

Implementation von Förderkonzepten zum Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen: Strategien und Bedingungen aus Mathe sicher können

SUSANNE PREDIGER, DORTMUND / BERLIN

Zusammenfassung: Förderkonzepte zu Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sollten ermöglichen, Lücken in Verstehensgrundlagen (wie z. B. Stellenwert- und Operationsverständnis) aufzuarbeiten. Für Klasse 5-7 wurde dazu das Förderkonzept ‚Mathe sicher können‘ entwickelt und die Lernwirksamkeit mehrerer Bausteine in drei (quasi-)experimentellen Studien gezeigt. Im Artikel wird erläutert, wie solcherart Förderkonzepte in der Praxis breit zu implementieren sind; durch materiale, personale und systemische Implementationsstrategien auf mehreren Ebenen. Aus der begleitenden Implementationsforschung werden die identifizierten Gelingensbedingungen für Fortbildung, Qualifizierung und systemischer Einbettung zusammengestellt.

Abstract: Intervention programs should focus on gaps in students' understanding of basic concepts (such as place value understanding or the meaning of operations). For Grade 5-7, the intervention program *Mastering Math* was developed and its effectiveness was shown for several modules of the intervention in three controlled trials. This article documents how such kind of intervention programs can be implemented widely in classroom practices; by material, personnel, and systemic strategies on different levels. The implementation research reveals insights into conditions of success for professional development, qualification of PD facilitators and their systemic embedding.

1. Einleitung

Aufgrund der hohen Kumulativität des mathematischen Verstehensaufbaus sind besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oft verursacht durch Lücken in essentiellen Inhalten vorangehender Jahrgänge (Gaidoschik et al., 2021); im Übergang von der Primarstufe zur Sekundarstufe betrifft dies die Verstehensgrundlagen zum Zahl- und Operationsverständnis, insbesondere Stellenwertverständnis sowie Multiplikations- und Divisionsverständnis (Andersson, 2010, Gaidoschik et al., 2021, Moser Opitz, 2007). Für eine Überwindung der Schwierigkeiten ist daher das Aufarbeiten dieser Verstehensgrundlagen zentral, um Anschlussfähigkeit für das Weiterlernen herzustellen.

Während die meisten Förderkonzepte für Verstehensgrundlagen für die *Primarstufe* entwickelt und beforscht wurden (vgl. den Überblick in Gaidoschik et al., 2021; Slavin & Madden, 1989), existieren bislang nur wenige Ansätze für die *Sekundarstufe I* (z. B. Moser Opitz et al., 2017; internationaler Überblick in Maccini et al., 2007; Scherer et al., 2016). Das Förderkonzept *Mathe sicher können* (MSK) wurde für die Klassen 5-7 entwickelt, um diese Lücke für die arithmetischen Verstehensgrundlagen zum Zahl- und Operationsverständnis für natürliche Zahlen sowie für Brüche, Dezimalzahlen und Prozente zu schließen (Prediger et al., 2014; Selter et al., 2014). Im Kapitel 1 dieses Artikels werden das Förderkonzept und seine Hintergründe sowie Wirksamkeitsnachweise aus (quasi-)experimentellen Studien zusammenfassend vorgestellt.

Darauf aufbauend widmet sich der Artikel der zentralen Frage, wie lernwirksame Förderkonzepte in der Praxis breit zu implementieren sind, so dass sie von möglichst vielen Lehrkräften genutzt werden. Da die Bereitstellung entsprechender Diagnose- und Fördermaterialien allein selten ausreicht (Cohen et al., 2003), sind weitere Implementationsmaßnahmen notwendig, die ebenso wie die Förderung selbst einer systematischen Beforschung bedürfen (Penuel & Fishman, 2012). Vorgestellt werden in Kapitel 2 am Beispiel des Programms *Mathe sicher können* (MSK), wie dazu drei Implementationsstrategien des DZLM-Transferprogramms (Rösken-Winter et al., 2021) kombiniert werden können: eine materiale Strategie (d. h. eine Unterstützung der Lehrkräfte durch Fördermaterialien), eine personale Strategie (d. h. die Fortbildung der unterrichtlich handelnden Personen) und eine systemische Strategie (d. h. die gezielte Gestaltung der Umfeldler und Implementationsstrukturen, in denen Lehrkräfte ihren Unterricht entwickeln). Kapitel 3 fasst einige Forschungsergebnisse aus sieben Jahren begleitender Implementationsforschung zu dem Programm zusammen, um Gelingensbedingungen für die Implementation in Fortbildung, Qualifizierung und systemischer Rahmung zu identifizieren. Insgesamt werden so verschiedene existierende Publikationen zu Einzelbefunden aus dem umfassenden Projekt *Mathe sicher können* zusammengebunden und durch weitere, noch unpubli-

zierte Aspekte ergänzt, um die Komplexität der Strategien und Gelingensbedingungen zur Implementation von Förderkonzepten exemplarisch an einem Projekt aufzuzeigen. Mögliche Knackstellen der Übertragbarkeit auf andere Förderkonzepte werden abschließend diskutiert.

2. Hintergrund: Förderkonzepte zum Aufarbeiten fehlender Verstehensgrundlagen in der Sekundarstufe

2.1 Fehlende Verstehensgrundlagen als Ursache besonderer Schwierigkeiten

Mit dem Begriff *besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen* (bzw. *mathematical learning difficulties*) statt *Rechenschwäche* oder *Dyskalkulie* verdeutlichen Gaidoschik et al. (2021) und Scherer et al. (2016) in ihren Forschungssynthesen, dass nicht nur Rechnen, sondern vor allem mathematisches Verständnis den Kern möglicher Schwierigkeiten darstellt. Der gewählte Plural *Schwierigkeiten* statt des Singulars *Rechenschwäche* adressiert die Vielfältigkeit des Phänomens in der gebotenen Heterogenität (Schipper, 2002); der Fokus auf das *Mathematiklernen* konzeptualisiert das Phänomen als selten allein physiologisch bedingt, sondern meistens didaktisch erzeugt oder verstärkt, wenn essentielle Inhalte nicht hinreichend gelernt werden (Lorenz & Radatz, 1993; Moser Opitz, 2007). Diese essentiellen Inhalte umfassen auch einige zu automatisierende Basisfertigkeiten (Fuchs et al., 2008), vor allem jedoch diejenigen Grundvorstellungen und Darstellungen vorangegangener Jahrgänge, ohne die erfolgreiches Weiterlernen nicht nachhaltig möglich ist (Maccini et al., 2007; Moser Opitz, 2007); diese bezeichnen wir als Verstehensgrundlagen (Prediger et al., 2013).

Für den Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe konnten die notwendigen arithmetischen Verstehensgrundlagen in mehreren Studien empirisch identifiziert werden (Andersson, 2010; Humbach, 2008; Moser Opitz, 2007). Sie umfassen im Zahl- und Operationsverständnis insbesondere ein konsolidiertes Stellenwertverständnis (Andersson, 2010; van de Walle, 2007) sowie Multiplikations- und Divisionsverständnis (Moser Opitz, 2007), für die höheren Jahrgänge auch Zahl- und Operationsverständnis für Brüche und Dezimalzahlen (Prediger & Wessel, 2018; Sprenger, 2018).

2.2 Prinzipien für wirksame Förderkonzepte

Die beste Prävention gegen nicht aufgebautes Verständnis in den Verstehensgrundlagen bieten verstehensorientierte, mathematisch reichhaltige Lerngelegenheiten in Kindergarten und Grundschule (Gaidoschik et al., 2021). Dennoch gehören 15,4 % aller Lernenden zur Risikogruppe, die mit Lücken in den Verstehensgrundlagen in die Klasse 5 übertreten (Stanat et al., 2017). Für sie sind *unterrichtsergänzende Förderangebote* für zurückliegende Inhalte dringend empfohlen (Gaidoschik et al., 2021; Slavin & Madden, 1989).

Bereits Slavin und Madden (1989) charakterisierten wirksame Aufholprogramme bei mathematischen Schwierigkeiten in ihrem vielzitierten Forschungsüberblick mit drei Merkmalen: (1) sorgfältig designete, umfassende Programme mit Unterrichtsmaterial und Handreichungen für Lehrkräfte, (2) intensive Betreuung in Einzel- oder Kleingruppenförderung und (3) Diagnosegeleitetheit und Adaptivität für individuelle Lernbedarfe. Über diese generischen Merkmale hinaus konnten Gersten et al. (2009) in ihrem Survey weitere mathematikdidaktische Prinzipien als lernwirksam bei Schwierigkeiten identifizieren, dazu gehören u.a. die Nutzung graphischer Darstellungen und Arbeitsmittel, die sorgfältige Auswahl und Sequenzierung von Beispielen, Anregungen zur Verbalisierung von Vorstellungen und Strategien und darüber hinaus der konsequente Fokus genau auf die Verstehensgrundlagen (Andersson, 2010; Cobb & Jackson, 2021).

Diese vorrangig in den USA als wirksam nachgewiesenen Prinzipien haben sich auch im deutschsprachigen Kontext der Sekundarstufe in einer Laborstudie mit 123 Kindern als lernwirksam herausgestellt (Freeseemann, 2014; Moser Opitz et al., 2017).

2.3 Umsetzung der Prinzipien im Förderkonzept von Mathe sicher können

Für eine breite Umsetzung von bereits gut beforschten Förderprinzipien fehlten bis 2010 fachbezogene Konkretisierungen durch Diagnose- und Fördermaterialien für die Sekundarstufe, die auf die relevantesten Verstehensgrundlagen fokussieren und empirisch bewährte Förderansätze zusammenbringen in ein kohärentes und für Lehrkräfte handhabbares Förderkonzept.

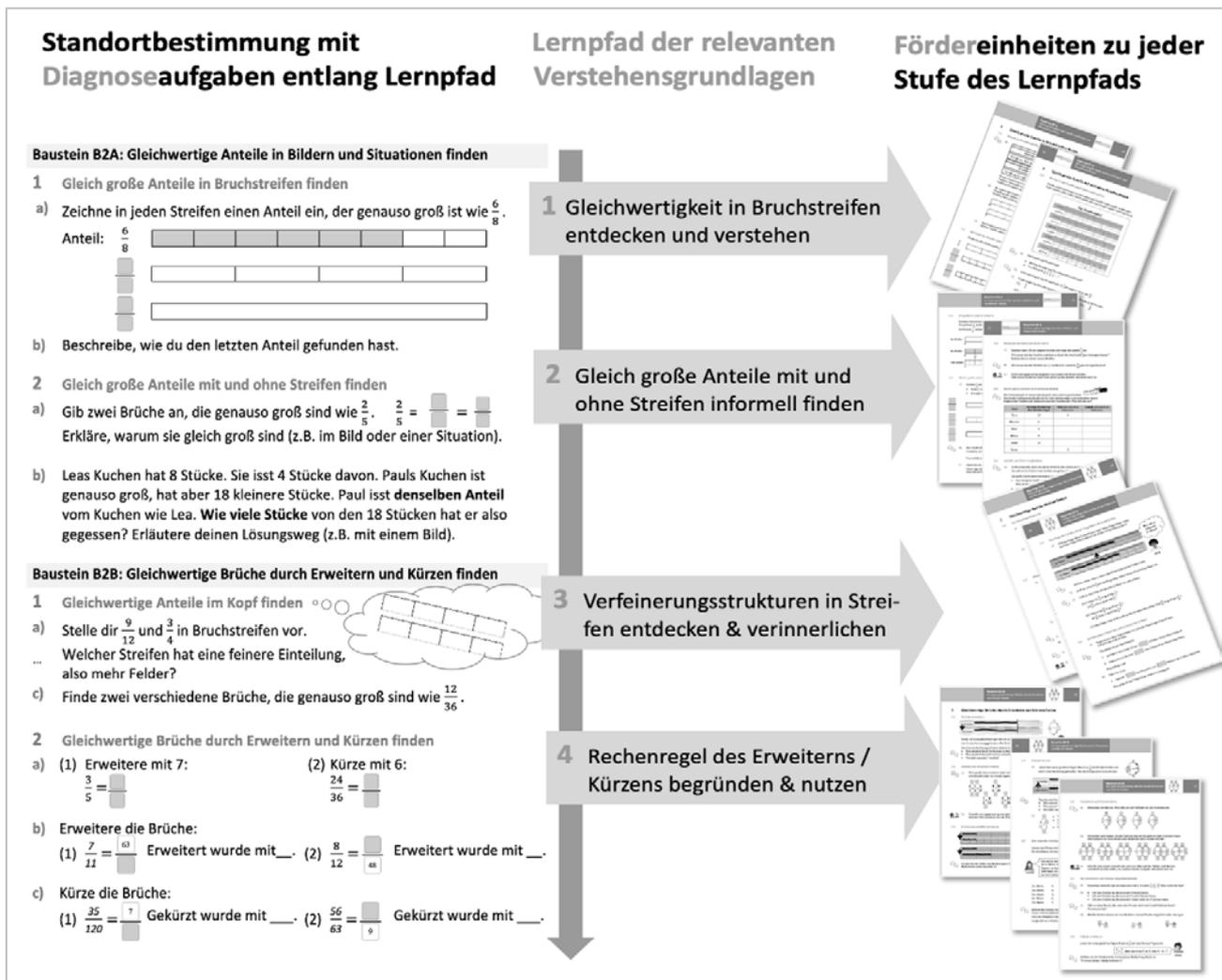


Abb. 1: Mathe sicher können: Verstehensorientierte Diagnose und Förderung entlang systematischem Lernpfad (Beispiel-Baustein B2A/B zur Gleichwertigkeit von Brüchen aus Prediger et al., 2014, hier enger formatiert)

Dieser Herausforderung stellte sich das Projekt *Mathe sicher können*, in dem von 2011 bis 2017 in insgesamt 21 Entwicklungs-Frau-Jahren (sieben Mitarbeiterinnen jeweils drei Jahre) das Förderkonzept von *Mathe sicher können* (MSK) iterativ entwickelt und erprobt wurde.

Entstanden sind Diagnose- und Fördermaterialien für mathematisch schwache Schülerinnen und Schüler der Klasse 5-7 und ihre Lehrkräfte, vorrangig mit Blick auf den Unterricht in nicht-gymnasialen Schulformen der Sekundarstufe I (Prediger et al., 2014; Selter et al., 2014), seit 2017 auch für die Klassen 3/4. Alle MSK-Materialien stehen als Open Educational Resources zur Verfügung, in 2022 wurden sie durch Erklärvideos und didaktische Einstiegsvideos ergänzt, in 2023 wird eine digitale Diagnoseplattform hinzugefügt.

Das MSK-Förderkonzept adressiert etwa 20 % des Jahrgangs, die sogenannte Risikogruppe, die ggf. etwas breiter gefasst ist als die Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Mathematiklernen im engeren

Sinne (Gaidoschik et al., 2021). Es wurde optimiert für die unterrichtsergänzende Förderung in Kleingruppen, um Lehrkräften und Lernenden zusätzliche Räume für intensive Auseinandersetzung mit der Mathematik zu ermöglichen (Slavin & Madden, 1989).

Die insgesamt 45 Diagnose- und Förderbausteine zum Zahl- und Operationsverständnis bei natürlichen Zahlen, Brüchen, Prozenten, Dezimalzahlen und zum Sachrechnen basieren auf drei didaktischen Prinzipien (Gersten et al., 2009; Karsenty, 2010; Scherer et al., 2016; Slavin & Madden, 1989):

- **Verstehensorientierung:** Nachhaltiges Lernen zielt auf den Aufbau von Verständnis; dazu gehört der Rückbezug auf alltagsbezogene Kontexte, Arbeitsmittel und graphische Darstellungen sowie die permanente Vernetzung der verschiedenen Darstellungen für alle Verstehensgrundlagen.

- *Diagnosegeleitetheit*: Kenntnisse und Vorstellungen der Lernenden werden mittels Standortbestimmungen erhoben, um diese daran anschließend gezielt zu fördern.
- *Kommunikationsförderung*: Der Aufbau von Verständnis bedarf gerade bei schwächeren Lernenden der Kommunikation untereinander und mit einer moderierenden Lehrkraft.

Jeder der 45 Förderbausteine startet mit einer kurzen Standortbestimmung von zwei bis vier Diagnoseaufgaben, zu der in der Handreichung Auswertungshinweise gegeben werden. Zu jeder Diagnoseaufgabe gehört eine ein- bis dreiseitige Fördereinheit (vgl. Beispiel in Abb. 1). Sowohl die Diagnose- als auch die Förderaufgaben orientieren sich dazu an einem systematischen Lernpfad für den kohärenten Verstehensaufbau mit durchgängig genutzten Darstellungsmitteln. Entwickelt wurde erst die Förderung in einem systematischen Lernpfad, dann die diagnostischen Aufgaben für die Stufen des Lernpfads, um diese Passung tatsächlich zu erreichen.

Die Prinzipien werden in Abbildung 1 und 2 exemplarisch zum Thema *Gleichwertigkeit von Brüchen* konkretisiert, das entlang eines vierstufigen Lernpfads in den Bausteinen B2A und B2B an Bruchstreifen(-tafeln) als durchgängige Darstellung erarbeitet wird. Zentrale Förderaufgaben aus diesem Lernpfad sind in Abbildung 2 abgedruckt. Verstehensorientiert werden zunächst Grundvorstellungen zu gleichwertigen Brüchen als gleich große Anteile am Bruchstreifen aufgebaut (Stufe 1) und für das informelle Suchen von Brüchen in der Bruchstreifentafel und anderen Kontexten genutzt (Stufe 2). Der Übergang zur kalkülhaften Rechenregel wird unterstützt, indem die Verfeinerungsstrukturen im Streifen entdeckt und verinnerlicht werden (Stufe 3), daraus werden im Fördermaterial dann die Rechenregeln des Erweiterns und Kürzens abgeleitet und für kalkülhafte Rechnungen genutzt (Stufe 4). Die Diagnose in der Standortbestimmung (Abb. 1) sind entlang dieser Stufen strukturiert, lediglich das Begründen wird in der Vorab-Diagnose nicht abgefragt.

Auch die anderen Fördereinheiten enthalten stets Aufgaben, mit denen Lehrkräfte die Kinder kognitiv aktivieren und kommunikationsförderlich ins Gespräch bringen können. Die Fördereinheiten greifen auf durchgängig genutzte und in die Aufgaben systematisch eingebundene Arbeitsmittel zurück (z. B. Würfelmaterial, Punktfeld, Bruchstreifen und Zahlenstrahl), um eine verstehensorientierte Förderung zu ermöglichen.

Abb. 2: Drei ausgewählte Förderaufgaben für jede Stufe des Lernpfads (aus Prediger et al., 2014)

Die Handreichungen enthalten weitere gezielte Impulse, um die Ideen der Kinder aufzugreifen und in Beziehung zu setzen und die Verknüpfung einzelner stofflicher Aspekte und Darstellungen immer wieder anzuregen. In den Handreichungen finden die Förderlehrkräfte Hinweise zum didaktischen Potential und zur Verwendung des spezifischen Materials über mehrere Bausteine hinweg. Mithilfe der Arbeitsmittel können die Lernenden inhaltliche Vorstellungen aufbauen und konsolidieren, die dann auch für das mentale Operieren mit den arithmetischen Zusammenhängen zur Verfügung stehen, für die systematische Prozesse der fortschreitenden Schematisierung angeregt werden.

2.4 Wirksamkeitsnachweise in (quasi-)experimentellen Labor- und Feld-Studien

Während für die iterative Entwicklung des Diagnose- und Fördermaterials für alle 45 Bausteine Design-Research-Zugänge mit Designexperimenten und qualitativen Lernprozessanalysen genutzt wurden (z. B. Sprenger, 2018), wurden aus Kapazitätsgründen nur ausgewählte Bausteine auch quantitativ auf Lernwirksamkeit untersucht.

Dazu dienten (quasi-)experimentelle Interventionsstudien im klassischen Prä-Post-Kontrollgruppen-design, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

2.4.1 Laborstudie zum Bruchverständnis

Die Lernwirksamkeit für den *Aufbau des Zahl- und Operationsverständnisses bei Brüchen* (Bausteine B1-B3: Bruch als Teil eines Ganzen, relativer Anteil, Brüche vergleichen, gleichwertige Brüche) wurde in einer cluster-randomisierten Interventionsstudie unter Laborbedingungen untersucht.

Beteiligt waren 186 Lernenden der Klasse 7, die in Kleingruppen nach dem MSK-Konzept zu Brüchen in 5 x 90 Minuten von sehr intensiv begleitenden, universitätsnahen Lehrenden (Masterstudierenden und Promovierenden) gefördert wurden. Dabei wurde insbesondere starker Wert auf Kommunikationsförderung mit Aufbau von bedeutungsbezogener Sprache gelegt. Die 157 Lernenden der Kontrollgruppen erhielten regulären Klassenunterricht mit Wiederholung von Anteilen. Für beide Gruppen wurden die Lernzuwächse in einem Test zum Bruchverständnis (selbst erstellt und standardisiert zu den obigen Inhalten sowie dem Rechnen mit Brüchen) direkt vor und nach der Intervention untersucht (Prediger & Wessel, 2018).

Die Lernenden der MSK-Fördergruppe erreichten signifikant höhere Lernzuwächse als die Lernenden der Kontrollgruppe, wie eine ANOVA nachwies ($F_{\text{Zeit}} = 272.97$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.45$, $F_{\text{Zeit} \times \text{Gruppe}} = 22.57$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.12$) (Prediger & Wessel, 2018.)

Die Ergebnisse sind ausgesprochen ermutigend und die Effektstärken hoch, gleichwohl dürfen die Ergebnisse nicht überinterpretiert werden, denn der Test war relativ interventionsnah strukturiert und die Laborbedingungen durch die Kleingruppen und vor allem durch die sehr intensiv begleitenden, universitätsnahen Lehrenden noch weit entfernt von Normalbedingungen (mit regulären Lehrkräften). Die Laborstudie sagt daher noch wenig über eine breite Implementierbarkeit aus.

2.4.2 Feldstudie zur Kleingruppenförderung zum Verständnis natürlicher Zahlen

Die Lernwirksamkeit für den *Aufbau des Zahl- und Operationsverständnisses bei natürlichen Zahlen* (Bausteine N1-N4) wurde daher in einer großen quasi-experimentellen Feldstudie mit über 100 weniger forschungsnahen Lehrkräften untersucht: Die MSK-Gruppe mit 592 mathematikschwachen Kindern der Klasse 5 wurde an 40 Schulen ein Schuljahr

lang nach dem MSK-Konzept in wöchentlichen unterrichtsergänzenden Kleingruppen gefördert, die Kontrollgruppe mit 389 ebenso schwachen Kindern wurde nach Auskunft der 20 Kontrollschulen ebenfalls unterrichtsergänzend gefördert, jedoch mit eigenen Förderkonzepten.

Beide Gruppen erzielten im standardisierten Test Basis-Math-G 4+ bzw. 5 (Moser Opitz et al., 2016) vom Anfang der Klasse 5 zum Ende der Klasse 5 bedeutsame Lernzuwächse in ihren arithmetischen Basiskompetenzen, der Test umfasst sowohl Verstehensgrundlagen als auch Basisfertigkeiten und geht so über den Förderinhalt hinaus. Die Lernenden der MSK-Schulen erzielten jedoch statistisch signifikant höhere Lernzuwächse als diejenigen der Kontrollschulen ($F_{\text{Zeit}} = 1246.6$, $p < .001$, $\eta^2 = .56$; $F_{\text{Gruppe} \times \text{Zeit}} = 31.26$, $p < .001$, $\eta^2 = .031$; Prediger et al., 2019).

Diese Studie weist eine höhere ökologische Validität als die in Abschnitt 2.4.1 beschriebene Laborstudie auf und ist in der Tat ein Beleg für die breite Implementierbarkeit an 40 Schulen mit den regulären Lehrkräften (als ausschließlich Freiwillige weiterhin eine Positivauswahl). Die zugrundeliegende Implementationsarchitektur wird in Abschnitt 3 genauer erläutert.

2.4.3 Feldstudie zum Regelunterricht zu Prozentverständnis

Für die Bausteine zur *Prozentrechnung* (S5) wurde die Lernwirksamkeit in einer Feldstudie mit 655 Lernenden der Klasse 7 auch im Regelunterricht mit den regulären Mathematik-Lehrkräften statt Kleingruppenförderung nachgewiesen. Die Lehrkräfte wurden in vier Fortbildungssitzungen auf den Verstehensaufbau mit Sprachunterstützung vorbereitet.

Wiederum zeigte die Interventionsgruppe nach durchschnittlich 19 Stunden Unterricht signifikant höhere Lernzuwächse im Prozentverständnis (in Textaufgaben, entkleideten sowie graphisch gestützten Aufgaben) als die Kontrollgruppe, welche mit dem regulären Schulbuch unterrichtet wurde ($F_{\text{Zeit}} = 1051.4$, $p < .001$, $\eta^2 = 0.37$; $F_{\text{Zeit} \times \text{Gruppe}} (1, 653) = 20.74$, $p < 0.001$, $\eta^2 = 0.011$; Prediger & Neugebauer, 2021).

Ebenso wie die Feldstudie in Abschnitt 2.4.2 liefert diese Feldstudie aufgrund der höheren ökologischen Validität und der breiteren Erreichung regulärer Lehrkräfte wichtige Schritte in Richtung *scaling up* (d. h. breiter Implementierung, vgl. Coburn, 2003).

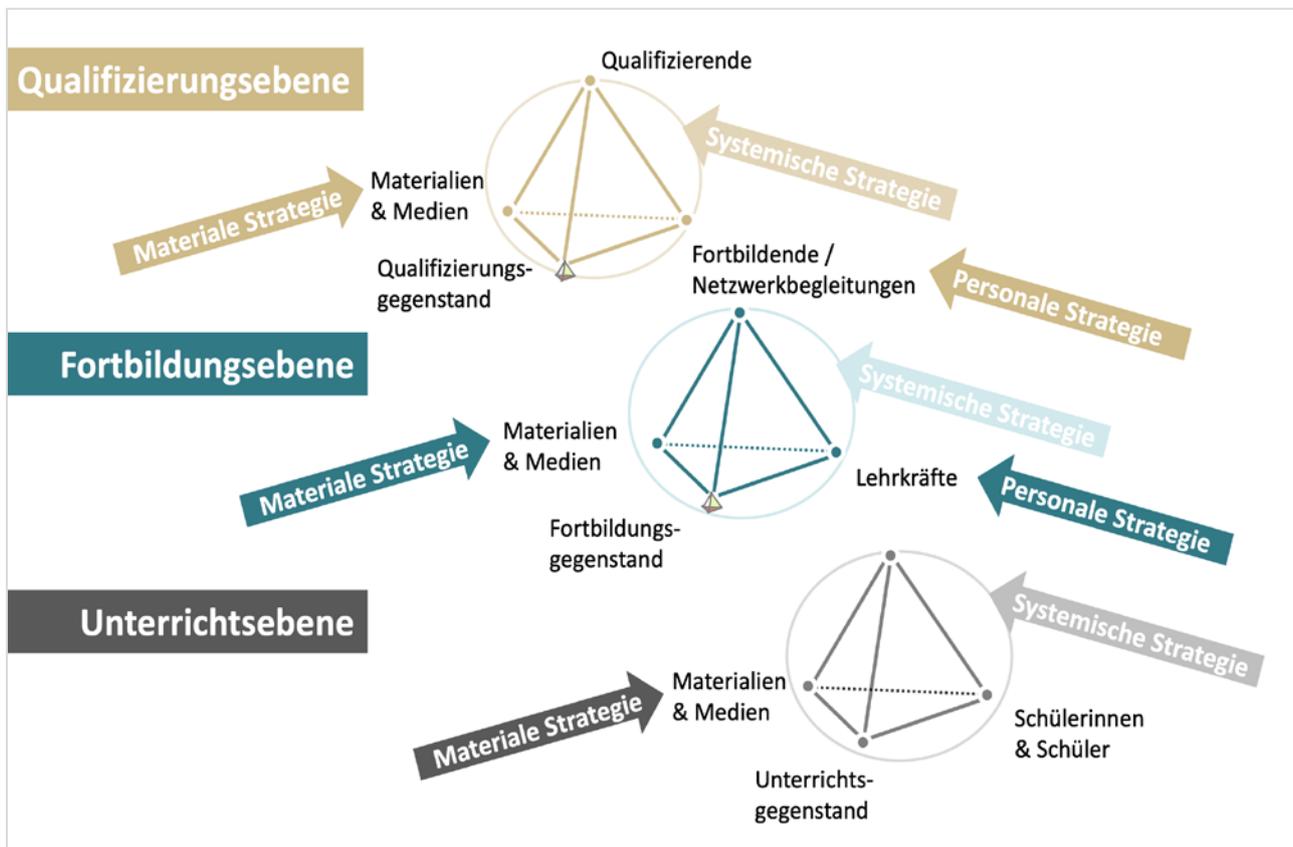


Abb. 3: DZLM-Transfer-Programm mit Implementationsstrategien auf drei Ebenen (Rösken-Winter et al., 2021)

Einerseits sind die Wirksamkeitsnachweise ermutigend, andererseits in den Effektstärken deutlich geringer als in der Laborstudie. Zudem sind die Schwankungen zwischen Lehrkräften immens (ICC von 0.30 in Prediger & Neugebauer, 2021).

Daher sollen in den folgenden zwei Abschnitten die genutzten Implementationsstrategien und empirisch identifizierte Gelingensbedingungen für die Implementation vorgestellt werden.

3. Strategien der Implementation eines Förderkonzepts

Es ist nach wie vor eine große Herausforderung, wissenschaftlich entwickelte didaktische Konzepte tatsächlich breit in der Praxis zu implementieren (Desimone, 2009; Gräsel, 2019), denn allein die Übergabe von Diagnose- und Fördermaterialien reicht nicht aus (Cohen et al., 2003). Gerade beim Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen betonte schon Chazan (1996): "Even in the best of circumstances ... the job of teaching ... students who have not been successful in mathematics will remain a *difficult challenge* for those teachers willing to take it on" (S. 475, Kursiv-Markierung ergänzt). Daher gelten Fortbildungs-

maßnahmen und systemisch unterstützte Lehrkräfte-Kooperation als relevant (Karsenty, 2010; Slavin & Madden, 1989).

Der wachsende Forschungszweig der Implementations- und Transferforschung entwickelt und untersucht vor diesem Hintergrund mögliche Implementationsstrategien (Cobb et al., 2017; Gräsel, 2019; Penuel & Fishman, 2012). Aufbauend auf der existierenden Forschung sowie Erfahrungen in *Mathe sicher können*, PikAs und anderen Programmen wurde daher am Deutschen Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM) ein Transfer-Programm mit spezifischen Implementationsstrategien entwickelt. Diese werden kurz allgemein eingeführt (Abschnitt 3.1) und dann in ihrem Zusammenspiel in *Mathe sicher können* konkretisiert (Abschnitt 3.2).

3.1 Implementationsstrategien im DZLM-Transfer-Programm

Mit Transfer wird allgemein die Verbreitung wissenschaftlichen Wissens in praktische Felder bezeichnet (Gräsel, 2019). Dabei geht es nicht um einseitige Weitergabe, sondern um einen kommunikativen Prozess, der die Kontextgebundenheit von Ansätzen und Praktiken im Blick behält. Erfolgreicher Transfer

wird verstanden als „zielgruppenspezifische Übersetzung wissenschaftlicher Erkenntnisse. Diese ist an die Kultur und Handlungsweisen der verschiedenen Zielgruppen anschlussfähig, an ihren Bedarf angepasst und ermöglicht einen gegenseitigen Austausch bis hin zur gemeinsamen Wissensgenerierung“ (Transfer-Verständnis der Leibniz-Gemeinschaft, Graupner et al., 2016, S. 1). Bezogen auf pädagogische oder fachdidaktische Entwicklungs- und Forschungsergebnisse kann Erkenntnistransfer in der Breite nicht allein durch praxisbezogene Publikationen oder Unterrichtsmaterialien erreicht werden, sondern bedarf ausgefeilter und aktiver Implementationsstrategien (Hasselhorn et al., 2014). Dazu gehören neben den Materialien auch gut durchdachte und systemisch eingebettete Professionalisierungsangebote (Desimone, 2009; Gräsel, 2019).

Im Rahmen des DZLM-Transfer-Programms wird fachbezogener Erkenntnistransfer daher konzipiert als systemisch eingebundene Professionalisierung. Fortbildungen können aufgrund der großen Zahl von Lehrkräften nicht allein durch die Forschenden selbst angeboten werden (allein für Mathematik sind mindestens 200 000 Lehrkräfte fortzubilden), stattdessen ist die Qualifizierung von fortbildenden Multiplikatorinnen und Multiplikatoren ein zentraler Bestandteil für die Implementation über Qualifizierungs-, Fortbildungs- und Unterrichtsebene.

Für die Unterstützung der Implementation setzt das DZLM-Transfer-Programm auf drei Strategien (vgl. Abb. 3, aus Rösken-Winter et al., 2021):

- 1) Die *materiale Strategie* zielt auf die Unterstützung von Lehrkräften durch Unterrichtsmaterialien und von Fortbildenden durch Fortbildungsmaterialien (inklusive der jeweiligen Handreichungen mit Hintergrundinformationen) ab. Diese sind als Open Educational Resources und Selbstlernmaterialien auf den Webseiten des DZLM verfügbar.
- 2) Die *personale Strategie* zielt auf die Professionalisierung der Akteurinnen und Akteure ab, also von Lehrkräften in Fortbildungen und von fortbildenden Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in Qualifizierungen.
- 3) Die *systemische Strategie* zielt auf die Berücksichtigung der systemischen Bedingungen und die Anregung systemisch angelegter Kooperationen mit den jeweiligen Systemen. Das heißt, auf Unterrichtsebene wird das System Einzelschule (mit professionellen Lerngemeinschaften,

Berücksichtigung von Schulentwicklungsaspekten, Einbezug von Schulleitungen) und auf Fortbildungs- und Qualifizierungsebene die Kooperation mit den länderweiten und regionalen Fortbildungsinstitutionen und der Bildungssteuerung in den Blick genommen, um mit ihnen die Bedingungen für die konkreten landesweiten Implementationen zu identifizieren. Die Landesinstitute und Ministerien sind dabei wichtige Partner auf Augenhöhe, um Transfer zu „gestalten [...] als dialogischen, synergetischen und kooperativen Prozess, der alle relevanten Akteure einbezieht“ (Bieber et al., 2018, S. 4).

Für jede der Strategien wird eine Forschungsfundierung angestrebt. Dazu werden verschiedene Forschungsformate auf drei Ebenen aktiviert:

- In der *materiellen Strategie* wird für die Entwicklung von Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsmaterialien in Design-Research-Studien der jeweilige Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsgegenstand genau spezifiziert und mit Blick auf die Voraussetzungen der Lernenden strukturiert. Es werden entsprechende Materialangebote entwickelt, in Designexperimenten erprobt und initiierte Lernprozesse empirisch beforscht (Prediger, 2019). Erkenntnisse über typische Professionalisierungswege und Gelingensbedingungen für die Designelemente und ihren Einsatz gehen in die Ausschärfung der Lerngegenstände und Designprinzipien ein, die abschließend in Interventionsstudien untersucht werden können. Im Hinblick auf die Dynamiken zwischen den Ebenen, die sich nie als einfache Dissemination fertiger Produkte darstellen, sind auch Studien zur Adaption der Materialien durch die jeweiligen Akteurinnen und Akteure wichtig (Brown, 2009).
- Für die Forschungsfundierung der *personalen Strategie* sind insbesondere Einsichten in die Professionalisierungswege von Lehrkräften und Fortbildenden notwendig. Für die personale Strategie wird zum Beispiel geklärt, welche Aspekte eines Professionalisierungsgegenstands von Lehrkräften zu lernen sind. In Qualifizierungen für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren werden Forschungsergebnisse eingespeist, wie sich Lehrkräfte diese Themen aneignen und welche Hürden bei einer Umsetzung im Unterricht in der Regel auftreten. Die Wirksamkeit wird schließlich in Interventionsstudien zur Fortbildungsforschung gezeigt.

- Die *systemische Strategie* greift auf Ergebnisse der Schulentwicklungs- und Implementationsforschung zurück, die zeigen, dass personale und materiale Strategien nur nachhaltig greifen können, wenn auch die jeweiligen systemischen Kontexte adressiert (Gräsel, 2019; Hasselhorn et al., 2014) und Erfahrungen der Verantwortlichen aus der Praxis (Bieber et al., 2018) integriert werden.

3.2 Konkretisierung der Implementationsstrategien für *Mathe sicher können*

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie die drei Implementationsstrategien auf drei Ebenen für den Transfer des Förderkonzepts *Mathe sicher können* eingesetzt wurden, weil daran exemplarisch verdeutlicht werden kann, in welcher Komplexität sie ineinandergreifen (müssen). Die materiale Strategie auf Unterrichtsebene wurde in Abschnitt 2.3 bereits vorgestellt.

3.2.1 Personale und systemische Strategie für Lehrkräfte

Transfer erfolgt nicht allein über Weitergabe von Materialien, sondern vor allem auch über die Professionalisierung der Personen, d. h. durch die *personale Strategie*. Für die ersten involvierten Lehrkräfte der MSK-Partnerschulen war die gemeinsame Entwicklung und handlungsforschende Erprobung von Förderansätzen eine sehr intensive Form der Fortbildung, bei der sie ihre Expertise individuell und gemeinsam intensiv weiterentwickelten. Dabei haben die Förderansätze von gemeinsamen Beratungen von Lehrkräften und Forschenden sehr profitiert, indem reichhaltige Praxiserfahrungen der Lehrkräfte eingebunden werden konnten. Umgekehrt haben sich die Lehrkräfte durch die intensive Arbeit in Bezug auf die fachdidaktische Treffsicherheit der Förderung erheblich professionalisiert, wie die sich weiter entwickelnden Diskussionsbeiträge zeigten. Eine solch intensive Professionalisierungsgelegenheit durch Teilhabe an Design-Research ist vergleichbar mit der von Gräsel und Parchmann (2004) artikulierten symbiotischen Implementationsstrategie. Diese intensive Ausgestaltung der personalen Strategie in enger Zusammenarbeit mit Forschenden ist allerdings nur acht Lehrkräften zugutegekommen.

Für *einen möglichst breit verankerten Transfer* muss darüber hinaus gefragt werden, wie ein Scaling-Up auf möglichst viele Mathematik-Lehrkräfte an deutschen Schulen nachhaltig ermöglicht werden kann (Coburn, 2003). Auf der Basis der ersten Erfahrungen

wurden daher Fortbildungskonzepte entwickelt und beforscht, mit der die *personale Strategie* in größerer Breite für viele Lehrkräfte realisiert werden kann. Derzeit sind etwa 400 Lehrkräfte in fünf Bundesländern (Nordrhein-Westfalen, Hamburg, Berlin, Bremen, Rheinland-Pfalz) involviert.

Gemäß der *systemischen Strategie* werden Lehrkräfte in professionelle Lerngemeinschaften eingebunden (Bonsen & Rolff, 2006), in denen Erfahrungen mit den Materialien und Fortbildungsinhalten ausgetauscht und Strategien zur Etablierung von Förderkursen gemeinsam entwickelt werden können. Da sich allerdings schulinterne professionelle Lerngemeinschaften nur an wenigen Schulen ohne Moderation als funktionsfähig erwiesen haben (Cobb & Jackson, 2021; Prediger et al., 2019), wurden Netzwerke von jeweils 5-10 Schulen etabliert, die langfristig durch Multiplikatorinnen und Multiplikatoren begleitet werden (im MSK-Programm als Netzwerkbegleitungen bezeichnet).

3.2.2 Materiale und systemische Strategie auf Fortbildungsebene

Um die Arbeit der MSK-Netzwerkbegleitungen und weiterer Fortbildenden zu unterstützen, wurde eine *materiale Strategie* auch auf Fortbildungsebene angewandt und die ersten Erfahrungen in der Begleitung von Lehrkräften sukzessive in die systematische, iterative Entwicklung und Erforschung des MSK-Fortbildungskonzepts überführt. Mehrere Zyklen von Design-Research auf Fortbildungsebene ermöglichten immer tiefergehende Einsichten in typische Orientierungen und Lernwege von Lehrkräften und Wirkungen der Fortbildung (vgl. Abschnitt 4.1), die in die Ausarbeitung von disseminierbaren Fortbildungsmaterialien mündeten.

Als konkretes Produkt sind elf Fortbildungsbausteine (von je etwa drei bis vier Stunden Fortbildung plus Arbeitsaufträge für Distanzphasen) entstanden, die inzwischen als Open Educational Resources für alle registrierten Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zugänglich sind und auch an vielen Universitäten genutzt werden (verfügbar unter dzlm.de/2000). Die Bausteine für Fortbildung und Netzwerkarbeit bestehen aus kommentierten Foliensätzen, Arbeitsmaterialien, Video-Ausschnitten für Video-Fallarbeit und einem Steckbrief, der Ziele und mögliche methodische Vorgehensweisen erklärt. Da auch Fortbildungsmaterialien stets an die regionalen Kontexte, praktischen Erfahrungen und die Lerngruppen angepasst werden müssen, wurde eine möglichst große

Strukturtransparenz hergestellt, damit Fortbildende qualitätsvolle Adaptionen vornehmen können.

3.2.3 Personale und systemische Strategie auf Qualifizierungsebene

Neben materialer Unterstützung der Netzwerkbegleitung durch Materialien wurde eine fortgesetzte Qualifizierung angeboten, um die *personale Strategie* auch auf die Netzwerkbegleitungen anzuwenden. In der mehrtägigen Qualifizierung und den fortgesetzten gemeinsamen Treffen werden nicht nur die MSK-Förderbausteine und ihre Hintergründe erarbeitet, sondern auch typische Lernwege von Lehrkräften thematisiert und reflektiert.

Um gemäß der *systemischen Strategie* die Kooperation zwischen Netzwerkbegleitenden gezielt anzuregen, wurde in jedem beteiligten Bundesland eine professionelle Lerngemeinschaft der Netzwerkbegleitungen etabliert, die sich alle sechs Wochen trifft. Auf den Treffen wurden gemeinsam die Fortbildungsmaterialien, die begleitenden Unterrichtsmaterialien, Informationen für Schulleitungen, Schulämter und Bezirksregierungen sowie kleine Impulse für die Schulen weiterentwickelt.

3.2.4 Zusammenfassende Implementationsarchitektur in *Mathe sicher können*

Die personalen, materialen und systemischen Strategien auf Unterrichts-, Fortbildungs- und Qualifizierungsebene werden in einer komplexen Implementationsarchitektur verknüpft (Abbildung 4)

In der Implementationsarchitektur werden gemäß der systemischen Strategie auch die Schulebene (als Kontext für systemische Bedingungen für Lehrkräftete Kooperation) und die Kreisebene (als Kontext für systemische Bedingungen der Netzwerke und ihrer Kooperation mit der Schulaufsicht und regionalen Fortbildungsstrukturen) aufgeführt. Die Zahlen in schwarz entsprechen denen der oben beschriebenen Feldstudie zu natürlichen Zahlen (Abschnitt 2.4.2, genauer in Prediger et al., 2019), die Zahlen in grau entsprechen dem aktuellen Stand 2021 in Nordrhein-Westfalen. Die weiteren Implementationsländer Berlin, Bremen, Rheinland-Pfalz und Hamburg sind nicht aufgeführt.

4. Identifizierte Gelingensbedingungen für Implementationsprozesse

4.1 Gelingensbedingungen der personalen Strategie auf Fortbildungsebene: Expertise und Lernwege von Lehrkräften

Neben fortbildungsmethodischen Gestaltungsprinzipien ist die *inhaltliche Treffsicherheit* eine zentrale Gelingensbedingung für Fortbildungen. Lipowsky und Rzejak (2021) differenzieren in ihrer Forschungssynthese die inhaltliche Treffsicherheit aus in „Fokussierung auf zentrale unterrichtliche Anforderungen: Relevante Kernpraktiken von Lehrpersonen aufgreifen“ und „Inhaltliche Fokussierung: In die Tiefe gehen und hierbei das Wissen über das Lernen von Schülerinnen und Schülern weiterentwickeln“ (S. 13). Für das MSK-Konzept sind Praktiken zu folgenden unterrichtlichen Anforderungssituationen (kurz: Jobs, vgl. Bass & Ball, 2004) besonders relevant:

- Verstehensgrundlagen identifizieren
- Verstehensgrundlagen diagnostizieren
- Verstehensgrundlagen fördern

Lehrkräfte entwickeln unterschiedliche (produktive und weniger produktive) Praktiken im Umgang mit diesen Jobs. Um die Fortbildung inhaltlich treffsicher zu gestalten, wurde in mehreren Design-Research-Zyklen spezifiziert, welche Orientierungen und welches fachdidaktische Wissen den produktiven und unproduktiven Praktiken als Denk- und Wahrnehmungskategorien zugrunde liegen – gemäß dem bei Bromme (1992) vorgeschlagenen und empirisch von Prediger (2019) ausdifferenzierten Ansatz –, so dass die relevanten Aspekte für Lehrkräfte gezielt adressiert werden können.

4.1.1 Stoffliche Kategorien zum Aufschlüsseln der Verstehensgrundlagen

Damit Lehrkräfte die Jobs *Verstehensgrundlagen diagnostizieren und fördern* treffsicher bewältigen können, ist fachdidaktisches Wissen über die Verstehensgrundlagen notwendig. Diese müssen nicht nur als Schlagworte benannt (wie z. B. Stellenwertverständnis), sondern müssen genauer aufgeschlüsselt werden können (Bell et al., 2010; Karsenty, 2010; Morris et al., 2009), für das Stellenwertverständnis z. B. in die Positions-, Bündelungs-, Additions- und Multiplikationseigenschaft (van de Walle, 2007). Für jedes Thema der 45 MSK-Förderbausteine werden daher die relevanten Verstehensgrundlagen mit den

Implementations-Architektur von Mathe sicher können NRW (2014-2017 bzw. derzeitiger Stand 2021)

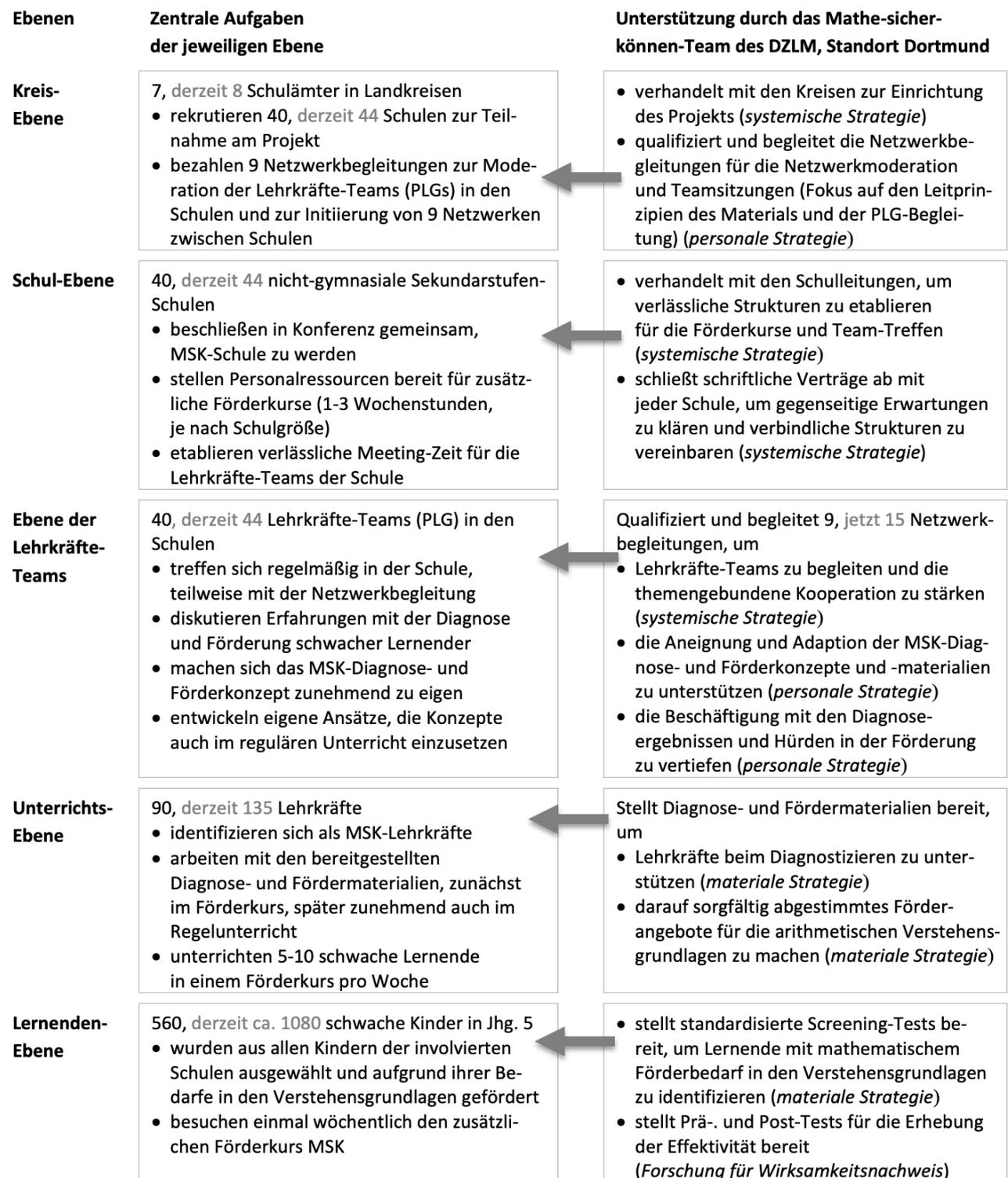


Abb. 4: Zusammenfassung der Strategien in einer Implementationsarchitektur (adaptiert aus Prediger et al., 2019)

jeweils förderlichen Arbeitsmitteln und Darstellungen in den Fortbildungen genauer aufgeschlüsselt und durchdacht. Dieses Wissen um die relevanten stofflichen Kategorien ist nicht bei allen Sekundarstufenlehrkräften vorauszusetzen. Daher wurde der

Job *Verstehensgrundlagen identifizieren* explizit hinzugefügt.

Eine zentrale Gelingensbedingung für den erfolgreichen Umgang mit diesen stofflichen Kategorien ist, dass sie nicht nur als träges Wissen erworben wer-

Auftrag 1: Diagnostizieren ohne Kategorien	Klara (6. Klasse) sollte eine Zahl an den Pfeil am Zahlenstrahl schreiben. Diagnostizieren Sie ihr Stellenwertverständnis.	
Auftrag 2: Diagnostizieren mit diagnosti- schen Kategorien	Diagnostizieren Sie Klaras Stellenwertverständnis: <ul style="list-style-type: none"> • Welche Eigenschaften hat Klara richtig aktiviert? • Welche sind noch falsch? • Inwiefern sieht man das Problem mit Benennung der Eigenschaften genauer? 	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> Positionseigenschaft: Die Stelle bestimmt, was die Ziffer wert ist 0,1 als Zehntel 0,01 als Hundertstel </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> Multiplikative Eigenschaft: Zahlenwert der Ziffer als Zehnerzahl </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> Zehner-Bündelungs-Eigenschaft: Immer zehn passen in den nächsten </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> Additive Eigenschaft: Zahlen werden additiv zerlegt in ihre Zehnerzahlen </div>
Auftrag 3: Fördern mit Kategorien	Fördern Sie Klaras Stellenwertverständnis: <ul style="list-style-type: none"> • Welchen Impuls geben Sie Klara zu welcher der Eigenschaften? 	
Beispiel- Antworten von Fortbildungs- Teilnehmenden zu Auftrag 3	Impulse zur Positionseigenschaft <ul style="list-style-type: none"> • 3 weiter von was genau, wofür steht die 3? • Wenn es drei mehr sind, warum ist deine Antwort nicht 3,5? 	Impulse zur Zehner-Bündelungs-Eigenschaft <ul style="list-style-type: none"> • Wie viele von den großen Abschnitten sind es bis zur 1? Was ist dann ein Abschnitt wert? • Wie viele kleine Abschnitte sind es zwischen 0,5 und nächstem dicken Strich? Was sind die wert? • Du hast Recht, drei Zehntel weiter. Aber wie groß ist ein Zehntel hier am Zahlenstrahl?

Abb. 5: Fortbildungsaktivität: Stellenwerteigenschaften als Kategorien zum Diagnostizieren und Fördern

den (Renkl et al., 1996), sondern auch in den Diagnose- und Förderpraktiken explizit als Denk- und Wahrnehmungskategorien situiert aktiviert werden. Gezielt gestaltete Fortbildungsaktivitäten werden darauf optimiert, die Aktivierung und Reflektion stofflicher Kategorien in Diagnose- und Förderpraktiken anzuregen und einzuüben (Bell et al., 2010). So wird z. B. in der Fortbildungsaktivität in Abb. 5 zu einem Eintragungs-Fehler am Zahlenstrahl in Auftrag 1 das Diagnostizieren ohne Kategorien meist recht pauschal und oft recht prozedural beantwortet (z. B. „Die weiß nicht, wo 0,8 hingehört.“ oder „0,8 versteht sie nicht.“); Auftrag 2 dagegen regt die Lehrkräfte an, die vier Eigenschaften des Stellenwertverständnisses als diagnostische Kategorien zu nutzen und dadurch tiefergehend zu analysieren („Die 3 ist ja gut, aber sie muss noch besser auf die Stellenwerte achten.“). Der Vergleich beider Aufträge ermöglicht dazu eine Reflexion („Ich gucke damit irgendwie genauer, wenn ich die Eigenschaften vor Augen habe.“). Nach Aktivierung der Eigenschaften können die Lehrkräfte in Auftrag 3 treffsicherere Förderentscheidungen fällen als bei rein pauschalen Diagnosen, dabei dienen die stofflichen Kategorien als Zielkategorien, auf die ihre Impulse zuarbeiten.

Das Beispiel zeigt, wie in Fortbildungsaktivitäten die drei Jobs *Verstehensgrundlagen identifizieren, diagnostizieren und fördern* verknüpft werden können

und warum das *Identifizieren der Verstehensgrundlagen* dabei unabdingbar ist.

In einer Evaluationsstudie wurde untersucht, ob solche Fortbildungsaktivitäten in den Netzwerksitzungen und die eigene Fördererfahrung mit dem MSK-Förderkonzept die Diagnosepraktiken der Lehrkräfte im MSK-Programm verändern können. Mit einer vignettenbasierten, offenen Erhebung wurden die diagnostischen Einschätzungen von 63 Lehrkräften zu zwei parallel gestalteten Unterrichtsszenen am Beginn und am Ende des ersten Fortbildungsjahres erfasst. Die diagnostischen Einschätzungen (Freitexte von 2-8 Sätzen) wurden im Hinblick auf die stofflichen Kategorien analysiert, die sie zur Diagnose heranzogen.

Es zeigte sich, dass die Lehrkräfte die Verstehensgrundlagen im Laufe des ersten Jahres Arbeit mit dem MSK-Förderkonzept und in MSK-Netzwerken immer treffsicherer und tiefergehender zur Diagnose nutzen konnten: Die diagnostischen Einschätzungen waren zu Beginn nur zu 58,6 % auf konzeptuelle Aspekte bezogen (und zu 41,4 % auf prozedurale Aspekte), nach dem Jahr zu 69,1 % ($p < 0.05$; $d = 0.33$). Zu Beginn wurden nur 52,1 % der diagnostizierten Verstehensgrundlagen auch genauer zerlegt in ihre Verstehenselemente (wie im Beispiel in die Stellenwerteigenschaften), nach dem Jahr zu 71,9 % ($p < 0.01$, $d = 0.38$).

Diese Einblicke in die Evaluationsstudie zeigen, dass ein Aufbau von fachdidaktischem Wissen über relevante stoffliche Kategorien möglich ist. Die bislang nur moderaten Effektstärken deuten allerdings auch an, dass weitere Ausschärfungen der Fortbildungskonzepte notwendig sind (Prediger et al., 2022).

4.1.2 Produktive und unproduktive Orientierungen für die Bewältigung der Jobs

Inwieweit die Lehrkräfte zur Bewältigung der drei Jobs produktive oder unproduktive Praktiken wählen, hängt neben dem fachdidaktischen Wissen über stoffliche Kategorien auch von ihren Orientierungen ab (Bromme, 1992; Schoenfeld, 2010). Dabei haben sich vier Orientierungspaare als besonders relevant herausgestellt:

- Die *Verstehensorientierung* wird oft durch eine *Kalkülorientierung* verdrängt, so dass Lehrkräfte eher auf prozedurale als auf konzeptuelle Aspekte fokussieren (z. B. automatisierbare Fertigkeiten statt Verstehensgrundlagen), gerade im Umgang mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (Beswick, 2007; Boyd & Bargerhuff, 2009; Wilhelm et al., 2017).
- Die *Diagnosegeleitetheit* wird bei vielen Lehrkräften durch reine *Lehrplanbefolgung* eingeschränkt (Gheysens et al., 2020), dies behindert oft, die Lernziele in den Verstehensgrundlagen als relevant zu setzen (Karsenty, 2010).
- Die *Kommunikationsförderung* wird zuweilen durch eine Fixierung auf *methodische Individualisierung* verdrängt, das methodische Primat auf Selbstlernen verhindert dann die Kommunikation (Krähenmann et al., 2019), die gerade für den Aufbau von Verständnis zentral ist (Moschkovich, 2015). Die Etablierung von Kleingruppenförderung kann diese Hürde meist überwinden.
- Im Regelunterricht jenseits der Kleingruppenförderung nutzen viele Lehrkräfte selten Förderpraktiken, die auf Aufarbeiten von Lücken in den Verstehensgrundlagen zielen. Dominanter sind dagegen *Unterstützungspraktiken*, die Hilfen zur Umgehung von Schwierigkeiten und kurzfristigen Aufgabenbewältigung geben, ohne jedoch die Ursachen der Schwierigkeiten aufzuarbeiten (Janney & Snell, 2006; Prediger & Buró, 2021). Diese Dominanz der Unterstützungs- vor Förderpraktiken ist auf eine *kurzfristige Orientierung* auf die Aufgabenbewältigung zurückzuführen,

die oft eine *langfristige Orientierung* an nachhaltigen Lernfortschritten verdrängt (Prediger & Buró, 2021), obwohl das langfristige Aufarbeiten in der Forschung als unabdingbar gilt (Gaidoschik et al., 2021).

Die drei ersten Orientierungen waren zuvor bereits als didaktische Prinzipien des MSK-Förderkonzepts expliziert. Empirisch herausgearbeitet wurde in den qualitativen Untersuchungen der ersten Fortbildungs-Designexperiment-Zyklen, durch welche unproduktiven Orientierungen sie beschränkt werden können. Die identifizierten Orientierungspaare sind nicht dichotom, sondern koexistieren in der Regel bei Lehrkräften, wenn auch in unterschiedlich produktiver Gewichtung.

Tabelle 1 gibt einen Überblick, wie sich die Orientierungen in Praktiken zum Bewältigen oder Umgehen der Jobs ausdrücken können. Dabei wurde der Job *Verstehensgrundlagen identifizieren* bzw. *diagnostizieren* weiter gefasst als *Lernziele identifizieren* und *Lernfortschritte diagnostizieren*, um auch abweichende Praktiken einordnen zu können. Auch für die Praktiken gilt, dass fast alle Lehrkräfte beide Praktiken zu einem Orientierungspaar nutzen, aber wiederum in sehr unterschiedlicher Gewichtung.

In der Evaluationsstudie wurden die Praktiken in standardisierten Selbstbericht-Fragebögen mit sechsstufigen Likert-Skalen („stimme gar nicht zu“ bis „stimme sehr zu“) mit je 3 Items zu Beginn und Ende des ersten Jahres MSK-Arbeit bei $n = 95$ Lehrkräften abgefragt, d zeigt die Effektstärke der Änderungen. Beispielitems sind etwa:

- „Mein Ziel im Förderunterricht ist es vor allem, die Rechenfertigkeiten der mathematisch Schwachen zu verbessern.“ (Praktik Kalkülbezogenes Ziele-Setzen in Kalkülorientierung).
- „Wenn ich in meinem Förderunterricht bemerke, dass meine mathematisch Schwachen Inhalte nicht gut beherrschen, strukturiere ich die Aufgaben so vor, dass sie sie trotzdem bewältigen können.“ (Förderpraktik Unterstützen zur Aufgabenbewältigung in kurzfristiger Orientierung).

Im Vergleich vom Beginn zum Ende des ersten Fortbildungsjahres haben sich die in Tabelle 1 kursiv markierten Praktiken signifikant in die erwünschte Richtung verändert, die fett kursiv markierten in die nicht erwünschte Richtung (Prediger et al., 2022). Auch wenn einige Effekte der sozialen Erwünschtheit aufgetreten sein könnten und selbstberichtete

Tab. 1: Veränderung der selbstberichteten Praktiken von 95 Lehrkräften zu drei Jobs in vier Orientierungen: Ergebnisse von Fragebögen zu Beginn und Ende des ersten MSK-Jahres (adaptiert von Prediger et al., 2022, Figure 9) (signifikante Änderungen in intendierter Richtung in *kursiv*, in nicht intendierter Richtung in ***kursiv fett***)

Orientierungen	Jobs	Lernziele identifizieren	<i>d</i>	Lernfortschritte diagnostizieren	<i>d</i>	Verstehensgrundlagen fördern	<i>d</i>
Diagnosegeleitetheit	ODER	Adaptives Ziele-Setzen	-0.11				
Lehrplanbefolgung		<i>Lehrplanbezogenes Ziele-Setzen</i>	0.73				
Verstehensorientierung	ODER	Verstehensbezogenes Ziele-Setzen	0.05	<i>Verstehensbezogenes Diagnostizieren</i>	0.33	Verstehensbezogenes Fördern	0.00
Kalkülorientierung		<i>Kalkülbezogenes Ziele-Setzen</i>	-0.27	<i>Kalkülbezogenes Diagnostizieren</i>	-0.33	Kalkülbezogenes Fördern	-0.09
Langfristige Orientierung	ODER	Langfristiges Aufarbeiten	0.02	Grundlagenbezogenes Diagnostizieren	0.03	Fördern für Lernfortschritt	0.13
Kurzfristige Orientierung		<i>Kurzfristiges Reparieren</i>	-0.64	Auf Aktuelles bezogene Diagnostizieren	-0.03	<i>Unterstützen zur Aufgabenbewältigung</i>	0.34
Kommunikationsförderung	ODER					<i>Kommunikative Sozialformen</i>	0.26
Methodische Individualisierung						<i>Individualisierte Sozialformen</i>	-0.82

Praktiken nicht den tatsächlichen entsprechen müssen, zeigen die Zustimmungen zu den Praktiken ein differenziertes Bild unterschiedlicher Veränderungen.

Signifikant häufiger berichten Lehrkräfte nach einem MSK-Jahr, dass sie sich beim Festlegen von Lernzielen am Lehrplan orientieren, statt diagnosegeleitet an den Lernbedarfen (z. B. im Item „Meine Schwerpunkte im Unterricht richte ich an den Vorgaben des Lehrplans aus.“). Diese nicht intendierte Änderung lässt sich zurückführen auf ein gestiegenes Problembewusstsein für die Lehrplanbindung, die Spielräume im Regelunterricht einschränkt. Die unterrichtsergänzende Kleingruppenförderung erweist sich somit als wichtige Maßnahme, um Lehrkräfte von dieser Hürde temporär zu befreien. Langfristig erweist sich jedoch die Reduktion des Lehrplandrucks bei besonderen Schwierigkeiten als wichtige Gelingensbedingung, damit sich Lehrkräfte dem Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen auch im Regelunterricht zuwenden können.

Erfolgreich waren die MSK-Netzwerke dabei, dass die Lehrkräfte angeben, das Primat der methodischen Individualisierung zu reduzieren und mehr auf kommunikative Sozialformen zu setzen (z. B. „In

meiner Förderung ist mir wichtig, mit den mathematisch Schwachen über gemeinsame Aufgaben zu kommunizieren.“) und das kurzfristige Reparieren als Lernziel weniger zentral setzen (z. B. „Meine Förderung möchte ich so gestalten, dass alle schnellstmöglich im aktuellen Unterrichtsstoff gut mitkommen.“) (vgl. Tabelle 1 für die Effektstärken). Auch die Zustimmung zur Kalkülorientierung ist gesunken beim Ziele-Setzen („Bei mathematisch Schwachen sind die Rechenfertigkeiten das Wichtigste.“) und beim Diagnostizieren. Dagegen ist nur das Diagnostizieren verstehensbezogener geworden (z. B. „Bei mathematisch Schwachen versuche ich vor allem herauszufinden, ob sie mathematische Konzepte und Darstellungen verstehen.“), während die Lehrkräfte für das Ziele-Setzen und Fördern keine signifikante Änderung bzgl. der Verstehensorientierung berichteten.

Die signifikant häufiger genannten Unterstützungspraktiken (Beispiel s. o.) verweisen auf die größte Herausforderung in den Lernwegen der Lehrkräfte, die wir durch unsere Fortbildung bislang noch nicht genügend bewältigen können: Die starke Fixierung darauf, dass alle die Aufgaben bewältigen sollen, verhindert bei einigen Lehrkräften ein Ansteigen der Förderpraktiken („Wenn ich bei mathematisch

Schwachen fehlende Verstehensgrundlagen erkenne, arbeite ich diese auf, auch wenn das nicht geplant war.“). Dieselbe Verharrung in den Unterstützungspraktiken wurde auch in anderen Projekten dokumentiert (Janney & Snell, 2006; Prediger & Buró, 2021); sie zu überwinden, ist ein zentrales Ziel für die Weiterentwicklung der Fortbildungsangebote. Dazu sollte auch der Übertrag des für die Kleingruppenförderung Gelernten in den Regelunterricht noch gezielter unterstützt werden.

4.2 Identifizierte Gelingensbedingungen der personalen und systemischen Strategie auf Qualifizierungsebene

Auch wenn die untersuchten Lehrkräfte unserer Evaluationsstudie insgesamt signifikant mehr produktive Praktiken und Orientierungen berichten (vgl. Abschnitt 4.1) und auch die Lernwirksamkeit bei den Kindern nachgewiesen werden konnte (vgl. Abschnitt 2.4), zeigen sich zwischen den Netzwerken deutliche Unterschiede, die auf die hohe Bedeutung der Netzwerkbegleitungen hinweisen. Die Qualifizierung der Netzwerkbegleitungen für das Förderkonzept und seine stofflichen Hintergründe, aber auch für das Erkennen und Begleiten der mathematikdidaktischen Lernwege der Lehrkräfte, ist damit eine weitere wichtige Gelingensbedingung für das Implementationsprojekt als Ganzes, deren Beforschung erst ganz am Anfang steht (Laschke et al., 2022). Die Forschung zu den Netzwerkbegleitungen wird in den nächsten Jahren vertieft.

4.3 Identifizierte Gelingensbedingungen in den systemischen Rahmungen

Lehrkräfte entwickeln ihre unterrichtlichen Praktiken nicht nur als Individuen, sondern immer eingebunden in die jeweiligen systemischen Rahmungen ihrer Schule, ihres Bezirks bzw. ihrer Region und ihres Landes (Cobb & Jackson, 2021; Penuel & Fishman, 2012). Für das Gelingen der Implementation sind daher auch Gelingensbedingungen der systemischen Rahmungen zu identifizieren. Dies erfordert komplexe Forschungsdesigns, die mehrere Ebenen verknüpfen, und zwar nicht nur im Modus der externen Beforschung typischer Hindernisse (Gräsel, 2019), sondern auch im Modus von Design-Research auf weiteren Ebenen (Cobb et al., 2017).

Im Projekt *Mathe sicher können* konnten wir in der Kooperation mit fünf Bundesländern (darunter eines mit sehr unterschiedlichen Bezirksregierungen) viele praktische Erfahrungen sammeln, die im Einklang stehen mit existierenden empirischen Ergebnissen

zu Gelingensbedingungen für die breite und nachhaltige Implementation von Förderkonzepten (Cobb et al., 2017; Coburn, 2003; Penuel & Fishman, 2012). Gemeint sind damit nicht logisch notwendige Bedingungen, sondern förderliche Konstellationen, deren Abwesenheit nicht deterministisch zum Scheitern führt, aber das Gelingen erheblich erschwert, und deren Eintreffen das Gelingen erheblich wahrscheinlicher macht. Einige dieser andernorts identifizierten Gelingensbedingungen konnten wir durch handlungsforschend angelegte Fallvergleiche zwischen Schulen, zwischen Bezirken und Bundesländern sowie ihre Validierung in mehreren Beratungsrunden mit den Schulleitungen, Netzwerkbegleitungen und Landesverantwortlichen ausdifferenzieren. Das Zwischenergebnis ist folgende Liste ohne Anspruch auf Vollständigkeit, sortiert nach drei unterstützenden Stakeholder-Gruppen: Schulleitung, Schulbehörde und regionale Fortbildungsstrukturen.

Gelingensbedingungen innerhalb der Schule, die Unterstützung der Schulleitungen erfordern:

- Verstehensgrundlagen werden auch in die regulären Klassenarbeiten aufgenommen, so dass die Kinder und Eltern sie als relevant ansehen.
- Lernfortschritte der Kinder werden an der Schule dokumentiert und gewürdigt.
- Lehrkräfte sind möglichst im Team involviert, nicht allein, um personelle Veränderungen besser abfangen zu können und gemeinsame Entwicklung zu ermöglichen.
- Das Team hat eine gleichzeitige unterrichtsfreie Stunde zum wöchentlichen Austausch und verlässlicher kollegialer Zusammenarbeit.
- Lehrkräfte werden für die Netzwerktreffen zwischen 5-10 Schulen verlässlich freigestellt und damit die Wichtigkeit des Projekts hervorgehoben.
- Förderung findet zuverlässig statt und wird nur selten dem Vertretungsunterricht geopfert.
- Förderkurse werden gegen Lehrkräftemangel verteidigt.
- Förderkurse werden als Aushängeschild der Schule betrachtet, z. B. zur Außen-Werbung genutzt.
- Kollegialer Wissenstransfer von einem Jahrgang auf den nächsten wird systematisch organisiert.

Gelingensbedingungen für Schulauswahl/-accountability, die Unterstützung der Schulbehörde erfordern:

- Schulen werden nicht allein nach individueller Initiative/Interesse ausgewählt, sondern auch bedarfsorientiert, indem die Schulbehörde Schulen mit starken Risikogruppen die Teilnahme nahelegt, aber nicht aufzwingt.
- Teilnahme am Projekt ist eine aktive Entscheidung der ganzen Schulkonferenz und nicht allein der Schulleitung.
- Systemische Bedingungen innerhalb der Schule sind Gegenstand einer expliziten schriftlichen Vereinbarung mit der Schulbehörde oder der universitären Projektleitung.
- Lernfortschritte der Kinder werden auch von der Schulbehörde angefragt und gewürdigt.

Gelingensbedingungen für Netzwerkbegleitungen, die Unterstützung regionaler Fortbildungsstrukturen erfordern:

- Netzwerkbegleitungs-Teams werden aus erfahrenen und neu anfangenden Fortbildenden zusammengesetzt, um eine langfristige Personalentwicklung zu ermöglichen. Neu-Anfangende erhalten z. B. Tandem-Unterstützung.
- Netzwerkbegleitungen sind eingebunden in einer professionellen Lerngemeinschaft und werden eng begleitet von der universitären Projektleitung oder einer Landeskoordination mit ausgewiesener Expertise für die Projekthalte.
- Netzwerkbegleitungen werden vorab gründlich für ihre Projektaufgaben qualifiziert und dann in den Einstieg in die Arbeit systematisch begleitet.
- Netzwerkbegleitungen entwickeln durch ihre Einbindung zunehmende Eigeninitiative und Selbstvertrauen, die Fortbildungsmaterialien mit weiterzuentwickeln.
- Netzwerkbegleitungen sind eingebunden in jeweilige regionale Fortbildungsstrukturen, damit die Projekthalte mittelfristig auch Nicht-Projektschulen erreichen können.

Auch wenn für jede dieser Gelingensbedingungen in Fallstudien anderer Forschungsgruppen bereits implementationsförderliche bzw. -hinderliche Wirkungen aufgezeigt wurden, sind bislang die komplexen Verknüpfungen der verschiedenen Gelingensbedingungen noch wenig systematisch untersucht (eine

hoch interessante Ausnahme bilden Cobb & Jackson, 2021), dazu sind in Zukunft weitere Forschungsschritte notwendig.

5. Fazit

Der Rückblick auf die Zusammenfassung des langjährigen Entwicklungs- und Implementationsprojekts *Mathe sicher können* zeigt am Beispiel eines Projekts, wie Förderkonzepte zum Umgang mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen breit implementiert werden können. Die bislang identifizierten Herausforderungen, Prozesse und Gelingensbedingungen werden hier zusammengefasst. Da sie kontextgebunden entstanden sind, sind sie zu diskutieren und später empirisch zu überprüfen im Hinblick auf Übertragbarkeit für andere Förderkonzepte.

Förderkonzepte für den Beginn der Sekundarstufe sollten sich auf die Aufarbeitung der arithmetischen Verstehensgrundlagen beziehen (Gaidoschik et al., 2021), denn die Kumulativität der Arithmetik macht ein Weiterlernen ohne sie unmöglich (Humbach, 2008; Moser Opitz, 2007). Das Aufarbeiten des Zahl- und Operationsverständnisses ist sowohl unter Laborbedingungen (Moser Opitz et al., 2017; Prediger & Wessel, 2018) als auch unter Feldbedingungen (Prediger et al., 2019; Prediger & Neugebauer, 2021) möglich und empirisch nachweislich wirksam. Mit diesen Befunden können lang formulierte Forderungen umgesetzt werden, brauchen jedoch auch weitere Ausweitung auf andere Themengebiete der Sekundarstufe (Algebra, Funktionen, Geometrie, Stochastik) und auf weitere Zielgruppen (z. B. schwache Lernende anderer Jahrgänge, des Gymnasiums, der Berufsfachschule usw.).

Trotz gut konsolidiertem Forschungsstand zu lernwirksamen Gestaltungsprinzipien für die Förderung (Gersten et al., 2009; Slavin & Madden, 1989) und tiefen Erkenntnissen zu typischen Fehlvorstellungen und themenspezifischen Ansatzpunkten (Gersten et al., 2009; Moser Opitz, 2007) ist erheblicher Entwicklungsaufwand nötig, um die bestehenden und in Laborsituationen als lernwirksam nachgewiesenen Förderkonzepte auch in alltagstaugliche Diagnose- und Fördermaterialien umzusetzen. Dazu sind Synthesierungen von Einzelbefunden in kohärente Curricula notwendig, in unserem Fall wurden 21 Entwicklungs-Frau-Jahre aufgewandt. Dieser Aufwand für die Integration in kohärente Materialien wird oft unterschätzt. Diese Herausforderung ist auf andere Förderkonzepte zu weiteren Themen oder Zielgruppen leider bruchlos übertragbar und weist auf eine

Ressourcen-Grenze für die Erreichung aller Zielgruppen hin.

Eine materiale Implementationsstrategie (durch Bereitstellung von Diagnose- und Fördermaterialien) und Einrichtung von Fördergruppen wirkt nicht allein, sie muss durch *personale und systemische Implementationsstrategien* ergänzt werden (Cobb & Jackson, 2021; Rösken-Winter et al., 2021): Die Fortbildung in personaler Strategie wird instruktiv, wenn sie sich auf die relevanten stofflichen Kategorien bezieht und sie zum tiefen Durchdenken der Verstehensgrundlagen (Karsenty, 2010) und ihre Einbindung in die *Jobs Verstehensgrundlagen identifizieren, diagnostizieren und fördern* bezieht (Prediger et al., 2022). Aber es scheint eine wichtige Gelingensbedingung zu sein, unproduktive und produktive Orientierungen explizit zu thematisieren (Beswick, 2007; Gheysens et al., 2020; Wilhelm et al., 2017). Diese Schwerpunktsetzungen sind vermutlich auch auf andere Förderkonzepte übertragbar, zumindest sprechen die weltweiten Studien zu Orientierungen von Lehrkräften dafür (ebd.). Welche stofflichen Kategorien in den jeweiligen Themengebieten die wichtigsten sind, müsste die Forschungsliteratur genügend hergeben, welche Orientierungen bei verschiedenen Lehrkräftegruppen am stärksten sind, ist vermutlich zielgruppenspezifisch zu untersuchen.

Die systemische Strategie sollte für verbindliche und unterstützende systemische Einbettung sorgen, und zwar in der Schule, im Verhältnis der Schule zur Schulaufsicht und in den Verankerungen zu den Fortbildungsstrukturen. Zwar wurden diese systemischen Bedingungen bereits in anderen Studien identifiziert (Cobb & Jackson, 2021; Penuel & Fishman, 2012), doch sind weitere Studien notwendig, die ausloten, inwiefern sie auch für andere Förderkonzepte gleich zu gewichten sind (z. B. wenn diese auf Einzelförderung mit hoch spezialisierten Lehrkräften zielen). Zu vermuten ist, dass die identifizierten Gelingensbedingungen auch für andere unterrichtsergänzende Förderkonzepte übertragbar sein dürften. In Grundschulen könnte aufgrund überschaubarerer Personalstruktur und des Klassenlehrkraft-Prinzips der kollegiale Wissenstransfer einfacher sein, für alle anderen Bereiche sind ähnliche Herausforderungen zu erwarten, aber müssen noch weiter beforscht werden.

Ein wichtiges projektspezifisches Ergebnis ist, dass die unterrichtsergänzende Kleingruppenförderungen nicht nur für die Kinder einen geeigneten Frei-

raum für die Aufarbeitung der Verstehensgrundlagen bieten, sondern auch für Lehrkräfte: Lehrkräfte können sich in den unterrichtsergänzenden Kleingruppen in Ruhe in (für sie oft unvertraute) stoffliche Kategorien der Grundschularithmetik einarbeiten und verfestigte Orientierungen des Regelunterrichts (Kurzfristigkeit, Kalkülorientierung, reine Lehrplannorientierung und Primat der methodischen Individualisierung, vgl. Boyd & Bargerhuff, 2009; Beswick, 2007; Gheysens et al., 2020; Wilhelm et al., 2017) zeitweilig aussetzen, um stattdessen die Realisierbarkeit und Wirksamkeit von Langfristigkeit, Verstehensorientierung, Diagnosegeleitetheit und Kommunikationsförderung zu erfahren (Prediger et al., 2022). Im Übergang von unterrichtsergänzender Kleingruppenförderung zum Regelunterricht erweist sich allerdings insbesondere die kurzfristige Orientierung an Aufgabenbewältigung statt einer langfristigen Orientierung an Lernfortschritten als große Hürde (Janney & Snell, 2006; Prediger & Buró, 2021) und bedarf in Zukunft weiterer Anstrengungen von Design-Research auf Fortbildungsebene.

Eine forschungsbasierte Weiterentwicklung und ggf. Erweiterung der vorgestellten drei Implementationsstrategien auf drei Ebenen wird kraftvoll durch Kombination zweier Forschungszugänge:

- a) Design-Research auf mehreren Ebenen zur Identifikation von Gelingensbedingungen (Unterrichts-, Fortbildungs-, Distriktebene, vgl. Penuel & Fishman, 2012) und
- b) Intervention- und Feld-Studien im (quasi-) experimentellen Prä-Post-Kontrollgruppendesign zum Nachweis der Wirksamkeit auf Ebene der Lernenden und Lehrkräfte.

Zu untersuchen ist in Zukunft auch, welche Gelingensbedingungen sich wie stark tatsächlich auswirken.

Danksagung

Die hier skizzierte Transfer- und Implementationsforschung wurde durchgeführt im Transfer-Programm des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM), das seit 2021 am IPN Leibniz-Institut angesiedelt ist. *Mathe sicher können* wurde initiiert und von 2011-2021 finanziell gefördert durch die Deutsche Telekom-Stiftung sowie die Kultusministerien von Nordrhein-Westfalen, Berlin, Bremen und Hamburg. Ich danke der Deutsche Telekom-Stiftung und dem ganzen Projektteam, insbesondere meinen Ko-Leitungen Christoph Selter und

Birte Pöhler-Friedrich, sowie Marcus Nührenböcker und Stephan Hußmann aus der Entwicklungsphase und allen Netzwerkbegleitungen und Landeskoordinatorinnen.

Literatur

- Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *102*(1), 115–134. <https://doi.org/10.1037/a0016838>
- Bass, H. & Ball, D. L. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan & X. Binyan (Hrsg.), *Trends and challenges in mathematics education* (S. 107–123). Shanghai: East China Normal University Press.
- Bell, C. A., Wilson, S. M., Higgins, T. & McCoach, D. B. (2010). Measuring the effects of professional development on teacher knowledge: The case of developing mathematical ideas. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(5), 479–512. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.5.0479>
- Beswick, K. (2007). Influencing teachers' beliefs about teaching mathematics for numeracy to students with mathematics learning difficulties. *Mathematics Teacher Education and Development*, *9*, 3–20.
- Bieber, G., Egyptien, E., Klein, G., Oechslein, K. & Pikowsky, B. (2018). Positionspapier der Landesinstitute und Qualitätseinrichtungen der Länder zum Transfer von Forschungswissen. Deutscher Bildungsserver. https://www.ls-bw.de/site/pbs-bw-new/get/documents/KULTUS.Dach-mandant/KULTUS/Dienststellen/ls-bw/Ser-vice/Wissens-transfer/Positionspapier_Transfer_31.10.18.pdf
- Bonsen, M. & Rolff H.-G. (2006). Professionelle Lerngemeinschaften von Lehrerinnen und Lehrern. *Zeitschrift für Pädagogik*, *52*(2), 167–184.
- Boyd, B. & Bargerhuff, M. E. (2009). Mathematics education and special education: searching for common ground and the implications for teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development*, *11*, 54–67.
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte*. Huber.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship. Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Loyd (Hrsg.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (S. 17–36). Routledge.
- Chazan, D. (1996). Algebra for all students? The algebra policy debate. *The Journal of Mathematical Behavior*, *15*, 455–477. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(96\)90030-9](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90030-9)
- Cobb, P. & Jackson, K. (2021). An empirically grounded system of supports for improving the quality of mathematics teaching on a large scale. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *1*(1), 77–110. <https://doi.org/10.1163/26670127-01010004>
- Cobb, P., Jackson, K. & Dunlap Sharpe, C. (2017). Conducting Design Studies to Investigate and Support Mathematics Students' and Teachers' Learning. In J. Cai (Hrsg.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (S. 208–233). NCTM.
- Coburn, C. E. (2003). Rethinking Scale: Moving Beyond Numbers to Deep and Lasting Change. *Educational Researcher*, *32*(6), 3–12. <https://doi.org/10.3102/0013189X032006003>
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W. & Ball, D. L. (2003). Resources, Instruction, and Research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *25*(2), 119–142. <https://doi.org/10.3102/01623737025002119>
- Desimone, L. M. (2009). Improving impact studies of teachers' professional development: Toward better conceptualizations and measures. *Educational Researcher*, *38*(3), 181–200. <https://doi.org/10.3102/0013189X08331140>
- Freeseemann, O. (2014). Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern. Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen. Springer.
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Hamlett, C. L., Fuchs, D., Cirino, P. T. & Fletcher, J. M. (2008). Remediating computational deficits at third grade: A randomized field trial. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, *1*(1), 2–32. <https://doi.org/10.1080/19345740701692449>
- Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenböcker, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. *Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *47*(111S), 3–19. Verfügbar unter: <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/issue/view/46>
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, O. & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, *79*(3), 1202–124. <https://doi.org/10.3102/0034654309334431>
- Gheysens, E., Coubergs, C., Griful-Freixenet, J., Engels, N. & Struyven, K. (2022). Differentiated instruction: the diversity of teachers' philosophy and praxis to adapt teaching to students' interests, readiness and learning profiles. *International Journal of Inclusive Education*, *26*(14), 1383–1400. <https://doi.org/10.1080/13603116.2020.1812739>
- Gräsel, C. (2019). Transfer von Forschungsergebnissen in die Praxis. In C. Donie, F. Foerster, M. Obermayr, A. Deckwerth, G. Kammermeyer, G. Lenske, M. Leuchter & A. Wildemann (Hrsg.), *Grundschulpädagogik zwischen Wissenschaft und Transfer* (S. 2–11). Springer VS.
- Gräsel, C. & Parchmann, I. (2004). Implementationsforschung – oder: der steinige Weg, Unterricht zu verändern. *Unterrichtswissenschaft*, *32*, 238–256.
- Graupner, J., Hucho, C., Röllig, K. & Brandt, M. (2016). Wissenstransfer in der Leibniz-Gemeinschaft - Definitionsvorschlag aus dem AK Wissenstransfer. Online unter https://www.leibniz-gemeinschaft.de/fileadmin/user_upload/downloads/Organisation/Arbeitskreise/Arbeitskreis_Leibniz_Wissenstransfer.pdf
- Hasselhorn, M., Köller, O., Maaz, K. & Zimmer, K. (2014). Implementation wirksamer Handlungskonzepte im Bildungsbereich als Forschungsaufgabe. *Psychologische Rundschau*, *65*(3), 140–149. <https://doi.org/10.1026/0033-3042/a000216>

- Humbach, M. (2008). Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10. Dr. Köster.
- Janney, R. E. & Snell, M. E. (2006). Modifying Schoolwork in Inclusive Classrooms. *Theory Into Practice*, 45(3), 215–223. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4503_3
- Karsenty, R. (2010). Nonprofessional mathematics tutoring for low-achieving students in secondary schools: A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 1–21. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9223-z>
- Krähenmann, H., Moser Opitz, E., Schnepel, S. & Stöckli, M. (2019). Inclusive Mathematics Instruction: A Conceptual Framework and Selected Research Results of a Video Study. In D. Kolloosche, R. Marcone, M. Knigge, M. Godoy Penteadó & O. Skovsmose (Hrsg.), *Inclusive Mathematics Education. State-of-the-Art Research from Brazil and Germany* (S. 179–196). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-11518-0>
- Laschke, C., Shure, V., Pöhler, B. & Rösken-Winter, B. (2022, in Druck). Facilitator practices during PD courses in response to teacher orientations for supporting at-risk students. In J. Hodgson et al. (Hrsg.), *Proceedings of CERME 2022*. ERME.
- Lipowsky, F. & Rzejak, D. (2021). Fortbildungen für Lehrpersonen wirksam gestalten. Ein praxisorientierter und forschungsgestützter Leitfaden. Bertelsmann Stiftung.
- Lorenz, J. H. & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Schroedel.
- Maccini, P., Mulcahy, C. A. & Wilson, M. G. (2007). A follow-up of mathematics interventions for secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 58–74. <https://doi.org/10.1111/J.1540-5826.2007.00231.X>
- Morris, A. K., Hiebert, J. & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491–529. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.40.5.0491>
- Moschkovich, J. (2015). Academic literacy in mathematics for English learners. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40(A), 43–62. <https://doi.org/10.1016/J.JMATHB.2015.01.005>
- Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Haupt.
- Moser Opitz, E., Freesemann, O., Grob, U. & Prediger, S. (2016). *BASIS-MATH-G 4+-5. Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 4. Klasse und für die 5. Klasse (Test und Manual)*. Hogrefe.
- Moser Opitz, E., Freesemann, O., Prediger, S., Grob, U., Matull, I. & Hußmann, S. (2017). Remediation for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50(6), 724–736. <https://doi.org/10.1177/0022219416668323>
- Penuel, W. R. & Fishman, B. J. (2012). Large-scale science education intervention research we can use. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(3), 281–304. <https://doi.org/10.1002/tea.21001>
- Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 367–392. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00258-1>
- Prediger, S. & Buró, R. (2021, online first). Fifty ways to work with students' diverse abilities? A video study on inclusive teaching practices in secondary mathematics classrooms. *International Journal of Inclusive Education*. (21 pages). <https://doi.org/10.1080/13603116.2021.1925361>
- Prediger, S., Dröse, J., Stahnke, R. & Ademmer, C. (2022, online first). Teacher expertise for fostering at-risk students' understanding of basic concepts: Conceptual model and evidence for growth. *Journal of Mathematics Teacher Education*. (28 pages). <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09538-3>
- Prediger, S., Fischer, C., Selter, C. & Schöber, C. (2019). Combining material- and community-based implementation strategies for scaling up: The case of supporting low-achieving middle school students. *Educational Studies in Mathematics*, 102(3), 361–378. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9835-2>
- Prediger, S., Freesemann, O., Moser Opitz, E. & Hußmann, S. (2013). Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristige Reparatur – Förderung bei mathematischen Lernschwierigkeiten in Klasse 5. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55(51), 12–17.
- Prediger, S. & Neugebauer, P. (2021, online first). Can students with different language backgrounds equally profit from a language-responsive instructional approach for percentages? Differential effectiveness in a field trial. *Mathematical Thinking and Learning*. (22 pages). <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1919817>
- Prediger, S., Rösken-Winter, B. & Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Research strategies in the Three-Tetrahedron Model for content-related PD research. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 22(4), 407–425. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3>
- Prediger, S., Selter, C., Hußmann, S. & Nührenbörger, M. (2014). Mathe sicher können – Brüche, Prozente, Dezimalzahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Cornelsen. <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/003>.
- Prediger, S. & Wessel, L. (2018). Brauchen mehrsprachige Jugendliche eine andere fach- und sprachintegrierte Förderung als einsprachige? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 21(2), 361–382. <https://doi.org/10.1007/s11618-017-0785-8>
- Renkl, A., Mandl, H. & Gruber, H. (1996). Inert knowledge: Analyses and remedies. *Educational Psychologist*, 31(2), 115–121. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3102_3
- Rösken-Winter, B., Stahnke, R., Prediger, S. & Gasteiger, H. (2021). Towards a research base for implementation strategies addressing mathematics teachers and facilitators. *ZDM – Mathematics Education*, 53(5), 1007–1019. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01220-x>
- Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L. & Moser Opitz, E. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM – Mathematics Education*, 48(5), 633–649. <https://doi.org/10.1007/S11858-016-0800-1>
- Schipper, W. (2002). Thesen und Empfehlungen für den schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen.

- Journal für Mathematik-Didaktik*, 23(3/4), 243–261.
<https://doi.org/10.1007/BF03338958>
- Schoenfeld, A. H. (2010). How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203843000>
- Selter, C., Prediger, S., Nührenböcker, M. & Hußmann, S. (Hrsg.). (2014). Mathe sicher können – Natürliche Zahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Cornelsen. <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002>.
- Slavin, R. E. & Madden, N. A. (1989). What works for students at risk: a research synthesis. *Educational Leadership*, 46(5), 4–13.
- Sprenger, L. (2018). *Zum Begriff des Dezimalbruchs*. Springer.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Rjosk, C., Weirich, S. & Haag, N. (Hrsg.) (2017). IQB-Bildungstrend 2016: Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im zweiten Ländervergleich. Waxmann.
- Van de Walle, J. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Pearson Education. <https://doi.org/10.1086/690113>
- Wilhelm, A. G., Munter, C. & Jackson, K. (2017). Examining relations between teachers' explanations of sources of students' difficulty in mathematics and students' opportunities to learn. *The Elementary School Journal*, 117(3), 345–370. <https://doi.org/10.1086/690113>

Anschrift der Verfasserin

Susanne Prediger
Technische Universität Dortmund / IPN Leibniz-Institut für die
Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik
Vogelpothsweg 87, 44227 Dortmund
Hausvogteiplatz 5-7, 10017 Berlin
susanne.prediger@dzlm.de

