

Analyseinstrumente zum mathematischen Modellieren mit digitalen Medien und Werkzeugen

LENA FRENKEN, MÜNSTER; GILBERT GREEFRATH, MÜNSTER; HANS-STEFAN SILLER, WÜRZBURG & JAN FRANZ WÖRLER, WÜRZBURG

Zusammenfassung: Die Verbindung von Realitätsbezügen und digitalen Medien sowie Werkzeugen stellt Lernende vor besondere Herausforderungen. Unter Verwendung zweier Modellierungskreisläufe analysieren wir Modellierungsprozesse von Lernenden, die digitale Technologien beim mathematischen Modellieren zur Verfügung haben. Es werden zwei unterschiedliche – bislang theoretische – Modelle zur Beschreibung solcher Prozesse diskutiert sowie Vor- und Nachteile dieser beiden Analyseinstrumente extrahiert. Qualitative Auswertungen werden detailliert berichtet und die Ergebnisse mit den verwendeten theoretischen Modellen in Beziehung gesetzt.

Abstract: Combining reality-based problems with digital media and tools brings new difficulties and challenges for students. Using two different modelling cycles, we analyze student modelling routes, who could solve the modelling problem with the help of technology. Models describing such processes are discussed and advantages as well as disadvantages of the two analysis tools are identified. Qualitative analyses are described in detail and their results are connected to underlying theoretical approaches.

1. Einleitung

Der Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge rückt immer wieder (z. B. durch die Digitalisierungsstrategie der Bundesregierung, vgl. Presse- und Informationsamt der Bundesregierung, 2019) neu in den Fokus mathematikdidaktischer Forschung, auch wenn dieser bereits seit mehr als zwei Jahrzehnten intensiv beforscht wird. Bereits in den NCTM-Standards wird deutlich auf die Veränderungen des Mathematikunterrichts durch digitale Medien und Werkzeuge hingewiesen: „Some Mathematics becomes more important because technology requires it. Some Mathematics becomes less important because technology replaces it. Some Mathematics becomes possible because technology allows it.” (Bert Waits, zitiert nach NCTM, 2000, S. 25).

Vor diesem Hintergrund ist es naheliegend, eine für den Mathematikunterricht zentrale allgemeine Kompetenz, wie das mathematische Modellieren, im Zusammenhang mit digitalen Medien zu untersuchen. Beim Umgang mit realen Problemen im Mathematikunterricht ist durch digitale Medien etwa eine Verschiebung inhaltlicher Schwerpunkte möglich.

So können mit Hilfe digitaler Medien realitätsbezogene Probleme im Unterricht konstruktiv aufgegriffen werden, die sonst z. B. einen unverhältnismäßig hohen Datenaufwand oder langwierige Berechnungen erforderten und deshalb nicht gewählt wurden, obwohl sie konform mit dem Lehrplan sind.

Durch den Einsatz digitaler Medien können außerdem neue Möglichkeiten für das Erkunden mathematischer Situationen (Drijvers, 2003) genutzt werden. Diese Nutzung digitaler Medien im Mathematikunterricht scheint gerade beim Umgang mit realitätsbezogenen Problemen eine sinnvolle Unterstützung von Lehrenden und Lernenden zu sein (vgl. Siller, 2015).

Wir gehen davon aus, dass beim mathematischen Modellieren neben mathematischen Kenntnissen der Lernenden auch die Möglichkeiten der digitalen Medien und Werkzeuge die verwendeten mathematischen Modelle beeinflussen (Gellert, Jablonka & Keitel, 2001). Daher ergeben sich durch die Fokussierung digitaler Medien beim mathematischen Modellieren neue Perspektiven für den Mathematikunterricht und die Forschung.

In diesem Beitrag wollen wir zwei Modellierungskreisläufe als Analyseinstrument gegenüberstellen. Dazu werden im Rahmen eines qualitativen Zugangs Bearbeitungsprozesse von Lernenden mit digitalen Medien beim mathematischen Modellieren untersucht. Im Anschluss sollen diese auf verschiedenen Modellierungskreisläufen basierenden Ergebnisse verglichen werden, sodass die Analyseinstrumente einander gegenübergestellt und evaluiert werden können. Insgesamt ist das Ziel dieses Beitrags demnach, einen Fokus auf die Analyse der Verbindung von Realität, Mathematik und digitalen Medien zu legen, indem Vor- sowie Nachteile bereits bestehender, theoretisch hergeleiteter Analyseinstrumente für Bearbeitungsprozesse innerhalb der Schnittmenge dieser drei Bereiche eruiert werden.

2. Mathematisches Modellieren

Unter dem Begriff des *Mathematischen Modellierens* verstehen wir im Sinne von Blomhøj und Jensen (2003, S. 126) ein „... being able to autonomously and insightfully carry through all aspects of a mathematical modelling process in a certain context“. Dabei bedingen die von Blomhøj und Jensen beschrie-

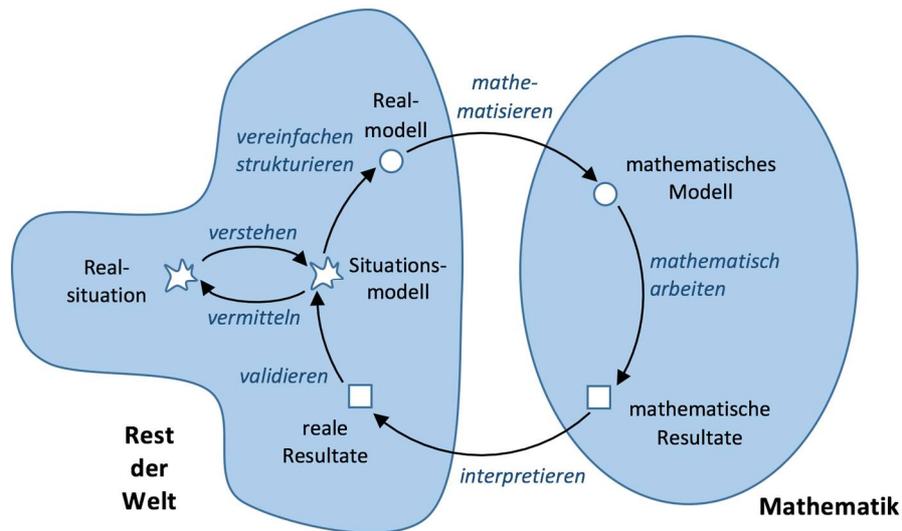


Abb. 1: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005, S. 19)

benen Aspekte eines mathematischen Modellierungsprozesses ein intensives und selbstständiges Bearbeiten einer Problemstellung. So können Erscheinungen der außermathematischen Welt vereinfacht in die Welt der Mathematik übertragen und nach der Arbeit in einem mathematischen Modell die mathematischen Ergebnisse wieder in die außermathematische Welt zurückgeführt werden (Niss, Blum & Galbraith, 2007).

Damit einhergehen kann ein mehrfaches Durchlaufen verschiedener Teilschritte, welches idealisiert in einem Modellierungskreislauf, wie beispielsweise nach Blum und Leiß (2005, S. 19; vgl. Abbildung 1), dargestellt werden kann. Im Kreislauf wird auf diese Weise zum Beispiel die Erarbeitung eines mathematischen Modells betrachtet. Mögliche kognitive Aktivitäten des eine Modellierungsaufgabe bearbeitenden Individuums können so detailliert(er) dargestellt werden. Neben dem mathematischen Modell sind weitere Modelle, wie das Situationsmodell, wesentlich. Letzteres beschreibt die mentale Darstellung der Situation durch das Individuum.

Ein solcher Modellierungskreislauf kann als deskriptives Modell und zur Analyse von Modellierungsprozessen genutzt werden, um beispielsweise individuelle Modellierungsrouten im Zusammenhang mit mathematischen Denkweisen zu betrachten (Borromeo Ferri, 2010). Ebenso ist eine normative Sichtweise möglich und ein, in der Regel vereinfachter, Modellierungskreislauf kann als idealtypisches Modell zum Vermitteln von Modellieren verwendet werden. Bezüglich der intensiven Diskussion verschiedener Modellierungskreisläufe verweisen wir exemplarisch auf Borromeo Ferri (2006).

Eine Fokussierung auf Teilprozesse des Modellierens, die zwischen den jeweiligen Schritten im Kreislauf (z. B. vom Realmodell zum mathematischen

Modell) durchlaufen werden, legt die Notwendigkeit verschiedener Teilkompetenzen seitens der Lernenden nahe. Diese Teilkompetenzen sind in Tabelle 1 beschrieben (vgl. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo-Ferri, 2013, S. 19).

3. Digitale Mathematikwerkzeuge und mathematisches Modellieren

Beim mathematischen Modellieren können unter anderem neue Sachverhalte, Ideen oder Inhalte entdeckt werden. Digitale Werkzeuge können dabei in den unterschiedlichen Teilprozessen sowie beim experimentellen Arbeiten und Recherchieren unterstützen. Darauf verweist auch Hischer (2002). Auf diese Weise besteht für Lernende die Möglichkeit, gewünschte Ergebnisse bzw. Erkenntnisse in einer für den Mathematikunterricht deutlich adäquateren Zeit als ohne die Nutzung solcher Hilfsmittel zu erreichen.

An dieser Stelle wird bereits deutlich, dass digitale Mathematikwerkzeuge bereichernd für Modellierungsprozesse sein können. Inwiefern und in welchem Ausmaß dies in der Literatur bereits dargestellt werden konnte, wird im nachfolgenden Abschnitt 3.1 herausgearbeitet.

3.1 Digitale Werkzeuge und ihre Bedeutung für den Modellierungsprozess

Digitale Werkzeuge – wir verstehen darunter eine spezielle Klasse digitaler Medien, nämlich universell einsetzbare Hilfsmittel zur Bearbeitung einer breiten Klasse von Problemen – erhalten im Prozess der Modellierung eine besondere Bedeutung. Dies zeigt sich sowohl in einzelnen Aktivitäten, die während der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben an verschiedenen Stellen auftreten können, als auch auf globaler

| Teilkompetenz | Beschreibung |
|---------------------------------------|--|
| Verstehen | Die Schülerinnen und Schüler konstruieren ein eigenes mentales Modell zu einer gegebenen Problemsituation und verstehen so die Fragestellung. |
| Vereinfachen Strukturieren | Die Schülerinnen und Schüler trennen wichtige und unwichtige Informationen einer Realsituation |
| Mathematisieren | Die Schülerinnen und Schüler übersetzen geeignet vereinfachte Realsituationen in mathematische Modelle (z. B. Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion). |
| Mathematisch arbeiten | Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit dem mathematischen Modell. |
| Interpretieren | Die Schülerinnen und Schüler beziehen die im Modell gewonnenen Resultate auf die Realsituation und erzielen damit reale Resultate. |
| Validieren | Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die realen Resultate im Situationsmodell auf Angemessenheit. Die Schülerinnen und Schüler vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation. |
| Vermitteln | Die Schülerinnen und Schüler beziehen die im Situationsmodell gefundenen Antworten auf die Realsituation und beantworten so die Fragestellung. |

Tab. 1: Teilkompetenzen des Modellierens (vgl. Greefrath, Kaiser, Blum & Borromeo Ferri, 2013, S. 19)

Ebene – also für alle Teiltätigkeiten des Modellierens anwendbar –, weshalb nun beides nacheinander aufgegriffen wird.

In komplexe(re)n Modellierungsaufgaben, wie z. B. dem energieoptimalen Aufstieg auf einen Berg (vgl. Bracke, Götz & Siller, 2015) oder der Münzmigration (Siller & Meckel, 2015; siehe auch Deutsche Bundesbank, 2003; Seitz & Stoyan, 2008) wird offensichtlich, dass es wichtig ist, eine *Reduktion* hinsichtlich umfangreicherer Rechenverfahren und/oder schematischer Abläufe zu erreichen. An dieser Stelle sind digitale Werkzeuge also interessant, da sie zum *Simulieren* mathematischer Modelle verwendet werden können.

Eine solche *Simulation* umfasst häufig auch umfangreiche Berechnungen. Exemplarisch wären Voraussagen über die Population einer bestimmten Tierart bei unterschiedlichen Umweltbedingungen nur mit Hilfe einer Simulation möglich. Nach einer Simulation kann über mathematische Begründungen für die gewonnene Lösung nachgedacht werden. Dazu stellt ein digitales Werkzeug ebenfalls ein geeignetes Hilfsmittel dar (Henn, 2004).

Darüber hinaus ist das (Über-)Prüfen und Kontrollieren von Lösungen eine zentrale Tätigkeit – nicht nur im Mathematikunterricht. Gerade hier leisten digitale Werkzeuge Unterstützung, da Kontrollprozesse automatisiert umgesetzt werden können. Durch einen Vergleich der realen Gegebenheiten und Ereignisse im Modell kann die Qualität dieses Modells kontrolliert und letztlich beurteilt werden. Neben einer numerischen Kontrolle ist in gleicher Weise eine grafische oder algebraische Kontrolle denkbar (vgl. Greefrath & Weitendorf, 2013).

Einen weiteren Vorteil auf globaler Ebene – also für alle Teiltätigkeiten des Modellierens – bietet die Nutzung digitaler Werkzeuge durch unterschiedliche Darstellungen. So besteht i. d. R. die Möglichkeit, vergleichsweise einfach zwischen Darstellungen zu wechseln oder es werden gleichzeitig mehrere Darstellungen verwendet, die interaktiv miteinander verknüpft sind. Digitale Werkzeuge übernehmen auf diese Weise die Aufgabe des Visualisierens im Unterricht (s. z. B. Heugl, Klinger, Lechner, 1996; Weigand & Weth, 2002). Außerdem wird in einer derartigen Verwendung der Ausgangspunkt für die Entwicklung mathematischer Modelle ermöglicht (vgl. Greefrath & Siller, 2018).

3.2 Theoretische Modelle zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen

Betrachtet man die im Abschnitt 3.1 beschriebenen Tätigkeiten, wird deutlich, dass digitale Mathematikwerkzeuge gewinnbringend an verschiedensten Stellen im Modellierungskreislauf verwendet werden können. Daher werden nun unterschiedliche theoretische Modelle zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen dargelegt und die beiden in diesem Beitrag fokussierten Kreisläufe spezifiziert: es soll ein *die Nutzung digitaler Werkzeuge integrierendes* Modell mit einem *durch die Nutzung digitaler Werkzeuge erweiterten* Modell verglichen werden.

Einige Möglichkeiten für den Einsatz digitaler Werkzeuge in einem Modellierungsprozess sind im Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005) dargestellt (s. Abb. 2).

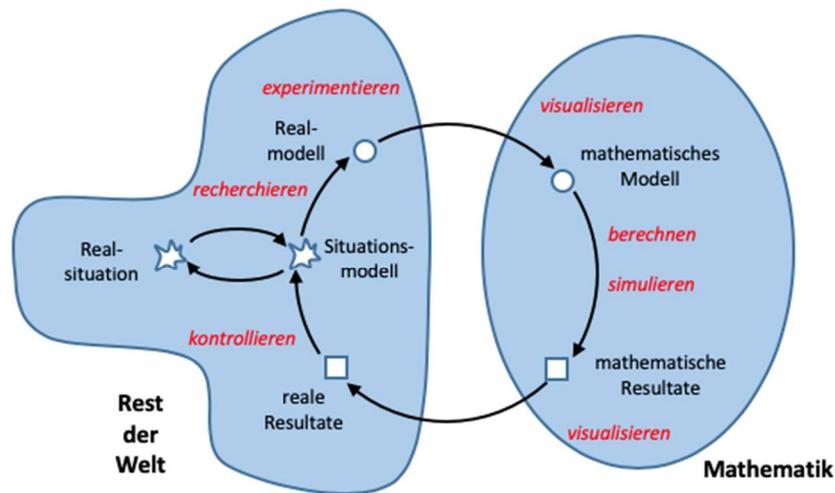


Abb. 2: Nutzung digitaler Werkzeuge beim Modellieren – integrierte Sichtweise (vgl. Greefrath, 2011)

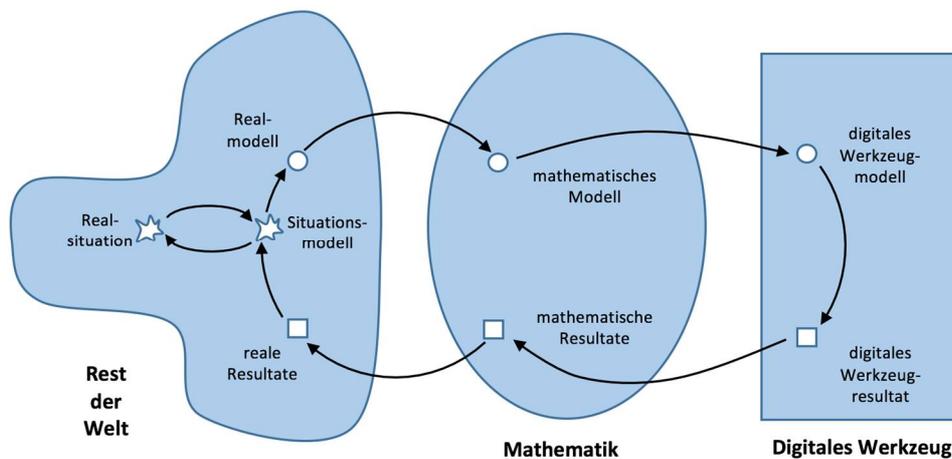


Abb. 3: Nutzung digitaler Werkzeuge beim Modellieren – erweiterte Sichtweise (Siller & Greefrath, 2010)

Schaap, Vos und Goedhart (2011) sehen die Chancen digitaler Werkzeuge besonders in den ersten Schritten des Modellierungskreislaufs. Neben Möglichkeiten beim Verstehen des Problems wird das Vereinfachen durch das Zeichnen der Situation und das Mathematisieren etwa mit Hilfe konkreter Beispiele besonders hervorgehoben. Sie weisen jedoch auch auf das mögliche Validieren hin. Andere Autoren betonen besonders die Möglichkeiten durch verschiedene Darstellungsformen mit digitalen Werkzeugen (Confrey & Maloney, 2007; Doerr & Pratt, 2008). Dies kann als Indiz für die Beeinflussung des mathematischen Modells durch das verwendete digitale Werkzeug gesehen werden. Geiger (2011) teilt die in Abb. 2 dargestellte Sichtweise, in der digitale Werkzeuge an vielen Stellen im Modellierungskreislauf verwendet werden. Ebenso sehen Daher und Shahbari (2015) die Verwendung digitaler Werkzeuge an unterschiedlichen Stellen im Modellierungskreislauf – abhängig von den untersuchten Personen.

Damit kann also für das Modellieren mit digitalen Werkzeugen ein Kreislaufmodell mit an vielen Stellen integrierter Werkzeugnutzung begründet werden, auch wenn in den konkreten Fällen die Nutzung digitaler Werkzeuge immer in einzelnen Bereichen des Modellierungskreislaufs aus Abb. 1 gesehen wird. Diese vorangegangenen Überlegungen machen deutlich, dass die Nutzung digitaler Werkzeuge in allen Phasen des Modellierungsprozesses wichtig sein kann (Greefrath, Siller & Weitendorf, 2011).

Digitale Werkzeuge und deren unterschiedliche Funktionen treten bei Modellierungsproblemen also an verschiedenen Stellen im Modellierungskreislauf auf. Das Recherchieren ist sicherlich ein guter Einstieg, um zu Beginn des Modellierungsprozesses eine Auseinandersetzung mit dem Modell zu ermöglichen. Das Kontrollieren hingegen wird vermutlich nach dem mathematischen Arbeiten zu verorten sein. Die eigentlichen Berechnungen finden im Schritt zwischen mathematischem Modell und mathematischen Resultaten statt. Einige Autoren fokussieren

bei der Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge besonders das Berechnen (z. B. Pierce, 2005; Doerr & Pratt, 2008) oder zumindest den Bereich des Modellierungskreislaufs zwischen Realmodell und mathematischen Resultaten (Galbraith & Stillman, 2006).

Gerade, wenn dieser Schritt des mathematischen Arbeitens mit digitalen Werkzeugen genauer betrachtet wird, ergeben sich weitere Erkenntnisse. Die Nutzung digitaler Werkzeuge hat Einfluss auf das Modellieren bzw. die Modellauswahl. Nicht jedes mathematische Modell ist für den Einsatz des gewählten digitalen Werkzeugs geeignet. Es muss ein Modell so vorliegen, dass es mit dem vorliegenden digitalen Werkzeug bearbeitet werden kann. Wir bezeichnen dieses Modell als digitales Werkzeugmodell (vgl. Abb. 3). Es liefert Ergebnisse, die wiederum in die Welt der Mathematik übertragen werden müssen, sodass dann mathematische Resultate vorliegen. Der beschriebene Fokus lässt also erkennen, dass die Nutzung digitaler Werkzeuge beim mathematischen Modellieren weitere Übersetzungen und Modelle erfordert. Dies kann in einem erweiterten Modellierungskreislauf (s. Abb. 3) dargestellt werden, der neben der realen Welt und der Mathematik auch die digitalen Werkzeuge berücksichtigt (vgl. Adan, Perrenet & Sterk, 2005; Savelsbergh et al., 2008; Pierce, 2005). Insbesondere betont diese Darstellung die erforderliche Übersetzung der mathematischen Modelle in entsprechende digitale Werkzeugmodelle zur Nutzung digitaler Werkzeuge sowie die Übersetzung der Resultate des digitalen Werkzeugs in mathematische Resultate.

Aktuelle Studien zeigen, dass die integrierte Sicht die tatsächlichen Modellierungstätigkeiten mit digitalen Werkzeugen besser beschreibt, als ein erweiterter Modellierungskreislauf, der die Werkzeugnutzung an einer Stelle besonders herausstellt (s. Greefrath & Siller, 2018).

Um dies empirisch zu vertiefen, wird nun zunächst der Forschungsstand zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen dargelegt. Im Anschluss kann dann auf Basis der bisherigen empirischen Befunde die Forschungsfrage für den vorliegenden Beitrag formuliert werden.

3.2 Empirische Studien zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen

Bereits vor längerer Zeit wurden offene Forschungsfragen zum Einsatz digitaler Werkzeuge beim Modellieren formuliert. Etwa die Frage, wie digitale Werkzeuge in unterschiedlichen Schulstufen und Leistungsniveaus effektiv zur Entwicklung von Modellierungskompetenzen der Schülerinnen und Schüler eingesetzt werden können, ist bis heute noch nicht

abschließend beantwortet. Hierbei sind auch Einflüsse im Zusammenhang mit möglichen neuen Aufgabentypen und allgemeine Einflüsse der digitalen Medien und Werkzeuge auf den Unterricht sowie die Leistungen der Lernenden zu beachten (Blum et al., 2002).

Wir betrachten hier empirische Erkenntnisse zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen sowie zu Realitätsbezügen und Anwendungen im Mathematikunterricht, die im Sinne eines engeren Verständnisses nicht als mathematische Modellierungsprobleme gesehen werden. Die Nutzung digitaler Werkzeuge ist ein besonderer Fokus dieses Beitrags. Wir fokussieren daher insbesondere digitale Werkzeuge, die über die Verwendung herkömmlicher wissenschaftlicher Taschenrechner hinausgehen.

Untersuchungen zu diesem Themenfeld beschäftigen sich zum einen mit Modellierungskompetenz von Schülerinnen und Schülern, die realitätsbezogene Probleme mit digitalen Werkzeugen bearbeiten, und zum anderen mit der detaillierten Analyse der Bearbeitungsprozesse von Lernenden, die auf digitale Werkzeuge zurückgreifen. Darüber hinaus gibt es eine Reihe konkreter Überlegungen zu Modellierungsbeispielen, die mit Hilfe von digitalen Medien und Werkzeugen bearbeitet werden können (z. B. Keune & Henning, 2003; Greefrath, Siller & Weiten-dorf, 2011; Sinclair & Jackiw, 2010).

Bezogen auf den Kompetenzerwerb sind zunächst zwei Meta-Studien von Burril et al. (2002) sowie Ellington (2003) zu nennen, welche die Nutzung grafikfähiger Taschenrechner im Zusammenhang mit realitätsbezogenen Aufgaben betrachten.

Burril et al. (2002) werten in einer Metastudie 43 Studien aus, nachdem sie 180 Referenzen gesichtet hatten. Es zeigt sich, dass Lernende durch die Nutzung grafikfähiger Taschenrechner neben der häufigeren Nutzung von Graphen und größerer Flexibilität in den Lösungsstrategien auch komfortabler mit realen Daten arbeiten konnten (Burrill et al., 2002). Daraus kann also die Vermutung abgeleitet werden, dass durch die Nutzung digitaler Werkzeuge beim mathematischen Modellieren Vorteile bei der Bearbeitung entstehen.

Ellington (2003; 2006) untersuchte im Rahmen einer Metastudie fast 100 Studien zur Nutzung unterschiedlicher Taschenrechner ab 1983. Dabei wurden insbesondere Studien in der Oberstufe betrachtet, in deren Rahmen eine Gruppe einen grafikfähigen Taschenrechner und eine Kontrollgruppe keinen grafikfähigen Taschenrechner nutzt, aber die gleichen Inhalte bearbeitet. Es zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler den größten Nutzen mit dem grafikfähigen Taschenrechner erzielen konnten, die ihn sowohl

im Unterricht als auch in den Prüfungen einsetzen. Dies kann darauf hindeuten, dass die konsequente Nutzung der digitalen Werkzeuge ein wichtiger Faktor ist. Darüber hinaus wurden die – für das Modellieren wichtigen – Problemlösefähigkeiten und konzeptionellen Fähigkeiten durch den Einsatz digitaler Werkzeuge gefördert.

Ein vergleichbares Ergebnis zeigte eine Studie von Huntley, Rasmussen, Villarubi, Santong und Fey (2000) im Kontext des *Core-Plus Mathematics Project Curriculum*. Dieses Curriculum ist effektiver als konventionelle Curricula in Bezug auf die algebraischen Problemlösefähigkeiten, wenn die Probleme in realitätsbezogenen Kontexten präsentiert wurden und die Verwendung grafikfähiger Taschenrechner gestattet war.

Der Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen bei Nutzung digitaler Werkzeuge wurde auch im Rahmen des TIM-Projekts in Rheinland-Pfalz untersucht. Das Projekt wurde an Gymnasien von 2005 bis 2007 mit Klassen 7 und 8 bzw. 9 und 10 durchgeführt. In den Klassen 7 und 8 wurden grafikfähige Taschenrechner und in den Klassen 9 und 10 wurden CAS-fähige Taschencomputer eingesetzt. Bei den überdurchschnittlichen Leistungssteigerungen in Klasse 9 und 10 wurden – unabhängig vom Geschlecht – besonders Modellierungs- und Kommunikationskompetenzen festgestellt (Bruder, 2008).

Im Rahmen des Projekts LIMO an der Universität Münster wurde eine quantitative Kontrollstudie mit 709 Schülerinnen und Schülern durchgeführt und insbesondere die Teilkompetenz Mathematisieren bei der Nutzung digitaler Werkzeuge beim Modellieren untersucht. Es wurde die Kompetenzentwicklung einer Testgruppe, die mit dynamischer Geometriesoftware arbeitete, mit einer Kontrollgruppe, die während einer vierstündigen Intervention zu geometrischen Modellierungsaufgaben mit Papier und Bleistift an den gleichen Aufgaben arbeitete, gegenübergestellt. Es zeigte sich zwar eine vergleichbare Verbesserung der Teilkompetenz Mathematisieren in beiden Gruppen, jedoch stellte die programmbezogene Selbstwirksamkeitserwartung der Lernenden einen signifikanten Prädiktor für den Kompetenzzuwachs dar (Greefrath, Hertleif & Siller, 2018).

Doerr und Zangor (2000) untersuchten Tätigkeiten mit digitalen Werkzeugen beim Modellieren. Dazu wurden Lernende in zwei Klassen der Sekundarstufe II mit grafikfähigem Taschenrechner über sechs Unterrichtsstunden mit Modellierungsaufgaben beobachtet. Es wurden die Verwendungsarten des grafikfähigen Taschenrechners analysiert. Dabei zeigte sich, dass das digitale Werkzeug als Transformations-Werkzeug („Transformational Tool“) zum Berechnen, zur Datenbeschaffung, zum Visualisieren

und zum Kontrollieren eingesetzt wurde. Diese Studie bestätigt also einige der theoretisch ermittelten Tätigkeiten beim Modellieren (recherchieren, visualisieren, berechnen, kontrollieren; vgl. Abb. 2). Auch Arzarello, Ferrara und Robutti (2012) haben gezeigt, dass digitale Werkzeuge (konkret wurden GeoGebra und TI-Nspire verwendet) zum Überprüfen von Vermutungen und zum Validieren eingesetzt werden. Greefrath und Siller (2017) haben in einer Fallstudie mit vier Paaren von Lernenden in der Jahrgangsstufe 10 an einem Gymnasium Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung einer realitätsbezogenen Aufgabe mit GeoGebra beobachtet. Die Nutzung digitaler Werkzeuge fand hauptsächlich in den Phasen des Mathematisierens und des mathematischen Arbeitens statt (vgl. Abb. 1). Daneben gab es ebenfalls Werkzeugnutzung zwischen dem Situationsmodell und dem mathematischen Modell, wo es im Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005) eigentlich keine direkte Verbindung gibt.

Die Beobachtungen zeigen, dass digitale Werkzeuge in der Tat an unterschiedlichen Stellen im Modellierungskreislauf eingesetzt werden. Der verwendete Modellierungskreislauf aus Abb. 2 beschreibt, ebenso wie der von Geiger (2011), die Nutzung digitaler Werkzeuge beim Modellieren. Eine Modellierung, bei der die Werkzeugnutzung nur zwischen mathematischem Modell und der mathematischen Lösung erfolgt (s. Abb. 3), beschreibt diese Modellierungsprozesse mit einem anderen Fokus (Greefrath & Siller, 2017).

Neben den allgemeinen und mathematischen Kompetenzen sind auch weitere Faktoren zum mathematischen Modellieren mit digitalen Medien und Werkzeugen in den Blick genommen worden. Geiger, Galbraith, Renshaw und Goos (2003) untersuchten in einem Kurs in der Sekundarstufe II mit positiver Einstellung zur Mathematik qualitativ die Auswahl der verwendeten digitalen Werkzeuge. Als ein Ergebnis wird für die richtige Auswahl des digitalen Werkzeugs die Bedeutung der Vertrautheit sowie das Selbstvertrauen in Bezug auf digitale Werkzeuge angesehen. Außerdem werden das Format und die Form der Aufgabe für die erfolgreiche Werkzeugnutzung als wesentlich angesehen. Schülerinnen und Schüler unterschieden hier nicht zwischen realitätsbezogenen und innermathematischen Kontexten bezüglich der Nutzung digitaler Werkzeuge (Geiger et al., 2003). Auch Brown (2015) hat im Rahmen einer auf der Basis von *Grounded Theory* durchgeführten qualitativen Studie vergleichbare Ergebnisse ermittelt. Schülerinnen und Schüler nutzen häufig nicht die Möglichkeiten der digitalen Werkzeuge für die Bearbeitung realitätsbezogener Aufgaben – etwa die graphischen Möglichkeiten – um die gewählten mathemati-

schen Modelle darzustellen oder zu vergleichen, obwohl sie die technischen und mathematischen Voraussetzungen dazu erfüllten.

Aktuell existieren folglich einige empirische Studien zum Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge beim mathematischen Modellieren im Mathematikunterricht; allerdings gibt es eher Fallstudien als großangelegte Implementationsstudien. In jedem Fall wird aktuell Bedarf an intensiven Forschungen zu diesem Feld gesehen: „It is necessary to broaden both theoretical and methodological approaches to establish the various ways in which mathematical knowledge is formed in modeling processes with digital technologies“ (Molina-Toro, Rendón-Mesa & Villa-Ochoa, 2019, S. 9). Mit den nachfolgenden Forschungsfragen soll dem nachgegangen werden.

4. Forschungsfrage

Die Ergebnisse empirischer Studien verdeutlichen, dass noch einige Fragen, insbesondere zur genaueren Untersuchung von Modellierungsprozessen mit digitalen Medien, offen sind. Hierzu sind geeignete theoretische Modelle erforderlich, von denen bereits bekannt ist, dass sie sich prinzipiell zur Analyse von Lösungsprozessen eignen (Borromeo Ferri, 2010). In den Fallstudien (etwa Doerr & Zangor, 2000; Greefrath & Siller, 2017) zeigen sich interessante Ergebnisse zu Tätigkeiten mit digitalen Werkzeugen beim Modellieren und unterschiedliche theoretische Zugänge in Form von Modellierungskreisläufen wurden als Analyseinstrument herangezogen. Dabei konnten detaillierte Zusammenhänge zu den Teilschritten des Modellierungsprozesses neue Erkenntnisse bringen. Folglich ist es für weitere Untersuchungen in diesem Feld von großem Interesse, welcher Modellierungskreislauf als theoretische Grundlage für die Untersuchung von Modellierungsprozessen mit digitalen Medien besonders geeignet ist. Wir stellen also die folgende Forschungsfrage:

Inwieweit können Modellierungsprozesse mit digitalen Medien mit Hilfe des integrierten Kreislaufs (s. Abb. 2) und des erweiterten Kreislaufs (s. Abb. 3) als Analyseinstrument geeignet untersucht werden?

5. Untersuchungsmethoden

5.1 Datenerhebung

Die für diesen Beitrag verwendeten Videos wurden 2014 und 2015 mit Schülerinnen und Schülern an rheinland-pfälzischen Gymnasien im Rahmen von Projekttagen zum Modellieren angefertigt. Die Teilnahme an diesen Projekttagen erfolgte nach freiwilliger Interessensbekundung durch die Lehrkräfte der jeweiligen Kurse. Auf Vorkenntnisse der Schülerin-

nen und Schüler wurde nicht geachtet. Von den anmeldenden Lehrkräften wurde versichert, dass die curricularen Inhalte der jeweiligen Jahrgangsstufen in Gänze umgesetzt wurden.

Die in unserer Untersuchung eingehenden Daten stammen von zwei unterschiedlichen Schulen im nördlichen Rheinland-Pfalz. Am Regino-Gymnasium Prüm bearbeitete ein gesamter Kurs mit 15 Schülerinnen und Schülern im Rahmen von an der Schule durchgeführten Modellierungs-Projekttagen unterschiedliche, zur Verfügung gestellte Problemstellungen. Die Arbeitszeit für die beiden Projekttag wurde von 7.45 Uhr bis 17.00 Uhr festgelegt. Schülerinnen und Schüler zweier Mathematik-Leistungskurse des Kant-Gymnasiums Boppard bearbeiteten die Problemstellungen im Rahmen von dreitägigen Modellierungs-Projekttagen an der Universität. Sie mussten den in der Schule parallel stattfindenden Unterricht nachholen. Die Arbeitszeit für diese Schülerinnen und Schüler wurde für die ersten beiden Tage auf 9.00 bis 16.00 Uhr, am dritten Tag auf 09.00 bis 11.00 Uhr festgelegt. Bei beiden Schulgruppen wurde im Plenum die Problemstellungen während der genannten Zeiträume vorgestellt. Die Bearbeitung wurde in beiden Gruppen durch den gleichen Mathematik-Lehramtsstudenten begleitet. Dabei stand er für Fragen zur Verfügung, sollte die Bearbeitung jedoch möglichst wenig lenken.

Nach der Bearbeitung sollte abschließend eine Ergebnispräsentation vorbereitet werden, welche im Plenum präsentiert wurde.

Die – realitätsbezogene – Problemstellung der *Münzmigration* (s. Anhang), war eine aus drei vorhandenen Wahlmöglichkeiten am Regino-Gymnasium Prüm bzw. eine aus acht Möglichkeiten für die Schülerinnen und Schüler des Kant-Gymnasiums Boppard. Nach eingehender Beratung in der Gruppe musste eine der vorhandenen Möglichkeiten gewählt werden und anschließend innerhalb der verbleibenden Zeit der beiden bzw. drei Tage bearbeiten werden. Die Problemstellung Münzmigration wurde von einer Gruppe mit 5 Schülerinnen und Schülern des Regino-Gymnasiums Prüm, Jahrgangsstufe 12 Leistungskurs, gewählt. Davon konnte ein Schüler nicht an beiden Tagen teilnehmen. Am Kant-Gymnasium Boppard wählte eine Gruppe aus vier Schülerinnen und Schülern dieselbe Problemstellung. Für beide Gruppen lagen Einverständniserklärungen zur Videographie, seitens der Aufsichts- und Dienstleistungsdirektion Rheinland-Pfalz, vor.

Bei der Bearbeitung der Problemstellung sollen zunächst Einflussfaktoren auf die Veränderung der Anteile deutscher und ausländischer Euromünzen ermittelt und im Anschluss das Verhältnis sowie die Entwicklung der Anteile der genannten Münzarten in

den kommenden Jahren ermittelt werden (Siller & Meckel, 2015; siehe auch Deutsche Bundesbank, 2003; Seitz & Stoyan, 2008). Diese Aufgabe stellt sich als besonders geeignet in Hinblick auf die oben formulierte Forschungsfrage heraus, da die Anforderungen an Modellierungsaufgaben, wie beispielsweise Authentizität, Offenheit und Relevanz (Greefrath, Siller & Ludwig, 2017; Maaß, 2010), ebenfalls auf den Einsatz der digitalen Werkzeuge übertragbar und gegeben sind. So ist beispielsweise die Verwendung einer Tabellenkalkulation für die Lösung der Aufgabe mit Hilfe einer rekursiv definierten Folge authentisch. Darüber hinaus bietet die Aufgabe durch die Möglichkeit verschiedener Lösungswege auch ein großes Potential hinsichtlich der Nutzung verschiedener digitaler Werkzeuge.

Zur Analyse werden die Videos zweier Gruppen, welche die gymnasiale Oberstufe besuchen, herangezogen. Gruppe 1 besteht aus vier Lernenden eines Mathematik-Leistungskurses in Klasse 11 und Gruppe 2 wurde aus Lernenden eines Mathematik-Leistungskurses in Klasse 12 gebildet.

Die Durchführung der Projekttage erfolgte für Gruppe 1 in den Räumlichkeiten der Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz – im Rahmen eines Lehr-Lern-Labors der Mathematik – und für Gruppe 2 in der Schule.

Die Videos wurden transkribiert und für die vorliegende Untersuchung mit dem Fokus der Nutzung digitaler Medien neu interpretiert. Es liegen für beide Lernendengruppen also sowohl Videos der Arbeitsprozesse als auch Transkripte der gesprochenen Äußerungen vor.

5.2 Auswertungsmethode

Um die verschiedenen Facetten der beiden Modellierungskreisläufe als Analyseinstrument zu untersuchen, soll exemplarisch eine Modellierungssequenz sowohl mit dem integrierten (s. Abb. 2) als auch mit dem erweiterten (s. Abb. 3) Modellierungskreislauf dargestellt werden. Daher wird zunächst beschrieben, wie das Material codiert wurde, um daraus abzuleiten, wodurch eine Sequenz als relevant für die genannte Gegenüberstellung angesehen wird. Dazu werden zunächst zwei voneinander unabhängige Codierungen vorgenommen: die der Modellierungsverläufe (s. Abschnitt 5.2.1) sowie die der digitalen Mediennutzung (s. Abschnitt 5.2.2).

5.2.1 Codierung der Modellierungsverläufe

Um die modellierungsspezifischen Aktivitäten der beiden untersuchten Gruppen während des gesamten Prozesses zu erfassen und so die jeweiligen Modellierungsverläufe darstellen zu können, wurde ein deduktives Kategoriensystem zur Codierung gewählt.

Dabei liegen die im Abschnitt 2 bereits vorgestellten Teilkompetenzen aus dem Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005) mit deren Beschreibungen (Greefrath et al., 2013) als Kategorien zugrunde. Als weitere Kategorie wurde außerdem „keine Modellierungsteilkompetenz“ hinzugefügt. Folglich können eine kognitive Sichtweise eingenommen sowie möglichst genaue Beschreibungen der Modellierungsprozesse vorgenommen werden (Greefrath et al., 2013). Um ein sowohl systematisches als auch regelgeleitetes Vorgehen zu gewährleisten (Mayring, 2010), wurden vor der Codierung die Analyseeinheiten sowie das Ablaufmodell der Analyse festgelegt: Beim verwendeten Material handelt es sich um die auf Basis der videografierten Gruppenarbeiten entstandenen Transkripte, da sich Indikatoren für die Modellierungsteilkompetenzen in Gesprächen identifizieren lassen (Borromeo Ferri 2007, Borromeo Ferri 2010). Daher muss bereits an dieser Stelle konstituiert werden, dass sich die Analysen auf die durch getätigte Aussagen identifizierbaren Modellierungsaktivitäten beziehen. Die Transkripte sind durch die Wechsel der redenden Personen innerhalb der Gruppenaktivitäten strukturiert. Darüber hinaus ist das Ende einer solchen Gesprächseinheit mit einer Zeitmarke versehen. Mit den Zielen der Sinnerhaltung sowie der Identifikation von Modellierungsteilkompetenzen wurde als kleinste Codiereinheit eine Aussage einer Person gewählt. Die Codierung erfolgte weiterhin ausschließlich in Leserichtung, sodass eine rückblickende Interpretation gelesener Stellen vermieden werden konnte und eine einheitliche Codierung gegeben ist. Darüber hinaus wurden ausgewählte Stellen zur Bestimmung der Intracoder-Reliabilität (Landis & Koch, 1977) nach ungefähr einem Monat zweicodiert (vgl. Abschnitt 5.3).

5.2.2 Codierung der digitalen Mediennutzung

Da sich das Arbeiten der Schülerinnen und Schüler mit digitalen Medien in den Transkripten nicht explizit widerspiegelt, wurden die Videoaufzeichnungen hinsichtlich der Nutzung solcher Medien einer qualitativen Dokumentenanalyse (Döring & Bortz, 2015) beziehungsweise einer qualitativen Videoanalyse (Knoblauch, Schnettler, Raab & Soeffner, 2012) unterzogen.

Hierzu wurden die Videos in Abschnitte zu je 15 Sekunden segmentiert, also zeitlich in Analyseeinheiten unterteilt. Jede dieser Einheiten wurde dahingehend untersucht, ob die Lernenden digitale Medien oder Werkzeuge nutzten oder nicht.

Die *Nutzung* digitaler Medien wurde einerseits operationalisiert über beobachtbare Indikatoren, wie beispielsweise Tippen auf der Tastatur des Laptops oder Taschenrechners, mit dem Finger auf den Bildschirm

deuten, den Bildschirm intensiv betrachten, über das Trackpad oder den Smartphonebildschirm streichen bzw. eine Computer-Maus bewegen etc. Andererseits lagen im Videomaterial an einigen Stellen auch akustische Indikatoren für die Nutzung vor, etwa wenn Texte oder Zahlen von Bildschirmen laut vorgelesen werden (erkennbar an Tonfall, Sprechgeschwindigkeit und -rhythmus). Die Existenz eines Indikators in der Analyseeinheit führte zur Zuweisung des entsprechenden Codes zur gesamten Analyseeinheit.

5.2.3 Zusammenfassen und identifizieren relevanter Stellen

In den beiden vorherigen Abschnitten wurde erläutert, wie sowohl die Modellierungsteilkompetenzen als auch die Technologienutzung unabhängig voneinander codiert wurden. Mit dem Ziel der Gegenüberstellung von Modellierungsaktivitäten unter der Verwendung digitaler Medien und Werkzeuge in den beiden ausgewählten Modellierungskreisläufen (s. Abb. 2 und Abb. 3) wird nun das Vorgehen beschrieben, wie dafür relevante Stellen identifiziert wurden. Dabei wird *relevant* in diesem Rahmen definiert durch einen zeitlich möglichst großen Anteil medienbasierter Aktivitäten sowie das Auftreten möglichst vieler verschiedener Modellierungsteilkompetenzen innerhalb eines hier darstellbaren Zeitrahmens. Auf Basis der beiden unabhängigen Codierungen ist es daher möglich, Ausschnitte zu identifizieren, welche diese beiden Kriterien aufweisen. Nachdem verschiedene zusammenhängende Teilprozesse herausgearbeitet werden konnten, wurden die videografierten Szenen erneut angeschaut und unter dem Fokus analysiert, ob differente technologiebasierte Aktivitäten sowie Hürden auftreten. Da mit dem Ziel der Extraktion relevanter Abschnitte neben den Teilkompetenzen unabhängig davon lediglich codiert wurde, welche Medien genutzt werden und in dieser Phase der Codierung kein Zusammenhang zwischen den beiden Codiersträngen hergestellt wurde, erfolgte eine inhaltliche Prüfung des Zusammenhangs auf Basis der Videografien. Die im Abschnitt 6.1 präsentierte Stelle wurde darauf aufbauend innerhalb einer Expertendiskussion ausgewählt. Als Kriterium wurde dabei vor allem herangezogen, dass innerhalb des Abschnitts möglichst viele Modellierungsaktivitäten sichtbar wurden, welche in Zusammenhang mit der digitalen Werkzeugnutzung stehen.

5.3 Gütekriterien

Um die Güte der hier dargelegten Studie sicherzustellen, wurden die drei aus einer Metaanalyse mathematikdidaktischer Untersuchungen extrahierten Kriterien *research relevance*, *research significance* und *research rigor* zugrunde gelegt (Kadijevich, 2005).

Für die Weiterentwicklung konkret anwendbarer Konzepte, etwa für das Unterrichten oder Lernen von mathematischem Modellieren mit digitalen Medien, kann diese Studie lediglich Ansätze in Bezug auf neue Forschungsvorhaben bieten. Vor allem im Bereich der Prozessanalyse kann die verfolgte Forschungsfrage einen Beitrag leisten, indem Vor- und Nachteile von verwendbaren Analyseinstrumenten herausgearbeitet und deren jeweiligen Ziele expliziert werden. Daher ist das Kriterium der Wissenschaftsrelevanz (*research relevance*) nicht vollständig, aber zufriedenstellend erfüllt.

Die Forschungslücke konnte aus bestehenden theoretischen Konzepten, wie z. B. verschiedenen Modellierungskreisläufen, sowie dem aktuellen Forschungsstand zum Modellieren mit digitalen Werkzeugen, bei dem differenziert internationale Arbeiten und Ergebnisse einbezogenen wurden, hergeleitet werden. Somit sind die Indikatoren für die Forschungssignifikanz (*research significance*) als umgesetzt anzusehen.

Die Forschungsstrenge (*research rigor*) muss in den verschiedenen Schritten der Untersuchung vorhanden sein. Nachdem zu Beginn als für alle Entscheidungen leitend die Forschungsfrage formuliert wurde, erfolgte darauf aufbauend eine Auswahl der Methodik. Zunächst wurde eine qualitative Herangehensweise gewählt, da das vermehrt qualitativ eingesetzte Analyseinstrument des Modellierungskreislaufs differenziert und in verschiedenen Ausführungen fokussiert werden sollte. Eine darauf aufbauende Codierung der Modellierungsteilkompetenzen konnte regelgeleitet und systematisch durchgeführt werden. Darüber hinaus wurde die im nachfolgenden Kapitel betrachtete Stelle nach ungefähr einem Monat erneut codiert, um das klassische Gütekriterium der Intracoder-Reliabilität zu erfüllen und der Forderung Kadjevichs (2005) nachzukommen, bei der Überprüfung der Gütekriterien auch auf Konzepte der Reliabilität und Objektivität einzugehen. Mit einem Cohen's Kappa von 0.965 liegt an dieser Stelle eine fast perfekte Übereinstimmung vor (Landis & Koch, 1977). Für die Codierung der Nutzung digitaler Medien und Werkzeuge musste zunächst eine Operationalisierung vorgenommen werden. Auf dieser Basis konnten dann die Videos wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben ebenfalls regelgeleitet und systematisch codiert werden. Auch die Auswahl relevanter Stellen für die Analyse verfolgte diese Kriterien. Insgesamt ist weiterhin das Kriterium der Validität erfüllt, da entweder ein Rückgriff auf bereits bestehende Operationalisierungen in Bezug auf die Modellierungsteilkompetenzen oder eine eigene, theoriegestützte Operationalisierung der Mediennutzung der Erhebung vorangestellt wurde. Obwohl die ethische Strenge von Kadjevich (2005) nicht explizit als

ein Indikator der Forschungsstrenge genannt wird, ist herauszustellen, dass die Untersuchungspersonen über die Teilnahme an einer wissenschaftlichen Erhebung informiert und dadurch nicht beeinträchtigt waren.

6. Ergebnisse

Der Bericht der Ergebnisse beruht auf der Bearbeitung der Aufgabe *Münzmigration*, welche im Anhang eingesehen werden kann. Mit dieser beschäftigten sich Projektgruppen (vgl. Abschnitt 5.1).

6.1 Beispielstelle in beiden Kreisläufen

Auf Basis der in Abschnitt 5.2.3 beschriebenen Methodik wurde eine Stelle ausgewählt, um eine exemplarische Analyse mit den beiden Kreisläufen gegenüberzustellen. Die ausgewählte Stelle ist im gesamten Modellierungsprozess einer aus vier Schülerinnen und Schülern bestehenden Gruppe (Gruppe 1), welcher sich über drei Schultage erstreckte, an Tag 2 anzusiedeln. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass innerhalb von circa neun Minuten die Modellierungsteilkompetenzen Vereinfachen und Strukturieren, Mathematisieren, Mathematisch arbeiten, Interpretieren und Validieren identifizierbar sind. Darüber hinaus werden verschiedene digitale Werkzeuge verwendet.

Die Szene wird nun kurz inhaltlich beschrieben und im Anschluss daran auf Basis des integrierten sowie des erweiterten Modellierungskreislaufs dargestellt. Darauf aufbauend werden dann Unterschiede und Gemeinsamkeiten herausgearbeitet.

6.1.1 Kurzbeschreibung des Abschnitts

Um die weitere Darstellung der Ergebnisse besser nachvollziehen zu können, werden die nun beschriebenen Handlungsstränge mit einer Nummerierung versehen. Diese sind in Abb. 4 und Abb. 5 ebenfalls eingetragen worden. Dabei sind nur die durchgezogenen Linien als beobachtete Prozesse zu sehen, welche am Kreislauf entlang mit gestrichelten Linien verbunden wurden, um die Reihenfolge der Teilprozesse verdeutlichen zu können.

Der Abschnitt beginnt damit, dass eine der Schülerinnen (S2), ein Ergebnis, welches sie zuvor innerhalb eines längeren Zeitraums in Einzelarbeit mit dem Taschenrechner ermittelt hat, vorliest und direkt interpretiert. Somit gehen die übrigen Gruppenmitglieder, welche eigentlich damit beschäftigt waren, einen Graphen an die Tafel zu zeichnen, auf die genannte Anzahl der Zwei-Cent-Münzen ein (1). Es entwickelt sich ein Gespräch über die mühsame Berechnung mit dem Taschenrechner (2 bzw. 2a) und darüber, dass die Berechnung auch mit Hilfe einer Tabellenkalkulation hätte erfolgen können. Deren Zeitersparnis wird neben den wenigen Kenntnissen über den Umgang mit Tabellenkalkulationsprogrammen besprochen. S2 geht daraufhin wieder in eine Einzelarbeitsphase über, um die Berechnung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm durchzuführen (2 bzw. 2b). Die übrigen Gruppenmitglieder (S1, S3 und S4) validieren den zuvor an der Tafel gezeichneten Graphen (3) und überlegen, wie sie weitere Werte erhalten. S1 möchte gerne versuchen, einen präziseren Graphen auf Basis der bereits bekannten Werte zu zeichnen (4). Zunächst entsteht allerdings erneut ein Gespräch

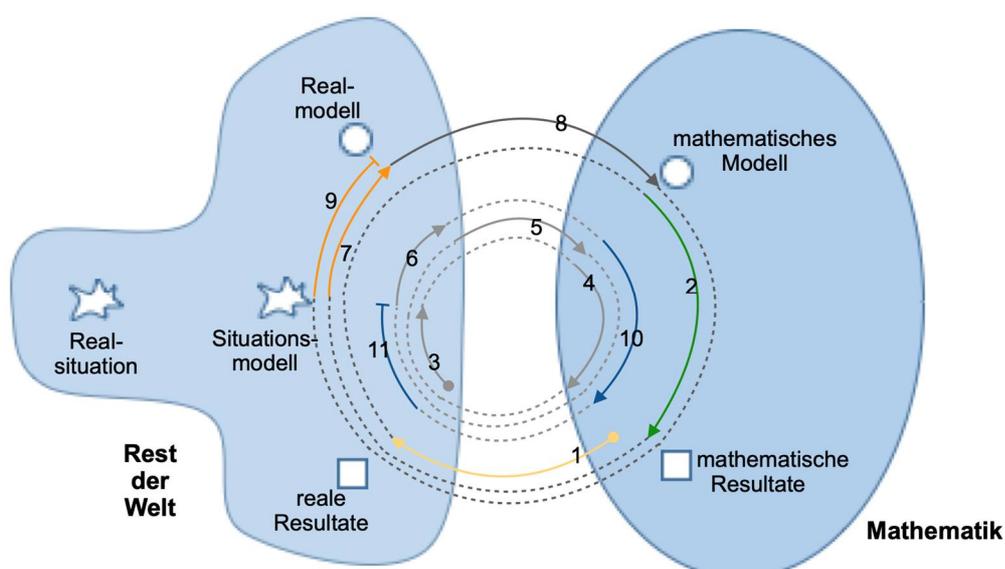


Abb. 4: Darstellung des Modellierungsprozesses in der Beispielstelle im Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2005)

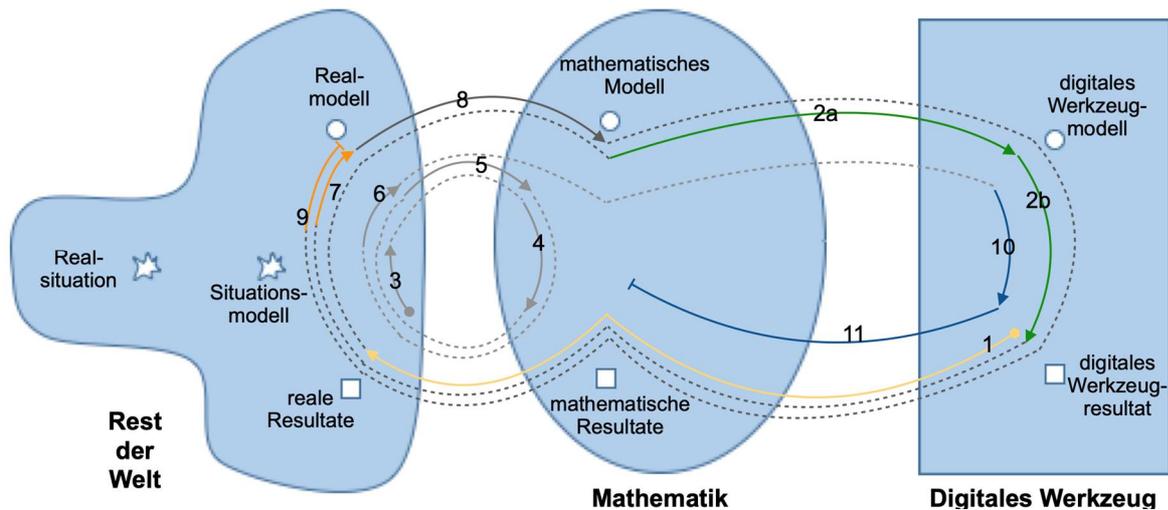


Abb. 5: Darstellung des Modellierungsprozesses in der Beispielstelle im erweiterten Modellierungskreislauf nach Siller & Greefrath (2010)

über die Berechnung und es fällt auf, dass das mathematische Modell ausgeschärft werden muss (5). Dabei fällt auf, dass weitere Werte benötigt werden. Bevor weiter recherchiert wird, befragt S1 jedoch S2, ob die Berechnung mit dem Computer fortschreitet. Daraufhin erläutert S4, dass auch für diese Berechnung noch weitere Werte fehlen (6). Eine Recherche mit Handys und Laptop wird von drei Gruppenmitgliedern vorgenommen (7), während S1 am Computer mit der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra arbeitet (2 bzw. 2b). Die übrigen drei Schülerinnen und Schüler unterhalten sich außerdem über die unterschiedlichen Darstellungen gefundener Daten am Handy und am Laptop. Sie denken kurz darüber nach, dass der Wert der Kursmünzensätze ebenfalls in die Rechnung integriert werden müsste (8) und setzen dann die Internetrecherche in der Hoffnung auf einen aussagekräftigen Wert zum Münzwechsel fort (9). Diese Phase wird dadurch unterbrochen, dass S1 ihren mit GeoGebra gezeichneten Graphen präsentiert (10). Das mit dem digitalen Werkzeug erstellte Resultat wird anschließend innerhalb der Gruppe validiert (11). Zusammenfassend sind in dem beschriebenen Ausschnitt zwei Handlungsstränge erkennbar, die durch den Wechsel von Einzel- und Gruppenarbeit bedingt sind. Im ersten Handlungsstrang wird dabei der Fokus auf die Ermittlung der Anzahl an bestimmten Münzen gelegt. Diese wird mithilfe des Taschenrechners sowie einer Tabellenkalkulation durchgeführt. Der zweite Handlungsstrang basiert auf der graphischen Darstellung der Entwicklung ausländischer Münzen in Deutschland. Diese zunächst an der Tafel bestehende Skizze wird validiert und daraufhin unter Verwendung von GeoGebra präsentiert.

6.1.2 Darstellung in den beiden Kreisläufen

Der beschriebene Ausschnitt wurde als Modellierungsverlauf in dem integrierten sowie in dem erweiterten Kreislauf dargestellt (s. Abb. 4 bzw. Abb. 5). In beiden Kreisläufen wurde eine Spirale gewählt, um die Verläufe zu kennzeichnen, indem die codierten Modellierungsteilkompetenzen mit durchgezogenen Linien und Pfeilspitzen eingezeichnet wurden. Um den Verlauf zu visualisieren, wurden die eingezeichneten Pfeile außerdem mit gestrichelten Linien in Kreisrichtung verbunden. Mithilfe eines Punkts wurde der Anfang und mithilfe einer senkrecht zum Pfeil stehenden Linie das Ende des Handlungsstrangs dargestellt. Da im Transkript zwei thematisch voneinander unabhängige Handlungsstränge deutlich werden, wurden diese in zwei getrennten Spiralen gezeichnet. Der Handlungsstrang, in dem sich die Schülerinnen und Schüler mit verschiedenen Darstellungen befassen, ist dabei der inneren Spirale zuzuordnen und die Ermittlung der Anzahl bestimmter Münzarten wird durch die äußere Spirale repräsentiert. Durch die Nummerierung der Pfeile, welche bereits in Abschnitt 6.1.1 eingeführt wurde, kann dennoch der gesamte zeitliche Verlauf des Modellierungsprozesses innerhalb der Gruppe verfolgt werden. Weiterhin wurde die Technologienutzung farbig wie folgt markiert: gelb entspricht der Nutzung eines Taschenrechners, grün steht für die Verwendung einer Tabellenkalkulation, blau schließt die Auseinandersetzung mit einer dynamischen Geometriesoftware ein und orange bedeutet, dass eine Suchmaschine im Internet verwendet wurde. Um die Übersichtlichkeit zu erhöhen, wurde von einer Beschriftung der Teilkompetenzen sowie einer Darstellung des idealisierten Kreislaufs abgesehen. Daraus resultieren die beiden Abbildungen 4 und 5.

6.1.3 Beschreibung der Gemeinsamkeiten und Unterschiede

Mit dem Ziel, verschiedene Kreisläufe als Analyseinstrument gegenüberzustellen und so der Forschungsfrage nachzugehen, werden in diesem Abschnitt anhand der ausgewählten und beschriebenen Stelle Gemeinsamkeiten und Unterschiede der verschiedenen Darstellungen herausgearbeitet.

Beide betrachteten Modelle des Modellierens ermöglichen die Darstellung der sieben Modellierungsteilkompetenzen nach Blum und Leiß (2007). Außerdem werden einige Teilkompetenzen an gleicher Stelle im Modellierungskreislauf visualisiert. So müssen beispielsweise Prozesse, die Indikatoren für die Modellierungsteilkompetenz Vereinfachen bzw. Strukturieren aufweisen, im Übergang vom Situationsmodell zum Realmodell dargestellt werden, unabhängig davon, ob der Prozess die Nutzung eines digitalen Mediums oder Werkzeugs beinhaltet oder nicht.

Aktivitäten mit einem digitalen Werkzeug oder Medium, die beispielsweise einen inhaltlichen Zusammenhang mit dem Schritt Vereinfachen bzw. Strukturieren aufweisen, jedoch nicht direkt Indikatoren dafür aufweisen, können in keinem der beiden Kreisläufe dargestellt werden. Ein Beispiel dafür ist der nachfolgende Transkriptausschnitt, bei dem die Schülerinnen und Schüler zunächst mit dem Handy recherchieren und dabei Daten finden. Die grafische Darstellung wird dort jedoch nicht korrekt angezeigt, sodass S4 vorschlägt, diese am PC anzuschauen.

S3: Toll. Schaut euch diese Statistik an. ((gibt sein Handy weiter)) (...) Da steht einfach gar nichts dabei. #00:21:45-1#

S4: Also, such mal/ Such das mal auf dem PC. Dann siehst du ja/ #00:21:48-5#

Ähnliche Ausschnitte, welche die Nutzung von digitalen Medien beinhalten, können hingegen im erweiterten Kreislauf dargestellt werden. Aufgrund dessen wurde eine Phase des ausgewählten Modellierungsprozesses bei der Visualisierung im zuletzt genannten Kreislauf unterteilt. Der Schritt 2a beinhaltet ein Gespräch über die Umsetzung der Berechnung einer Summe unter Verwendung des Tabellenkalkulationsprogramms Excel. Darüber hinaus werden innerhalb dieses Gesprächs einige Eigenschaften von Berechnungen mit dem Taschenrechner und mit Excel angesprochen. Als Beispiel können der Arbeits- und Zeitaufwand sowie die fehlenden Kenntnisse in Bezug auf Tabellenkalkulationsprogramme genannt werden.

S2: Das habe ich gerade mühsam aufaddiert, man. #00:14:56-3#

Betreuer: Hast du echt mit dem Taschenrechner jetzt gemacht? (...) Also da/ #00:14:59-9#

S2: Dafür hätte ich jetzt auch eigentlich eine Tabelle (einfügen können?), oder? #00:15:01-8#

Betreuer: Im Prinzip/ #00:15:03-6#

S1: Mhmm ((fragend)), 2.293.000.000 sind das. #00:15:05-9#

S2: Ziehen können. ((unv.)) #00:15:03-1#

Betreuer: Weißt du wie das geht mit Excel? #00:15:04-7#

S2: Stimmt, da gibt es/ Es/ #00:15:07-5#

S3: Ja, wir haben das nie gemacht. #00:15:08-1#

Betreuer: Nein? #00:15:09-0#

S3: Nein. #00:15:09-5#

S2: Wir haben das echt nie gemacht. Aber eigentlich musst du die kopieren, einfügen und dann kann der dir so eine Summentabelle, oder? #00:15:13-6#

Betreuer: Ja. #00:15:14-0#

S2: Ich habe nicht so viel Erfahrung mit Excel. Ich hab zwar mit Excel mal gearbeitet und so, auch wegen Mathe, aber/ Milliarden ((bezieht sich auf die Frage (s.u.) von S3)) / Hauptsächlich nutze ich das halt wegen des einzutragen. #00:15:25-1#

Ein weiterer Unterschied der beiden Darstellungen ist an den Schritten 10 und 11 zu erkennen, welche Teile der inneren Spirale sind und im erweiterten Kreislauf im Bereich der digitalen Werkzeuge eingezeichnet werden konnten. Im integrierten Kreislauf ist die Nutzung eines digitalen Werkzeugzugs durch die farbliche Gestaltung der Pfeile zu erkennen. Darüber hinaus wird im Schritt 11 das digitale Werkzeugresultat, welches ein mit der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra gezeichneter Graph ist, validiert:

S3: Oh! Das sieht gut aus. ((guckt auf den Laptop-Bildschirm, an dem S1 arbeitet)) #00:23:02-0#

S2: Ja? Findest du? #00:23:03-4#

S3: Ja. #00:23:03-8#

S2: Zeig mal. #00:23:04-1#

S1: Moment. (...) Das ist aber nur mit dem einen Wert. #00:23:08-0#

S2: Mit einem Wert? #00:23:09-8#

S3: Okay. Das sieht doch nicht so gut aus. #00:23:12-2#

S2: Ist das nicht die, die wir gestern schon hatten? Nein, ist es nicht. Okay. #00:23:15-7#

S1: Ja. Das ist keine Parabel. Das ist/ #00:23:16-7#

S2: Logarithmusfunktion. Ja. #00:23:18-0#

Diese Einschätzung über die Sinnhaftigkeit des gezeichneten Graphen greift das verwendete mathematische Modell auf und bezieht keine Größen oder Eigenschaften aus dem Rest der Welt mit ein. Aus diesem Grund wurde dieser Prozess im erweiterten Kreislauf zwischen *Digitalem Werkzeug* und *Mathematik* eingezeichnet. Im integrierten Kreislauf hingegen ist Pfeil 11 beim Validieren, also zwischen *Reale Resultate* und *Situationsmodell* zu finden.

Innerhalb des ersten Teilschritts der betrachteten Stelle wird von den Schülerinnen und Schülern das digitale Werkzeugresultat in die Realität übertragen, indem S2 das Ergebnis einer Berechnung am Taschenrechner den übrigen Gruppenmitgliedern zeigt. Zeitgleich zu dieser Handlung entsteht folgende Unterhaltung:

S2: Oder das ist die Anzahl schon zum Ab/ Aller Zwei-Cent-Münzen. ((zeigt den Taschenrechner)) #00:14:36-1#

S3: Zwei-Cent? #00:14:41-2#

S2: Ja. #00:14:42-1#

Zu betonen ist dabei, dass die Gruppe direkt vom digitalen Werkzeugresultat zu einem realen Resultat gelangt und dabei – zumindest innerhalb des Gesprächs – nicht zunächst auf das mathematische Resultat eingeht. Daher wurde im erweiterten Kreislauf ein über das mathematische Resultat hinweggehender Pfeil eingezeichnet, wohingegen das mit dem Taschenrechner ermittelte Ergebnis im integrierten Kreislauf als mathematisches Resultat gesehen werden muss. Somit lässt sich die Aktivität dort als Teilprozess zwischen mathematischem Resultat und realem Resultat darstellen.

Insgesamt sind Unterschiede innerhalb der beiden Darstellungen also vor allem an den Übergängen zwischen *Mathematik* und *Digitalem Werkzeug* zu erkennen. Insbesondere der Schritt 2a, welcher lediglich im erweiterten Kreislauf dargestellt werden kann, ist herauszustellen. Im folgenden Abschnitt werden daher verschiedene Sequenzen der Modellierungsprozesse dieses Schrittes beschrieben und analysiert, den wir als *digitale Werkzeuge bedienen* bezeichnen wollen.

6.2 Digitale Werkzeuge bedienen

Beide Lernendengruppen arbeiten über lange Zeiträume hinweg mittels Unterstützung durch digitale Medien an den Problemstellungen, die aufgrund der offenen Aufgabenstellungen (Gewinnen von Realdaten, Bearbeiten großer Datenmengen) ohne Technologienutzung nicht lösbar wären. Offenbar gelingt ihnen dabei die Nutzung der Geräte im Regelfall, d. h. sie bedienen Soft- und Hardware erfolgreich, wenden dabei entsprechende syntaktische Regeln an, implementieren mathematische Modelle als digitale Werkzeugmodelle, interpretieren Bildschirmausgaben geeignet oder erstellen digitale Präsentationen und tragen diese technologiegestützt vor.

In den Daten zeigen sich aber auch immer wieder Phasen, die belegen, dass durch die Verwendung digitaler Medien für die Schülerinnen und Schüler nicht nur Hilfestellungen geschaffen (vgl. obige, integrierte Sichtweise), sondern darüber hinaus Hürden aufgebaut werden. Sie zeigen sich etwa, wenn die Lernenden Probleme mit der konkreten Bedienung von Software (hier: Dynamische Geometriesoftware GeoGebra und Tabellenkalkulation Excel) haben.

Beispiel 1 (G 1, Tag 1, Teil 150035(1)):

S1 zu **S2** ((blickt auf Taschenrechner)): Gib mal die Funktion ein [...], wie die aussieht.

S2 zu **S1** ((am Laptop mit GeoGebra)): Ja, sag mal.

S1 ((blickt auf Taschenrechner, liest ab)): Minus Dreiundsiebzig Einhundertzehntel.

S2 ((am Laptop mit GeoGebra, tippt)): Warte [...] Dreiundsiebzig Einhundertzehntel? Wie geht denn das? #00:02:01-5# [...]

S2 ((am Laptop mit GeoGebra, tippt)): Also, wie gibt man denn hier den Bruchstrich an?

S1: Einfach quer ((zeigt Querstrich mit Stift in die Luft)) #00:02:47-5#

S2: Quer? Das hatte ich zuerst und hab's dann wieder weggemacht #00:02:49-9#

Beispiel 2 (G 1, Tag 2, Teil 101049):

S3 ((am Laptop mit Excel)): Mhmm ((fragend)), wie mache ich das denn, dass der, mhmm ((überlegend)), Programm nicht mehr rundet. Wenn ich jetzt 29,54 eingabe, rundet der. #00:32:29-5#

Betreuer: Dann [...] gehst du mir rechts auf Zelle. Zellen formatieren. #00:32:33-3#

S3: Mhmm ((überlegend)), ja. #00:32:36-6#

Betreuer: Und dann gehst du links auf Zahl. #00:32:39-2#

S3: Mhmm ((bejahend)). #00:32:41-4#

Betreuer: Und dann kannst du da einmal einstellen, wie viele Nachkommastellen der dir anzeigt. Da ist, glaube ich, zwei vorgeblendet. #00:32:46-8#

S3: Da war null. #00:32:48-6#

Betreuer: Okay. #00:32:50-1#

S3: Machen wir mal! #00:32:51-6#

Betreuer: Und dann kannst du einstellen, wenn du ein 1.000er-Trennzeichen haben willst. Also einen Punkt bei 30 Milliarden oder so. #00:32:55-8#

S3: Danke. [...] #00:32:57-9#

Während in diesen beiden Beispielen die Unsicherheit hinsichtlich der von GeoGebra erwarteten Syntax (Beispiel 1) bzw. der von Excel vorgenommenen Zahlendarstellung (Beispiel 2) durch kleine Hilfestellungen innerhalb der Gruppe überwunden werden können, zeigen sich in den Daten auch Beispiele größerer Hürden: In Gruppe 1, Tag 2 liegt beispielsweise bereits ein fertig formuliertes mathematisches Modell zur Beschreibung der *Münzmigration* in Form algebraischer Gleichungen vor. Die Überführung der Gleichungen in Excel zum Zwecke einer Berechnung der Gleichungen zu passenden Ausgangswerten nimmt zeitliche, kognitive sowie personelle Ressourcen in Anspruch und führt schließlich zu folgender Situation:

Beispiel 3 (G 1, Tag 2, Teil 141202)

S2: Das macht überhaupt keinen Sinn, das was hier ((Teile fehlen, unv.)) #00:24:10-7#

S1 zu **S2:** Das, was du durch die 29 teilst, ist das eine Prozentzahl oder ist das eine richtige Zahl in Milliarden? #00:24:13-9#

S2 ((am Laptop mit Excel)): Ist eine richtige Zahl. #00:24:14-9#

S3 ((blickt auf Taschenrechner von S1)): Weil normal müsste das rauskommen ((zeigt auf Taschenrechner)). #00:24:17-7#

S1 ((am Taschenrechner)): Ja, und wenn ich das mal 100/ ((tippt)) #00:24:21-4#

S4: Dann lass uns hier einfach einzeln teilen und da reinschreiben. #00:24:22-5#

S2 ((am Laptop mit Excel)): Sind wir gerade zu blöd, das mit den/ Mit den Verhältnissen zu machen? #00:24:23-6#

S3: Ja, aber! #00:24:23-2#

S4: Lass es einfach einzeln teilen und da reinschreiben ((Teile fehlen, unv.)). #00:24:27-3#

S3: Excel akzeptiert das nicht, sondern! #00:24:26-7#

S1: Warum will Excel das nicht? #00:24:27-4#

S3: Weil Excel stinkt! #00:24:28-3#

S2 ((am Laptop mit Excel)): Ja! #00:24:27-7#

S1: Wir sind zu dumm für Excel. #00:24:29-8#

S2 ((am Laptop mit Excel)): Ja, ich sag doch. Ich bin auch die ganze Zeit zu doof für Excel. [...] Ich hänge hier seit zehn Minuten einfach nur an diesem scheiß Excel-Ding und ich bekomme es gerade noch nicht mal gelöscht. #00:24:43-1#

Obwohl die zweite Schülergruppe insgesamt deutlich geübter und flexibler im Umgang mit digitalen Werkzeugen ist und fast über den gesamten zweitägigen Bearbeitungszeitraum mit Laptops, PCs oder grafischen Taschenrechnern arbeitet, finden sich auch in deren Arbeitsprozessen Beispiele, die Schwierigkeiten beim Bedienen offenlegen. Im nachfolgenden Beispiel beschäftigt sich die Gruppe 2 mit statistischen Daten, die auf der Website der Europäischen Zentralbank (EZB) angezeigt werden: S10 liest einzelne Werte vom PC-Bildschirm ab, während S11 diese auf einem zweiten PC in ein Tabellenkalkulationsprogramm (in diesem Fall nicht Excel) eintippt.

Beispiel 4 (G 2, Tag 1, Vormittag, Teil 081928(1)):

S11 ((tippt am PC mit TKP)): Eins, zwei? #00:00:32-6#

S10 zu S11 ((diktiert von zweitem PC aus)): Ja. Und sechs. #00:00:35-5#

S11 ((tippt)): Sechs. #00:00:36-2#

S10: So und total. #00:00:37-1#

S11: Warte, Moment, Moment, Moment. MOMENT. (...) ((tippt, klickt)) (...) Drei (...) Felt (...) und das hier rüber ((klickt)) und wenn das jetzt so funktioniert wie Excel, dann hat man hier irgendwo die schöne Auto-summe. #00:00:52-3#

Gruppe ((schaut auf S11s Bildschirm))

S10: Ja, dann gucken wir mal, ob die hier bei der EZB richtig gerechnet haben. ((lacht)) #00:00:54-8#

S11 ((sucht am Bildschirm)): Ich habe keine Ahnung, wie die Autofunktion hier geht. (...) Also ((tippt)) ist gleich Summe. #00:01:12-5#

Das Beispiel beschreibt eine kurze Unterbrechung im Arbeitsprozess, weil das Aufsummieren der eingetragenen Werte in der den Lernenden zur Verfügung gestellten Software anders funktioniert, als S11 dies von Excel gewöhnt ist. S11 weiß, was die Software leisten soll und nimmt an, dass sie diese Funktionalität auch bietet – die konkrete Bedienung ist S11 für einen Moment lang jedoch unklar. S11 löst das Problem, indem S11 die Suche nach einem entsprechenden Bedienbutton abbricht und stattdessen die Befehlssyntax „SUMME“ direkt in eine Tabellenzelle eintippt.

An demselben Tag nachmittags tritt das Problem in ähnlicher Form nochmals auf: Die Gruppe arbeitet an

zwei PCs gleichzeitig mit umfangreichen digitalen Datentabellen. Dabei sollen Daten von einer in die andere Tabelle übertragen werden:

Beispiel 5 (G 2, Tag 1, Nachmittag, Teil 132249):

S11 zu S12 ((blickt auf Laptop-Bildschirm)): So, welche Werte haben wir denn jetzt alle? Zeig mal. #00:05:18-0#

S12 ((am Laptop mit OpenOffice-Calc)): Das sind aber verdammt viele. #00:05:20-1#

S13 zu S12 ((an zweitem Laptop)): Die muss man doch alle zusammenzählen. #00:05:23-5#

S12 ((am Laptop)): Ja, im Jahr. #00:05:26-0#

S11 zu S12 ((blickt auf Bildschirm)): Kann man das nicht irgendwie Stichprobenweise machen? #00:05:28-1#

S12 ((am Laptop)): Pass mal auf. Wenn wir die hier/ ((klickt mit der Maus in Tabelle)) #00:05:29-9#

S11 ((blickt auf Bildschirm)): Nein, das macht er nicht. (...) Oder warte mal. Warte mal. ((nimmt Maus von S12)) #00:05:35-2#

S12: Weißt du wie viele das sind? #00:05:35-7#

S11 ((blickt auf Bildschirm)): Warte mal. Vielleicht macht er das doch. Wenn du jetzt hingehst und du machst so/ ((dreht Laptop zu sich, klickt)) (...) Ja ((Teile fehlen, unv.)). Steuerung C. Ich weiß nicht, ob LibreOffice das kann/ #00:05:50-0#

S12 ((blickt auf Bildschirm)): Das ist OpenOffice. #00:05:50-3#

S11 ((am Laptop)): Nein, er macht es nicht. Entfernen. ((drückt Taste)) (...) Probieren wir es mal mit Excel ((Öffnet die Software Excel)). #00:06:00-4#

S13 ((steht von zweitem PC auf)): Ich gehe gerade mal einen Taschenrechner holen. ((verlässt den Raum)) #00:06:02-1#

S11 ((am Laptop)): Manchmal können die so etwas. ((drückt Tastenkombination)) #00:06:10-1#

((am Bildschirm passiert nichts, Christopher und S12 warten))

S12 ((lacht))

S11 ((am Laptop)): Oder auch nicht. (...) Kann natürlich auch sein. ((drückt Tasten)) Ahh, ich habe falsche Taste gedrückt. ((Bildschirm füllt sich mit Daten)) AH JA ((zeigt auf Bildschirm, schnippt)), DESwegen liebe ich EXCEL. Deswegen liebe ich Excel, OpenOffice oder was das war, LibreOffice/ #00:06:31-6#

S12: Das ist OpenOffice. #00:06:31-6#

S11 ((am Laptop)): /kann verschwinden. [...] #00:06:37-9#

[...]

S13 ((kommt mit Taschenrechner zurück)): Habt ihr es kopiert bekommen? #00:07:35-7#

S11 ((am Laptop)): Ja. Das geht. Wir brauchen keinen Taschenrechner. [...] #00:08:28-7#

In dieser Situation stellt das Addieren bestimmter Tabellenbereiche die Lernenden vor Schwierigkeiten. S11 möchte sich nur auf einen Teil der Daten beschränken und versucht diese, aus der Tabelle durch Kopieren zu separieren. Weil das zunächst nicht gelingt, zieht S13 einen Taschenrechner hinzu, um die Summe alternativ mit diesem Werkzeug zu bilden. S11 wechselt jedoch die Software (hier: von OpenOffice Calc zu Excel) und führt dort die aus dem Vorwissen bekannten Befehle durch.

Der zusätzliche Übersetzungsprozess des mathematischen Modells in ein digitales Werkzeugmodell, geht

einerseits mit der Beherrschung und Nutzung von Bedienkenntnissen (etwa Kenntnis von Befehlen, Funktionen, syntaktischen Regeln, aber auch Grenzen und Möglichkeiten des jeweiligen digitalen Werkzeugs) einher. Die Abhängigkeit der erfolgreichen Nutzung dieser Kenntnisse von der zur Verfügung stehenden Software wird vor allem in den Beispielen 4 und 5 sichtbar. Andererseits findet neben dem Interpretieren des mathematischen Ergebnisses bezogen auf die Realität – wie hier in Beispiel 2 und 3 gezeigt – unter Umständen zusätzlich ein Abgleich zwischen erwartetem mathematischem Resultat und digitalem Werkzeugresultat statt. In Beispiel 3 werden mathematische Teilergebnisse in Excel und zusätzlich zur Kontrolle auch mit dem Taschenrechner berechnet.

7. Diskussion

Die Ergebnisse zeigen, dass Modellierungsprozesse mit digitalen Medien sinnvoll in Modellierungskreisläufen visualisiert werden können. Im Einklang mit bekannten Ergebnissen zeigt sich, dass Modellierungskreisläufe dabei individuell und nicht in allen Teilschritten durchlaufen werden (Borromeo Ferri, 2007) und die Teilkompetenzen (vgl. Greefrath et al., 2013) nachgewiesen werden können. Die hier verwendeten Modelle können unterschiedliche Aspekte betonen und sind daher für die Forschung und die Praxis nützlich, um entweder die Integration der digitalen Medien in Modellierungsprozesse zu betonen (integrierter Kreislauf, vgl. Geiger, 2011) oder die Schwierigkeiten und Chancen der Nutzung digitaler Medien deutlicher herauszustellen (erweiterter Modellierungskreislauf).

Während im erweiterten Modellierungskreislauf stärker die Mediennutzung im Vordergrund steht, könnte die Darstellung von Modellierungsprozessen hier durch die Komplexität unübersichtlicher werden, auch wenn das in dem dargestellten Beispiel nicht der Fall war. Deutlicher können in jedem Fall „digitale Modellierungskompetenzen“ (Confrey & Maloney, 2007; Doerr & Pratt, 2008) herausgearbeitet werden, etwa der Schritt von den digitalen Ergebnissen zu den mathematischen Ergebnissen, die im integrierten Kreislauf nicht dargestellt werden können. Allerdings zeigt das Beispiel in Abschnitt 6.1, dass dieser Schritt auch nicht immer vorkommt. Andere Beispiele aus 6.2 verdeutlichen jedoch gerade die Schwierigkeiten dieser Schritte und belegen, dass es nützlich ist, einen besonderen Fokus auf diese „digitalen Teilkompetenzen“ zu haben. Durch das Identifizieren von Schritt 2a, also einem Übertragen des mathematischen Modells zur digitalen Werkzeugnutzung, und 2b, also der eigentlichen Verwendung eines digitalen Werkzeugs, kann außerdem theoretisch

die Existenz des digitalen Werkzeugmodells hergeleitet werden. Erfolgreiche und nicht erfolgreiche Übersetzungsprozesse bezogen auf digitale Werkzeuge lassen sich durch den erweiterten Kreislauf (Siller & Greefrath, 2010) für das Modellieren mit digitalen Medien und Werkzeugen besser beschreiben, als durch die integrierte Sichtweise.

Im erweiterten Modellierungskreislauf treten Interpretieren und Validieren an verschiedenen Stellen im Kreislauf auf. Dies verdeutlicht, dass diese Teilschritte jeweils mit und ohne digitale Werkzeuge einen anderen Charakter haben können (s. Abschnitt 6.1.3). Hier können die Ergebnisse von Arzarello, Ferrara und Robutti (2012), zur Verwendung digitaler Werkzeuge zum Validieren, sehr gut dargestellt werden. Es könnte daher diskutiert werden, in wie weit bekannte Teilkompetenzen (vgl. Greefrath et al., 2013) für das Modellieren mit digitalen Werkzeugen erweitert werden sollten. Der erweiterte Kreislauf könnte auch die noch fehlende bewusste Nutzung (Brown, 2015) der digitalen Werkzeuge beim Modellieren fördern.

In jedem Fall sind in weiteren Studien ebenfalls andere Aspekte als die Modellierungskompetenz und die Tätigkeiten mit digitalen Medien zu beachten, etwa Selbstwirksamkeitserwartung (Greefrath, Hertleif & Siller, 2018) und Selbstvertrauen (Geiger et al., 2003). Außerdem ist zu konstatieren, dass in dieser Studie die Modellierungsteilkompetenzen und nicht die daraus entstandenen Modelle betrachtet wurden, was ebenfalls eine interessante Perspektive auf die Analyseinstrumente bieten könnte.

Um die Ergebnisse dieser Studie und deren Tragfähigkeit einordnen zu können, sollten die zugrunde gelegten Gütekriterien (s. Abschnitt 5.3) und somit die Methodik reflektiert sowie diskutiert werden. Bezüglich des Kriteriums der Forschungsstrenge können zwei Limitationen aufgezeigt werden. Zum einen gibt die Aufgabenauswahl Anlass für weitere ähnliche Forschungsvorhaben. Dass Schülerinnen und Schüler bei dem gewählten Problem *Münzmigration* ausschließlich unter Verwendung digitaler Werkzeuge eine Lösung finden können, war einflussreich für die analysierten Modellierungsprozesse. Daher lässt sich beispielsweise die Frage aufwerfen, welche Ergebnisse eine vergleichbare Gegenüberstellung von Modellierungsprozessen mit digitalen Werkzeugen unter Verwendung von realitätsbezogenen Aufgaben bringen würde, die prinzipiell auch ohne digitale Werkzeuge lösbar sind. Insbesondere eine Fokussierung der Übersetzungsprozesse zwischen der Mathematik und den digitalen Werkzeugen könnte weitere Indikatoren liefern, um die dort angesiedelten „digitalen Teilkompetenzen“ weiter auszudifferenzieren. Zum anderen ist eine Schwäche dieser Studie

die Betrachtung von lediglich zwei Gruppen während der Bearbeitung der Modellierungsaufgabe *Münz-migration*. Darüber hinaus sollten unterschiedliche Altersgruppen und verschiedene Standorte in den Blick genommen werden. Da die Ergebnisse unterstützen, dass Modellierungsverläufe – trotz teilweise unterstützender Beratung des Betreuers – individuell ablaufen (Borromeo Ferri, 2007), ist es möglich, dass nicht alle Vor- und Nachteile der beiden verwendeten Analyseinstrumente herausgearbeitet werden konnten.

Auch aus diesem Grund sollten Folgestudien von Interesse sein, bei denen die hier herausgearbeiteten Ziele des integrierten sowie erweiterten Kreislaufs überprüft und ergänzt werden. Dabei könnte außerdem auf weitere Modellierungskreisläufe mit digitalen Medien (z. B. Savelsbergh et al., 2008) eingegangen werden.

Die beiden anderen Gütekriterien der Wissenschaftsrelevanz (*research relevance*) sowie der Wissenschaftssignifikanz (*research significance*) sind weiterhin als zufriedenstellend erfüllt anzusehen. Vor allem die Erkenntnis, dass einige Vor- und Nachteile für die Verwendung der beiden Modellierungskreisläufe als Analyseinstrument herausgearbeitet und darüber hinaus die digitalen Kompetenzen sowie das digitale Werkzeugmodell gefunden werden konnten, stellt die Bedeutung und Nützlichkeit der vorliegenden Studie heraus.

Zusammenfassend lassen sich für die beiden verwendeten Kreisläufe einige Vor- und Nachteile im Hinblick auf den Nutzen als Analyseinstrument formulieren. In Bezug auf den integrierten Kreislauf (s. Abb. 2) konnte als Vorteil herausgearbeitet werden, dass in jedem Schritt eine potentielle Nutzung digitaler Werkzeuge codiert werden kann. Dies führt jedoch direkt zu dem Nachteil, dass eine Unterscheidung zwischen „digitalen Modellierungskompetenzen“ (Confrey & Maloney, 2007; Doerr & Pratt, 2008) und „klassischen Modellierungskompetenzen“ nicht direkt anhand der Darstellung ersichtlich ist. Stattdessen ist in diesem Fall beispielsweise eine zusätzliche farbliche Gestaltung notwendig (s. Abb. 4).

Der erweiterte Modellierungskreislauf (s. Abb. 3) stellt sich als besonders wertvoll heraus, wenn die Prozesse und die darin auftretenden Schwierigkeiten in Bezug auf das Übersetzen vom oder zum digitalen Medium fokussiert werden sollen. Der Nachteil des erweiterten Modellierungskreislaufs ist dabei allerdings, dass diesbezüglich immer noch nicht alle Prozesse erfasst werden können und die Darstellung unübersichtlich werden kann. In Hinblick auf die vollständige Darstellung der medienspezifischen Modellierungsteilkompetenzen wäre ein dreidimensionales Modell denkbar, bei dem jederzeit von der Ebene der

Modellierungsteilkompetenzen in die Ebene des digitalen Mediums codiert werden kann. Allerdings geht damit eine Unübersichtlichkeit, vor allem bei der Darstellung in 2D-Medien, einher, sodass möglicherweise die Anforderung an ein prägnantes sowie eindeutiges Analyseinstrument verloren gehen.

Trotz der beschriebenen Limitationen in Bezug auf das Forschungsdesign sind die drei Gütekriterien der Forschungsrelevanz, der Forschungssignifikanz und der Forschungsstrenge zufriedenstellend erfüllt. Insgesamt lässt sich also konstituieren, dass der integrierte und der erweiterte Modellierungskreislauf als probate Analyseinstrumente angesehen werden können, die unterschiedlich fokussieren. Bei einer Entscheidung für oder gegen einen der untersuchten Modellierungskreisläufe müssen im konkreten Fall zunächst die beschriebenen Vor- und Nachteile abgewogen werden. Diese Analyse kann abhängig vom Ziel der Untersuchung unterschiedliche Ergebnisse haben.

Danksagung

Besonderen Dank möchten wir an dieser Stelle Dominik Meckel aussprechen, welcher das Videomaterial im Rahmen seiner Hilfskrafttätigkeit angefertigt, transkribiert und zur Verfügung gestellt hat.

Literatur

- Adan, I. J. B. F., Perrenet, J. C. & Sterk, H. J. M. (2005). *De kracht van wiskundig modelleren*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Arzarello, F., Ferrara, F. & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: the role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 31(1), 20–30.
- Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren* 128, 18–21.
- Blum, W. & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics: Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (S. 222–231). Horwood Publishing.
- Blum, W., Alsina, C., Biembengut, M. S., Bouleau, N., Confrey, J., Galbraith, P., . . . Henn, H.-W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM – Mathematics Education*, 38 (2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum

- & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (S. 260–270). Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99–118. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8>
- Bracke, M., Götz, T. & Siller, H.-St. (2015). Mit Hilfe der Mathematik zum Gipfel. *Der Mathematikunterricht*, 5, 7–13.
- Brown, J. (2015). Visualisation tactics for solving real world tasks. In G. A. Stillman, W. Blum & M. S. Biembengut (Hrsg.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (S. 431–442), Cham: Springer.
- Bruder, R. (2008). *Evaluationsergebnisse des Projektes TIM. Projektbericht*. Abgerufen unter https://mathematik.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/mathematik.bildung-rp.de/Sekundarstufe_I/Materialien/pdf/TIM-Berichtsteil.pdf
- Burrill, G., Allison, J., Breaux, G., Kastberg, S., Leatheam K. & Sanchez, W. (2002). *Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematics: Research Findings and Implications for Classroom Practice*. Dallas, Texas: Texas Instruments.
- Confrey, J. & Maloney, A. (2007). A Theory of Mathematical Modelling in Technological Settings. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 57-68). New York: Springer.
- Daher, W. & Shahbari, A. (2015). Pre-Service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13 (Suppl. 1), 25–46.
- Deutsche Bundesbank (2003). Münzgeldentwicklung in Deutschland. Eine empirische Studie über den Münzgeld- und Banknotenumlauf in der Bundesrepublik Deutschland mit einer Prognose der Münzgeldnachfrage bis 2007. Abgerufen unter <https://www.bundesbank.de/resource/blob/599960/61a1021224bdd0c284b12441fccc2df4/mL/muenzgeldentwicklung-in-deutschland-data.pdf>
- Döhring, N. & Bortz, J. (2015). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Doerr, H. M. & Pratt, D. (2008). The Learning of Mathematics and Mathematical Modeling. In M. Kathleen Heid & Glendon W. Blume (Hrsg.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Syntheses, Cases, and Perspectives. Research Syntheses*. Charlotte, North Carolina: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1), 259–285.
- Doerr, H.M. & Zangor, R. (2000). Creating Meaning for and with the Graphing Calculator. *Educational Studies in Mathematics* 41, 143–163.
- Drijvers, P. (2003). Algebra on Screen, on Paper, and in the Mind. In: James T. Fey, Al Cuoco, Carolyn Kieran, Lin McMullin und Rose Mary Zbiek (Hrsg.), *Computer algebra systems in secondary school mathematics education* (S. 241–268). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ellington, A. J. (2003). A Meta-Analysis of the Effects of Calculators on Students' Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), 433-463.
- Ellington, A. J. (2006). The Effects of Non-CAS Graphing Calculators on Student Achievement and Attitude Levels in Mathematics: A Meta-Analysis. *School Science and Mathematics*, 106 (1), 16–26.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143-162.
- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (S. 305–314). Dordrecht: Springer.
- Geiger, V., Galbraith, P., Renshaw, P. & Goos, M. (2003). Choosing and Using Technology for Secondary Mathematical Modelling Tasks – Choosing the Right Peg for the Right Hole. In Q.-X. Ye, W. Blum, K. Houston & Q.-Y. Jiang (Hrsg.), *Mathematical Modelling in Education and Culture: ICTMA 10* (S. 126-140). Chichester: Horwood Publishing Limited.
- Gellert, U., Jablonka, E. & Keitel, C. (2001). Mathematical Literacy and Common Sense in Mathematics Education. In: B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Hrsg.), *Sociocultural Research on Mathematics Education: An International Perspective* (S. 57-73). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling – Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling, ICTMA 14* (S. 301–304), Dordrecht: Springer.
- Greefrath, G. & Siller, H.-S. (2018). Geogebra as a Tool for Supporting Modelling Processes. In S. Siller & M. Tabach (Hrsg.), *Uses of technology in K-12 mathematics education: Tools, topics and trends*, Dordrecht: Springer.
- Greefrath, G. & Siller, H.-S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. In G. Wake, G. Stillman, W. Blum, M. North (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling, ICTMA 17* (S. 301–304), Dordrecht: Springer.
- Greefrath, G. & Weitendorf, J. (2013). Modellieren mit digitalen Werkzeugen. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule* (S. 181–201), Wiesbaden: Springer.
- Greefrath, G., Hertleif, C. & Siller, H.-S. (2018). Mathematical modelling with digital tools — A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM*, 50, 233–244. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0924-6>
- Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2013). Mathematisches Modellieren – eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath, G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule* (S. 11–37), Wiesbaden: Springer.
- Greefrath, G., Siller, H.-S. & Ludwig, M. (2017). Modelling Problems in German Grammar School Leaving Examinations (Abitur) – Theory and Practice. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *European Research in Mathematics: Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 932–939). Dublin, Ireland.

- Greefrath, G., Siller, H.-S. & Weitendorf, J. (2011). Modelling Considering the Influence of Technology. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillmann (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling, International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (S. 315–329). Dordrecht: Springer.
- Henn, H.-W. (2004). Computer-Algebra-Systeme - Junger Wein oder neue Schläuche? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 25(4), S. 198–220.
- Heugl, H., Klinger, W. & Lechner, J. (1996). *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen: ein didaktisches Lehrerbuch mit Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt*. Addison-Wesley.
- Hischer, H. (2002). *Mathematikunterricht und Neue Medien*. Hildesheim: Franzbecker.
- Huntley, M. A., Rasmussen, C. L., Villarubi, R. S., Santong, J. & Fey, J. T. (2000). Effects of standards-based mathematics education: A study of the core-plus mathematics project algebra and function strand. *Journal for Research in Mathematics Education* 31, 328–361.
- Kadijevich, D. (2005). Towards Basic Standards for Research in Mathematics Education. *The Teaching of Mathematics*, 8(2), 73–81.
- Keune, M. & Henning, H. (2003). Modelling and Spreadsheet Calculation. In Q.-X. Ye, W. Blum, K. Houston & Q.-Y. Jiang (Hrsg.), *Mathematical Modelling in Education and Culture: ICTMA 10* (S. 101–110). Chichester: Horwood Publishing Limited.
- Knoblauch, H., Schnettler, B., Raab, J. & Soeffner, H.-G. (Hrsg.) (2012). *Video Analysis: Methodology and Methods*. Frankfurt a. M.: Peter Lang.
- Landis, J. R. & Koch, G. G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, 33(1), 159–174. <https://doi.org/10.2307/2529310>
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311.
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (11. Aufl.). Beltz Verlag.
- Molina-Toro, J. F., Rendón-Mesa, P. A. & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Research Trends in Digital Technologies and Modeling in Mathematics Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), em1736.
- NCTM—National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss. (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (S. 3–32). New York: Springer.
- Pierce, R. (2005). Algebraic insight underpins the use of CAS for modeling. *The Montana Mathematics Enthusiast (TMME)* 2 (2), 107–117.
- Presse- und Informationsamt der Bundesregierung (Hrsg.) (2019). *Digitalisierung gestalten. Umsetzungsstrategie der Bundesregierung*. Abgerufen unter <https://www.bundesregierung.de/resource/blob/975226/1552758/b480703ff5182a097d7fba7bff752281/pdf-umsetzungsstrategie-digitalisierung-data.pdf?download=1>
- Savelsbergh, E.R., Drijvers, P.H.M., Giessen, C. van de, Heck, A., Hooyman, K., Kruger, J., Michels, B., Siller, F. & Westra, R.H.V. (2008). *Modelleren en computer-modellen in de β -vakken: advies op verzoek van de gezamenlijke β -vernieuwingscommissies*. Utrecht: Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen.
- Schaap, S., Vos, P. & Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: exploring a framework. In Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Stillman, G. (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling* (S. 137–146). Dordrecht u. a.: Springer.
- Seitz, F. & Stoyan, D. (2008). *Wie viele ausländische Euro-Münzen fließen nach Deutschland?* Abgerufen unter <https://www.oth-aw.de/files/oth-aw/Aktuelles/Veroeffentlichungen/WEN-Diskussionspapier/WEN-DPS-PDF/DP10.pdf>
- Siller, H.-S. (2015). Realitätsbezogener Mathematikunterricht. *Der Mathematikunterricht*, 5, 2–7.
- Siller, H.-S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical modeling in class regarding to technology. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Hrsg.), *Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6)* (pp. 2136–2145), INRP.
- Siller, H.-S. & Meckel, D. (2015). *Mathematische Modellierung am Beispiel Münzmigration – eine qualitative Studie im Rahmen von Modellierungstagen* (Technical Report). Koblenz: Universität Koblenz-Landau.
- Sinclair, N. & Jackiw, N. (2010). Modeling Practices with The Geometers's Sketchpad. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Hrsg.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (S. 541–554), New York: Springer.
- Weigand, H.-G. & Weth, T. (2002). *Computer im Mathematikunterricht. Neue Wege zu alten Zielen*. Heidelberg: Spektrum.

Anschrift der Verfasser

Lena Frenken
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik
Apffelstaedtstraße 19
48149 Münster
l.frenken@uni-muenster.de

Gilbert Greefrath
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik
Apffelstaedtstraße 19
48149 Münster
greefrath@uni-muenster.de

Hans-Stefan Siller
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Emil-Fischer-Straße 30
97074 Würzburg
hans-stefan.siller@mathematik.uni-wuerzburg.de

Jan Wörler
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Emil-Fischer-Straße 30
97074 Würzburg
woerler@mathematik.uni-wuerzburg.de

Anhang

Münzmigration – Können Münzen wandern?

Öffnet ihr Eure Portmonees, so findet ihr dort zahlreiche, verschiedene Münzen. Die Münzen unterscheiden sich nicht nur in ihrem Wert (1 Cent, 2 Cent, usw.) sondern auch durch ihr Herkunftsland. Wie erkennt man diese Münzen und wo kommen diese überhaupt her? Das Ursprungsland einer Münze erkennt man an der Prägung auf der Münz-Rückseite. Beispielsweise ist in Deutschland auf den 1-, 2- und 5-Cent-Münzen ein Eichenzweig, auf den 10-, 20- und 50-Cent-Münzen das Brandenburger Tor sowie auf den 1- und 2-Euro-Münzen der Bundesadler abgebildet. Die Motive der anderen Euro-Länder weichen von den Logos der deutschen Euro-Münzen ab.



Im Rahmen des Projektes soll untersucht werden, warum respektive wie es zu dieser „Münzwanderung“ kommt, wie hoch der Anteil ausländischer Münzen in Deutschland ist und inwiefern sich dieses Verhältnis in den kommenden Jahren ändern wird.

Anmerkung:

Die Projektarbeit der Schülergruppe wird gefilmt, um diese - im Anschluss an die Transkription - als Datengrundlage für die Erstellung meiner Masterarbeit zu verwenden. Deswegen bitte darauf achten, dass die teilnehmenden Schüler und Schülerinnen die entsprechende Eigenständigkeitserklärungen unterschrieben und abgegeben haben.