Reziprokes Peer-Tutoring zur Förderung von Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen

VIVIAN VITT & UTA HÄSEL-WEIDE, PADERBORN

***Zusammenfassung**: Das Abrufen von ausgewählten und im Vorfeld verstehensorientiert erarbeiteten zentralen Inhalten der Grundschulmathematik ist eine wichtige Basis für flexibles Rechnen. Automatisierungsübungen wie z. B. „Blitzrechenaktivitäten“ werden oft in der Umsetzung als Partnerarbeit empfohlen. In unserer kontrollierten Einzelfallstudie untersuchen wir, inwiefern Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen von der peer-gestützten Aktivität „reziprokes Peer-Tutoring“ profitieren. Die Befunde zu den Einzelfällen Alea und Taira deuten Veränderungen in der Anzahl gelöster Aufgaben pro Minute zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition und damit eine höhere Lösungsgeschwindigkeit an.*

***Abstract:** An important basis for the development of flexible mental calculation is the ability to internalize and retrieve selected central contents of elementary school mathematics that have been acquired in an understanding-oriented way. It is recommended to implement automatization practices such as "Blitzrechnen" as partner work. In our single-case study, we investigate to what extent students with mathematical learning difficulties benefit from the implementation of "reciprocal peer tutoring". The findings of both single-cases Alea and Taira demonstrate changes in the number of solving tasks, in determining quantities, number decomposition, and simple addition that can indicate a higher solution speed.*

1. Einleitung

Im Mathematikunterricht der Grundschule zeigt ein beträchtlicher Teil der Schüler*innen Schwierigkeiten im Erwerb und in der gedächtnismäßigen Verfügbarkeit von zentralen mathematischen Inhalten (z. B. Gersten et al., 2005; Nelson & Powell, 2018). Die Schwierigkeiten sind dabei sehr unterschiedlich, betreffen aber insbesondere das Erfassen von Anzahlen, das Zerlegen von Zahlen und das Erkennen und (automatisierte) Lösen von einfachen Aufgaben (Gaidoschik, 2019; Scherer et al., 2016). Diese können das weitere Mathematiklernen negativ beeinflussen und besonders den Aufbau eines sicheren und flexiblen Rechnens erschweren.

Im Anschluss an einen verständnisbasierten Aufbau der zentralen Inhaltsbereiche des arithmetischen Basisstoffes sollen ausgewählte mathematische Inhalte einer Automatisierung zugeführt werden (Gaidoschik et al., 2021). Empirische Befunde deuten jedoch darauf hin, dass Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen über ein geringes Repertoire an automatisiertem Wissen verfügen und darauf seltener beim Lösen von Aufgaben zurückgreifen als ihre Mitschüler*innen ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen (Nelson & Powell, 2018; siehe auch Geary et al., 2012).

Fehlendes automatisiertes Wissen erweist sich wegen des kumulativen Aufbaus der mathematischen Kompetenzen als problematisch (z. B. Andersson, 2010; Baroody et al., 2009; Jordan et al., 2003). Besonders Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sollten „[...] mehr Zeit, mehr Wiederholungsschleifen und mehr gezielte Begleitung bei der Automatisierung“ erhalten (Gaidoschik et al., 2021, S. 11). Wir stellen daher den Automatisierungsprozess in den Mittelpunkt und untersuchen, inwieweit sich automatisierendes Üben mit modifizierten Blitzrechenkarten zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition als wirksam für Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen erweist.

Zur Gestaltung der Automatisierungsprozesse nutzen wir reziprokes Peer-Tutoring, das als besonders geeignet gilt, um erarbeitete Inhalte gemeinsam mit anderen Lernenden zu vertiefen und zu automatisieren (Haag, 2014; Topping, 2005). Im vorliegenden Beitrag soll eruiert werden, ob die peergestützte Aktivität dazu beitragen kann, individuelle Lernlücken zu schließen. Im Fokus steht also die Frage, ob Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen durch reziprokes Peer-Tutoring ihre Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zum Basisstoff erhöhen und somit automatisiertes Wissen aufbauen.

Um individuell verschiedene Voraussetzungen der Lernenden und unterschiedliche Entwicklungen bei der Förderung sensibel zu erfassen, wird das Design einer kontrollierten Einzelfallstudie gewählt (Wember, 1989; Wilbert & Grünke, 2015). Mit diesem Design können individuelle Veränderung über den

Förderzeitraum sichtbar gemacht werden. Im Rahmen der kontrollierten Einzelfallstudie kann also jeder Einzelfall betrachtet und ausgewertet werden.

Aus dem umfangreichen Datensatz der Studie werden in diesem Beitrag die Einzelfälle Alea und Taira ausführlich analysiert, miteinander verglichen und in Bezug auf die Ergebnisse aus Analysen der Lernverläufe von anderen Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eingeordnet.

2. Basiskompetenzen

> „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen manifestieren sich zunächst typischerweise in den drei zentralen Inhaltsbereichen des arithmetischen Basisstoffes, die das Mathematiklernen in der Grundschule kennzeichnen [...]“ (Gaidoschik, et. al., 2021, S. 5).

Dazu zählen das Verständnis natürlicher Zahlen, das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems und das Verständnis für Rechenoperationen. Angenommen wird, dass insbesondere die zentralen Inhalte der ersten beiden Grundschuljahre die Grundlage für den weiteren, erfolgreichen und auf Verständnis basierenden Lernprozess bilden.[1]

Ein Verständnis natürlicher Zahlen zeichnet sich insbesondere dadurch aus, dass Zahlen in Beziehung zueinander betrachtet werden können, also als Zusammensetzung aus anderen Zahlen (Gerster & Schulz, 2004). Dazu ist es notwendig, Zahlen nicht nur als ordinal aufeinanderfolgende Positionen in einer Reihe, sondern auch als Anzahlen zu erfassen. Das kardinale Zahlverständnis und die zugehörige Fähigkeit, Anzahlen präzise ohne Abzählen zu erfassen, ist mit der zentralen Einsicht in die Zerlegbarkeit von Zahlen verknüpft (Clements et al., 2019) und geht mit der Entwicklung mentaler Vorstellungsbilder von Zahlen einher (Baroody, 1987; Clements et al., 2019). Die zu konstruierenden mentalen Vorstellungen über Zahlen sollen langfristig die materialgestützten Darstellungen ablösen und beim Vergleichen und Ordnen von Zahlen sowie beim Lösen von Rechenaufgaben abgerufen und genutzt werden (Moser Opitz, 2016; Obersteiner et al., 2013).

Um sicher und flexibel rechnen zu können, müssen die Schüler*innen ein Operationsverständnis aufbauen und Zusammenhänge sowie Beziehungen zwischen den Zahlen und Aufgaben erkennen und nutzen. Kinder benötigen den Zugriff auf automatisierte einfache Aufgaben sowie „strategische Werkzeuge“ (Rathgeb-Schnierer, 2006), die auf der Fähigkeit zur flexiblen Zahlzerlegung (Zerlegen und Zusammensetzen; Nutzen von Hilfsaufgaben) basieren, um Aufgaben nicht-zählend zu lösen. Auf der Grundlage von assoziativen, kommutativen und distributiven Zusammenhängen ermöglicht das Wissen um die einfachen Aufgaben, die Kenntnis über Zahl- und Aufgabenbeziehungen sowie die Fähigkeit, Ableitungs- sowie Zerlegungsstrategien zu nutzen das Lösen von schwierigen Aufgaben (Gaidoschik et al., 2021; Häsel-Weide, 2016; Rechtsteiner & Rathgeb-Schnierer, 2017). Die Schüler*innen greifen somit auf einfache Aufgaben (z. B. Aufgaben mit Summand oder Summe zehn) und auf verschiedene Zahlzerlegungen (z. B. Zahlzerlegung zur Zahl 10) zurück. Erst deren gedächtnismäßige Verfügbarkeit ermöglicht den Zugang zum flexiblen Rechnen. Aus stoffdidaktischer Sicht ist daher die gedächtnismäßige Verfügbarkeit dieser Inhalte relevant für das automatisierende Üben, was auch die nachfolgenden empirischen Befunde unterstreichen. Der „diffusen inhaltlichen Zugehörigkeit“ (Krauthausen, 2018, S. 86), *welche* mathematischen Inhalte zu automatisieren sind, wird damit aus zwei Perspektiven begegnet.

2.1 Anzahlerfassung

Die Ergebnisse internationaler Studien (Landerl et al., 2004; Mulligan et al., 2006; Penner-Wilger et al., 2007) deuten darauf hin, dass Lernende mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen Probleme zeigen, Anzahlen simultan respektive quasi-simultan zu erfassen. Die Reaktionszeit, so Koontz und Berch (1996), erhöht sich mit jedem weiteren Element, sodass nahe liegt, dass die Anzahlen mittels Zählstrategien von den Kindern bestimmt werden. Obersteiner et al. (2014) fanden eine Korrelation zwischen der Fähigkeit, eine Anzahl repräsentiert im Zwanzigerfeld quasi-simultan zu erfassen, sowie der mathematischen Leistung, die anhand eines standardisierten Mathematiktests erfasst wurde. Diese empirischen Ergebnisse zeigen, wie bedeutsam die Erarbeitung einer strukturierten Anzahlerfassung sowie eine Förderung zur automatisierten, also quasi-simultanen Erfassung größerer Anzahlen ist.

Um also Mengen strukturiert wahrnehmen und Anzahlen durch nicht-zählende Herangehensweisen und den Abruf automatisierten Wissens bestimmen zu können (Schöner & Benz, 2018), sind Maßnahmen notwendig, mit denen die Kinder strukturnutzende Strategien zur Anzahlbestimmung aufbauen. Dies lässt sich bereits vor Schulbeginn auf spielerische Weise anbahnen (Sprenger, 2021) und in der Grundschule als zentrale Strategie systematisch erarbeiten und durch entsprechende Übungen an vertrauten Darstellungen (z. B. Zwanzigerfelder) automatisieren.

2.2 Zahlzerlegung

Die Zahlzerlegung bildet das verbindende Element zwischen dem Zahl- und Operationsverständnis und ist erforderlich für ein einsichtsvolles und flexibles Rechnen (z. B. Schäfer, 2012). Die Fähigkeit zur Zahlzerlegung ist eng mit der Anzahlbestimmung verzahnt (Häsel-Weide, 2016; Sprenger & Benz, 2020), da bereits im Zuge der quasi-simultanen Anzahlerfassung das Erkennen von Strukturen erforderlich ist, indem das zu bestimmende Ganze mental strukturiert und in die entsprechenden Teile zerlegt wird. Werden also z. B. Strukturen auf Basis der Kraft der Fünf und der Zehn im Rahmen der Zahlzerlegung erfasst und genutzt (z. B. $6 = 5 + 1$ und $14 = 10 + 4$), treten Zahlbeziehungen und Zusammenhänge zwischen den Zahlen verstärkt in Erscheinung und die Entwicklung eines beziehungsreichen Zahlverständnisses wird begünstigt.

Obwohl automatisiert abrufbare Zahlzerlegungen von so großer Bedeutung sind, zeigen die Studien von Langhorst et al. (2011; 2012), dass ein Großteil der Erst- und Zweitklässler nicht über ein umfassendes Wissen von Zahlzerlegungen verfügt. Ermutigend sind die Ergebnisse einer gruppenvergleichenden Studie, die zeigt, dass bereits ein kurz andauerndes Training zur Zahlzerlegung große Leistungszuwächse bei Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen der ersten Klasse erzielen kann (Ennemoser & Krajewski, 2007). Canobi (2004) erfasste in einer Studie mit sechs- bis achtjährigen Lernenden einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem Erkennen von Zahlbeziehungen auf der Basis der Zahlzerlegung und dem flexiblen Einsatz von strategischen Werkzeugen. Die Befunde bestätigen, dass Schüler*innen häufiger auf strategische Werkzeuge als auf das Zählen zurückgriffen, wenn sie über automatisierte Zahlzerlegungen verfügten.

2.3 Einfache Additionsaufgaben

Beim Rechnen werden Aufgaben in einfache(re) Teilaufgaben zerlegt oder Ergebnisse mit Bezug auf verwandte einfache Aufgaben abgeleitet. Dazu ist neben einem kardinalen Zahlverständnis und einem Teil-Ganzes-Verständnis automatisiertes Wissen über einfache Aufgaben erforderlich. Studien zeigen jedoch, dass Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen häufig nur über wenig automatisiertes Wissen verfügen. So identifizierten Gaupp et al. (2004) in ihrer Studie im dritten und vierten Schuljahr einen signifikanten Unterschied in der Anzahl der automatisiert abrufbaren Aufgaben im Zahlenraum bis 20 zwischen Kindern mit und ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen.

Gaidoschik (2010) zeigte in einer Längsschnittstudie mit Erstklässler*innen einen Zusammenhang zwischen höherem Zahlwissen zu Beginn des ersten Schuljahrs und faktennutzenden Strategien am Ende der Klasse 1. Dabei wurde deutlich, dass am Ende des ersten Schuljahres etwa ein Viertel der untersuchten Kinder sogenannte nicht-triviale Grundaufgaben (z. B. $3 + 9$; $8 + 8$, $14 – 9$) vorwiegend zählend löst. Diese fehlende Verfügbarkeit von zentralen Elementen des Basisstoffs schränkt in der Folge die strategischen Möglichkeiten und die Lösungsgeschwindigkeit erheblich ein und kann zu grundlegenden Schwierigkeiten beim weiteren Mathematiklernen führen.

2.4 Schlussfolgerungen

Um den Anforderungen des Mathematikunterrichts gerecht zu werden, müssen Kinder einerseits ein grundlegendes Verständnis für Zahlen und Operationen sowie für Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen aufbauen (Häsel-Weide, 2016). So stellt z. B. die Aufgabe $15 + 9$ nicht nur eine Rechenanforderung an die Kinder, sondern zugleich den Term in Beziehung zu anderen Zahlen und Operationen zu sehen (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2012). Um aber den Zusammenhang $15 + 9 = 15 + (10 – 1)$ oder $15 + 9 = 15 + (5 + 4)$ beim Rechnen zu nutzen, ist neben dem Verständnis für die numerischen und operativen Beziehungen die Verfügbarkeit von flexiblen Zerlegungen einer Zahl, das Wissen um einfache Additionsaufgaben sowie bezüglich der Deutung am Punktfeld eine sichere Anzahlerfassung hilfreich. Entsprechend zeigen die empirischen Erkenntnisse, dass der Automatisierung der strukturierten Anzahlerfassung, der Zahlzerlegung und einfacher Additionsaufgaben eine hohe Bedeutung zukommt. Wichtig erscheinen kurze, regelmäßige Phasen eines gezielten automatisierenden Übens, die fachkundig begleitet werden (Gaidoschik et al., 2021).

3. Peer-Tutoring als Methode der gegenseitigen Unterstützung

Peer-Tutoring wird unter dem Peer Learning subsumiert (Topping, 2005) und bedeutet „[…] a viable instructional alternative in which peers are used as instructional agents or helpers in orchestrating students' learning" (Utley et al., 1997, S. 1-2). Peer-Tutoring wird eingesetzt, um ausgewählte erarbeitete Inhalte gemeinsam mit anderen Lernenden zu vertiefen und zu automatisieren (Haag, 2014; Topping, 2005). Die Vorgehensweise ist dabei stark strukturiert: Die Lernenden nehmen innerhalb einer Dyade die Rollen der Tutorin bzw. des Tutors sowie der Tutandin bzw. des Tutanden ein. Die Tutorin bzw. der Tutor stellt die Aufgabe, gibt Feedback und beurteilt die Lösung. Das tutorielle Feedback kann in Form einer unmittelbaren Rückmeldung zur Richtigkeit der gelösten Aufgabe (*corrective feedback, reinforcing feedback*) oder einer umfassenden Hilfe (*didactic explanation*) erfolgen (Chi, 1996). Die Tutandin bzw. der Tutand bearbeitet die Aufgaben, erläutert die Lösungen und beantwortet die Fragen. Damit steuert die Rollenzuweisung die wechselseitige Interaktion von Tutor*in und Tutand*in und trägt zu einer erhöhten „time on task" bei (Haag, 2014). Die konkrete Umsetzung geschieht individualisiert in einer Eins-zu-eins-Situation, die sich an den Kompetenzen der Tutandin bzw. des Tutanden orientiert. Neue Einsichten, Konzepte oder Fähigkeiten können, so Damon und Phelps (1989), im Rahmen von Peer-Tutoring hingegen nicht vermittelt werden.

Im Kontext der Automatisierung der Anzahlerfassung, der Zahlzerlegung und der einfachen Additionsaufgaben sind genau diese Charakteristika entscheidend. Die Aufgaben können individuell ausgewählt werden, die Lernenden erhalten unmittelbar ein Feedback und der Prozess der Automatisierung dieser mathematischen Inhalte kann durch eine erhöhte „time on task" in den Dyaden positiv beeinflusst werden.

Die Methode unterstützt nicht nur das fachliche Lernen von Tutor*in und Tutand*in, sondern hat auch positive Auswirkungen auf soziale Kompetenzen und fördert die Interaktion (z. B. Bowman-Perrott et al., 2014; Ginsburg-Block et al., 2006). Damit leistet Peer-Tutoring einen entscheidenden Beitrag zur fachlichen und sozialen Teilhabe beider Dyadenmitglieder.

Peer-Tutoring wurde international vielfach erforscht, hält aber diskrepante Befunde für Lernende mit Förderbedarf bereit (z. B. Baker et al., 2002; Bowman-Perrott et al., 2013; Cook et al., 1985-1986; Kroesbergen & van Luit, 2003; Kunsch et al., 2007). Erste Befunde einer gruppenvergleichenden Studie im deutschsprachigen Raum zeigen, dass sich Peer-Tutoring im Mathematikunterricht der zweiten Klasse erfolgreich implementieren lässt, die soziale Integration stärkt und kompensatorische Effekte bei leistungsschwachen Schüler*innen erzielt (Spörer, 2009). Es scheint also, als könne ein klassenweit organisiertes Peer-Tutoring den heterogenen Lernvoraussetzungen begegnen und die gegenseitige Unterstützung der Lernenden gezielt herausfordern.

> One possible solution to meeting the diverse needs of students in a heterogeneous mathematics classroom is the use of peer-mediated instruction, which involves pairs of students working collaboratively on structured, individualized activities. […] Clearly, peer-mediated instruction has the potential to allow teachers to effectively deliver instruction to meet the needs of all students, including students with disabilities. (Kunsch et al., 2007, S. 1-2)

Die strukturierenden Merkmale von Peer-Tutoring, zu denen primär die Dyadenbildung und die Rollenverteilung zählen, bilden günstige Voraussetzungen für eine effiziente Implementierung im inklusiven Unterricht. Büttner et al. (2012, o. S.) formulieren daher eine „vorsichtig optimistische Einschätzung" zum Peer-Tutoring im inklusiven Unterricht.

Von den diversen Varianten des Peer-Tutorings scheint das reziproke Peer-Tutoring für die Automatisierungsprozesse besonders geeignet, in leistungsheterogenen Dyaden aber bislang selten erforscht zu sein. Charakteristisches Merkmal dieser Variante ist der Wechsel der zugewiesenen Rollen, sodass beide Lernende die Möglichkeit erhalten als Tutor*in und Tutand*in zu agieren. Indem die Lernenden in beiden Rollen tätig sind, trägt dies zu einer symmetrischen Struktur und einem wechselseitigen Austausch zwischen Tutor*in und Tutand*in bei. Die Voraussetzung für einen Rollenwechsel ist, dass beide Lernende in der Situation beide Rollen einnehmen können, indem sie z. B. über vergleichbare Kompetenzen verfügen (Fantuzzo et al., 1992) oder durch das Lernsetting besonders unterstützt werden. Da von vergleichbaren Kompetenzen bezüglich der Automatisierung der zentralen Elemente des Basisstoffs im inklusiven Mathematikunterricht nicht ausgegangen werden kann, kommt der Gestaltung differenzierenden

Materials mit der Möglichkeit Feedback zu geben eine besondere Bedeutung zu (vgl. 5.4).

Aus der Forschungsperspektive ist einerseits zu untersuchen, ob Lernende mit heterogenen mathematischen Kompetenzen von Peer-Tutoring kurz- und längerfristig profitieren. Um die Auswirkungen von Peer-Tutoring auf die Verfügbarkeit von zentralen Elementen des Basisstoffs über einen längeren Zeitraum transparent abbilden zu können, erscheint die Erfassung des Automatisierungsprozesses im längsschnittlichen Verlauf vielversprechend (siehe auch Grünke et al., 2014).

Andererseits bleibt zu klären, inwieweit die Lernenden in der Lage sind, einander in einem reziprok organisierten Setting hilfreiches Feedback zu geben. Dabei ist von besonderem Interesse, inwiefern die Schüler*innen mit heterogenen mathematischen Kompetenzen in der Ausübung der Tutor*innenrolle durch das Lernsetting unterstützt werden können (Vitt, i. V.).

4. Fragestellung

Die sichere Verfügbarkeit von zentralen Elementen des Basisstoffs konnte als zentrale Kompetenzfacette herausgestellt werden, die insbesondere bei Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zu fördern ist. Eine Förderung als reziprokes Peer-Tutoring scheint erfolgsversprechend zu sein.

Aus dem Kanon der vielfältigen Fragen des Projekts (Vitt, i. V.) fokussieren wir uns in diesem Beitrag auf die Frage, inwiefern diese Intervention auf der Basis von reziprokem Peer-Tutoring dazu beiträgt, die Lösungsgeschwindigkeit von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in den Bereichen Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfache Addition zu erhöhen. Die Anzahl der korrekt gelösten Aufgaben in einer zeitlich begrenzten Erhebungssituation wird hier als Indikator für das Konstrukt der Lösungsgeschwindigkeit herangezogen. Angenommen wird, dass sich mit steigender Automatisierung die Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition erhöht, da verstärkt auf automatisiertes Wissen zurückgegriffen wird und effiziente und elaborierte Strategien wie das Zerlegen und das Verändern von Summanden zum Einsatz kommen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Voß, 2016).

Entsprechend ist die leitende Forschungsfrage:

Wie wirkt sich reziprokes Peer-Tutoring auf die Geschwindigkeit im Erfassen von Anzahlen, im Zerlegen von Zahlen und im Lösen von einfachen Additionsaufgaben von Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen der zweiten Klasse aus?

Dabei wird angenommen, dass die Intervention die Lösungsgeschwindigkeit zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition steigert.

1) Die Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zeigen in den Interventionsphasen eine höhere Lösungsgeschwindigkeit in Relation zu den Grundraten.
2) Die Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zeigen nach den Interventionsphasen eine höhere Lösungsgeschwindigkeit in Relation zu den Grundraten.

Anhand dieser Forschungsannahmen soll die 1) kurzfristige und 2) längerfristige Wirksamkeit von reziprokem Peer-Tutoring evaluiert werden.

5. Design der Studie

Um die Wirkung einer Intervention zu beurteilen, werden häufig Vergleichsgruppenstudien eingesetzt, in denen die Gruppenmittelwerte ermittelt und anschließend mit Mitteln der schließenden Statistik die Wirksamkeit beurteilt wird. „[...] individuelle Lern- und Entwicklungsverläufe bleiben unberücksichtigt, inter- und intraindividuelle Differenzen werden als Fehlervarianz behandelt“ (Wember, 1994, S. 104).

Um individuell sehr verschiedene Voraussetzungen und Lernverläufe zu erfassen, sind gruppenvergleichende Designs nur in begrenztem Maße geeignet, da sie nicht flexibel, wenig sensibel für individuelle Differenzen und nicht repräsentativ für den einzelnen Lernenden sind. Als Alternative insbesondere für die Betrachtung individueller Veränderungen schlägt Wember (1989) die Einzelfallstudie vor, deren Vorteile darin liegen, dass Veränderungen über einen längeren Zeitraum sichtbar werden und dass sich „[...] heterogene Effekte über Einzelfälle [...] hinweg nicht ausmitteln [...]“ (Sedlmeier & Renkewitz, 2018, S. 945).

Ein Design gemäß der Einzelfallforschung erscheint für die möglicherweise heterogenen Lernvoraussetzungen und individuellen Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit von Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen ein sinnvoller erster Forschungszugang. Dieser ermöglicht, einen Einblick in individuelle Schwankungen zu erhalten, um Limitationen einer möglicherweise nachfolgenden gruppenvergleichenden Studie einschätzen zu können. Zudem ermöglicht die Einzelfallforschung einen unterrichtsnahen Zugang, der gleichzeitig bezüglich der Datenerhebung auch in kleineren Projektanlagen umzusetzen ist.

5.1 Kontrollierte Einzelfallforschung

Die kontrollierte Einzelfallforschung ist eine empirische Forschungsmethode, die in der Sonderpädagogik etabliert ist (Wember, 1989; Wilbert & Grünke, 2015). Wie bei einem klassischen Experiment wird eine unabhängige Variable systematisch variiert. Treten mit dem Ein- und Aussetzen der Intervention Veränderungen im Zielkriterium auf, verweist dies auf die Wirksamkeit der unabhängigen Variable (Kern, 1997). Konträr zur Gruppenforschung wird die Personenstichprobe deutlich reduziert und die Anzahl der Messungen stark erhöht.

Anstelle von Gruppenvergleichen werden in der Einzelfallforschung Phasenvergleiche durchgeführt. Dabei werden zwei grundlegende Erhebungsphasen unterschieden: die Grundrate (A-Phase) und die Interventionsphase (B-Phase). Die Erhebung der Grundrate ist erforderlich, um die Wirkung einer Intervention adäquat beurteilen zu können. Sie liefert Informationen, wie der Lernverlauf ohne Einsatz der Intervention verlaufen wäre. Dabei erlaubt eine Serie von Messungen vor der Intervention eine Vorhersage des Verlaufs der Ausprägung der abhängigen Variablen, mit denen die während und nach der Intervention erhobenen Messwerte verglichen werden können: „[...] Ergibt sich eine Abweichung in der erwünschten Richtung, wird vorerst auf Wirksamkeit der Intervention geschlossen“ (Wember, 1994, S. 108). Die Grundrate dient somit als Vergleichsmaßstab, also als Kriterium für die Evaluation der Intervention (Jain & Spieß, 2012).

Aufgrund dessen, dass Erhebungsphasen verglichen werden, fungiert die individuelle Versuchsperson als Experimental- und Kontrollperson und stellt somit eine eigene Analyseeinheit dar (Wember, 1994). Die Untersuchungsdesigns lassen sich flexibel an die Anforderungen der Praxis anpassen und unterscheiden „[...] sich in erster Linie darin, wie häufig und auf welche Art sich *A*- und *B*-Phasen abwechseln“ (Döring & Bortz, 2016, S. 767; Hervorhebung im Original).

5.2 Datenerhebung der Interventionsstudie

Das Projekt wurde im regulären Unterrichtsgeschehen durchgeführt. Es erstreckte sich von den studienvorbereitenden Erhebungen, über die Durchführung der kontrollierten Einzelfallstudie bis zu den studiennachbereitenden Erhebungen über durchschnittlich sechs bis sieben Wochen.

5.2.1 Stichprobe

An dem Forschungsprojekt beteiligten sich insgesamt sechs Schulklassen aus drei verschiedenen Grundschulen aus den Kreisen Siegen-Wittgenstein und Paderborn, von denen zwei Klassen an der Pilotierung und vier Klassen an der Hauptstudie teilnahmen. Dabei handelt es sich um zwei zweite und zwei dritte Schulklassen.

Die Daten der Hauptstudie wurden jeweils gegen Mitte bis Ende des ersten Schulhalbjahres erhoben. So wurde sichergestellt, dass das Automatisieren der zentralen Elemente des Basisstoffs nicht verfrüht erfolgte. Die Mathematiklehrkräfte der teilnehmenden Klassen schlossen vor Studienbeginn nach Möglichkeit die Erarbeitung der relevanten Inhalte ab, sodass angenommen wurde, dass die Kinder zum Zeitpunkt der Untersuchung über ein Verständnis dieser Inhalte verfügten.

5.2.2 Studienvorbereitende Erhebungen

Um eine niveaudifferenzierte Förderung für Schüler*innen mit und ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sicherzustellen, wurden im Vorfeld die mathematischen Kompetenzen der Lernenden erhoben. Hierzu waren Verfahren erforderlich, die besonders im unteren Bereich der Mathematikleistungen differenzieren. Dazu wurde der Deutsche Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+; Krajewski et al., 2002) sowie der selbstständig entwickelte Basis-Test genutzt. Letzterer stellt in den Subtests zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition eine repräsentative Auswahl an Aufgaben aus dem Itempool der Aufga-

Anzahlerfassung	Grundrate			Intervention				Erweiterung											
Zahlzerlegung	Grundrate							Intervention				Erweiterung							
Einfache Addition	Grundrate											Intervention				Erweiterung			
Messzeitpunkte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Tab. 1: Multiple-Probe Design über drei Kompetenzen

benkarten bereit (vgl. 5.4). Im Sinne eines Speedtests war das Zeitlimit so gewählt, dass eine umfängliche Aufgabenbearbeitung dann nicht leistbar war, wenn die Aufgaben zählend gelöst wurden.

Erzielten Kinder im DEMAT Leistungen, die gemäß der Testkonzeption als unterdurchschnittlich einzuschätzen sind und im Speed-Test weniger als 71 von 120 Aufgaben (Cut-off-Wert), wurden sie im Rahmen dieser Studie als Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eingeordnet. In den vier Klassen der Hauptstudie wurden insgesamt 20 Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen identifiziert. Der identifizierte Anteil von Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen entspricht nahezu den aktuellen Befunden der internationalen Vergleichsstudie TIMSS (Schwippert et al., 2020, S. 91), wonach ein Viertel der deutschen Grundschüler*innen unterdurchschnittliche mathematische Kompetenzen aufweist.

Zusätzlich wurden die gezeigten Leistungen in dem Basis-Test genutzt, um leistungsheterogene Dyaden anhand eines mittleren Lernabstands zu bilden. Dazu wurden die Lernenden klassenweise gemäß ihren Leistungen im Basis-Test gerankt und in die Gruppen 1 bis 4 eingeteilt. Die Dyaden bildeten jeweils Lernende aus nichtbenachbarten Gruppen (also 1 und 3; 2 und 4).

5.2.3 Kontrollierte Einzelfallstudie

Die Lösungsgeschwindigkeit in den Bereichen Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfache Addition wurde an 19 Tagen mittels curriculumbasierten Messungen erhoben (Deno, 2003; vgl. Tab. 1). Um Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit zu erfassen, wurde die Anzahl der korrekt gelösten Aufgabe pro Minute wiederholt erhoben.[2] Konkret wurden den Kindern in einer Einzelsituation eine Minute lang Blitzrechenkarten gezeigt. Die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben wurde erfasst und anschließend mit den Kindern in einem Liniendiagramm protokolliert.

Multiple-Probe Design

Zeitlich versetzt wurden drei kontrollierte Einzelfallstudien zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition durchgeführt. Die Grundraten umfassen drei und die Interventionsphasen und Erweiterungen jeweils vier Messzeitpunkte (vgl. Tab. 1). Die Messzeitpunkte der Grundraten dienten dazu, die Ausgangsbedingungen zu kontrollieren (vgl. 5.1). Im Anschluss an die Interventionsphasen folgten weitere curriculumbasierte Messungen in den sogenannten Erweiterungen, um die abhängigen Variablen einige Zeit nach der Förderung auf ihre Nachhaltigkeit hin zu überprüfen.

Während der drei Interventionsphasen fand das reziproke Peer-Tutoring zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition im Klassensetting statt.

5.2.4 Studiennachbereitende Erhebungen

Der schulische Kontext sowie das zugrundeliegende Forschungsdesign ermöglichen nur bedingt die Kontrolle von Störvariablen. Um die interne Validität des Quasi-Experiments zu erhöhen, wurden die personengebundenen Variablen „figurale Wahrnehmung / Speed“ sowie „soziale Integration“ kontrolliert. Nach Abschluss der Intervention wurden diese Variablen mithilfe des Intelligenztests CFT 1-R (Weiß & Osterland, 2013) sowie einer soziometrischen Befragung (Kulawiak & Wilbert, 2015) erhoben.

5.3 Setting der Intervention

Die Intervention wurde im regulären Mathematikunterricht mit allen Lernenden der Klasse durchgeführt. Die Methode wurde in einen Sportkontext eingebettet, um die Besonderheit der Rollen während des Peer-Tutorings kindgerecht erläutern zu können: Ein Team (Dyade), bestehend aus Trainer*in (Tutor*in) und Sportler*in (Tutand*in), trainiert gemeinsam. Um gute Leistungen zu erzielen, sind regelmäßige Phasen des Trainings erforderlich. In der Rolle als Sportler*in wiederholen und automatisieren die Kinder auf ihrem Niveau die zentralen mathematischen Inhalte, während sie als Trainer*in die analogen Aufgaben ihrer Lernpartnerin bzw. ihres Lernpartners voraus- und rückblickend betrachten (z. B. 10 = 4 + 6 bzw. 100 = 40 + 60; siehe auch Tab. 2) und bei Bedarf Hilfestellungen geben.

Zudem wurde die Sportmetaphorik genutzt, um die Einführung in die Methode (Aufwärmen), die konkrete Phase des automatisierenden Übens (Training) und das curriculumbasierte Messen (Wettkampf) zu rahmen.

5.3.1 Aufwärmen

In den Stundeneinstiegen wurden die Schüler*innen auf das gemeinsame automatisierende Üben in den Dyaden vorbereitet. Im Plenum wurde der Ablauf des reziproken Peer-Tutorings simuliert. Hier wurden die Rollen von Sportler*in und Trainer*in geklärt, der Rollenwechsel vorgeführt, die

Verhaltensregeln „guter“ Trainer*innen etabliert und Hilfen der Schüler*innen anhand von fiktiven Lösungsschwierigkeiten zu den jeweiligen Aufgaben gesammelt.

5.3.2 Training

Im weiteren Verlauf der Mathematikstunden wurde das reziproke Peer-Tutoring realisiert. An jeweils vier Tagen stand das Erfassen von Anzahlen, das Zerlegen von Zahlen und das Lösen von einfachen Additionsaufgaben im Fokus. Insgesamt übten die Lernenden in den Dyaden also drei- bis viermal wöchentlich über einen Zeitraum von drei bis vier Wochen, d. h. an insgesamt 12 Tagen je 20 Minuten.

In den leistungsheterogenen Dyaden nahmen die Schüler*innen abwechselnd die Rollen von Sportler*in und Trainer*in ein. In Abhängigkeit von den mathematischen Kompetenzen, die die Kinder im Rahmen der studienvorbereitenden Erhebungen zeigten, erhielten die Schüler*innen unterschiedliche Kartensets. In der zweiten Klasse bearbeiteten Kinder ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen als Sportler*in Aufgaben im Hunderterraum, während Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen als Sportler*in Kartensets bestehend aus Aufgaben im Zwanzigerraum erhielten. Es wurden also Kartensets mit Aufgabenkarten einer „regulären“ und „elementaren“ Variante der Basiskompetenzen verwendet, die *„curricular verschiedenen Schuljahren* zuzuordnen sind“ (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2021, S. 60; Hervorhebung im Original; siehe auch 5.4). Die Trainer*innen kontrollierten die Ergebnisse mithilfe der Aufgabenlösung auf der Rückseite der Karte und lieferten Hilfen, wenn Lösungsschwierigkeiten auftraten. Auch wenn die Kinder als Sportler*in im Zwanzigerraum übten, kontrollierten und unterstützten sie in der Trainerrolle ihre*n Lernpartner*in im Hunderterraum. Neben der Wirksamkeit des Trainings, die in diesem Beitrag im Fokus steht, wurde in der Studie untersucht, wie die Interaktion der Kinder in diesen Dyaden verläuft und welche Hilfen gegeben werden (Vitt, i. V.).

5.3.3 Wettkampf

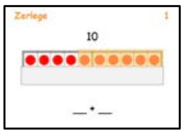
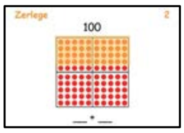
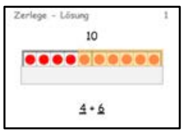
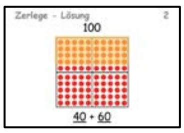
In den curriculumbasierten Messungen, die die zentralen Daten der Studie bilden, wurde die Anzahl der korrekt gelösten Aufgaben pro Minute in Einzelsituationen gemessen. Von der Mitverfasserin und von geschulten studentischen Hilfskräften wurden die Messungen außerhalb des Klassenraumes vorgenommen. Im Anschluss wurde die bewältigte Aufgabenanzahl für die Schüler*innen sichtbar in einem Liniendiagramm visualisiert.

Als Messinstrument wurden die Aufgabenkarten zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition genutzt, die auch im Rahmen des Trainings Verwendung fanden. Im Vorfeld jeder Messung wurden die Aufgabenkarten gemischt, um auf diese Weise die Reihenfolge der Aufgaben zu verändern.

5.4 Konzeption der Aufgabenkarten

Die materielle Grundlage der Intervention und des curriculumbasierten Messens bildeten die Aufgabenkarten zu den drei Basiskompetenzen Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfache Addition. Die Karten basieren auf der Rechenkartei „Blitzrechnen“ (Wittmann & Müller, 2006) und orientieren sich im Layout und der Darstellung der Aufgaben an den originalen Blitzrechenkarten. Die Aufgabenkarten liegen also im Format DIN A6 vor und besitzen jeweils eine Vorder- und eine Rückseite. Die Vorderseite repräsentiert die zu lösende Aufgabe. Auf der Rückseite ist neben der zu lösenden Aufgabe zusätzlich die Lösung dieser Aufgabe vermerkt. Diese Seite ist daher einzig für die Trainer*innen vorgesehen.

Um das Automatisieren mit grundlegenden Vorstellungen zu vernetzen, werden die Aufgaben zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition ikonisch und symbolisch repräsentiert. Die Karten zur Zahlzerlegung wurden z. B. in Bezug auf eine einheitliche ikonische Darstellung modifiziert.

	Zwanzigerraum	Hunderterraum
Sportler*in (Vorderseite)		
Trainer*in (Rückseite)		

Tab. 2: Vorder- und Rückseite von Aufgabenkarten zur Zahlzerlegung für Lernende mit heterogenen mathematischen Kompetenzen der zweiten Klasse

Zahlenraumübergreifend wird die Gesamtanzahl durch eine transparente Abdeckung in zwei Teilmengen additiv zerlegt (vgl. Tab. 2). Das ermöglicht eine strukturierte Erfassung der Teilmengen ebenso wie der Gesamtmenge. Zugleich bereiten die Beziehungen zwischen den Zahlen und ihren Teilmengen auf die einfache Addition vor (z. B. 10 = 4 + 6 → einfache Addition „gleich Zehn“: 4 + 6 = 10).

Die Modifizierung der Aufgabenkarten zur Anzahlerfassung sah im Zwanzigerraum eine Beschränkung auf Reihen- und Blockdarstellungen im Zwanzigerfeld vor. Gleiche Anzahlen werden verschieden dargestellt, um die flexible Deutung der Zehnerstruktur zu schulen (Kaufmann & Wessolowski, 2006; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). Durch die Zahldarstellungen werden verschiedene Zerlegungen einer Anzahl visuell angedeutet, Zahleigenschaften und -beziehungen verdeutlicht, sowie erste Kategorien einfacher Additionsaufgaben angebahnt.

Die modifizierten Aufgabenkarten zur einfachen Addition greifen im Zwanzigerraum Aufgaben mit Summand fünf oder zehn, Zehnerergänzungsaufgaben sowie Verdopplungsaufgaben auf (Gerster, 2013; Scherer & Moser Opitz, 2010). Die zugrunde liegenden Zahleigenschaften und -beziehungen zwischen den Summanden werden im Zwanzigerfeld verdeutlicht, sodass die Einfachheit der Aufgaben ersichtlich wird und sich dadurch die Ergebnisse der Aufgaben zügig ermitteln lassen. Die Kategorien der einfachen Additionsaufgaben werden im erweiterten Zahlenraum aufgegriffen und entsprechend adaptiert: „mit Einern“, „mit Zehnern“, „gleich Zehner“ und „verdoppeln“.

Die Fortsetzbarkeit der Aufgaben in verschiedenen Zahlenräumen (vgl. Tab. 2) ist nicht nur im Sinne des Spiralprinzips wichtig, sondern soll besonders die Kinder in den Dyaden unterstützen, die mit unterschiedlichen Kartensets üben.

5.5 Auswertungsmethoden

Das Ziel der Analyse sind Erkenntnisse darüber, wie sich die Intervention zur Automatisierung von ausgewählten Elementen des Basisstoffs auf die Lösungsgeschwindigkeit von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auswirkt. Um diese Frage für den jeweiligen Einzelfall beantworten zu können, wird zur Beurteilung die individuelle Bezugsnorm herangezogen, also die erhobene Lösungsgeschwindigkeit im Zuge der curriculumbasierten Messung im Vergleich zu einem früheren Zeitpunkt (vgl. 5.1).

Die Lernverlaufsdaten werden auf zwei Wegen ausgewertet, einerseits durch die visuelle Inspektion der Daten und andererseits über die Berechnung statistischer Kennwerte.

5.5.1 Visuelle Inspektion der Daten

Mit der visuellen Inspektion werden die Daten auf visueller Ebene miteinander verglichen um intraindividuelle Unterschiede zwischen den Erhebungsphasen festzustellen. Die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben pro Minute wird als Indikator für die Lösungsgeschwindigkeit in den drei Kontexten Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfache Addition vor (Grundrate), während (Interventionsphase) und nach (Erweiterung) dem gemeinsamen automatisierenden Üben in Form des reziproken Peer-Tutorings erhoben und dokumentiert (vgl. Abb. 1 und 2).

Die Datenauswertung erfolgt auf Basis der in einem Liniendiagramm visualisierten Daten (Börnert-Ringleb et al., 2018). Auf der Abszisse wird der zeitliche Verlauf abgebildet und auf der Ordinate die Häufigkeit des Zielkriteriums. Werden die Messwerte zu einer Verlaufskurve verbunden, entstehen individuelle Graphen, die den Verlauf der Lösungsgeschwindigkeit jedes Lernenden abbilden. Zur Analyse werden phaseninterne und -vergleichende Analysekriterien herangezogen (z. B. Jain & Spieß, 2012; Julius et al., 2000; U.S. Department of Education, 2017):

Phaseninterne Analysekriterien

- *Level* (*M*) bezieht sich auf den Mittelwert der Daten, der innerhalb einer Erhebungsphase ermittelt wird.
- *Trend* (*b*) bedeutet die systematische Zu- oder Abnahme über die Messzeitpunkte innerhalb einer Erhebungsphase und wird mithilfe der Regressionsgeraden sichtbar. Eine Verlängerung des Trends der Grundrate in die darauffolgende Interventionsphase fungiert als Prognose, wie sich das Zielkriterium ohne Intervention voraussichtlich weiterentwickelt hätte.
- Das Kriterium der *Variabilität* (*R*) zieht den Minimal- und Maximalwert einer Erhebungsphase heran, um die Range zwischen diesen Messwerten sowie die Schwankungen der einzelnen Messwerte um die Regressionsgerade zu bestimmen.

Phasenvergleichendes Analysekriterium

- *Veränderungen im Niveau* bedeuten abrupte Veränderungen beim Ein- und Aussetzen der Intervention. Hierzu wird der letzte Messwert einer Erhebungsphase mit dem ersten Messwert der darauffolgenden Erhebungsphase verglichen.

Bei der Analyse werden in einem ersten Schritt die Datenmuster jeder Erhebungsphase isoliert betrachtet und kriteriengeleitet beschrieben. In einem zweiten Schritt lassen sich die Daten der Interventionsphase und der Erweiterung paarweise in Relation zu den Daten der Grundrate setzen und vergleichen. Durch diese Phasenvergleiche können schließlich intraindividuelle Unterschiede in den Daten ermittelt werden.

5.5.2 Effektstärkeschätzer

Um die Gefahr einer subjektiven Einschätzung im Rahmen einer visuellen Inspektion der Daten zu verringern, wird der Einsatz von Effektstärkeschätzern empfohlen (z. B. Jain & Spieß, 2012). Analog zur visuellen Inspektion dient die Grundrate auch im Rahmen der Effektstärkeschätzer als Referenz bei der Datenauswertung und wird daher stets für den Vergleich zweier Erhebungsphasen herangezogen (Interventionsphase vs. Grundrate sowie Erweiterung vs. Grundrate).

Da ein wiederholtes Messen mit ähnlichen Aufgaben Trends in der Grundrate verursachen kann (Brunstein & Julius, 2014) und Trends einen kritischen Faktor für die adäquate Beurteilung der Wirksamkeit darstellen, werden die aussagekräftigen Effektstärkeschätzer PET und Tau-*U* genutzt, die neben dem Nonoverlap die Trends von verschiedenen Erhebungsphasen in die Wirksamkeitsevaluation einbeziehen. Wie viel Prozent der Daten der Interventionsphase bzw. der Erweiterung über dem linearen Trend der Grundrate liegen, wird anhand des PET-Index ermittelt. Hierzu wird die Regressionsgerade in die übrigen Erhebungsphasen verlängert (Wilbert, 2021). Mit Hilfe des Tau-*U*-Index lässt sich der Nonoverlap zwischen zwei Erhebungsphasen berechnen und bei Bedarf der Trend der Interventionsphase einbeziehen und ein ausgeprägter Trend der Grundrate kontrollieren (Parker et al., 2011; Wilbert & Lüke, 2021).

Die Effektstärkeschätzungen wurden mit Hilfe des scan-Pakets für *R* berechnet (Wilbert & Lüke, 2021). Tabelle 3 zeigt, wie die ermittelten Werte der beiden Effektstärkeschätzer PET und Tau-*U* interpretiert werden.

	Kein Effekt	Kleiner Effekt	Mittlerer Effekt	(Sehr) Hoher Effekt
PET[a]	< 0.7	—	0.7 – 0.9	> 0.9
Tau-*U*[b]	—	≤ 0.20	0.20 – 0.60	> 0.60

Tab. 3: Interpretation der Nonoverlap-Indizes (Casale, et al., 2017; Barnard-Brak, et al., 2021)

(Anmerkung: [a] Die Interpretation des PET-Werts erfolgt in Anlehnung an Casale et al. (2017), da keine Konventionen vorliegen; [b] Barnard-Brak et al. (2021) unterscheiden beim Effektstärkeschätzer Tau-*U* zwischen einem hohen Effekt (0.6 – 0.8) und einem sehr hohen Effekt (> 0.8))

6. Analyse von Lernverlaufsdaten

Im Folgenden werden die Einzelfallanalysen von Alea und Taira präsentiert. Bei beiden Zweitklässlerinnen wurden Schwierigkeiten beim Mathematiklernen festgestellt.

Im Rahmen von Einzelfallstudien wird jeder Fall zunächst isoliert betrachtet. Aussagen zur Veränderung können demnach für einzelne Lernende gemacht werden. Um jedoch Hypothesen zu generieren, inwiefern eine Veränderung nicht für den Einzelfall, sondern ggf. über diesen hinaus auch für andere Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen gelten kann, werden im Anschluss an die Betrachtung der Einzelfälle Ähnlichkeiten und Unterschiede in den Lernverläufen diskutiert (Vitt, i. V.).

6.1 Informationen zu Alea und Taira

Alea besuchte zum Zeitpunkt der Hauptstudie die zweite Klasse einer Grundschule im Kreis Siegen-Wittgenstein und war acht Jahre alt. Taira war sieben Jahre alt und ging auf eine Grundschule im Kreis Paderborn. Die in den studienvorbereitenden Erhebungen erbrachten Leistungen der beiden Schülerinnen wiesen auf Schwierigkeiten beim Mathematiklernen hin. Alea löste im Basis-Test 54 von 120 Aufgaben und ihre Leistung im DEMAT 1+ entsprach einem Prozentrang von 6. Taira erzielte vergleichbare unterdurchschnittliche Leistungen. Sie bewältigte 44 Aufgaben im Basis-Test und erreichte einen Prozentrang von 7 im Deutschen Mathematiktest für erste Klassen.

Alea arbeitete während des reziproken Peer-Tutorings mit Ida zusammen. Taira wurde Sarah als feste Lernpartnerin zugewiesen. Die Leistungen der beiden Lernpartnerinnen wiesen in den studienvorbereitenden Erhebungen keine Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auf. Als Sportlerinnen erhielten Alea und Taira Aufgabenkarten im Zwanzigerraum zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition. Die curriculumbasierten Messungen (Wettkampf) wurden auch mit diesen Karten im Zwanzigerraum vorgenommen. In den reziproken Phasen, in denen sie die Rolle der Trainerinnen einnahmen, stellten die Schülerinnen ihren Lernpartnerinnen Ida und Sarah Aufgaben im Hunderterraum und kontrollierten die Antworten mit Hilfe der Kartenrückseite.

6.2 Intraindividueller Vergleich

Aleas und Tairas Anzahl der gelösten Aufgaben pro Minute ist grafisch in einem Liniendiagramm dargestellt. Abb. 1 und 2 zeigen den Verlauf der Lösungsgeschwindigkeit der beiden Schülerinnen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen über die drei Erhebungsphasen. Die phaseninternen Analysekriterien (vgl. 5.5.1) werden numerisch erfasst.

Aleas Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition wird grafisch im Verlauf von 19 Tagen in Abb. 1 und deskriptiv statistisch in Tab. 4 dargestellt.

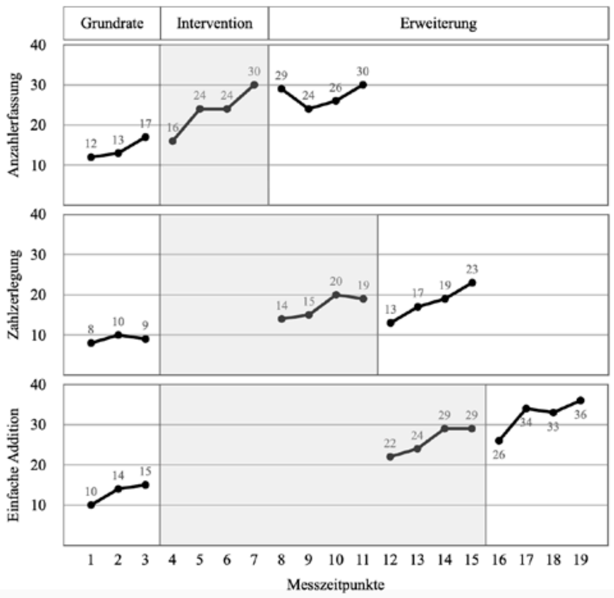


Abb. 1: Anzahl korrekt gelöster Aufgaben pro Minute während verschiedener Erhebungsphasen von Alea im Kontext der Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfachen Addition
(*Anmerkung*: Die Phasenübergänge sind durch vertikale Trennlinien gekennzeichnet)

	Grundrate	Intervention	Erweiterung
Anzahlerfassung			
APM	12; 13; 17	16; 24; 24; 30	29; 24; 26; 30
Level	14	23.5	27.25
Trend	2.5	4.2	0.5
Variabilität	12 – 17	16 – 30	24 – 30
Zahlzerlegung			
APM	8; 10; 9	14; 15; 20; 19	13; 17; 19; 23
Level	9	17	18
Trend	0.5	2	3.2
Variabilität	8 – 10	14 – 20	13 – 23
Einfache Addition			
APM	10; 14; 15	22; 24; 29; 29	26; 34; 33; 36
Level	13	26	32.25
Trend	2.5	2.6	2.9
Variabilität	10 – 15	22 – 29	26 – 36

Tab. 4: Deskriptive Statistiken zu Aleas Daten (Anmerkung: APM = Anzahl der korrekt gelösten Aufgaben pro Minute)

Aus Abb. 2 ist Tairas Verlauf der Lösungsgeschwindigkeit anhand der korrekt gelösten Aufgaben pro Minute abzulesen. In Tab. 5 werden zu Tairas Daten die deskriptiven Statistiken zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition ergänzt.

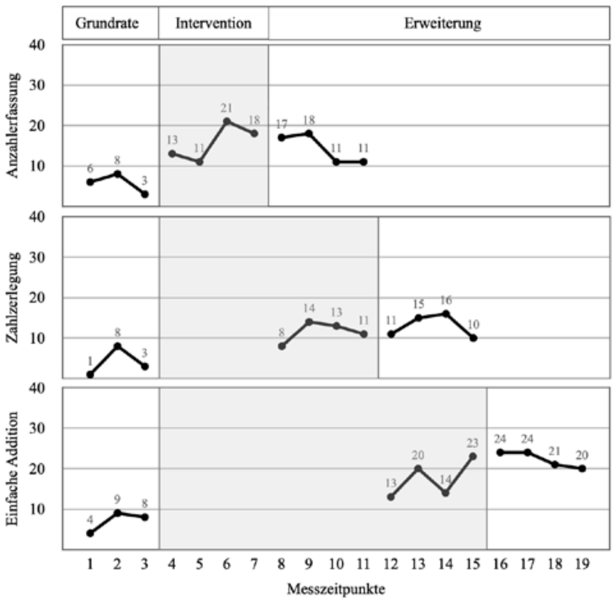


Abb. 2: Anzahl korrekt gelöster Aufgaben pro Minute während verschiedener Erhebungsphasen von Taira im Kontext der Anzahlerfassung, Zahlzerlegung und einfachen Addition

	Grundrate	Intervention	Erweiterung
Anzahlerfassung			
APM	6; 8; 3	13; 11; 21; 18	17; 18; 11; 11
Level	5.67	15.75	14.25
Trend	-1.5	2.5	-2.5
Variabilität	3 – 8	11 – 21	11 – 18
Zahlzerlegung			
APM	1; 8; 3	8; 14; 13; 11	11; 15; 16; 10
Level	4	11.5	13
Trend	1	0.8	-0.2
Variabilität	1 – 8	8 – 14	10 – 16
Einfache Addition			
APM	4; 9; 8	13; 20; 14; 23	24; 24; 21; 20
Level	7	17.5	22.25
Trend	2	2.4	-1.5
Variabilität	4 – 9	13 – 23	20 – 24

Tab. 5: Deskriptive Statistiken zu Tairas Daten (Anmerkung: APM = Anzahl der korrekt gelösten Aufgaben pro Minute)

Die grafische Aufbereitung von Aleas und Tairas Daten deutet einschließlich der deskriptiven Statistiken auf Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit hin, die im Folgenden bezogen auf die jeweiligen Basiskompetenzen beschrieben und eingeschätzt werden.

6.2.1 Anzahlerfassung

Visuelle Inspektion der Daten

Pro Minute löst Alea vor Beginn des reziproken Peer-Tutorings im Mittel 14 Aufgabenkarten (SD = 2.16). Aleas Level erhöht sich sukzessiv in der Interventionsphase von M = 23.5 APM (SD = 4.97) auf M = 27.25 APM (SD = 2.38). Damit bewältigt Alea letztlich im Durchschnitt annähernd drei Viertel aller zur Verfügung gestellten Aufgaben zur Anzahlerfassung.

Aleas Anzahl der richtig gelösten Aufgaben zur Anzahlerfassung erhöht sich bereits, ohne dass die Förderung im Rahmen des Peer-Tutorings begonnen hat. Eine durchschnittliche Zunahme der Lösungsgeschwindigkeit von b = 2.5 deutet darauf hin, dass Alea ca. drei zusätzliche Aufgabenkarten an jedem weiteren Messzeitpunkt lösen wird, ohne dass über die einmütige Datenerhebung hinaus ein gezieltes gemeinsames automatisierendes Üben stattfindet. Unter Interventionsbedingungen nimmt die Stärke des Trends weiter zu (b = 4.2). Alea steigert sich von 16 Aufgaben am ersten Tag der Intervention auf 30 Aufgaben pro Minute an Tag vier. Nach Ende des Peer-Tutorings zur Anzahlerfassung bleibt ihre Lösungsgeschwindigkeit hoch (b = 0.5). Die Variabilität der Daten ist während des reziproken Peer-Tutorings deutlich größer ausgeprägt (R = 16 – 30 APM) als vor (R = 12 – 17 APM) oder nach der Intervention (R = 24 – 30 APM).

Schwankungen in Form einer kurzzeitigen Stagnation der Lösungsgeschwindigkeit sind nur schwach ausgeprägt, was für einen kontinuierlichen Verlauf spricht. Bei Alea ergeben sich im Kontext der Anzahlerfassung beim Übergang der Erhebungsphasen keine bedeutsamen Veränderungen im Niveau. Mit dem Ein- und Aussetzen der Intervention nimmt die Anzahl der gelösten Aufgaben pro Minute jeweils kurzzeitig ab und steigt dann weitgehend stabil an.

Taira löst vor der Intervention maximal acht Aufgaben pro Minute. Sie startet somit auf einem niedrigen Level (M = 5.67 APM), zeigt aber in Relation zur Grundrate eine beachtliche Steigerung in der Lösungsgeschwindigkeit. Taira löst beinahe dreimal so viele Aufgaben pro Minute zur Anzahlerfassung in der Interventionsphase (M = 15.75 APM; SD = 3.96) gegenüber der Grundrate. Nach Ende des Peer-Tutorings verbleibt Tairas Lösungsgeschwindigkeit auf ähnlichem Niveau (M = 14.25 APM; SD = 3.27).

Aufgrund des geringen Niveaus in der Anzahlerfassung zum dritten Messzeitpunkt vor der Intervention, scheint es, als ob Tairas Lösungsgeschwindigkeit ohne Intervention zunächst abnimmt (b = -1.5). Trotz des stark schwankenden Verlaufs weist der Trend in der Intervention in die gewünschte Richtung (b = 2.5) und kehrt sich in der Erweiterung schließlich erneut um (b = -2.5). Die Lösungsgeschwindigkeit von Taira scheint somit von der Intervention beeinflusst zu sein. Dafür spricht auch die abrupte Veränderung der Lösungsgeschwindigkeit von drei APM auf 13 APM zum Zeitpunkt des Einsatzes von reziprokem Peer-Tutoring. Die APM fällt zwar wieder auf 11 APM, steigt dann aber weiter deutlich auf 21 APM an, bevor sie ein weiteres Mal leicht abfällt. Betrachtet man insgesamt die Variabilität der Daten, zeigt sich während der Interventionsphase eine leicht höhere Variabilität der Daten (R = 11 – 21 APM) als in der Erweiterung (R = 11 – 18 APM). Taira scheint also während des reziproken Peer-Tutorings ihre Lösungsgeschwindigkeit deutlich zu steigern. Allerdings geht diese nach Aussetzen der Intervention ebenso zügig wieder zurück.

Effektstärkeschätzer

	Effektstärke-schätzer	Intervention vs. Grundrate	Erweiterung vs. Grundrate
Alea	PET	0.50	1.0
	Tau-*U*	0.79	1.0
Taira	PET	1.0	1.0
	Tau-*U*	0.72	1.0

Tab. 6: Wirksamkeitsevaluation im Kontext der Anzahlerfassung
(Anmerkung: Eine Trend-Korrektur der Grund-rate war in beiden Einzelfällen nicht erforderlich)

Werden die Daten der Interventionsphase den Daten der Grundrate gegenübergestellt und wird der Trend der Interventionsphase (Alea: $Tau\text{-}U_{Trend\ B} = 0.91$; Taira: $Tau\text{-}U_{Trend\ B} = 0.33$) in die Analyse einbezogen, zeigen 79 % von Aleas Daten und 72 % von Tairas Daten eine Verbesserung, sodass jeweils von einem hohen kurzfristigen Effekt reziproken Peer-Tutorings auf Tairas und Aleas Lösungsgeschwindigkeit im Kontext der Anzahlerfassung ausgegangen werden kann. Werden die Grundrate und die Erweiterung miteinander verglichen, zeigt sich eine Gesamtverbesserung von 100 % der Daten. Damit weisen auch diese Werte bei Taira und bei Alea auf einen sehr hohen Effekt hin, der als längerfristig bezeichnet werden kann, da er über die Intervention hinaus anhält.

Der *PET*-Wert unterscheidet sich von den vorherigen Werten. Mithilfe dieses Effektstärkeschätzers lässt sich der Prozentsatz an Daten der Interventionsphase und der Erweiterung bestimmen, der über dem vorhergesagten linearen Trend der Grundrate liegt. Den Befunden zufolge weisen 50 % von Aleas Daten und 100 % von Tairas aus der Interventionsphase eine Verbesserung gegenüber der Grundrate auf. Dieser Wert konstatiert keinen kurzfristigen Effekt reziproken Peer-Tutorings auf Aleas Geschwindigkeit im Erfassen von Anzahlen im Zwanzigerraum, aber einen hohen kurzfristigen Effekt auf Tairas Lösungsgeschwindigkeit. Die Daten aus der Erweiterung befinden sich von beiden Schülerinnen über der Regressionslinie der Grundrate. Daher ist hier von einem hohen längerfristigen Effekt auszugehen.

Zusammenfassende Einschätzung

Die Befunde durch die visuelle Inspektion von Aleas Daten stimmen positiv. Insbesondere die stetige Steigerung der Lösungsgeschwindigkeit in der Interventionsphase und die Stabilisierung der Lösungsgeschwindigkeit auf einem hohen Level während der Erweiterung deuten auf positive Veränderungen im Erfassen von Anzahlen im Zwanzigerraum hin. Die Effektstärkeschätzer liefern allerdings in Aleas Fall kein eindeutiges Ergebnis, sodass nur mit Einschränkungen angenommen werden kann, dass eine Verbesserung der Lösungsgeschwindigkeit bei Aufgaben zur Anzahlerfassung durch reziprokes Peer-Tutoring vorliegt.

In Tairas Fall scheint das reziproke Peer-Tutoring in Relation zur Grundrate positive Veränderungen im Trend, im Level und im Niveau hervorzurufen und die Variabilität der Daten zu vergrößern. Diesen Eindruck der visuellen Inspektion bestätigen auch die Effektstärkeschätzer. Die grafische Aufbereitung der Daten betreffend, ist jedoch der Verlauf von einer Unbeständigkeit geprägt, die sich in der Erweiterung fortsetzt und dazu führt, dass Tairas Lösungsgeschwindigkeit einige Tage nach Abschluss des reziproken Peer-Tutorings abnimmt, wobei sie am letzten Messzeitpunkt nach wie vor über dem Niveau der Grundrate liegt.

6.2.2 Zahlzerlegung

Visuelle Inspektion der Daten

In der Grundrate löst Alea bis zu zehn Aufgaben pro Minute (M = 9 APM; SD = 0.82). Unter Interventionsbedingungen steigert sich die Schülerin auf ein mittleres Level von M = 17 APM (SD = 2.55). In der Erweiterung löst sie im Durchschnitt die doppelte Aufgabenanzahl im Vergleich zur Grundrate (M = 18 APM; SD = 3.56). Aleas Lösungsgeschwindigkeit nimmt mit Beginn des Peer-Tutorings unmittelbar zu und fällt nach dem Ende der Intervention abrupt unter den niedrigsten Wert der Interventionsphase. Im Anschluss steigt Aleas Anzahl bewältigter Aufgaben zur Zahlzerlegung allerdings kontinuierlich ohne zeitliche Verzögerung an und überschreitet letztlich den höchsten Wert der Interventionsphase. Diese Entwicklung hat eine erhöhte Variabilität gegenüber den vorherigen Erhebungsphasen zur Folge (R = 13 – 23 APM). Der Beginn und das Ende der Intervention scheinen somit unmittelbar mit Aleas Lösungsgeschwindigkeit im Zusammenhang zu stehen.

In der Grundrate ist lediglich ein minimaler Trend erkennbar (b = 0.5), sodass eine bedeutsame Steigerung im Lösen dieser Aufgaben, die auf eine Verbesserung der Geschwindigkeit im Zerlegen von Zahlen ohne reziprokes Peer-Tutoring hindeuten würde, nicht vorliegt. In der Interventionsphase steigt der Trend dann deutlich an (b = 2). Wird die prognostizierte Richtung des Datenverlaufs mit dem tatsächlichen Trend der Interventionsphase verglichen, ist ein Unterschied in Aleas Lösungsgeschwindigkeit erkennbar. Die Steigerung der Anzahl bewältigter Aufgaben zur Zahlzerlegung der Interventionsphase und die noch stärkere Steigung in der Erweiterung (*b* = 3.2) legen einen Effekt nahe, da diese Veränderungen vor Interventionsbeginn nicht auftreten.

Taira bewältigt ohne reziprokes Peer-Tutoring durchschnittlich vier Aufgaben zur Zahlzerlegung (*SD* = 2.94). In der darauffolgenden Erhebungsphase erreicht die Schülerin ein mittleres Level von ca. 12 APM (*SD* = 2.29) und in der Erweiterung ein vergleichbares Level von 13 APM (*SD* = 2.55). Dies weist zunächst auf eine positive Veränderung der Lösungsgeschwindigkeit durch die Intervention hin. Allerdings weist die Grundrate eine ausgeprägte Variabilität der Daten (*R* = 1 – 8 APM) auf, da die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben an den drei Messzeitpunkten sehr unterschiedlich ist. Dabei bleibt fraglich, wie Tairas Leistung tatsächlich einzuschätzen ist. Der aus den Daten der Grundrate resultierende positive Trend von *b* = 1 ist deshalb vorsichtig zu betrachten. Während das Level in der Interventionsphase im Vergleich zur Grundrate deutlich erhöht ist, stagniert der Trend oder nimmt ab (Interventionsphase: *b* = 0.8; Erweiterung: *b* = -0.2). Eine kontinuierliche Steigerung der Lösungsgeschwindigkeit ist nicht zu erkennen.

Effektstärkeschätzer

	Effektstärke-schätzer	Intervention vs. Grundrate	Erweiterung vs. Grundrate
Alea	PET	1.0	1.0
	Tau-*U*	0.82	1.0
Taira	PET	1.0	1.0
	Tau-*U*	0.58	1.0

Tab. 7: Wirksamkeitsevaluation im Kontext der Zahlzerlegung
(Anmerkung: Eine Trend-Korrektur der Grundrate war in beiden Einzelfällen nicht erforderlich)

Die positiven Eindrücke in Aleas Verlauf auf visueller Ebene bestätigen sich auf statistischer Ebene (vgl. Tab. 7). Es werden ausnahmslos (sehr) hohe kurz- und längerfristige Effekte nachgewiesen. 82 % ihrer Daten deuten auf eine Verbesserung hin, wenn zusätzlich zum Nonoverlap auch der Trend der Interventionsphase ($Tau\text{-}U_{Trend\ B}$ = 0.67) einbezogen wird.

In Tairas Daten werden ebenfalls hohe PET-Werte von 100 % ermittelt, die einem hohen kurz- und längerfristigen Effekt entsprechen. Mit 58 % Verbesserung verweist der Tau-*U*-Wert auf einen mittleren kurzfristigen Effekt. Dieser Wert steht im Zusammenhang mit der trendfreien Interventionsphase ($Tau\text{-}U_{Trend\ B}$ = 0). Werden die Daten der Erweiterung mit den Daten der Grundrate im Rahmen des Tau-*U*-Index ohne Einbezug von Trends verglichen, deutet sich ein sehr hoher längerfristiger Effekt an.

Zusammenfassende Einschätzung

Die Befunde der visuellen Inspektion der Daten deuten allumfassend darauf hin, dass reziprokes Peer-Tutoring Veränderungen in Aleas Geschwindigkeit im Zerlegen von Zahlen bewirkt. Den quantitativen Nachweis für die Wirkung der Intervention erbringen die Effektstärkeschätzer, die in Aleas Fall einen (sehr) hohen kurz- und längerfristigen Effekt ermitteln. Reziprokes Peer-Tutoring könnte also zu den positiven Veränderungen in Aleas Lösungsgeschwindigkeit beigetragen haben.

Bei Taira stellen sich positive Effekte nur bedingt im Kontext der Zahlzerlegung ein. Zwar verweisen die Effektstärkeschätzer auf eine Verbesserung ihrer Lösungsgeschwindigkeit und auch auf visueller Ebene ist erkennbar, dass sich im Durchschnitt die Anzahl an gelösten Aufgaben zur Zahlzerlegung gegenüber der Grundrate erhöht, jedoch scheint die Entwicklung von Tairas Lösungsgeschwindigkeit ab dem Einsatz von reziprokem Peer-Tutoring zu stagnieren.

6.2.3 Einfache Addition

Visuelle Inspektion der Daten

Bereits in der ersten von drei Messungen löst Alea in einer Minute zehn einfache Additionsaufgaben und steigert sich in den nächsten beiden Erhebungen auf 14 bzw. 15 richtige Additionsaufgaben pro Minute (*M* = 13 APM; *SD* = 2.16). Mit dem Einsetzen der Intervention erfolgt ein sprunghafter Anstieg von 15 APM auf 22 APM. Die Lösungsgeschwindigkeit steigt weiter an und stagniert dann kurzzeitig. Dadurch unterscheidet sich der Trend in der Interventionsphase (*b* = 2.6) nur minimal von dem Trend der Grundrate (*b* = 2.5). Betrachtet man das Level, so verdoppelt sich die durchschnittliche Anzahl gelöster Aufgaben im Vergleich zur Grundrate (*M* = 26 APM; *SD* = 3.08). Nach kurzer Verringerung der Werte nach Ende des reziproken Peer-Tutorings steigt die Lösungsgeschwindigkeit wieder an und übersteigt deutlich die zuvor bewältigte Anzahl an Aufgaben pro Minute. Ohne weitere Förderung löst Alea bis zu sieben einfache Additionsaufgaben mehr als während der Interventionsphase.

Taira löst zunächst vier, neun und schließlich acht einfache Additionsaufgaben pro Minute (*M* = 7

APM; *SD* = 2.16). Dies bedeutet bereits in der Grundrate einen positiven Trend von *b* = 2. Mit dem Einsatz der Intervention nimmt Tairas Anzahl der richtig gelösten Aufgaben pro Minute von acht auf 13 APM abrupt zu und mündet in einem mittleren Level von *M* = 17.5 APM (*SD* = 4.15). Ihre Lösungsgeschwindigkeit unterliegt jedoch starken Schwankungen. Der Trend unter Interventionsbedingungen (*b* = 2.4) ist vergleichbar mit der Trendstärke vor Interventionsbeginn. Nach Ende des reziproken Peer-Tutorings ist eine kontinuierliche Abnahme von Tairas Geschwindigkeit im Lösen von einfachen Additionsaufgaben zu erkennen (*b* = -1.5). Die Veränderung im Level (*M* = 22.25 APM; *SD* = 1.79) ist allerdings in Relation zur Grundrate weiterhin als bedeutsam einzuschätzen.

Effektstärkeschätzer

	Effektstärke-schätzer	Intervention vs. Grundrate	Erweiterung vs. Grundrate
Alea	PET	1.0	1.0
	Tau-*U*	0.90	1.0
Taira	PET	0.75	1.0
	Tau-*U*	0.82	1.0

Tab. 8: Wirksamkeitsevaluation im Kontext der einfachen Addition
(Anmerkung: Eine Trend-Korrektur der Grundrate war in beiden Einzelfällen nicht erforderlich)

Da sich der Trend in Aleas Lernverlaufsdaten kaum verändert, scheint die abrupte Veränderung in der Lösungsgeschwindigkeit mit Beginn des reziproken Peer-Tutorings maßgeblich verantwortlich dafür zu sein, dass 100 % ihrer Daten eine Verbesserung gegenüber den Daten der Grundrate aufweisen. Dieser Wert entspricht einem hohen kurzfristigen Effekt. Bei Taira wird mit einem Wert von 75 % ein mittlerer kurzfristiger Effekt nachgewiesen.

Eine ebenfalls hohe Effektstärkeschätzung von 90 % ergibt sich für Aleas Daten, wenn der Trend der Interventionsphase ($Tau\text{-}U_{Trend\ B}$ = 0.91) berücksichtigt wird. Für Tairas Daten zeigt die Tau-*U*-Analyse im Kontext der einfachen Addition eine Verbesserung von 82 % ($Tau\text{-}U_{Trend\ B}$ = 0.67). Bei beiden Schülerinnen ist somit ein sehr hoher kurzfristiger Effekt des Peer-Tutorings auf die Lösungsgeschwindigkeit anzunehmen. Auch auf längere Sicht deuten sich aufgrund der beiden Effektstärkeschätzer für beide Schülerinnen im Kontext der einfachen Addition hohe bis sehr hohe längerfristige Effekte an.

Zusammenfassende Einschätzung

Die visuellen Analysekriterien und die Effektstärkeschätzer lassen den Schluss zu, dass sich bei Taira und Alea Unterschiede in der Geschwindigkeit einfache Additionsaufgaben zu lösen während des reziproken Peer-Tutorings in Relation zur Grundrate abzeichnen. Die höhere Lösungsgeschwindigkeit bei einfachen Additionsaufgaben scheint auch nach der Intervention erhalten zu bleiben. Während bei Alea keine Verringerung der Geschwindigkeit festzustellen ist, bleibt Tairas Lösungsgeschwindigkeit kurzzeitig auf hohem Niveau erhalten und die im Vorfeld konstatierte Unbeständigkeit im Verlauf nimmt deutlich ab, jedoch deutet sich auf Dauer ein Rückgang ihrer Lösungsgeschwindigkeit an.

Die peer-gestützte Aktivität zur Automatisierung der Anzahlerfassung und der Zahlzerlegung kann sich möglicherweise auch positiv auf die Automatisierung einfacher Additionsaufgaben ausgewirkt haben. Dies würde insbesondere bei Alea die abrupten Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit vom letzten Messwert der Grundrate zum ersten Messwert der Interventionsphase erklären.

6.3 Gesamteinschätzung

Alea und Taira verändern ihre Geschwindigkeit im Erfassen von Anzahlen, im Zerlegen von Zahlen und im Lösen einfacher Additionsaufgaben im Zwanzigerraum. Wird die Leistung zu einem früheren Zeitpunkt als Maßstab zur Beurteilung der Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zum Basisstoff herangezogen, lösen die Schülerinnen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen seit dem Einsatz von reziprokem Peer-Tutoring mehr Aufgaben und erreichen somit ein höheres Level.

Aleas Lösungsgeschwindigkeit steigt während aller Interventionsphasen ohne auffällige Schwankungen an. Die Schülerin löst seit dem Einsatz von reziprokem Peer-Tutoring in allen drei Bereichen mehr Aufgaben pro Minute als vor Interventionsbeginn. Nach Abschluss des automatisierenden Übens nimmt die Lösungsgeschwindigkeit trotz kurzzeitiger Rückgänge weiter zu. Insbesondere im Kontext der Zahlzerlegung sind die Veränderungen positiv einzuschätzen. Die Befunde im Kontext der Anzahlerfassung und der einfachen Addition sind mit wenigen Einschränkungen ebenfalls positiv. Die variierenden Effektstärkeschätzungen im Kontext der Anzahlerfassung schränken den Nachweis der Wirksamkeit von reziprokem Peer-Tutoring ein. Die fehlenden Veränderungen im Trend in Relation zur Grundrate lassen die Frage aufkommen, inwieweit Alea ihre Lösungsgeschwindigkeit im Kontext der einfachen Addition auch ohne reziprokes Peer-Tutoring hätte steigern können. Welchen Einfluss das einmütige curriculumbasierte Messen mit den modifizierten Blitzrechenkarten auf die Entwicklung der Lösungsgeschwindigkeit nimmt, also ob die starken Veränderungen in Aleas Geschwindigkeit im Lösen von einfachen Additionsaufgaben vor dem Einsatz reziproken Peer Tutorings im Zusammenhang mit dem curriculumbasierten Messen stehen, bleibt an dieser Stelle ebenfalls offen.

Werden die Befunde in Bezug auf die eingangs genannten Forschungsannahmen interpretiert, dass Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen in den Interventionsphasen und den Erweiterungen eine höhere Geschwindigkeit im Erfassen von Anzahlen, im Zerlegen von Zahlen und im Lösen einfacher Additionsaufgaben zeigen als während der Grundraten, kann diese mit Einschränkung für Alea bestätigt werden. In den curriculumbasierten Messungen nach der Intervention bewältigt Alea mehr als 30 Aufgaben zur Anzahlerfassung und zur einfachen Addition. Die kurze Bearbeitungszeit legt nahe, dass sie diese Aufgaben zügig durch Abrufen oder den Einsatz effizienter Strategien löst. Im Kontext der Zahlzerlegung benötigt sie hingegen in allen Erhebungsphasen eine deutlich längere Bearbeitungszeit.

Diskrepantere Befunde ergeben sich in der Analyse von Tairas Daten. Einerseits deuten die Effektstärkeschätzer einen sehr positiven kurz- und längerfristigen Effekt von reziprokem Peer-Tutoring an. Andererseits zeigt die visuelle Inspektion der Daten Schwankungen in den Datenverläufen unter Interventionsbedingungen und sich andeutende Abwärtstrends nach Abschluss der Intervention auf. Es scheint, als wäre die Dauer des reziproken Peer-Tutorings für Taira möglicherweise zu kurz gewesen, um eine stabile Lösungsgeschwindigkeit zu entwickeln und für kurze Zeit nach Abschluss des automatisierenden Übens auf dem neu erreichten Niveau aufrechtzuerhalten. In Bezug auf die Forschungsannahmen zeigt sich zwar eine höhere Geschwindigkeit in allen drei Bereichen, allerdings mit Schwankungen während und Rückgängen nach der Intervention.

Vergleicht man die Lösungsgeschwindigkeit der beiden Schülerinnen, so zeigen sich trotz ähnlicher Werte in den studienvorbereitenden Erhebungen (DEMAT und Basis-Test) deutliche Unterschiede in der Lösungsgeschwindigkeit vor Beginn des reziproken Peer-Tutorings (Grundrate). Auch während und nach der Intervention ist die durchschnittliche Lösungsgeschwindigkeit unterschiedlich. Betrachtet man z. B. das Level, also die durchschnittliche Anzahl der richtig gelösten Aufgaben pro Minute, so startet und endet Taira in allen drei Bereichen auf einem niedrigen Level und löst z. B. bei der Anzahlerfassung durchschnittlich 5.67 Aufgaben pro Minute vor und 14.5 Aufgaben pro Minute nach dem reziproken Peer-Tutoring. Alea startet hingegen bereits mit durchschnittlich 14 Aufgaben pro Minute bei der Anzahlerfassung und löst nach dem reziproken Peer-Tutoring durchschnittlich 27.25 Aufgaben pro Minute.

Bei beiden Schülerinnen scheinen die Automatisierungsübungen in Form von reziprokem Peer-Tutoring Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit zu bewirken. Während bei Alea scheinbar ein automatisierendes Üben von wenigen Tagen bereits ausreicht, um auch nach dem Aussetzen von reziprokem Peer-Tutoring eine im Vergleich zur Grundrate deutlich höhere Anzahl an Aufgaben pro Minute lösen zu können, scheint der Automatisierungsprozess von Taira noch nicht so weit fortgeschritten zu sein, sodass sich die Lösungsgeschwindigkeit nach Ende des reziproken Peer-Tutorings wieder verringert.

Betrachtet man die Lernverläufe der anderen Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen, so zeigt sich auch hier, dass die Kinder analog zu Alea und Taira auf unterschiedlichen Levels starten und sich ihre Lösungsgeschwindigkeit heterogen weiterentwickelt. Auch wenn die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben stark variiert, sich abrupte oder kontinuierliche Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit andeuten, so sind bei allen Schüler*innen bedeutsame Unterschiede in der durchschnittlich gelösten Anzahl an Aufgaben pro Minute in Relation zu den Grundraten erkennbar (Vitt, i. V.).

7. Diskussion der Ergebnisse

7.1 Inhaltliche Diskussion

Im Rahmen der kontrollierten Einzelfallstudie, die im Projekt durch weitere Lernverlaufsdaten der Mitschüler*innen ergänzt wird, wurde die Wirksamkeit einer Förderung auf die Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition gezeigt. Die Befunde legen nahe, dass automatisierendes Üben in Dyaden mit modifizierten Blitzrechenkarten im Rahmen von reziprokem Peer-Tutoring die Lösungsgeschwindigkeit steigerte. Die Veränderungen scheinen bei Alea auch nach Ende der Förderung kurzzeitig anzuhalten.

Obwohl die beiden Schülerinnen nur an jeweils vier Tagen das Erfassen von Anzahlen, das Zerlegen von Zahlen und das Lösen einfacher Additionsaufgaben im Zwanzigerraum zehn Minuten lang automatisierend mit ihren festen Lernpartnerinnen ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen übten, führte dies zu Verbesserungen in der Lösungsgeschwindigkeit.

Die visuellen und statistischen Analysen haben gezeigt, dass die Schülerinnen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eine höhere Lösungsgeschwindigkeit entwickelten und Aufgaben zu den Basiskompetenzen zunehmend zügiger lösen oder gar automatisiert abrufen konnten. Dies ist ein ermutigendes Ergebnis, da mit einer einfach in den (inklusiven) Mathematikunterricht zu integrierenden peer-gestützten Aktivität zentrale mathematische Kompetenzen aufgebaut, gefestigt und zunehmend automatisiert werden könnten. Dies scheint auch erfolgreich zu sein, wenn die Kinder in der Grundrate auf unterschiedlichen Niveaus starten.

Aus fachdidaktischer Sicht mögen die Ergebnisse nicht überraschen, da kurzfristige und regelmäßige Phasen des automatisierenden Übens besonders Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen empfohlen werden (Gaidoschik et. al., 2021). Deren Wirksamkeit wurde allerdings in dieser Form noch nicht empirisch bestätigt. Vorstellbar ist, dass die aktive Lernzeit, die in den Dyaden als hoch einzuschätzen ist, die Entwicklung der Lösungsgeschwindigkeit positiv beeinflusst haben kann. In weiteren Analysen wird zudem erkundet, welche Hilfen die Kinder sich gegenseitig gegeben haben. Inhaltsfreie und -basierte Hilfen der Trainer*innen könnten den Einsatz „strategischer Werkzeuge“ (Zerlegen und Zusammensetzen, Nutzen einer Hilfsaufgabe; siehe auch Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018) in den Dyaden angeregt haben.

Zudem war fraglich, ob und inwiefern Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen, bei denen in vielen Studien Probleme in den Basiskompetenzen beschrieben werden (z. B. Nelson & Powell, 2018), von einer relativ kurz andauernden Intervention im Mathematikunterricht profitieren würden. Für Alea und Taira konnte nun unter Anwendung der individuellen Bezugsnorm in dieser Studie empirisch nachgewiesen werden, dass die Empfehlung zu kurzen und regelmäßigen Phasen des automatisierenden Übens auch zu einer kurz- und längerfristig verbesserten Lösungsgeschwindigkeit von Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen der zweiten Klasse führen kann.

Allerdings zeigt sich, dass nicht nur das Material, sondern auch die benötigte Dauer von reziprokem Peer-Tutoring individuell an den*die Sportler*in (Tutand*in) angepasst werden sollte, um die Chancen zu erhöhen, dass automatisierendes Üben auf längere Sicht wirksam ist. Hier waren durch die klassenweite Umsetzung der peer-gestützten Aktivität Grenzen gesetzt (vgl. 7.2). Zu untersuchen wäre, ob eine individuell angepasste Dauer von Peer-Tutoring zu einer stabil hohen Lösungsgeschwindigkeit führt, die auf dem erreichten Niveau der Interventionsphasen bleibt, welche Indikatoren dann für ein Ende der Intervention herausgezogen werden könnten und wie automatisiertes Wissen langfristig wachgehalten werden kann.

7.2 Methodische Diskussion

Trotz der vielversprechenden Befunde weist die Studie eine Limitation in der Aussagekraft der Ergebnisse auf. Da die Messwerte in den Grundraten nur sporadisch erhoben wurden, kann die Effektivität reziproken Peer-Tutorings nur angedeutet, kausale Zusammenhänge aber nicht hergestellt werden (Julius et al., 2000). Darüber hinaus ist anzumerken, dass die Verteilung der Messwerte in den Grundraten zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition nicht den Designstandards des „What Works Clearinghouse“ entspricht (WWC[3]; U.S. Department of Education, 2020). Vor diesem Hintergrund sei auch angemerkt, dass im Übergang von der Grundrate und dem Einsetzen der Intervention zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition die Datenerhebung der anderen mathematischen Inhalte erfolgte (Tab. 1).

Bedingt durch die unzureichende Kontrolle des Ausgangszustands und die zeitlich aufeinanderfolgenden Interventionsphasen, kann nicht identifiziert werden, ob die Intervention zur Anzahlerfassung einen Effekt auf die Geschwindigkeit im Zerlegen von Zahlen oder das Lösen einfacher Additionsaufgaben ausübt. Aufgrund der zeitlichen Aneinanderreihung und der fehlenden Kontrolle besteht also die Möglichkeit, dass die Interventionsphasen nur gemeinsam zu den Veränderungen in Aleas und Tairas Lösungsgeschwindigkeit führen. Eine isolierte Analyse der drei Einzelfallstudiendesigns zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition und eine Interpretation der Daten bietet sich daher nur bedingt an.

Welche Auswirkungen das einminütige curriculumbasierte Messen mit den Aufgabenkarten auf die Veränderung der Lösungsgeschwindigkeit der beiden Schülerinnen hatte und ob das zeitgleich stattfindende curriculumbasierte Messen von verschiedenen Inhalten (z. B. Messwerte 8 – 15 in Tab. 1) möglicherweise einen hinderlichen oder gar verstärkenden Effekt auf die Lösungsgeschwindigkeit bewirkte, kann an dieser Stelle ebenfalls nicht abschließend geklärt werden.

Die Erhebungsphasen beginnen und enden für alle Schüler*innen einer Klasse zeitgleich. Da die Implementierung und Erforschung der Methode im regulären Mathematikunterricht stattfanden, musste das Forschungsdesign für alle teilnehmenden Schüler*innen vereinheitlicht werden, indem die zeitliche Struktur der Erhebungsphasen im Vorfeld festgelegt wurde. Vor dem Hintergrund eines Multiple-Probe Designs ist dies ein eher unkonventionelles Vorgehen, das aber aus unterrichtspraktikablen Gründen obligatorisch war.

Von einer einzigen Einzelfallstudie kann – und das ist selbstverständlich die größte Einschränkung – nicht auf eine Übertragung der Interventionseffekte geschlossen werden. Zwar könnten Lernende mit ähnlichen Voraussetzungen ähnliche Effekte zeigen, die unter kontrollierten Bedingungen die gleiche Intervention erhalten (Wember, 1994), dennoch ist die Generalisierbarkeit der Befunde eingeschränkt. Trotz der ähnlichen Voraussetzungen (vgl. 5.1) konnte anhand von Aleas und Tairas Lernverlaufsdaten gezeigt werden, wie heterogen sich ihre Lösungsgeschwindigkeit in den verschiedenen Kontexten entwickelte. Inwieweit sich die Lösungsgeschwindigkeit von Lernenden mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen und ihren Lernpartner*innen ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen entwickelt und welche kurz- und längerfristigen Effekte sich andeuten, wird im Projekt untersucht (Vitt, i. V.), um den Gewinn des reziproken Charakters im Kontext von Peer-Tutoring näher zu eruieren.

8. Fazit und Ausblick

Das Ziel unserer Studie war die Implementierung einer peer-gestützten Aktivität zum automatisierenden Üben von Basiskompetenzen von Kindern mit und ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auf unterschiedlichen Niveaus und die Erforschung ihrer Wirksamkeit. Das Design der kontrollierten Einzelfallstudie und die dargelegten Auswertungsverfahren ermöglichen uns, die Lernverläufe einzelner Kinder mit heterogenen mathematischen Kompetenzen differenziert zu erforschen. Kontrollierte Einzelfallstudien sind in der Fachdidaktik nur bedingt vertreten, stellen aber eine notwendige und zielführende Alternative mit viel Potenzial und eine komplementäre Ergänzung zu gruppenvergleichenden Studien dar.

Mit Hilfe der kontrollierten Einzelfallstudie lassen sich Veränderungen in der Lösungsgeschwindigkeit von Lernenden mit heterogenen mathematischen Kompetenzen genau identifizieren und die Wirksamkeit von reziprokem Peer-Tutoring differenziert eruieren. Trotz der methodischen und inhaltlichen Einschränkungen deuten unsere Befunde darauf hin, dass reziprokes Peer-Tutoring die Lösungsgeschwindigkeit von Schüler*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen im Kontext aller drei Basiskompetenzen im Mathematikunterricht innerhalb kurzer Zeit verbessern kann. Damit bestätigen die aufgeführten Ergebnisse die in einer Gruppenuntersuchung nachgewiesene Wirksamkeit von Peer-Tutoring auf die mathematischen Kompetenzen von leistungsschwachen Kindern der zweiten Klasse (Spörer, 2009). Durch den Einsatz von Peer-Tutoring können kompensatorische Effekte erzielt und auf diese Weise individuelle Lernrückstände im Mathematiklernen gezielt aufgeholt werden. Offen ist an dieser Stelle, wie sich die leistungsheterogene Dyadenkonstellation auf die Lernpartner*innen ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen auswirkt: Deuten sich Veränderungen in der Geschwindigkeit im Lösen von Aufgaben zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition der Sportler*innen ohne Schwierigkeiten beim Mathematiklernen mit Beginn des reziproken Peer-Tutorings an? Werden Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgaben von den Trainer*innen mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen erkannt, rückgemeldet und gemeinsam bewältigt? Um diese Fragen zu klären, ist die Analyse von weiteren individuellen Lernverläufen und von Hilfeprozessen zwischen den Trainer*innen und Sportler*innen mit heterogenen mathematischen Kompetenzen erforderlich.

Die Erfahrungen in der Implementierung der Methode zeigen, dass reziprokes Peer-Tutoring praktisch durchführbar ist, auch wenn die Kinder als Sportler*in und Trainer*in in unterschiedlichen

Zahlenräumen agierten. Dabei gelang es Kindern mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen mithilfe der modifizierten Blitzrechenkarten ohne größere Probleme die Korrektheit der Lösungen zu kontrollieren und Hilfen – allerdings qualitativ sehr unterschiedliche – zu formulieren (Vitt, i. V.).

Das curriculumbasierte Messen und die Dokumentation der Lernfortschritte sind auch über das Studiendesign hinaus sinnvoll, da es Schüler*innen wie Lehrkräften Transparenz über die individuelle Lernentwicklung verschafft und dadurch motivierend wirken kann. Im Unterrichtsalltag können die einmütigen curriculumbasierten Messungen auch von den Schüler*innen selbst durchgeführt werden, ebenso wie die Dokumentation des Lernverlaufs. Praxiserprobungen zeigten allerdings, dass das schnelle Zeigen der Karten und das Kontrollieren der Lösungen für Kinder durchaus herausfordernd ist, weshalb im Rahmen dieser Studie die Darbietung der Karten durch die Mitverfasserin und geschulte studentische Hilfskräfte vorgenommen wurde.

Eingebettet in eine Sportmetaphorik kann den Schüler*innen das Ziel automatisierenden Übens, die Dyadenbildung und die Rollenverteilung transparent gemacht und veranschaulicht werden. Auch diese kann in der Unterrichtspraxis aufgegriffen werden. Werden etablierte Konzepte und Materialien wie die Blitzrechenkarten in die Förderung integriert, kann die Methode der gegenseitigen Unterstützung eine abwechslungsreiche und zielführende Aktivität darstellen, die zu vergleichsweise schnell wahrnehmbaren Lernerfolgen bei den Schüler*innen führen kann und für die inklusive Unterrichtspraxis ausgezeichnet geeignet ist.

Anmerkungen

[1] Das Stellenwertverständnis ist nicht Gegenstand der Studie, da dieser zentrale Inhalt erst „mit der Erkundung größer werdender Zahlen" einen hohen Stellenwert einnimmt (Gaidoschik et al., 2021, S. 6) und eine Differenzierung der Aufgabenkarten so nicht möglich gewesen wäre (vgl. 5.4).

[2] Die Kartensätze zur Anzahlerfassung, zur Zahlzerlegung und zur einfachen Addition bestehen aus jeweils ca. 40 Aufgaben.

[3] „What Works Clearinghouse" ist eine Initiative des „Institute of Education Sciences", das die Effektivität von Interventionen im Bildungsbereich untersucht und Standards für Einzelfallstudiendesigns entwickelt.

Literatur

Andersson, U. (2010). Skill Development in Different Components of Arithmetic and Basic Cognitive Functions: Findings From a 3-Year Longitudinal Study of Children with Different Types of Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology, 102*(1), 115–134.

Baker, S., Gersten, R. & Lee, D.-S. (2002). A Synthesis of Empirical Research on Teaching Mathematics to Low-Achieving Students. *The Elementary School Journal, 103*(1), 51–73.

Barnard-Brak, L., Watkins, L. & Richman, D. M. (2021). Autocorrelation and Estimates of Treatment Effect Size for Single-Case Experimental Design Data. *Behavioral Interventions, 36*(3), 1–11.

Baroody, A. J. (1987). Children´s Mathematical Thinking. A Developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers. Teachers College Press.

Baroody, A. J., Bajwa, N. P. & Eiland, M. (2009). Why can´t Johnny remember the basic facts? *Developmental Disabilities Research Review, 15*(1), 69-79.

Börnert-Ringleb, M., Bosch, J. & Wilbert, J. (2018). Lernverlaufsdiagnostik. In M. Dziak-Mahler, T. Hennemann, S. Jaster, T. Leidig & J. Springob (Hrsg.), *Fachdidaktik II. (Fach-) Unterricht inklusiv gestalten – Theoretische Annäherungen und praktische Umsetzungen* (S. 63–77). Waxmann.

Bowman-Perrott, L., Burke, M. D., Zhang, N. & Zaini, S. (2014). Direct and Collateral Effects of Peer Tutoring on Social and Behavioral Outcomes: A Meta-Analysis of Single-Case Research. *School Psychology Review, 43*(3), 260–285.

Bowman-Perrott, L., Davis, H., Vannest, K., Williams, L., Greenwood, C. & Parker, R. (2013). Academic Benefits of Peer Tutoring: A Meta-Analytic Review of Single-Case Research. *School Psychology Review, 42*(1), 39–55.

Brunstein, J. C. & Julius, H. (2014). Evaluation von Interventionen durch Einzelfallstudien. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen* (S. 119–138). Hogrefe.

Büttner, G., Warwas, J. & Adl-Amini, K. (2012). Kooperatives Lernen und Peer Tutoring im inklusiven Unterricht. *Zeitschrift für Inklusion*, *1–2*.

Canobi, K. H. (2004). Individual Differences in Children´s Addition and Subtraction Knowledge. *Cognitive Development, 19*, 81–93.

Casale, G., Husakovic, M., Hagen, T., Hövel, D. C., Krull, J. & Spilles, M. (2017). Effekte eines kognitiv-behavioralen Aufsatztrainings auf die Schreibleistung und das Lern- und Arbeitsverhalten bei Schülern mit ADHS in der Sekundarstufe I einer Förderschule. *Empirische Sonderpädagogik, 9*(4), 341–364.

Chi, M. T. H. (1996). Constructing Self-Explanations and Scaffolded Explanations in Tutoring. *Applied Cognitive Psychology, 10*, 33–49.

Clements, D. H., Sarama, J. & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The Neglected Quantifier. In A. Norton & M. W. Alibali (Hrsg.), *Constructing Number. Merging Perspectives from Psychology and Mathematics Education* (S. 13–45). Springer.

Cook, S. B., Scruggs, T. E., Mastropieri, M. A. & Casto, G. C. (1985–86). Handicapped Students as Tutors. *The Journal of Special Education, 19*(4), 483–492.

Damon, W. & Phelps, E. (1989). Critical Distinctions among Three Approaches to Peer Education. *International Journal of Educational Research, 13*(1), 9–19.

Deno, S. L. (2003). Curriculum-Based Measures: Development and Perspectives. *Assessment for Effective Intervention, 28*(3–4), 3–12.

Döring, N. & Bortz, J. (2016). Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften. Springer.

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. *Vierteljahreszeitschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete, 76*, 228–240.

Fantuzzo, J. W., King, J. A. & Heller, L. R. (1992). Effects of Reciprocal Peer Tutoring on Mathematics and School Adjustment: A Component Analysis. *Journal of Educational Psychology, 84*(3), 331–339.

Gaidoschik, M. (2010). Wie Kinder rechnen lernen oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Lang.

Gaidoschik, M. (2019). Didactics as a Source and Remedy of Mathematical Learning Difficulties. In. A. Fritz, V. G. Haase & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties. From the Laboratory to the Classroom* (S. 73–89). Springer.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). *Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *47*(111S), S. 3–19. https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/1042/1156

Gaupp, N., Zoelch, C. & Schumann-Hengsteler, R. (2004). Defizite numerischer Basiskompetenzen bei rechenschwachen Kindern der 3. und 4. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 18*(1), 31–42.

Geary, D. C., Hoard, M. K. & Bailey, D. H. (2012). Fact Retrieval Deficits in Low Achieving Children and Children With Mathematical Learning Disability. *Journal of Learning Disabilities, 45*(4), 291–307.

Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Intervention for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 293–304.

Gerster, H.-D. (2013). Anschaulich rechnen – im Kopf, halbschriftlich, schriftlich. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 195–229). Vandenhoeck & Ruprecht.

Gerster H.-D. & Schultz, R. (2004). Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. https://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/16/file/gerster.pdf

Ginsburg-Block, M. D., Rohrbeck, C. A. & Fantuzzo, J. W. (2006). A Meta-Analytic Review of Social, Self-Concept, and Behavioral Outcomes of Peer-Assisted Learning. *Journal of Educational Psychology, 98*(4), 732–749.

Grünke, M., Neubauer, S. & Offer, Y. (2014). Förderung eines Jugendlichen mit massiven Rechen- und Verhaltensproblemen durch tutorielles Lernen. *Heilpädagogische Forschung, 40*(2), 50–60.

Haag, L. (2014). Tutorielles Lernen. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 462–471). Hogrefe.

Häsel-Weide, U. (2016). Vom Zählen zum Rechnen. Strukturfokussierende Deutungen in kooperativen Lernumgebungen. Springer Spektrum.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2012). Fördern im Mathematikunterricht. In H. Bartnitzky, U. Hecker & M. Lassek (Hrsg.), *Individuell fördern – Kompetenzen stärken in der Eingangsstufe (Kl. 1 und 2). Heft 4*. Arbeitskreis Grundschule e. V.

Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2021). Inklusive Praktiken im Mathematikunterricht. Empirische Analysen von Unterrichtsdiskursen in Einführungsphasen. *Zeitschrift für Grundschulforschung*, *14*, 49–65.

Jain, A. & Spieß, R. (2012). Versuchspläne der experimentellen Einzelfallforschung. *Empirische Sonderpädagogik, 4*(3/4), 211–245.

Jordan, N. C., Hanich, L. B. & Kaplan, D. (2003). Arithmetic Fact Mastery in Young Children. A Longitudinal Investigation. *Journal of Experimental Child Psychology, 85*, 103–119.

Julius, H., Schlosser, R. W. & Goetze, H. (2000). *Kontrollierte Einzelfallstudien*. Hogrefe.

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006). *Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine*. Klett Kallmeyer.

Kern, H. J. (1997). Einzelfallforschung. Eine Einführung für Studierende und Praktiker. Beltz.

Koontz, K. L. & Berch, D. B. (1996). Identifying Simple Numerical Stimuli: Processing Inefficiencies Exhibited by Arithmetic Learning Disabled Children. *Mathematical Cognition, 2*(1), 1–23.

Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). *DEMAT 1+. Deutscher Mathematiktest für erste Klassen*. Beltz Test.

Krauthausen, G. (2018). Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule. Springer Spektrum.

Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs. A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education, 24*(2), 97–114.

Kulawiak, P. R. & Wilbert, J. (2015). Methoden zur Analyse der sozialen Integration von Schulkindern mit sonderpädagogischem Förderbedarf im gemeinsamen Unterricht. *Empirische Sonderpädagogik, 3*, 241–257.

Kunsch, C. A., Jitendra, A. K. & Sood, S. (2007). The Effects of Peer-Mediated Instruction in Mathematics for Students with Learning Problems: A Research Synthesis. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 1–12.

Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental Dyscalculia and Basic Numerical Capacities: A Study of 8-9-Year-Old Students. *Cognition, 93*, 99–125.

Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2011). Das Teil-Teil-Ganze-Konzept. Voraussetzungen, Bedeutung und Nachhaltigkeit. *MNU Primar, 3*(1), 10–17.

Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2012). Non-Numerical and Numerical Understanding of the Part-Whole Concept of Children Aged 4 to 8 in Word Problems. *Journal für Mathematik-Didaktik, 33*(2), 233–262.

Moser Opitz, E. (2016). Erstrechnen. In U. Heimlich & F. B. Wember (Hrsg.), *Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen* (S. 253–265). Kohlhammer.

Mulligan, J. T., Mitchelmore, M. C. & Prescott, A. (2006). Integrating Concepts and Processes in Early Mathematics: The Australian Pattern and Structure Mathematics Awareness Project (PASMAP). In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Hrsg.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Bd. 4, (S. 209–216). PME.

Nelson, G. & Powell, S. R. (2018). A Systematic Review of Longitudinal Studies of Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 51*(6), 523–539.

Obersteiner, A., Reiss, K. & Ufer, S. (2013). How Training on Exact or Approximate Mental Representations of Number Can Enhance First-Grade Students´ Basic Number Processing and Arithmetic Skills. *Learning and Instruction*, 23, 125–135.

Obersteiner, A., Reiss, K., Ufer, S., Luwel, K. & Verschaffel, L. (2014). Do First Graders Make Efficient Use of External Number Representations? The Case of the Twenty-Frame. *Cognition and Instruction, 32*(4), 353–373.

Parker, R. I., Vannest, K. J., Davis, J. L. & Sauber, S. B. (2011). Combining Nonoverlap and Trend for Single-Case Research: Tau-U. *Behavior Therapy, 42*, 284–299.

Penner-Wilger, M., Fast, L., LeFevre, J., Smith-Chant, B. L., Skwarchuk, S.-L., Kamawar, D. & Bisanz, J. (2007). The Foundations of Numeracy: Subitizing, Finger Gnosia, and Fine-Motor Ability. In D. S. McNamara & J. G. Trafton (Hrsg.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (S. 1385–1390). Erlbaum.

Rathgeb-Schnierer, E. (2006). Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. Franzbecker.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele. Springer Spektrum.

Rechtsteiner, C. & Rathgeb-Schnierer, E. (2017). „Zahlenblickschulung“ as Approach to Develop Flexibility in Mental Calculation in all Students. *Journal of Mathematics Education, 10*(1), 1–16.

Schäfer, J. (2012). „Die gehören doch zur Fünf!“ In J. Sprenger, A. Wagner & M. Zimmermann (Hrsg.), Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule (S. 79–97). Springer Spektrum.

Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L. & Moser Opitz, E. (2016). Assistance of Students with Mathematical Learning Difficulties: How can Research Support Practice? *ZDM Mathematics Education, 48*, 633–649.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Spektrum.

Schöner, P. & Benz, C. (2018). Visual Structuring Processes of Children when Determining the Cardinality of Sets: The Contribution of Eye-Tracking. In C. Benz, A. S. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Hrsg.), *Mathematics Education in the Early Years* (S. 123–143). Springer.

Schwippert, K., Kasper, D., Köller, O., McElvany, N., Selter, C., Steffensky, M. & Wendt, H. (2020). TIMSS 2019. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Waxmann.

Sedlmeier, P. & Renkewitz, F. (2018). Forschungsmethoden und Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler. Pearson.

Spörer, N. (2009). Festigung mathematischer Basiskompetenzen durch Peer-gestütztes Lernen: Ergebnisse einer Trainingsstudie in der Grundschule. *Empirische Pädagogik, 23*(1), 75–94.

Sprenger, P. (2021). Prozesse bei der strukturierenden Mengenwahrnehmung und strukturnutzenden Anzahlbestimmung von Kindern im Elementarbereich. Eine Eye-Tracking Studie. Springer Spektrum.

Sprenger, P. & Benz, C. (2020). Children´s Perception of Structures when Determining Cardinality of Sets – Results of an Eye-Tracking Study with 5-Year-Old Children. *ZDM Mathematics Education, 52,* 753–765.

Topping, K. J. (2005). Trends in Peer Learning. *Educational Psychology, 25*(6), 631–645.

U.S. Department of Education (2017). *What Works Clearinghouse. Standards Handbook. Version 4.0.* Washington DC: U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center of Education Evaluation and Regional Assistance. https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/referenceresources/wwc_standards_handbook_v4.pdf

U.S. Department of Education (2020). *What Works Clearinghouse Standards Handbook. Version 4.1*. Washington, DC: U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, National Center of Education Evaluation and Regional Assistance. https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/referenceresources/WwC-Standards-Handbook-v4-1-508.pdf

Utley, C. A., Mortweet, S. L. & Greenwood, C. R. (1997). Peer-Mediated Instruction and Interventions. *Focus on Exceptional Children, 29*(5), 1–23.

Vitt, V. (i. V.). Reziprokes Peer-Tutoring im inklusiven Mathematikunterricht. Kontrollierte Einzelfallstudie zur Automatisierung von Basiskompetenzen und Analyse von Hilfeprozessen. Springer Spektrum.

Voß, S. (2016). Rechengeschwindigkeit, -präzision oder –flüssigkeit? Zur Vorhersage und Förderung der Rechenleistungen von Erstklässlern. *Heilpädagogische Forschung, 42*(1), 13–24.

Weiß, R. H. & Osterland, J. (2013). CFT 1-R. Grundintelligenztest Skala 1 – Revision. Hogrefe.

Wember, F. B. (1989). Die quasi-experimentelle Einzelfallstudie als Methode der empirischen sonderpädagogischen Forschung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete, 58*(2), 176–189.

Wember, F. B. (1994). Möglichkeiten und Grenzen der empirischen Evaluation sonderpädagogischer Interventionen in quasi-experimentellen Einzelfallstudien. *Heilpädagogische Forschung, 20*, 99–117.

Wilbert, J. (2021). *Analyzing Single-Case Data with R and scan.* https://jazznbass.github.io/scan-Book/index.html

Wilbert, J. & Grünke, M. (2015). Kontrollierte Einzelfallforschung. In K. Koch & S. Ellinger (Hrsg.), *Empirische Forschungsmethoden in der Heil- und Sonderpädagogik* (S. 100–105). Hogrefe.

Wilbert, J. & Lüke, T. (2021). *Scan: Single-Case Data Analyses for Single and Multiple Baseline Designs* (Version 0.53). https://cran.r-project.org/web/packages/scan/index.html

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2006). *Blitzrechnen 1. Basiskurs Zahlen*. Klett.

Anschrift der Verfasserinnen

Vivian Vitt
Universität Paderborn
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik
Institut für Mathematik
Warburger Straße 100
33098 Paderborn
vvitt@math.upb.de

Uta Häsel-Weide
Universität Paderborn
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik
Institut für Mathematik
Warburger Straße 100
33098 Paderborn
uta.haesel.weide@math.uni-paderborn.de