein Indiz für Operationsverständnis wird dabei die Fähigkeit gesehen, mathematische Aufgaben in unterschiedliche Darstellungen zu übersetzen und zwischen diesen verschiedenen Darstellungen flexibel wechseln zu können.

> To diagnose a student’s learning difficulties, or to identify instructional opportunities, teachers can generate a variety of useful kinds of questions by presenting an idea in one representational mode and asking the student to illustrate, describe, or represent the same idea in another mode. (Lesh, Post & Behr, 1987, S. 36)

Aus derartigen darstellungsvernetzenden Aktivitäten entwickeln sich gedankliche Repräsentationen zu den betreffenden Rechenoperationen (Wartha, 2011). Dadurch wird beispielsweise eine „Vorstellung von Addition und Subtraktion als Veränderung von Mengen“ (Häsel-Weide, 2016, S. 33) etabliert, welche wiederum den Prozess des Ablösens vom zählenden Rechnen unterstützt (Gaidoschik, 2010; Häsel-Weide, 2016; Rechtsteiner-Merz, 2013). Allerdings sind Darstellungsmittel keineswegs selbsterklärend und bedürfen der diskursiven Aufmerksamkeitsfokussierung auf die betreffenden Zahlzusammenhänge, die sich in den einzelnen Handlungen zeigen (Lorenz, 2013). Damit ist gemeint, dass nicht die Handlung mit einem Darstellungsmittel selbst so wesentlich ist, sondern vor allem das Nachdenken über diese Handlungen (Lorenz, 2013; Van de Walle et al., 2018) sowie das diskursive Aushandeln, warum die Handlung zur Rechenoperation passt (Schulz & Wartha, 2021). Erst dadurch werden Darstellungen aktiv miteinander vernetzt.

Darüber hinaus eröffnet das Verständnis der Addition und Subtraktion als Veränderung von Mengen die Möglichkeiten, Muster und Strukturen innerhalb und auch zwischen diesen beiden Rechenoperationen zu entdecken und zum geschickten Rechnen unter Anwendung von Ableitungsstrategien zu nutzen (Häsel-Weide, 2016). Darunter ist der Aufbau eines konzeptuellen Wissensnetzes von auswendig gewussten Aufgaben und den strukturellen Verbindungen dieser Aufgaben zu nicht auswendig gewussten Aufgaben gemeint (Baroody et al., 2009; Gaidoschik, 2019; Häsel-Weide, 2016; Schulz & Wartha, 2021; Verschaffel et al., 2007). Auf diese Weise werden Aufgaben nicht isoliert memoriert, sondern die Entwicklung eines Wissensnetzes über die strukturellen Verbindungen von Aufgaben angestrebt (Moser Opitz, 2013). Dieses Wissensnetz wiederum bildet die Grundlage für eine verstehensbasierte Automatisierung („meaningful memorization“ nach Baroody, 2006, S. 25), da die Kinder, falls sie die Lösung einer Aufgabe vergessen haben sollten, Zusammenhänge zu anderen Aufgaben nutzen können, um das Ergebnis *abzuleiten* und damit langfristig zu automatisieren.

Zwar verfügen auch Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oftmals über ein Repertoire an Aufgaben, die auswendig abgerufen werden können, allerdings automatisieren sie die Basisaufgaben des Einspluseins und Einsminuseins nicht lückenlos (Moser Opitz, 2013) und als isolierte Einzelfakten, sodass sie immer wieder auf zählende Vorgehensweisen angewiesen sind (Gaidoschik et al., 2021; Verschaffel et al., 2007). Dieser auf isolierten Einzelfakten beruhende Prozess des Automatisierens führt langfristig zu folgenden Schwierigkeiten bei den betreffenden Kindern:

> [M]any children give up on mastering combinations or forget or confuse much of what they do learn. Instruction that promotes routine expertise, then, makes mastering basic facts unduly difficult and often creates the symptoms of learning difficulties [...]. As a result, many at-risk children fall further behind, and their learning deficiencies persist or get worse throughout the school years. (Baroody et al., 2009, S. 75)

Die Ausbildung eines solchen algebraisch-strukturfokussierten Wissensnetzes von Aufgabenzusammenhängen gelingt aber nicht von allein. Strukturfokussierende Tätigkeiten wie z. B. das gemeinsame Besprechen und Visualisieren von Aufgabenzusammenhängen oder auch das Sortieren von Aufgaben nach Eigenschaften haben sich dabei als unterstützend für den Lernprozess der Kinder erwiesen (Baroody, 2006; Häsel-Weide, 2016; Rechtsteiner-Merz, 2013). Derartige Maßnahmen verfolgen das Ziel, dass die Kinder die strukturellen Zusammenhänge zwischen den Aufgaben konzeptuell verstehen und zum geschickten Rechnen nutzen können.

Die Studie von Rechtsteiner-Merz (2013) hat diesbezüglich gezeigt, dass Erstklässler:innen nicht-zählende und flexible Rechenstrategien entwickeln, wenn Tätigkeiten des Sehens, Sortierens und gemeinschaftlichen Strukturierens von Aufgaben im Mathematikunterricht etabliert werden.

Übereinstimmend konnte Häsel-Weide (2016) belegen, dass Aktivitäten, wie das gemeinsame Vergleichen und Sortieren von Aufgaben, lernförderlich für das diskursive Aushandeln von mathematischen Strukturen und Beziehungen sein können. Nicht nur die Untersuchung operativer Veränderungen von Aufgabenzusammenhängen, sondern vor allem das eigenständige Nutzen von Aufgabenbeziehungen stellt laut Häsel-Weide (2016) eine zentrale Voraussetzung für die Etablierung nicht-zählender Rechenstrategien dar.

Allerdings liegt der Fokus der Unterrichtsdiskurse im Mathematikunterricht häufig auf kakülbezogenen Sprachhandlungen und weniger auf strukturfokussierenden und somit verstehensorientierten (Barwell, 2012; Erath, 2017; Prediger et al., 2019). Auch Lehrkräften, die diskursive Aushandlungsprozesse im Mathematikunterricht etablieren, gelingt es nur im geringen Maße, Lernende mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen an diesen Aushandlungsprozessen aktiv zu beteiligen (Barwell, 2012; Erath, 2017). Korten (2020) betont diesbezüglich die Bedeutsamkeit strukturfokussierender und zeitgleich *adressatengerechter* Impulse.

Finden im Mathematikunterricht keine strukturfokussierenden Diskurse statt, bleiben bis zum Ende des ersten Schuljahres nachweislich zählende Strategien dominant (Gaidoschik, 2010, 2012; Geary et al., 1996).

Insofern sollte es ein besonderes Ziel unterrichtsimmanenter Förderung sein, strukturfokussierende Diskurse im Mathematikunterricht zu etablieren sowie möglichst alle Kinder – also auch die Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen – an diesen strukturfokussierenden Diskursen zu beteiligen (Moschkovich, 2015; Prediger et al., 2019). Dies wird im Folgenden aus einer sprachbewussten Perspektive expliziert.

3. Verstehensgrundlagen sprachbewusst fördern

Der Zusammenhang von allgemeiner Sprachkompetenz und Mathematikleistung ist mehrfach empirisch nachgewiesen worden (Prediger et al., 2015; Ufer et al., 2013). Mit Sprachkompetenz ist weitaus mehr als nur Lesekompetenz gemeint. Vielmehr bewegt sich die Konzeptualisierung von Sprachkompetenz in der Dualität von kommunikativer und kognitiv-epistemischer Funktion von Sprache (Maier & Schweiger, 1999; Morek & Heller, 2012; Prediger et al., 2015). Probleme in der kommunikativen Funktion werden insbesondere dann diagnostizierbar, wenn sich Kinder aufgrund mangelnder bildungs- und fachsprachlicher Kompetenzen nicht richtig oder verständlich ausdrücken oder bildungssprachliche Texte nicht lesen können. Die kognitiv-epistemische Funktion verweist hingegen auf eine enge Verzahnung von Sprechen und Denken, d. h. Sprache ist in ihrer kognitiv-epistemischen Funktion ein kognitives Werkzeug in Lern- und Denkprozessen (Prediger et al., 2015). Dies führt zu der Konsequenz, dass sich sprachliche Defizite auch negativ auf die Lernzuwächse im konzeptuellen Mathematikverständnis auswirken (Berg & Werner, 2014; Prediger et al., 2015; Prediger et al., 2019; Ufer et al., 2013). Bedenkt man den Tatbestand, dass Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oftmals geringere allgemeine Sprachkompetenzen insbesondere in der Sprachrezeption aufweisen (Baroody, 2006; Berg & Werner, 2014), ist zu erwarten, dass sie ohne gezielte sprachliche Unterstützung kognitiv anspruchsvollere Lernziele nur schwer erreichen können (Prediger et al., 2019).

Der sprachbewusste Mathematikunterricht setzt daher nicht vordergründig bei der Etablierung fachsprachlicher Bezeichnungen auf Wortebene an, sondern schafft in einem Sprachkontinuum von der Alltags- zur Bildungs- und Fachsprache Möglichkeiten, konzeptuelles Verständnis für einen mathematischen Lerninhalt aufzubauen.

In den zahlreichen Forschungsarbeiten der letzten Jahre haben sich unterschiedliche Designprinzipien eines sprachbewussten Mathematikunterrichts als lernförderlich zur Entwicklung eines konzeptuellen mathematischen Verständnisses erwiesen. Sechs empirisch belegte Designprinzipien der Gestaltung sprachbewusster Förderungen haben sich dabei etabliert:

> For language learning to be a catalyst for mathematics learning, materials and instruction should…:
> (P1) … engage students in rich discourse practices,
> (P2) … establish various mathematics language routines,
> (P3) … connect language varieties and multimodal representations,
> (P4) … include students' multilingual resources,
> (P5) … use macro-scaffolding to sequence and combine language and mathematics learning opportunities, and,
> (P6) … compare language pieces (form, function, etc.) to raise students' language awareness.
> (Erath et al., 2021, S. 247)

In einem sprachbewussten Mathematikunterricht greifen selbstverständlich nicht alle sechs Designprinzipien zeitgleich. Welche Designprinzipien bedeutsam werden können, hängt vom betreffenden Inhalt, aber auch von den betreffenden Schülerinnen und Schülern ab (Erath et al., 2021).

Da der Fokus der Studie in diesem Artikel auf der Förderung von Verstehensgrundlagen zu Beginn des zweiten Schuljahres liegt, spielen für die vorliegende Studie vier der insgesamt sechs Designprinzipien eine eher untergeordnete Rolle. So sind die Designprinzipien „establish various mathematics language routines" (P2), „include students' multilingual resources" (P4) sowie „compare language pieces (form, function, etc.)" (P6) eher langfristige Designprinzipien, die sich über Wochen, Monate und Jahre im Mathematikunterricht etablieren müssen, um ihre Wirkung entfalten zu können. Zudem fordert das Designprinzip P6 von den Schülerinnen und Schülern metakommunikative Fähigkeiten, die bei Grundschulkindern zu Beginn des zweiten Schuljahres noch nicht erwartet werden können. Die Etablierung von sprachlichen Routinen (Designprinzip P2) ebenso wie die Berücksichtigung von Makro-Scaffolding-Elementen wie z. B. Sprachspeichern oder komplexen schriftlichen Sprachvorbildern (Designprinzip P5) stellen für Kinder zu Beginn des zweiten Schuljahres recht große Anforderungen an die Lesekompetenz. Somit wird auch diesen Designprinzipien eine weniger zentrale Rolle für den betreffenden Forschungsgegenstand zuteil.

Diese Einschränkungen treffen für die Designprinzipien „engage students in rich discourse practices" (P1) und „connect language varieties and multimodal representations" (P3) nicht zu. Vielmehr scheinen diese beiden sprachbewussten Designprinzipien eine deutliche Nähe zu den Förderansätzen für Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen aufzuweisen. Daher werden auch nur diese im Folgenden näher dargelegt und deren Bedeutung für die in diesem Beitrag vorgestellte Studie herausgearbeitet.

3.1 Förderung des gemeinschaftlichen Diskurses

Reichhaltige Diskurspraktiken (Designprinzip P1) haben sich in einem sprachbewussten Mathematikunterricht als lernförderlich erwiesen, sofern die Kinder dazu aufgefordert und darin unterstützt werden, an einem solchen reichhaltigen Diskurs aktiv teilzunehmen. Zudem spielt die Art des Diskurses eine zentrale Rolle, denn…

> …explaining mathematical meaning or justifying procedures are richer discourse practices than reporting procedures because meaning matters for conceptual understanding […]. (Erath et al., 2021, S. 248)

Für eine aktive Beteiligung an diesen Diskursen brauchen Lernende gezielte Unterstützung, denn anspruchsvolle Sprachhandlungen wie das Erklären von Bedeutungen stellen für viele Kinder und – wie bereits erwähnt – insbesondere für die Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eine Herausforderung dar (Erath, 2017; Moschkovich, 2015; Prediger et al., 2019). Den Lehrkräften kommt an dieser Stelle eine besondere Rolle zu. Sie können die Unterstützung der Kinder am reichhaltigen Diskurs im Zuge der eigenen Unterrichtsplanung mitberücksichtigen, indem sie einerseits den Einsatz anschaulicher Darstellungen zur Unterstützung des mathematischen Diskurses gezielt einplanen (Driscoll et al., 2016). Andererseits können Lehrkräfte durch den gezielten Einbezug der Äußerungen der Kinder dazu beitragen, dass sich der mathematische Diskurs in die Richtung der Bedeutungsaushandlung bewegt (Ingram et al., 2019).

Allerdings konnte Erath (2017) in der Tiefenanalyse von Diskurspraktiken vier verschiedener Lehrkräfte zeigen, dass die analysierten Diskurse kaum verstehensorientiert und eher an oberflächlichen Kriterien wie z. B. der korrekten Fachsprachlichkeit angelegt waren. So wurden alltagssprachliche Erklärmittel tendenziell eher abgelehnt, obwohl sie in Bezug auf den zu erklärenden mathematischen Gegenstand akzeptabel und korrekt gewesen wären. Zudem zeigten die Analysen von Erath (2017), dass die diskursiven Beiträge der Schülerinnen und Schüler oftmals prozeduraler Natur waren (z. B. Lösungszahlen nennen), und zentrale Elemente des Diskurses wie das Erklären von Bedeutungen durch die Lehrkräfte vorgenommen wurden. Die Schülerinnen und Schüler blieben in genau den diskursiven Situationen, in denen Bedeutungen ausgehandelt wurden, nicht selten passiv (Erath, 2017). Die kognitiv-epistemische Funktion von Sprache (Maier & Schweiger, 1999; Morek & Heller, 2012) als ein „Werkzeug des Denkens" (Morek & Heller, 2012, S. 69) wurde laut Erath (2017) nur bei den Schülerinnen und Schülern adressiert, die diesem lehrergelenkten Diskurs folgen konnten.

Es zeigt sich somit, dass Unterrichtsmaterialien für Lehrkräfte und für Kinder so konzipiert werden sollten, dass sie reichhaltige Diskurspraktiken und damit das Erklären von Bedeutung als eine gemeinsam getragene Diskurspraktik unterstützen (Erath et al., 2021; Moschkovich, 2015). In Bezug auf den Inhaltsbereich dieses Artikels bedeutet dies, dass Lehrkräfte darin unterstützt werden müssen, den fachlichen Austausch über strukturelle Deutungen von Zahlen und Aufgabenbeziehungen mit den Kindern führen zu können. Dies beinhaltet zum einen Anregungen für Lehrkräfte, wie sie verstehensorientierte Elemente, z. B. das Nutzen von mathematischen Darstellungen und Gesten, gezielt als diskursunterstützende Maßnahmen einplanen und wie sie strukturfokussierende adressatengerechte Impulse setzen können (Korten, 2020). Zum anderen müssen die Unterstützungsmaßnahmen verdeutlichen, wie die Kinder in den Diskurs aktiv eingebunden werden können. Zudem muss illustriert werden, welche alltagssprachlichen Erklärmittel genutzt werden können, um diesen Diskurs für Kinder verstehensorientiert und in einer für die Kinder verständlichen Alltags- bzw. Bildungssprache anzulegen.

3.2 Darstellungsvernetzung sprachbewusst fördern

Bei der Vernetzung von Darstellungen spielt die Sprache eine zentrale Rolle, denn die Sprache stellt oftmals einen Mittler zwischen den Darstellungsebenen dar. Will man im Unterricht gemeinsam aushandeln, welcher Term zur Darstellung passt, geschieht dieses Aushandeln vor allem sprachlich. Dabei hat es sich als wenig lernförderlich erwiesen, wenn vornehmlich Ausdrücke des formalen sprachlichen Registers genutzt werden (Erath et al., 2021; Götze, 2019). Darunter sind solche Formulierungen zu verstehen, bei denen lediglich Zahlen und Rechenoperationswörter genutzt werden (z. B. *Dieses Bild passt zu 5 plus 3, denn hier sind 5 und da sind 3.*). Diese unterstützen nicht den Vorstellungsaufbau und adressieren damit nicht die kognitiv-epistemische Funktion von Sprache (Maier & Schweiger, 1999; Morek & Heller, 2012). Aus derartigen Formulierungen wird insofern nicht deutlich, wie die Addition zu *denken* ist (Was heißt eigentlich *plus*?) und wie das Bild das Ergebnis illustriert. Um die kognitiv-epistemische Funktion von Sprache (Maier & Schweiger, 1999; Morek & Heller, 2012) anzusprechen, haben sich sogenannte *bedeutungsbezogene* Sprachmittel (Wessel, 2015) als lernförderlich herausgestellt. Damit sind kontextbezogene Sprachmittel gemeint, die die genutzten Darstellungsmittel und Handlungen direkt adressieren und damit die Bedeutung des mathematischen Inhalts sprachlich veranschaulichen.

> Bedeutungsbezogene Sprachmittel stellen damit einen zentralen Bereich der themenspezifischen Fachsprache dar. Da sich diese sprachlichen Mittel auch aus angebotenen situativen Kontexten ergeben [...], handelt es sich bei bedeutungsbezogenen Sprachmitteln teilweise auch um alltagssprachliche Begriffe, die durch ihre zentrale Rolle für das Verständnis zu notwendiger themenspezifischer (Fach-)Sprache werden, und die insbesondere sprachlich schwächere Lernende [...] ggf. erst noch erlernen müssen. (Wessel, 2015, S. 199)

Bedeutungsbezogene Sprachmittel entstammen daher tendenziell dem Sprachregister der kontextbezogenen Alltagssprache, spielen aber bei der Vorstellungsentwicklung insbesondere sprachlich schwacher Kinder eine wichtige Rolle (Wessel, 2015).

Wessel (2015) hat in einer Studie mit 36 sprachlich- und mathematisch leistungsschwachen Siebtklässlerinnen und -klässlern am Beispiel der Anteilsvorstellung von Brüchen zeigen können, dass vor allem bedeutungsbezogene Ausdrücke wie *„Je weniger Freunde es sind, desto mehr bekommt er.“*, die unmittelbar mit der Vorstellung des Anteils verknüpft wurden, zu konzeptionellen Vorstellungen bei den Schülerinnen und Schülern führten. Diese Befunde konnte Pöhler (2018) am Beispiel der Prozente bestätigen. Zum Verständnis der Fachbegriffe *Grundwert* und *Prozentwert* haben sich kontextbezogene Sprachmittel wie *alter Preis* und *neuer Preis*, die möglichst selbstständig von den Schülerinnen und Schülern zur Klärung von Aufgabenstellungen oder Vorgehensweisen aktiviert wurden, als lernförderlich erwiesen. Pöhler spricht in diesem Kontext von einem „bedeutungsbezogenen Denksprachschatz“ (Pöhler, 2018, S. 119).

Beide Studien setzen einen spezifischen Fokus auf sprachlich schwache Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe. Nur wenige Studien haben bisher untersucht, inwiefern sich das Designprinzip der Vernetzung von verschiedenen sprachlichen Registern *und* Darstellungsebenen auch zur Förderung mathematisch leistungsheterogener Grundschulkinder eignet. In einer Studie mit Zweitklässlerinnen und Zweitklässlern haben sich bedeutungsbezogene Sprachmittel, die das Konzept von „unitizing“ (Steffe, 1992) direkt adressieren, unterstützend zur langfristigen Entwicklung multiplikativen Denkens gezeigt (Götze & Baiker, 2021). Grundlage der Förderung waren bedeutungsbezogene Versprachlichungen multiplikativer Terme wie $3 \cdot 4$ als *drei Vierer*. Diese sprachliche Deutung multiplikativer Terme wurde bei der Einführung der Multiplikation in drei zweiten Klassen etabliert und sowohl zur Beschreibung von multiplikativen Alltagsbildern sowie Punktebildern („Wo sieht du 3 Vierer im Bild? Wo siehst du 3 mal 4 im Bild?“) als auch zu Erklärung von Ableitungsstrategien („Für 7 mal 6 nutze ich 6 mal 6. Aus 6 Sechsern mache ich dann 7 Sechser. Einfach einen Sechser dazu.“) genutzt. In drei weiteren zweiten Klassen wurde die Multiplikation zwar darstellungsvernetzt, aber ohne diese bedeutungsbezogene Sprache behandelt (Kontrollgruppe). In einem konzeptuellen Multiplikationstest am Ende des zweiten und zu Beginn des dritten Schuljahres konnten signifikante Unterschiede zwischen der Interventions- und Kontrollgruppe gefunden werden. Dabei waren die Unterschiede zwischen den beiden Gruppen zu Beginn des dritten Schuljahres – also nach den Sommerferien – größer, da vor allem in der Kontrollgruppe Vergessenseffekte zu beobachten waren, nicht aber bei der Interventionsgruppe (Götze & Baiker, 2021). Die Studie hat damit gezeigt, dass das Vernetzen von verschiedenen sprachlichen Registern (bedeutungsbezogene Alltagssprache und grundschulspezifische Fachsprache) und mathematischen Darstellungen dabei unterstützen kann, konzeptuelle Vorstellungen zur Multiplikation zu entwickeln.

Inwiefern sich dieser Ansatz zur Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen unterstützend insbesondere zur Aufholung von Verstehengrundlagen des ersten Schuljahrs erweist, ist dagegen noch unklar.

3.3 Herleitung des Forschungsdesiderates und Explizierung der Forschungshypothesen

Die bisherigen Ausführungen verdeutlichen, dass die Ansätze zur Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sowie die eines sprachbewussten Mathematikunterrichts durchaus Parallelen aufweisen. Beide Ansätze postulieren, dass mathematische Inhalte verstehensorientiert, darstellungsvernetzt und in einem aktiven Diskurs unter Kindern und Lehrkraft erarbeitet werden müssen. Gleichwohl ist bekannt, dass Grundschulkinder noch im Prozess des Erwerbs einer Diskurskompetenz sind (Quasthoff & Heller, 2014) und insbesondere Kinder mit Lernschwierigkeiten nachweislich statistisch signifikant geringere Kompetenzen in der Sprachverständnisleistung zeigen als ihre gleichaltrigen Mitschülerinnen und Mitschüler (Berg & Werner, 2014). Es stellt sich die Frage, inwiefern eine sprachbewusste Förderung von Verstehensgrundlagen bei Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zu größeren Lerneffekten führt als eine Förderung, welche diesen Fokus nicht explizit einnimmt.

Vor dem Hintergrund der oben erwähnten, übergeordneten Fragestellung „Welchen Einfluss hat eine sprachbewusste Förderung auf das Zahlverständnis und das Verständnis der Rechenoperation der Addition bei Kindern mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen?“ wurden daher folgende Hypothesen gebildet:

H1: Zweitklässlerinnen und Zweitklässer, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oder eine Tendenz hierfür haben, zeigen in der *sprachbewussten Förderung* größere Lernzuwächse im Bereich des *Zahl- und Additionsverständnisses* als

Kinder, die eine Förderung ohne sprachbewussten Fokus erhalten.

H2: Zweitklässlerinnen und Zweitklässer, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oder eine Tendenz hierfür haben, zeigen in der *sprachbewussten Förderung* signifikante Lernzuwächse in allen Items des *Zahl- und Additionsverständnisses.*

H3: Zweitklässlerinnen und Zweitklässer, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oder eine Tendenz hierfür haben, zeigen in der *nicht sprachbewussten Förderung* ebenfalls signifikante Lernzuwächse in allen Items des Zahl- und Additionsverständnisses.

Die Hypothesen fokussieren somit einen Vergleich der Interventions- und Kontrollgruppe (Intergruppenvergleich in H1), aber ebenso eine nach Gruppen getrennte Gegenüberstellung (Intragruppenvergleich in H2 und H3). Während der Intergruppenvergleich Unterschiede zwischen den Gruppen herausstellen soll, intendiert der Intragruppenvergleich, inwiefern sprachbewusste als auch nicht sprachbewusste Förderungen prinzipiell das Aufholen von Verstehensgrundlagen unterstützen.

4. Forschungsdesign

Um dem obigen Forschungsinteresse nachzugehen, wurden Fördermaterialien entwickelt, welche die Lehrkräfte darin unterstützen sollten, mathematische Verstehensgrundlagen bei allen Kindern sprachbewusst zu fördern. Aufgrund des explorativen Charakters der Studie wurden die ausgewählten Verstehensgrundlagen *Zahlverständnis im 20er-Raum* sowie *Additionsverständnis* in den Vordergrund gestellt. Als Durchführungszeitpunkt der Intervention wurde der Schuljahresbeginn des zweiten Schuljahrs gewählt, da zu diesen Zeitpunkt und damit unmittelbar nach den Sommerferien die zentralen Verstehensgrundlagen *Zahlverständnis im 20er-Raum* sowie *Additionsverständnis* aus Klasse 1 wiederholt und vertieft werden.

Insgesamt zwölf Klassen von sieben verschiedenen Schulen erklärten zu Beginn des Schuljahres 2020/21 die Bereitschaft zur Mitarbeit im Projekt. Alle Schulen haben im ersten Schuljahr mit dem gleichen Schulbuch gearbeitet, sodass die mathematischen Inhalte des ersten Schuljahres mit Hilfe des gleichen Unterrichtsmaterials erarbeitet worden waren. Gleichwohl ist zu beachten, dass das zweite Halbjahr des Schuljahres 2019/20 weitgehend im Distanzunterricht stattgefunden hat. Die Lehrkräfte haben zwar die zentralen Verstehensgrundlagen am Ende des Schuljahres 2019/20, als in den Schulen im Wechselunterricht gearbeitet wurde, versucht aufzuholen, dennoch sahen sie weiterhin Nachholbedarf hinsichtlich der zentralen Verstehensgrundlagen des ersten Schuljahres und wollten diese zu Beginn des zweiten Schuljahres wiederholend und vertiefend fördern.

Zudem haben sechs Studierende die Durchführung der Intervention wissenschaftlich begleitet. Acht der insgesamt zwölf Klassen wurden als Interventionsgruppe ausgewählt, die übrigen vier bildeten die Kontrollgruppe. Während die Interventionsklassen das sprachbewusste Fördermaterial zur Verfügung gestellt bekommen haben, haben die vier Klassen der Kontrollgruppe mit den Materialien des eigenen Lehrwerks gearbeitet. Die Lehrkräfte der Kontrollgruppe haben ebenso wie die Lehrkräfte der Interventionsgruppe während der Zeit der Intervention die Wiederholung der Zahlen bis 20 sowie die Wiederholung von Additionsstrategien des kleinen Einspluseins im Mathematikunterricht fokussiert. In allen zwölf Klassen wurde insgesamt zwei Wochen an diesen beiden Verstehensgrundlagen gearbeitet. Dabei fand die Förderung unterrichtsimmanent in allen zwölf Klassen im regulären Klassenunterricht statt. Allen Lehrkräften wurde eine Testung inklusive Auswertung der gesamten Klasse mit dem BasisMath-G 1+ (Moser Opitz et al., in Vorb.) sowie dem eigens für diese Studie entwickelten Test zur Feststellung des Zahl- und Additionsverständnisses (vgl. Abschnitt 4.2) zugesichert.

Die Lehrkräfte der Interventionsklassen bekamen vor der Durchführung das konzipierte Fördermaterial, welches in Abschnitt 4.1 näher beschrieben wird. Zudem erhielten sie eine eintägige Lehrkräftefortbildung, in der sie über das sprachbewusste Aushandeln von mathematischen Bedeutungen im Unterrichtsdiskurs mit den Kindern informiert wurden. Weiterhin wurden innerhalb dieser Fortbildung die Fördermaterialien gesichtet und Fragen geklärt. Darüber hinaus wurden den Lehrkräften die Studierenden vorgestellt, die sie im Rahmen der Förderung begleiten würden. Die Studierenden waren vorab intensiv über die Ansätze der Förderung informiert worden und konnten auch während der Durchführung der Förderung an den Schulen Fragen beantworten bzw. Fragen an uns zurückspiegeln. In den Unterricht sollten sie sich aber nicht aktiv einbringen, sondern lediglich beobachten.

Die Studierenden übernahmen zudem die Testung der Kinder. Vor Beginn der Förderung wurde der Basis-Math-G 1+ (Moser Opitz et al., in Vorb.) mit allen (anwesenden) Kindern durchgeführt. Die Ergebnisse dienten einerseits zur Feststellung der Vergleichbarkeit der Klassen und andererseits zur Identifikation der Kinder, die aufgrund des Tests als Risikokinder für eine Rechenschwäche eingestuft werden können (Moser Opitz et al., in Vorb.). Weiterhin fanden mündliche Standortbestimmungen vor und nach der vierzehntägigen Förderung mit allen (anwesenden) Kindern statt, die dazu dienten, die zentralen Verstehensgrundlagen in diesen Bereichen zu erheben (Details zu den Inhalten der Standortbestimmungen werden in Abschnitt 4.2 erläutert).

4.1 Design des Fördermaterials

Das zur Verfügung gestellte Fördermaterial der Interventionsklassen bestand aus einem Arbeitsheft für die Kinder und einem Begleitband für die Lehrkräfte in Anlehnung an Nührenbörger et al., 2017). Im Begleitband wurden Anregungen gegeben, wie die Inhalte der Arbeitsheftseiten verstehensorientiert behandelt und gemeinschaftlich besprochen werden können.

Die Fördermaterialien zum Zahlverständnis setzten vor allem bei den zentralen Verstehensgrundlagen der kardinalen Interpretation der Zahlen sowie beim Teile-Ganzes-Konzept an. Dazu wurde nicht nur das Legen mit Zehner- und Fünferstreifen (statt mit einzelnen Plättchen) etabliert, sondern auch beim Legen der Anzahlen Anregungen zur Versprachlichung der Kardinalität gegeben. Damit sollte unterstützt werden, dass die Kinder beginnen, die Zerlegungen der Zahlen unabhängig vom Zählen der Anzahlen denken zu können (kognitiv-epistemische Funktion von Sprache). Daher wurde angeregt, das Legen mit den Fünfer- und Zehnerstreifen sprachlich und gestisch zu begleiten: *Legst du 7 Plättchen, dann kannst du erst einen Fünfer legen und dann noch zwei einzelne Plättchen (den Fünfer und anschließend die zwei einzelnen Plättchen mit dem Finger umfahren).* Derartige Aktivitäten sollten dabei unterstützen, dass der Fünfer als ein von den Einzelplättchen losgelöster kardinaler Denkgegenstand behandelt werden kann (Schäfer, 2013). Dieser muss nicht mehr ausgezählt werden, sondern kann als Ganzes, als (gelegter) Fünferstreifen, *gedacht* werden. Ähnlich wurde der Zehnerstreifen etabliert.

Für die gedankliche Repräsentation von Zahlen wurde die mentale Zergliederung des Zwanzigers in zwei Zehner bzw. vier Fünfer sowie verschiedene Weisen des Übereinander- und Untereinanderlegens sprachlich adressiert: *Ich stelle mir 16 Plättchen vor. Das ist ein Zehner, ein Fünfer und noch ein Plättchen. Ich kann mir 16 aber auch als zwei Fünfer vorstellen, die untereinanderliegen und daneben nochmals 3 und 3 einzelne Plättchen.*

Die Lehrkräfte wurden daher ermuntert, wiederholt über kardinale Zahlvorstellungen und vor allem über Strukturen der Zahlen mit den Kindern zu sprechen: *Wie stellst du dir die Zahl vor? Wie würdest du die Zahl legen?* Um dieses Gespräch zu vertiefen, wurden Anregungen zu sogenannten Blitzblick-Übungen im Sinne einer quasi-simultanen Zahlerfassung gegeben (Lüken, 2012). Das Erkennen und Nutzen von Fünfern und Zehnern sollte dabei zum Gegenstand des Diskurses über Strategien des schnellen Sehens gemacht werden.

Weiterhin wurden die Lehrkräfte darauf hingewiesen, das Teile-Ganzes-Konzept übergangsweise über den bedeutungsbezogenen Ausdruck *„steckt in"* zu verdeutlichen: *In einem Zehner stecken zwei Fünfer. In 15 steckt ein Zehner und ein Fünfer.* Dieser bedeutungsbezogene Ausdruck verdeutlicht zum einen das Teile-Ganzes-Konzept und setzt zum anderen bei der Alltagssprache der Kinder an, da das Wort *zerlegen* im Sinne des mathematischen Zerlegens kein Wort der Alltagssprache darstellt und daher von vielen Kindern kaum vorstellungsbasiert interpretiert werden kann (Götze & Hang, 2017).

Zur anschließenden Behandlung der Ableitungsstrategien der Addition sollte zunächst das Addieren als dynamisches Hinzufügen oder Zusammenfassen sprachlich und gestisch begleitet werden: *Wie viele kommen dazu? Wie viele sind es zusammen?* Zudem sollten die kardinalen Zahlzerlegungen genutzt werden, um Ableitungsstrategien beim Einspluseins verstehensorientiert zu erarbeiten. Dazu wurden die Kernaufgaben als *einfache Aufgaben* (in Anlehnung an Nührenbörger et al., 2017) sprachlich etabliert und aus den einfachen Aufgaben die schwierigen Aufgaben (z. B. mit Zehnerübergang) bedeutungsbezogen abgeleitet (s. Abb. 1). Als zentrales Darstellungsmittel für Ableitungsstrategien wurde ebenfalls das Zwanzigerfeld genutzt.

Die Beschreibungen der Kinder Emma und Malik dienten einerseits als sprachliches Vorbild für die Lehrkräfte und damit zur Unterstützung des Diskurses über Ableitungsstrategien. Andererseits sollten sie als Diskussionsanlass genutzt werden, um gemeinsam zu klären, wie die beiden Kinder gedacht und welche Strukturen sie genutzt haben. Die Lehrkräfte wurden daher angeregt, die Erklärungen vorzulesen und die Strategien dieser beiden Kinder am Zwanzigerfeld zu visualisieren. Dadurch wurden mündliche Erklärungen von Ableitungsstrategien sowie ikonische und enaktive Darstellungen miteinander verknüpft. Zur Vertiefung sollten Aufgaben gefunden werden, die ebenso mit diesen Ableitungsstrategien gerechnet werden können. Dadurch sollten Tätigkeiten des Sehens, Sortierens und Strukturierens angeregt werden (Häsel-Weide, 2016; Häsel-Weide et al., 2013; Rechtsteiner-Merz, 2013).

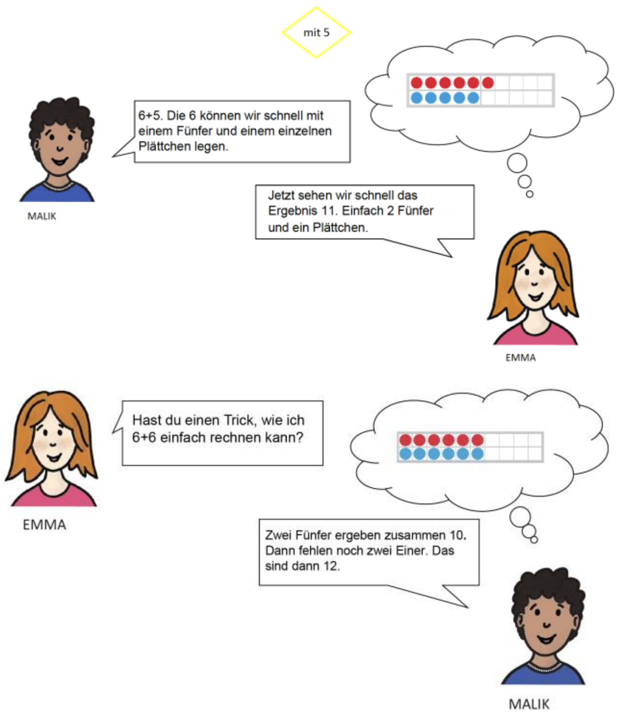

Abb. 1: Beispiele aus dem Fördermaterial zur bedeutungsbezogenen Etablierung von Ableitungsstrategien (in Anlehnung an Nührenbörger et al., 2017)

Darüber hinaus erhielten die Lehrkräfte konkrete Anregungen zur Gestaltung von verstehensorientierten Reflexionsphasen. Die Anregungen betrafen sowohl Darstellungen mit Material als auch bedeutungsbezogene Versprachlichungen der Handlungen sowie unterstützende Gesten.

In den Klassen der Kontrollgruppen wurde mit dem Material des Lehrwerkes der Schulen gearbeitet. Es wurde das Wiederholungskapitel behandelt, sodass ebenfalls das Verständnis der Zahlen im Zwanzigerraum sowie das Additionsverständnis thematisiert wurde. Alle Klassen benutzten im ersten Schuljahr das gleiche Schulbuch, welches das Zwanzigerfeld als Darstellungsmittel verwendet und Ableitungsstrategien thematisiert.

In allen teilnehmenden Klassen wurden zwei Schulwochen für die Wiederholung des Zahl- und Additionsverständnisses angesetzt. Die Standortbestimmungen zur Erhebung des Zahl- und Additionsverständnisses wurden unmittelbar vor und nach diesem zweiwöchigen Zeitraum mit allen anwesenden Kindern durchgeführt.

4.2 Eingesetzte Tests und Codierung

Als Kontrollvariable und zur Identifizierung der Kinder, die noch Schwierigkeiten bei den Verstehensgrundlagen des ersten Schuljahres zeigten, wurde der Basis-Math-G 1+ (Moser Opitz et al., in Vorb.) eingesetzt. Dieser testet die arithmetischen Kompetenzen des ersten Schuljahres und ist für das Ende des ersten sowie den Anfang des zweiten Schuljahres konzipiert.

Dieser Test diente zum einen als Kontrollvariable und sollte die Vergleichbarkeit der Kinder der Interventions- und Kontrollgruppe bezüglich ihrer allgemeinen mathematischen Leistung nachweisen (siehe Abschnitt 4.3). Zum anderen diente er zur Identifikation der Kinder mit deutlichen oder beginnenden Schwierigkeiten beim Mathematiklernen.

Zur Überprüfung der Lernausgangslagen im Bereich des Zahl- und Additionsverständnisses wurde eine mündliche Standortbestimmung entwickelt. Diese wurde von den Studierenden im Einzelgespräch mit allen Kindern durchgeführt. Der Ablauf der Testung verlief weitgehend standardisiert. Die mündlichen Beschreibungen und Erklärungen der Kinder wurden wortgetreu von den Studierenden protokolliert. Die Standortbestimmung zur Diagnose des Zahl- und Additionsverständnisses bestand aus drei konzeptuellen Teilaufgaben. In der ersten Teilaufgabe wurde das quasi-simultane Sehen überprüft. Es wurden zwölf, 19 und acht Plättchen für drei Sekunden gezeigt und anschließend verdeckt. Die Kinder sollten erklären, wie viele Plättchen sie gesehen und welche Strukturen sie beim Erkennen der Anzahl genutzt haben. Haben die Kinder erklären oder auch zeigen können, welche Strukturen sie bei der Anzahlbestimmung genutzt haben, wurde diese Bearbeitung mit einer 1 kodiert (1 Punkt), wurde die Anzahl versucht einzeln zu zählen, falsch benannt oder geraten, wurde eine 0 vergeben (0 Punkte).

Tab. 1: Vergleich der allgemeinen mathematischen Basiskompetenzen der Kinder mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

Basis-Math-1+	Interventionsgruppe			Kontrollgruppe			*df*	*t*	*p*	Cohen's *d*
	N	M	SD	N	M	SD				
Gesamter Test (max. 28 Punkte)	36	8.31	4.57	24	7.01	4.03	58	0.52	0.30	0.30

In der zweiten Teilaufgabe sollten die Kinder ein Bild, das zur Aufgabe 3 + 2 = 5 passt, zeichnen. Wenn die Zeichnung additive Grundvorstellungen erkennen ließ, wurde ein Punkt vergeben. Bei fehlerhaften bzw. nicht additiven Zeichnungen wurden 0 Punkte vergeben.

In der dritten Teilaufgabe sollte erfasst werden, inwiefern die Kinder nicht nur einen arithmetisch-rechnerischen Blick, sondern auch den algebraisch-strukturfokussierten Blick für Aufgabenzusammenhänge einnahmen. So wurden fünf schwierige symbolische Plusaufgaben vorgegeben (7 + 4; 8 + 7; 3 + 9; 6 + 5 sowie 7 + 5) und die Frage gestellt: „Welche Plusaufgabe hilft dir, die Aufgabe zu rechnen? Wie hilft sie dir?" Dadurch wurden die Kinder aufgefordert, in jedem Fall eine mögliche Ableitung zu nennen und zu erklären, auch wenn sie die Aufgabe ggf. bereits automatisiert hatten.

Falls sie nicht ableitungsspezifische Erklärungen wie z. B. „Die kenne ich einfach auswendig." nannten, wurden die Kinder nochmals explizit nach einer Ableitungsaufgabe und -strategie gefragt. Wurde lediglich eine mögliche Aufgabe genannt (wie z. B. *Ich habe mit 6 + 6 gerechnet.),* wurde nachgefragt, wie diese Aufgabe helfen könne. Dadurch wurden die Kinder nahezu gezwungen, eine Ableitungsstrategie zu erklären. Für jegliche inhaltliche Erklärung einer Ableitungsstrategie (wie z. B. *Für 7 + 6 nehme ich 6 + 6 und dann noch 1 dazu.*) wurde ein Punkt geben. Fehlerhafte Ableitungen wurden ebenfalls mit 1 kodiert, sofern die Kinder im Zuge der Erklärung den Fehler erkannten, die korrekte Ableitungsstrategie erklärten und damit ihren Fehler korrigierten.

Zählten die Kinder oder konnten sie die Ergebnisse nur auswendig abrufen, wurden 0 Punkte vergeben. Fehlerhafte Ableitungen, sofern sie auf mangelndes Operationsverständnis hindeuteten und nicht im Zuge der Erklärungen korrigiert wurden, bekamen ebenfalls 0 Punkte.

Die mündliche Standortbestimmung zur Diagnose des Zahl- und Additionsverständnisses der Kinder wurde mit leicht veränderten Zahlenwerten ebenso als Abschlussstandortbestimmung eingesetzt.

Die Kodierung diente als Grundlage von gepaarten und ungepaarten t-Test-Analysen. Diese erlaubten, Unterschiede im Zahl- und Additionsverständnis der Kinder vor und nach der Intervention zu erheben.

Insgesamt wurden 199 vollständige Standortbestimmungen (ESOB und ASOB) kodiert, davon 43 (21,6 %) von zwei Raterinnen. Die Übereinstimmung war sehr hoch ($\kappa = 0.99$).

4.3 Beschreibung und Vergleichbarkeit der Stichprobe

Für die Auswertung der Studie wurden nur die Datensätze der Kinder berücksichtigt, die sowohl den Basis-Math-G 1+ ausgefüllt als auch an der Eingangs- und Abschlussstandortbestimmung zur Überprüfung des Zahl- und Additionsverständnisses teilgenommen hatten. Durch viele krankheitsbedingte Ausfälle lagen 126 vollständige Datensätze in der Interventionsgruppe und 63 vollständige Datensätze in der Kontrollgruppe vor. Zur Identifikation der Kinder, die bereits Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oder Anzeichen für beginnende Schwierigkeiten zeigten, wurden die Basis-Math-G 1+ Ergebnisse herangezogen. Die Datensätze der Kinder, die höchstens 50 % der Gesamtpunkte des Basis-Math-G 1+ erreicht hatten, wurden selektiert und deren Tests genauer im Hinblick auf die obige Forschungsfrage bzw. die Hypothesen analysiert. In der Interventionsgruppe waren es 36 Kinder (29 %), die höchstens 50 % der Aufgaben im Basis-Math-G 1+ zu Beginn des zweiten Schuljahres richtig gelöst hatten. In der Kontrollgruppe waren es 24 Kinder (38 %).

Tab. 2: Vergleich der Ergebnisse in der Eingangsstandortbestimmung des Zahl- und Additionsverständnisses

Eingangsstandortbestimmung (ESOB)	Interventionsgruppe			Kontrollgruppe			*df*	*t*	*p*	Cohen's *d*
	N	M	SD	N	M	SD				
ESOB gesamt (max. 9 Punkte)	36	2.14	1.97	24	2.25	1.96	58	-0.21	.42	-0.06
Aufgabe 1: Blitzblick (max. 3 Punkte)	36	0.97	1.05	24	1.17	0.96	58	-0.72	.24	-0.2
Aufgabe 2: Plusbild zeichnen (max. 1 Punkt)	36	0.41	0.5	24	0.33	0.48	58	0.64	.26	0.16
Aufgabe 3: Ableitungsstrategien erklären (max. 5 Punkte)	36	0.75	1.16	24	0.75	1.29	58	0	.50	0.00

* p < .05 ** p < .01 *** p < .001

Tab. 3: Vergleich der Ergebnisse in der Abschlussstandortbestimmung des Zahl- und Additionsverständnisses

Abschlussstandortbestimmung (ASOB)	Interventionsgruppe			Kontrollgruppe			*df*	*t*	*p*	Cohen's *d*
	N	M	SD	N	M	SD				
ASOB gesamt (max. 9 Punkte)	36	4.25	2.42	24	2.83	1.97	58	2.39	.01*	0.63
Aufgabe 1: Blitzblick (max. 3 Punkte)	36	1.56	0.97	24	1.17	0.70	58	1.69	.05*	0.38
Aufgabe 2: Plusbild zeichnen (max. 1 Punkt)	36	0.64	0.49	24	0.42	0.50	58	1.71	.05*	0.45
Aufgabe 3: Ableitungsstrategien erklären (max. 5 Punkte)	36	2.06	1.82	24	1.25	1.42	58	1.83	.04*	0.48

* p < .05 ** p < .01 *** p < .001

Bezüglich der Vergleichbarkeit der Interventions- und Kontrollgruppe zeigt Tabelle 1, dass es keine statistisch signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Gruppen gab ($t(58) = 5.52$, $p > 0.30$). Die Tabelle 1 zeigt zudem, dass die Heterogenität der Kinder innerhalb dieser Gruppen groß war. Bei einem Mittelwert von $\bar{x}$ = 8.31 in der Interventionsgruppe sowie einem Mittelwert von $\bar{x}$ = 7.01 in der Kontrollgruppe wird deutlich, dass die Kinder mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in beiden Gruppen im arithmetischen Mittel weniger als 30 % der Gesamtpunktzahl des Tests erzielten. Bei einer recht großen Standardabweichung sd = 4.57 in der Interventionsgruppe und sd = 4.03 in der Kontrollgruppe wird aber gleichermaßen deutlich, dass die Leistungen im Basis-Math-G 1+ innerhalb dieser Gruppen stark streuten. In beiden Gruppen lag das Minimum bei einem Punkt und das Maximum bei 14 Punkten.

5. Auswertung der Interventionsstudie

5.1 Intergruppenvergleich der Entwicklung des Zahl- und Additionsverständnisses

Im Folgenden werden zunächst Einblicke in die globalen Entwicklungen der Kinder in der Eingangs- und Abschlussstandortbestimmung zur Überprüfung des Zahl- und Additionsverständnisses gegeben. Mit Bezug zur Hypothese 1 wurde vermutet, dass die Kinder mit Schwierigkeiten bzw. potenziellen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen der Interventionsgruppe statistisch signifikant besser in der Abschlussstandortbestimmung abschneiden als die Kinder der Kontrollgruppe. Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse der ungepaarten t-Test-Analyse der Eingangsstandortbestimmung sowohl für die gesamte Standortbestimmung, als auch getrennt nach Aufgaben.

Es ist zu erkennen, dass vor der Intervention (Tab. 2) weder in der gesamten Eingangsstandortbestimmung noch bei den einzelnen Aufgaben statistisch signifikante Unterschiede zwischen den Leistungen der Kinder der Interventions- und Kontrollgruppe vorlagen. Die insgesamt 60 Kinder zeigten bei allen Aufgaben unterdurchschnittliche Leistungen (in der Interventionsgruppe $\bar{x}$ = 2.14 und in der Kontrollgruppe $\bar{x}$ = 2.25 von maximal neun Punkten). Besonders auffällig waren die Leistungen in Aufgabe 3 (Ableitungsstrategien erklären), bei der die Kinder in beiden Gruppen gleichermaßen im arithmetischen Mittel nur 0,75 Punkte von möglichen fünf Punkten erreichten. Dies bedeutet, dass die Kinder durchschnittlich bei weniger als einer Aufgabe eine Ableitungsstrategie erklären konnten.

Nach der zweiwöchigen Intervention wurde unmittelbar im Anschluss der strukturgleiche Test mit veränderten Zahlenwerten durchgeführt. Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse der Abschlussstandortbestimmung. In dieser konnten statistisch signifikante Unterschiede bei einem mittelstarken Effekt zwischen den Gesamttestergebnissen der Interventions- und Kontrollgruppe festgestellt werden ($t(58) = 2.39$, $p = 0.01$, $d = 0.63$). Die Kinder der Interventionsgruppe erreichten fast die Hälfte der potenziell möglichen Punkte (4,25 von möglichen 9 Punkten, d. h. 47,2 %). Zwar haben die Kinder der Kontrollgruppe ihre Leistungen in der Abschlussstandortbestimmung ebenfalls steigern können, allerdings erreichten sie im Durchschnitt weniger als ein Drittel der potenziell möglichen Punkte (2,83 von möglichen 9 Punkten, d. h. 31,4 %). Somit schnitten die Kinder, die an der sprachbewussten Förderung teilgenommen haben, in der Abschlussstandortbestimmung statistisch signifikant besser ab als die Kinder, die die Wiederholung der Zahlen im Zwanzigerraum und der Rechenoperation der Addition ohne diesen sprachbewussten Fokus thematisiert hatten.

Auch bei der aufgabenweisen Betrachtung zeigte sich, dass die Kinder der Interventionsgruppe in allen drei Aufgaben statistisch signifikant besser abschnitten als die Kinder der Kontrollgruppe.

Die Effektstärken bei den einzelnen Aufgaben fielen zwar gering aus (d = 0.38, d = 0.45, d = 0.48), aber für Studien in diesem Feld – wie z. B. die Studien von Stöckli (2019) und Moser Opitz et al. (2017) – werden vergleichbare Effektstärken als bedeutsam eingestuft. Der Grund hierfür liegt in der Art der Studie, denn bei Untersuchungen mit ganzen Schulklassen und unter den regulären Bedingungen des täglichen Unterrichts beeinflussen viele Faktoren die abhängige Variable (Stöckli, 2019).

In der vorliegenden Studie war die Effektstärke mit einem nahezu mittelstarken Effekt für Aufgabe 3, bei der die Kinder Ableitungsstrategien erklären sollten, am größten (d = 0.48). In dieser Aufgabe erzielten die Kinder der Interventionsgruppe zumindest 41,2 % der Gesamtpunktzahl der Aufgabe (2,06 von möglichen 5 Punkten). In der Eingangsstandortbestimmung waren es noch 15 % (0,75 Punkte). Dahingegen konnten die Kinder der Kontrollgruppe in der Abschlussstandortbestimmung im Durchschnitt lediglich 25 % der Ableitungsstrategien erklären (1,25 Punkte). In der Eingangsstandortbestimmung waren es auch bei dieser Gruppe 15 % (0,75 Punkte).

Aufgrund dieser Ergebnisse kann die Hypothese 1 als verifiziert betrachtet werden. Kinder, die zu Beginn des zweiten Schuljahres 50 % oder weniger der Maximalpunktzahl im Basis-Math-G 1+ erzielten, konnten in einer sprachbewussten Förderung Verstehensgrundlagen des Zahl- und Additionsverständnisses signifikant besser aufholen als Kinder, die eine herkömmliche Förderung mit den Anregungen des jeweiligen Lehrwerkes erhielten.

Tab. 4: Entwicklungen der Kinder der Interventionsgruppe

Interventions-gruppe	Eingangsstandort-bestimmung			Abschlussstandort-bestimmung			*df*	*t*	*p*	Cohen's *d*
	N	M	SD	N	M	SD				
gesamt (max. 9 Punkte)	36	2.14	1.97	36	4.25	2.42	35	-6.01	< .001***	-0.96
Aufgabe 1: Blitzblick (max. 3 Punkte)	36	0.97	1.05	36	1.56	1.05	35	-2.97	.003**	-0.56
Aufgabe 2: Plusbild zeich-nen (max. 1 Punkt)	36	0.41	0.5	36	0.64	0.49	35	- 2.47	.009**	-0.47
Aufgabe 3: Ab-leitungsstra-tegien erklären (max. 5 Punkte)	36	0.75	1.16	36	2.06	1.82	35	- 5.01	< .001***	-0.86

* p < .05 ** p < .01 *** p < .001

Tab. 5: Entwicklungen der Kinder der Kontrollgruppe

Kontroll-gruppe	Eingangsstandort-bestimmung			Abschlussstandort-bestimmung			*df*	*t*	*p*	Cohen's *d*
	N	M	SD	N	M	SD				
gesamt (max 9 Punkte)	24	2.25	1.96	24	2.83	1.97	23	-1.69	.05	-0.30
Aufgabe 1: Blitzblick (max 3 Punkte)	24	1.17	0.96	24	1.17	0.70	23	0.00	.50	0.00
Aufgabe 2: Plusbild zeich-nen (max 1 Punkt)	24	0.33	0.48	24	0.42	0.50	23	- 1.00	.16	-0.35
Aufgabe 3: Ab-leitungsstra-tegien erklären (max 5 Punkte)	24	0.75	1.29	24	1.25	1.42	23	- 1.73	.05*	-0.37

* p < .05 ** p < .01 *** p < .001

5.2 Intragruppenvergleich der Entwicklung des Zahl- und Additionsverständnisses

Gemäß der Hypothesen 2 und 3 wurde vermutet, dass sowohl die Interventionsgruppe als auch die Kontrollgruppe jeweils signifikant von der Förderung profitieren werden. Hierzu wurde eine gepaarte t-Test-Analyse vorgenommen.

Tabelle 4 zeigt, dass die Kinder der Interventionsgruppe im Gesamtvergleich der Eingangs- und Abschlussstandortbestimmung signifikant bessere Leistungen am Ende der Förderung erbrachten als vor der Förderung. Die Unterschiede und Effektstärken sind für das Gesamtabschneiden sowie für das Erklären von Ableitungsstrategien (Aufgabe 3) am höchsten. Die Ergebnisse zeigen aber auch, dass die Kinder sowohl in der gesamten Abschlussstandortbestimmung als auch in Aufgabe 3 im arithmetischen Mittel noch weniger als 50 % der Punkte erzielten. Lernrückstände wurden zwar aufgeholt, das Gelernte müsste aber perspektivisch weiter vertieft werden.

Die Kinder der Kontrollgruppe haben sich insgesamt ebenfalls weiterentwickelt. Allerdings ist in Tabelle 5 zu erkennen, dass diese Entwicklung nur bei der Aufgabe 3 (Ableitungsstrategien erklären) statistische Signifikanz hat.

Dies ist zunächst erstaunlich, da das (kardinale) Zahlverständnis grundlegend für das Verständnis von Ableitungsstrategien ist (Gaidoschik et al., 2021). Allerdings muss beachtet werden, dass die Kinder der Kontrollgruppe im Durchschnitt nur 25 % aller Ableitungsstrategien inhaltlich erklären konnten. Dies entspricht einer deutlich unterdurchschnittlichen Leistung.

Zudem war bei den Kindern der Kontrollgruppe auffällig, dass von diesen vor allem die Strategie *Zehnerstopp* bevorzugt wurde, die laut Selbstbericht der Lehrkräfte als favorisierte Strategie im Mathematikunterricht behandelt worden war. Zwar wurden alle Strategien im Mathematikunterricht wiederholt, aber der *Zehnerstopp* dann vertieft geübt. Dass diese Strategie sehr anspruchsvoll ist und oftmals ohne grundsätzliches Verständnis, sondern eher regelgeleitet durchgeführt wird (Gaidoschik, 2007, 2019), kann eine Erklärung dafür sein, dass zum einen nur durchschnittlich 25 % der Punkte in Aufgabe 3 erreicht wurden und dass zum anderen Leistungszuwächse in Aufgabe 3 ohne Leistungszuwächse in Aufgabe 1 beobachtet werden konnten.

Hypothese 2 kann also bestätigt werden, denn die Kinder der Interventionsgruppe haben ihre Leistungen in der Abschlussstandortbestimmung signifikant steigern können. Hypothese 3 hingegen ist abzulehnen, denn die Kinder der Kontrollgruppe haben die Verstehensgrundlagen nicht signifikant aufholen können bzw. im Test keine signifikanten Leistungssteigerungen in allen drei Aufgaben gezeigt.

6. Zusammenfassung, Diskussion und Limitation der vorliegenden Studie

Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass sich die sprachbewusste Förderung des Zahl- und Additionsverständnisses bei Kindern, die Schwierigkeiten oder zumindest potenzielle Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zu Beginn des zweiten Schuljahres haben, als lernförderlich erwiesen hat. Diese Lernzuwächse konnten bei der Interventionsgruppe nach nur wenigen Unterrichtsstunden erreicht werden. Gleichwohl muss einschränkend erwähnt werden, dass diese Kinder immer noch Leistungsrückstände zeigten und somit ein Lernen dieser Verstehensgrundlagen noch fortgeführt und vertieft werden müsste.

Bei den Kindern der Kontrollgruppe waren diese Lernfortschritte nicht beobachtbar, obwohl sie die Wiederholung der Zahlen im Zwanzigerraum und der Rechenoperation der Addition inklusive der Thematisierung von Ableitungsstrategien gemäß den Anregungen des entsprechenden Lehrwerks der Schule wiederholt hatten. Der zeitliche Umfang der Wiederholungseinheit war in allen Klassen gleich und wurde durch den Zeitpunkt der Eingangs- und Abschlussstandortbestimmung sichergestellt, sodass zwischen Eingangs- und Abschlussstandortbestimmung zwei Unterrichtswochen lagen. Gleichwohl muss beachtet werden, dass die Lehrkräfte der Kontrollgruppe den Unterricht so gestaltet haben, wie sie es gewohnt waren. Laut den Selbstberichten dieser Lehrkräfte wurde das Verständnis für Zahlzerlegungen und Ableitungsstrategien (mit einer Favorisierung des *Zehnerstopps*) erarbeitet. Die Ergebnisse der Abschlussstandortbestimmung zeigten aber, dass bei den Kindern nur geringe Verständniszuwächse im Zahl- und Additionsverständnis diagnostizierbar waren.

Weiterhin zeigt sich rückblickend, dass die positiven Ergebnisse in der Interventionsgruppe durchaus darauf zurückzuführen sind, dass sich fast alle Lehrkräfte auf die Förderung eingelassen haben. Dies kann insbesondere in negativer Hinsicht in einer

Klasse festgemacht werden. Bei der eintägigen Fortbildung der Lehrkräfte der Interventionsgruppe deuteten sich bei einigen Lehrkräften Widerstände bezüglich des geplanten Vorgehens an. Vor allem bei der Behandlung vielfältiger Ableitungsstrategien gab es Befürchtungen, dass diese die schwächeren Kinder überfordern würden. Diese Vorbehalte konnten bei fast allen Lehrkräften anscheinend entkräftet werden. Dies spiegeln auch die mündlichen Berichte der Studierenden wider. Allerdings konnte eine Lehrkraft mutmaßlich nicht überzeugt werden. Sie hat im Zuge der Förderung die Strategie *Zehnerstopp* weiterhin stark favorisiert. Dies führte dazu, dass ein deutliches Auftreten dieser Strategie in der Abschlussstandortbestimmung der Kinder, die von dieser Lehrkraft unterrichtet wurden, zu beobachten war. Allerdings wendeten insbesondere die Kinder mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen diese Strategie oftmals fehlerhaft an.

Dies verdeutlicht, dass das rein quantitative Design und die lediglich mittelgroße Stichprobe der Studie auch Einschränkungen bezüglich der Aussagekraft vorweist. Für weitere Detailaussagen bezüglich der Effektivität einer sprachbewussten Förderung mathematischer Verstehensgrundlagen bei Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen wären ergänzende gezielte Unterrichtsbeobachtungen z. B. in Form von videografierten Unterrichtsstunden sinnvoll gewesen. Schließlich setzen Lehrkräfte Unterrichtsanregungen sehr unterschiedlich um.

Zudem bleibt offen, wie nachhaltig das Gelernte bei den geförderten Kindern ist. Auch wenn andere sprachbewusste Interventionsprogramme haben zeigen können, dass die geförderten Verstehensgrundlagen in solchen sprachbewussten Lehr-Lernumgebungen langfristig angelegt sind (siehe z. B. Götze & Baiker, 2021), so ist fraglich, ob dies auch für den konkreten Inhalt und die konkrete Zielgruppe der vorliegenden Studie zutreffend ist. Zumindest zeigen die vorliegenden Daten, dass die Förderung für diese Kinder sicherlich fortgesetzt werden müsste.

Schlussendlich hat die vorliegende Studie aber gezeigt, dass ein sprachbewusstes Aushandeln von Verstehensgrundlagen ein durchaus vielversprechender Ansatz zur Förderung von Kindern mit (potenziellen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen darstellt. Zukünftig sollte daher das sprachliche Aushandeln von Bedeutungen als ein Ansatz zur Prävention von Schwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule viel stärker und vor allem von Anfang an sowohl beim Design von Unterrichtmaterialien, in der Unterrichtsdurchführung als auch in der wissenschaftlichen Forschung Berücksichtigung finden.

Literatur

Baroody, A. (2006). Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. *Teaching Chilene Mathematics, 13*(1), 22–31.

Baroody, A. J., Bajwa, N. P. & Eiland, M. (2009). Why can't Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*(1), 69–79.

Barwell, R. (2012). Discursive demands and equity in second language mathematics classroom. In B. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner & D. Pimm (Hrsg.), *Equity in discourse for mathematics education. Theories, practices, and politics* (S. 147–163). Springer.

Berg, M. & Werner, B. (2014). PRIMA® Sprache. Vergleichende Analysen zum Sprachverständnis bei Schülern der Klasse 3/4 an Grund-, Sprachheil- und Förderschulen. In S. Sallat, M. Spreer & C. W. Glück (Hrsg.), *Sprache professionell fördern* (S. 74–82). Schulz-Kirchner.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.

Canobi, K. H. (2004). Individual Differences in Children´s Addition and Subtraction Knowledge. *Cognitive Development, 19*, 81–93.

Clements, D. H., Sarama, J. & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The Neglected Quantifier. In A. Norton & M. W. Alibali (Hrsg.), *Constructing Number. Merging Perspectives from Psychology and Mathematics Education* (S. 13–45). Springer.

Driscoll, M., Nikula, J. & DePiper, J. N. (2016). Mathematical thinking and communication: Access for English learners. Heinemann.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131.

Erath, K. (2017). *Mathematisch diskursive Praktiken des Erklärens. Rekonstruktion von Unterrichtsgesprächen in unterschiedlichen Mikrokulturen.* Springer.

Erath, K., Ingram, J., Moschkovich, J. & Prediger, S. (2021). Designing and enacting instruction that enhances language for mathematics learning. A review of the state of development and research. *ZDM Mathematics Education, 53*(2), 245–262.

Fuson, K.C. (1988). Children's counting and concepts of number. Springer.

Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Persen*.

Gaidoschik, M. (2009). Nicht-zählende Rechenstrategien – von Anfang an! Durch mathematisches Denken zum kleinen Einspluseins. *Grundschulunterricht Mathematik, 1*, 4–6.

Gaidoschik, M. (2010). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres.* Dissertation. Universität Wien.

Gaidoschik, M. (2012). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern* (7. Aufl.). Persen.

Gaidoschik, M. (2019). Didactics as a Source and Remedy of Mathematical Learning Difficulties. In A. Fritz, V. Haase & P. Räsänen (Hrsg.), *The International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (S. 73–89). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_31

Gaidoschik, M., Fellmann, A., Guggenbichler, S. & Thomas, A. (2017). Empirische Befunde zum Lehren und Lernen auf Basis einer Fortbildungsmaßnahme zur Förderung nichtzählenden Rechnens. *Journal für Mathematikdidaktik, 38*(1), 93–124.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). *Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47*(111S), 3–19. https://www.researchgate.net/publication/353175191_Besondere_Schwierigkeiten_beim_Mathematiklernen

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F. & Siegler, R. S. (1996). Development of Arithmetical Competencies in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. *Child Development, 67*(5), 2022–2044. https://doi.org/10.2307/1131607

Gerster, H. D. & Schultz, R. (2004). *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht: Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen.* https://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/16/file/gerster.pdf

Götze, D. (2019). Language-Sensitive Support of Multiplication Concepts Among at-Risk Children: A Qualitative Didactical Design Research Case Study. *Learning disabilities: a contemporary journal, 17*(2), 165–182.

Götze D. & Baiker A. (2021). Language-responsive support for multiplicative thinking as unitizing – results of an intervention study in the second grade. *ZDM – Mathematics Education, 53*(2), 263–275. https://doi.org/ 10.1007/s11858-020-01206-1

Götze D. & Hang E. (2017). *Das Zahlenbuch 1: Förderkommentar Sprache*. Klett.

Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: a "Proceptual" View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(2), 116–140.

Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen.* Springer Fachmedien.

Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen.* Kallmeyer.

Ingram, J., Andrews, N. & Pitt, A. (2019). When students offer explanations without the teacher explicitly asking them to. *Educational Studies in Mathematics, 101*(1), 51–66.

Korten, L. (2020). *Gemeinsame Lernsituationen im inklusiven Mathematikunterricht. Zieldifferentes Lernen am gemeinsamen Lerngegenstand des flexiblen Rechnens in der Grundschule.* Springer Spektrum.

Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel: Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr.* Springer Spektrum.

Langhorst, P. (2014). Tragfähige arithmetische Fähigkeiten beim Erwerb des Rechnen Lernens und Möglichkeiten der vorschulischen Förderung. https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de: hbz:464-20140114-091709-0

Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2011). Das Teil-Teil-Ganze-Konzept. Voraussetzungen, Bedeutung und Nachhaltigkeit. *Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht, Primar, 3*(1), 10–17.

Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representation and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier (Hrsg.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (S. 33–40). Lawrence Erlbaum Associates.

Lorenz, J. H. (2013). Grundlagen der Förderung und Therapie. Wege und Irrwege. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (2. überarb. und erweiter. Aufl.) (S. 181–193). Vandenhoeck & Ruprecht.

Lüken, M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht: Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Waxmann.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht.* bv, hpt.

Morek, M. & Heller, V. (2012). Bildungssprache – Kommunikative, epistemische, soziale und interaktive Aspekte ihres Gebrauchs. *Zeitschrift für angewandte Linguistik, 57*(1), 67–101.

Moschkovich, J. (2015). Academic literacy in mathematics for English learners. *The Journal of Mathematical Behavior, 40*(A), 43–62.

Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Haupt.

Moser Opitz, E., Freesemann, O., Prediger, S., Grob, U., Matull, I. & Hußmann, S. (2017). Remediation for students with mathematics difficulties: An intervention study in middle schools. *Journal of Learning Disabilities, 50*(6), 724–736.

Moser Opitz, E., Stöckli, M., Grob, U., Nührenbörger, M. & Reusser, L. (in Vorb.). *BASIS-MATH-G 1+. Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 1. Klasse und das erste Quartal der 2. Klasse*. Hogrefe.

Mulligan, J. (2013). Inspiring young children's mathematical thinking through pattern and structure. *International Symposium on Elementary Maths Teaching (SEMT)* (S. 45–55). Charles University Prague.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 33–49.

Nührenbörger, M., Schwarzkopf, R., Bischoff, M., Götze, D. & Heß, B. (2017). *Das Zahlenbuch 1. Schülerbuch*. Klett.

Pöhler, B. (2018). *Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten – Eine Entwicklungsforschungsstudie.* Springer Spektrum.

Prediger, S. (2019). Mathematische und sprachliche Lernschwierigkeiten – Empirische Befunde und Förderansätze am Beispiel des Multiplikationskonzepts. *Lernen und Lernstörungen, 8*(4), 247–260. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000268

Prediger, S., Erath, K. & Moser Opitz, E. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. Haase & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of Mathe-*

matical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom (S. 437–455). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_31

Prediger, S. & Wessel, L. (2011). Relating registers for fractions – Multilingual learners on their way to conceptual understanding. In M. Setati, T. Nkambule & L. Goosen (Hrsg.), *Proceedings of the ICMI Study 21 - Mathematics and Language Diversity* (S. 324–333). Sao Paulo, Brazil.

Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematik-Didaktik, 36*(1), 77–104.

Quasthoff, U. & Heller, V. (2014). Mündlichkeit und Schriftlichkeit aus sprachwissenschaftlicher und sprachdidaktischer Sicht. Grundlegende Ein-/Ansichten und methodische Anregungen. In A. Neumann & I. Mahler (Hrsg.), *Empirische Methoden in der Deutschdidaktik. Audio- und videografierende Unterrichtsforschung* (S. 6–37). Schneider.

Radatz, H. (1991). Hilfreiche und weniger hilfreiche Arbeitsmittel im mathematischen Anfangsunterricht. *Grundschule, 23*(9), 46–49.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln.* Springer.

Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung. Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen.* Waxmann.

Rechtsteiner, Ch. & Rathgeb-Schnierer, E. (2017). "Zahlenblickschulung" as Approach to Develop Flexibility in Mental Calculation in all Students. *Journal of Mathematics Education, 10*(1), 1–16.

Schäfer J. (2013). ,,Die gehören doch zur Fünf!" In J. Sprenger, A. Wagner & M. Zimmermann (Hrsg.), *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen – Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule* (S. 79–97). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-01038-6_6

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Springer Spektrum.

Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L. & Moser Opitz, E. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM – Mathematics Education*, *48*(5), 633–649. https://doi.org/10.1007/S11858-016-0800-1

Schipper, W., Wartha, S. & von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2 – Bielefelder Rechentest für das 2. Schuljahr.* Schroedel.

Schultz, R., Jakob, E. & Gerster, H. D. (2017). Teile-Ganzes-Denken über Zählen und Operationen: Herausforderung und Leitidee des Anfangsunterrichts. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 206–224). Beltz.

Schulz, A. & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/Sekundarstufe. Grundvorstellungen aufbauen, festigen, vernetzen.* Springer.

Siemon, D., Breed, M., Dole, S., Izard, J. & Virgona, J. (2006). *Scaffolding numeracy in the middle years—Project findings, materials and resources*. Final report. https://www.education.vic.gov.au/school/teachers/teachingresources/discipline/maths/assessment/Pages/scaffoldnum.aspx

Slusser, E. (2019). Counting and Basic Numerical Skills. In A. Fritz, V. Haase & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (S. 521–542). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_31

Steffe L. P. (1992). Schemes of action and operation involving composite units. *Learning and Individual Differences, 4*(3), 259–309.

Stöckli, M. (2019). *Unterrichtsintegrierte Förderung im Mathematikunterricht: Eine empirische Studie in der Primarschule*. Dissertation, Universität Zürich. https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/177335/

Ufer, S., Reiss, K. & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 167–184). Waxmann.

Wartha, S. (2011). Handeln und Verstehen. Förderbaustein Grundvorstellungen aufbauen. *Mathematik lehren, 166*, 8–14.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. (2018). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally* (10. Auflage). Pearson.

Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Luwel, K. & Van Dooren, W. (2007). Strategy flexibility in children with low achievement in mathematics. *Educational & Child Psychology, 24*(2), 16–27.

Wessel, L. (2015). *Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding. Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Anteilbegriff*. Springer Spektrum.

Anschrift der Verfasserinnen

Daniela Götze
Technische Universität Dortmund
Institut für Entwicklung und
Erforschung des Mathematikunterrichts
Vogelpothsweg 87
44227 Dortmund
daniela.goetze@tu-dortmund.de

Kathrin Spies
Universität Siegen
Didaktik der Mathematik
Adolf-Reichwein-Straße 2
57076 Siegen
kathrin.spies@uni-siegen.de