Welche Überzeugungen haben Lehramtsstudierende zur Geschichte der Mathematik? – Ergebnisse der Studie ÜberLeGMa

NILS BUCHHOLTZ, OSLO & SEBASTIAN SCHORCHT, GIESSEN

***Zusammenfassung**: Die Studie ÜberLeGMa untersuchte die Überzeugungen von 141 Mathematiklehramtsstudierenden zur Struktur der Mathematik, zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik. Der Beitrag stellt die zentralen Ergebnisse der Studie vor, wie u. a. Aussagen zur Struktur und Ausprägung dieser Überzeugungen sowie zu ihren Zusammenhängen. Ziel des Beitrags ist es, empirische Grundlagen für die Untersuchung der Wirkung hochschulischer Lerngelegenheiten in diesem Bereich zu schaffen und Empfehlungen für die Einbindung entsprechender Lernarrangements in die Lehrerausbildung zu formulieren.*

***Abstract:** The study ÜberLeGMa examined the beliefs of 141 mathematics pre-service teachers on the structure of mathematics, the history of mathematics, and the teaching and learning of the history of mathematics. The paper presents the key findings of the study, including statements on the structure and distribution of these beliefs and their relationships. The aim of the paper is to provide empirical foundations for studying the impact of higher education learning opportunities in this area and to formulate recommendations for incorporating appropriate learning arrangements into teacher education.*

1. Einleitung

Lehramtsstudierende im Fach Mathematik studieren an einigen Universitäten neben fachlichen, fachdidaktischen und pädagogischen Lerninhalten auch Studieninhalte im Bereich der Geschichte der Mathematik. In Bezug auf die Studieninhalte folgen die Studienordnungen der Universitäten dabei unter anderem den Empfehlungen der Mathematik-Kommission in ihren Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik (DMV, GDM & MNU, 2008):

> Studierende aller Lehrämter sollen der Mathematik als Kulturleistung und den für sie charakteristischen Wissensbildungsprozessen begegnen. Daher gehört zur Vermittlung mathematischer Inhalte grundsätzlich auch, ihren Beitrag zur mathematischen Bildung auszuweisen und sie in der historischen Genese zu verorten. (S. 1)

Je nachdem, wie die Auseinandersetzung mit der Entstehungs- und Entwicklungsgeschichte mathematischer Fachinhalte erfolgt, kann dabei eine prozessartige Anschauung dieser Inhalte gewonnen sowie Einsicht in die gesellschaftliche und kulturelle Relevanz der Mathematik genommen werden (Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2011). Entsprechend dieser Auffassungen fördern die Hochschulen die Auseinandersetzung mit mathematikhistorischen Inhalten im Studium unterschiedlich und haben die Studieninhalte etwa in Seminaren oder Vorlesungen im Mathematiklehramtsstudium sowohl der Primar- und Sekundarstufe I, als auch der Sekundarstufe II verankert (bspw. Bergische Universität Wuppertal, 2014, S. 11; Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2012 oder Universität Siegen, 2015, S. 11).

Aus der Perspektive einer evidenzbasierten Lehrerausbildung bleibt hierbei jedoch die Frage der Wirksamkeit offen. Für Studieninhalte zur Geschichte der Mathematik ist bislang noch nicht hinreichend geklärt, wie Studierende die Einbeziehung dieser Inhalte im Studium wahrnehmen und inwieweit die universitären Lerngelegenheiten zu Veränderungen in den Überzeugungen der Studierenden führen. Konkret stellt sich etwa die Frage, ob Studierende später in ihrer pädagogischen Praxis auf historische Bezüge der Mathematik verweisen und bereit sind, diese im Unterricht explizit zu thematisieren, oder ob die Studieninhalte insgesamt nur wenig Nachhaltigkeit besitzen.

Die vorhandene Forschungsliteratur zu Überzeugungen von Lehrkräften verweist auf ein differenziertes Bild von Überzeugungen im Bereich der Mathematik und der Stellung von Mathematik in der Schule, darunter beispielsweise Arbeiten zu Überzeugungen zum Ursprung mathematischen Wissens und zur Natur mathematischer Probleme (Grigutsch, Raatz & Törner, 1998; Törner, 2002) oder zur Bedeutsamkeit von entsprechenden Überzeugungen im Hinblick auf die Unterrichtsgestaltung (Buehl, Alexander & Murphy, 2002; Hofer & Pintrich, 1997; Staub & Stern, 2002). Dem gegenüber gibt es im Bereich der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik bislang einen Mangel an empirischen Erkenntnissen. Die meisten Studien auf diesem Gebiet sind entweder eher normativ orientierte Studien zu den epistemologischen Grundlagen der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik von Lehrkräften (z. B. Siu, 2006; Tzanakis & Arcavi, 2002) oder aber stärker qualitativ orientierte Fallstudien, die sich mit den Lernprozessen von Schülerinnen und Schülern in unterrichtlichen Kontexten befassen, in die Geschichte der Mathematik eingebunden wird (z. B. Chorlay, 2016; Glaubitz, 2011; Smestad, 2011; Jankvist, 2009). Des Weiteren sind Studien zu finden, die historische Dokumente in den Blick nehmen (z. B. Biegel, Reich & Sonar, 2008; Clark, Kjeldsen, Schorcht & Tzanakis, 2018; Clark, Kjeldsen, Schorcht, Tzanakis & Wang, 2016; Fauvel & van Maanen, 2002; Jahnke et al., 2008). Nur vereinzelt existieren Interviewstudien mit Lehrkräften (Jankvist, 2010) oder quantitative Interventionsstudien (mit bis zu 94 Teilnehmerinnen und Teilnehmern), die sich mit den Überzeugungen zukünftiger Lehrkräfte im Kontext von Mathematikgeschichte beschäftigen (Charalambous, Panaoura & Philippou, 2009), allerdings werden hier vornehmlich Überzeugungen zur Mathematik in den Blick genommen. Ziel unserer Untersuchung und damit auch dieses Artikels ist es daher, die empirische Forschungslage über die Überzeugungen von Lehrkräften zur Geschichte der Mathematik zu vertiefen und mit Befunden zu Lehramtsstudierenden zu unterstützen. Unsere Forschungsfragen dazu sind:

1) Welche Ausprägungen von Überzeugungen zur Struktur der Mathematik, zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik haben Lehramtsstudierende?

2) Wie hängen die Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik mit ihren epistemologischen Überzeugungen zur Mathematik zusammen und welche Zusammenhänge ergeben sich zu Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik?

Das Ziel unseres Artikels liegt dabei im Schaffen empirischer Grundlagen für eine Diskussion von Studieninhalten zur Geschichte der Mathematik und dem Aufzeigen von Möglichkeiten, die Wirkung hochschuldidaktischer Lernarrangements in diesem Bereich empirisch überprüfbar zu machen. Dazu haben wir im Rahmen des Projekts ÜberLeGMa („Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zur Geschichte der Mathematik“) ein Instrument entwickelt, mit dem die Überzeugungen von Studierenden zu mathematikhistorischen Bezügen im Mathematikunterricht und dem Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik erhoben werden können. Mit Hilfe dieses Instruments, haben wir die Überzeugungen von 141 Lehramtsstudierenden erhoben und ihren Zusammenhang zu Überzeugungen zur Struktur der Mathematik untersucht.

Wir hoffen, dass Kolleginnen und Kollegen, die im Bereich der Lehramtsausbildung in Geschichte der Mathematik tätig sind, dieses Instrument nutzen oder weiterentwickeln, um die Überzeugungen von Studierenden in ihren Lehrveranstaltungen im Bereich der Geschichte der Mathematik zu untersuchen (dazu stellen wir das Instrument im Anhang bereit). Mit Hilfe von Prä-Post-Interventions- oder Evaluationsstudien kann so beispielsweise überprüft werden, ob wie auch immer gestaltete universitäre Lerngelegenheiten in Geschichte der Mathematik (überhaupt) zu Veränderungen von Überzeugungen in diesem Bereich beitragen können, und inwiefern die Offenheit der Studierenden gegenüber diesen Studieninhalten und der Bereitschaft ausgeprägt ist, diese später selbst im Unterricht zu thematisieren. Für Weiterentwicklungen des Instruments zur Verbesserung der eingesetzten Skalen bzw. Items (vgl. Kapitel 4), erscheinen uns beispielsweise Befragungen von Teilnehmenden und weitere Experten-Ratings sinnvoll. In der hochschuldidaktischen Diskussion können damit normativ geprägte Vorstellungen und Forderungen systematisch mit empirischen Ergebnissen – zumindest auf der Ebene von Überzeugungen von Lehramtsstudierenden – abgeglichen werden.

Im Folgenden beschreiben wir den theoretischen Rahmen der von uns entwickelten Studie. In Kapitel 3 beschreiben wir das Studiendesign, die Stichprobe, das von uns entwickelte Instrument und unser methodisches Vorgehen bei der Auswertung der erhobenen Daten. Im Ergebnisteil (Kapitel 4) beschreiben wir die empirische Überprüfung unseres Instruments und berichten über Zusammenhangsanalysen zwischen verschiedenen Dimensionen von Überzeugungen. Die Ergebnisse werden in Kapitel 5 zusammengefasst und diskutiert, in Kapitel 6 schließen wir auf Möglichkeiten, mathematikhistorische Bezüge in der Lehramtsausbildung zu thematisieren.

2. Theoretischer Rahmen

2.1 Die Doppelnatur der Überzeugungen zur Mathematikgeschichte

Folgt man der aktuellen Forschungslage, so besitzen Überzeugungen zur Mathematikgeschichte eine Doppelnatur, je nachdem, welche erkenntnistheoretischen Überzeugungen zur Mathematik die Studierenden von ihrem Fach besitzen. Diese Doppelnatur muss bei der Erarbeitung eines Instruments zur Erfassung von Überzeugungen berücksichtigt werden. Im Folgenden stellen wir dazu die Studie von Furinghetti (2007) vor, die diese Doppelnatur als Hypothese herausarbeitet. Die Überlegungen von Fried (2001) werden anschließend als theoretischer Grundstein genutzt, um diese Hypothese zu stärken.

Furinghetti (2007) stellt in ihrer Studie fest, dass Lehramtsstudierende zur Integration historischer Bezüge in den Mathematikunterricht zwei unterschiedliche Modi einsetzen. Dazu analysierte sie Materialien, die Studierende innerhalb eines Kurses zur Mathematikgeschichte für die spätere Verwendung im Schulunterricht konzipierten. Im ersten Modus verfolgten die Studierenden das Ziel, mathematische Konzepte in ihrer Genese über die Epochen hinweg zu verdeutlichen. Dabei wird das Endprodukt als Ausgangspunkt genutzt, um einen Entwicklungsweg herauszuarbeiten. Diesen Modus nennt Furinghetti (2007, S. 137) „evolutionary". Im zweiten Modus nutzten die zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer ausgewählte mathematikhistorische Originalquellen einer Autorin oder eines Autors, um die Begründungen eines Konzepts in seiner bestimmten historischen Situation zu verorten. Damit werden die kognitiven Ursprünge auf historische Wurzeln zurückgeführt und verhindern so das Festhalten am Endprodukt einer abgeschlossenen Genese, so Furinghetti. Diesen Modus nennt sie „situated" (Furinghetti, 2007, S. 137). Die Studierenden nutzen demnach Mathematikgeschichte zum einen zur Stärkung einer prozesshaften Sichtweise auf Mathematik und zum anderen zur Darlegung der Genese des gegenwärtigen Endprodukts der Mathematik.

Diese Einteilung deckt sich mit den Ausführungen von Grattan-Guiness (2004), der zwischen „history" und „heritage" unterscheidet. Rogers (2009) schreibt dazu:

> History focuses on the detail, cultural context, negative influences, anomalies, and so on, in order to provide evidence, so far as we are able to tell, of what happened and how it happened. *Heritage***,** on the other hand, address the question “how did we get here?” where previous ideas are seen in terms of contemporary explanations and similarities are sought. (S. 2782; Hervorhebung im Original)

Während der historische Blickwinkel auf den Veränderungen und Auswirkungen der jeweiligen Zeit liegt, legt der Blick auf das mathematische Erbe nahe, das Produkt und dessen Entwicklung in den Vordergrund zu stellen.

Auch Fried (2001) beschäftigt sich theoretisch mit dem Einbezug der Mathematikgeschichte in Lehr-Lerngelegenheiten. Er benennt in seinen Überlegungen ebenfalls zwei Strategien für den Einbezug von Mathematikgeschichte: Zum einen kann sie über historische Anekdoten, kurze Biografien oder isolierte Problemstellungen in den Unterricht integriert werden („strategy of addition"). Zum anderen kann sie über die Darstellung einer Veränderung mathematischer Konzepte, Begriffe und Notationen über eine bestimmte Zeitspanne hinweg im Unterricht auftauchen („strategy of accomodation"; Fried, 2001, S. 392 f.). Deutlich wird aus dieser Zusammenstellung, dass zukünftige Lehrkräfte bzw. Studierende Mathematikgeschichte verwenden, um entweder ein gegenwärtiges Verfahren in seiner historischen Genese darzustellen oder um Schülerinnen und Schülern mathematisches Denken anhand eines mathematikhistorischen Beispiels näher zu bringen.

Aus empirischen Studien zu Einstellungen und Überzeugungen von Lehrkräften und Studierenden zur Mathematik ist bekannt, dass Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer die Mathematik entweder als *statisches*, eher unveränderliches Produkt begreifen oder die Mathematik als *dynamischen*, fortlaufenden Veränderungsprozess der durch Menschen ausgeführten mathematischen Tätigkeiten verstehen (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010; Voss, Kleickmann, Kunter & Hachfeld, 2013). Diese Ergebnisse bestätigen die Annahme, dass Studierende unterschiedliche epistemologische Überzeugungen besitzen, die auch Auswirkungen auf das Bild von Mathematikgeschichte haben können und somit Auswirkungen auf die Vermittlung von Mathematikgeschichte im Unterricht besitzen. Die spannende Frage, die sich aus dieser Feststellung ergibt, ist nun, inwiefern die Sicht auf Mathematik und die Haltung zum Einsatz der Mathematikgeschichte im Unterricht zusammenhängen und wie diese Zusammenhänge in universitären Lerngelegenheiten beeinflusst werden können.

Wagt man einen Blick in die Geschichtsdidaktik, so wird dort schon länger ein ähnlicher Zusammenhang diskutiert. Jeismann (1980, S. 215 f.) beschreibt beispielsweise, wie das Geschichtsbild von Schülerinnen und Schülern von der Darstellungsweise einer historischen Situation durch die Lehrkraft abhängt. Werden historische Quellen zur Darstellungsweise eines fertigen Geschichtsbilds genutzt, so entsteht nach Jeismann ein starres Bild von Geschichte. Den Lernenden wird dabei keine Wahlfreiheit in der Interpretationsweise von historischen Situationen geboten. Sie erfahren die fertige Interpretation als endgültiges Geschichtsbild der Gesellschaft. Werden dagegen historische Bezüge genutzt, um Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen, kritischen Erarbeiten gegenwärtiger historischer Inhalte zu befähigen, so entsteht ein dynamisches Geschichtsbild, welches andere Geschichtsbilder und Interpretationen durchaus akzeptieren und diskutieren kann.

Der Vergleich zur Geschichtsdidaktik zeigt anschaulich, dass die Dichotomie einer *statischen bzw. produktorientierten Sichtweise* und *dynamischen bzw.*

prozessorientierten Sichtweise durchaus in der historischen Facette einer Mathematikgeschichte im Unterricht enthalten sein kann.

Für die Vermittlung der historischen Facette ist allerdings wie oben angedeutet nicht nur die Methode der Darstellungsweise mathematikhistorischer Arbeitsweisen entscheidend. Vielmehr sind ebenfalls

> Denkweisen, Stil und Haltung des Lehrers, seine eigene Vorstellung von Geschichte die Art wie er ihr begegnet ist, das Verhältnis, das er sich zur vergangenen und gegenwärtigen Geschichte erarbeitet hat, für den Erfolg oder Mißerfolg des Unterrichts [bedeutsam; Buchholtz & Schorcht][…]. (Jeismann, 1980, S. 218)

Bisherige Studien zur Geschichte der Mathematik im Unterricht greifen diesen Gedanken nicht vollständig auf und fokussieren z. B. eher den methodischen Einsatz von Mathematikgeschichte, nicht aber Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Überzeugungen. Dabei konnten aber zumindest Zusammenhänge zwischen Art des Einsatzes und dem mathematischen Weltbild der Lehrkräfte beobachtet werden (Alpaslan et al., 2014; Furinghetti, 2007; Lakoma, 2002). Für das von uns entwickelte Instrument ist daher bedeutsam, dass epistemologische Überzeugungen zur Mathematik zwei Sichtweisen unterstützen und damit auch auf das Bild von Mathematikgeschichte und auf die Vermittlung von Mathematikgeschichte im späteren Unterricht Auswirkungen haben können. Welche Konsequenzen dies auf die Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Mathematikgeschichte im Unterricht bei Studierenden haben kann, soll der nächste Abschnitt klären, indem dieser sich mit den Vor- und Nachteilen der Mathematikgeschichte im Unterricht auseinandersetzt.

2.2 Begründungen von Lehrkräften für und gegen Mathematikgeschichte im Unterricht

Es gibt eine Vielzahl an Begründungen für den Einsatz von Mathematikgeschichte im Unterricht. Bütüner (2018) stellt eine Liste dieser Begründungen als Synopse seiner Literaturrecherche vor, die im Folgenden kurz dargestellt wird. Damit sollen die möglichen Intentionen von Lehrkräften für einen Einsatz von Geschichte der Mathematik im Unterricht aufgezeigt werden (vgl. Fried, 2001; Liu, 2006; Tzanakis & Arcavi, 2002). Mathematikgeschichte soll demnach

(1) Schülerinnen und Schülern verdeutlichen, dass Mathematik eine menschliche Tätigkeit und ein menschliches Produkt ist.

(2) die Motivation und die positive Einstellung der Schülerinnen und Schüler gegenüber Mathematik erhöhen.

(3) den Schülerinnen und Schülern Perspektiven auf die Natur der Mathematik eröffnen und das fachdidaktische Repertoire der Lehrerinnen und Lehrer erweitern.

(4) ein vertieftes Verständnis von mathematischen Konzepten, Begriffen, Problemen und Lösungen ermöglichen.

Diese Liste beinhaltet *kognitive*, *affektive* und *evolutionäre* Begründungen. Ziel dieser Intentionen ist jeweils, die Schülerinnen und Schüler kognitiv mathematisch bzw. mathematikhistorisch zu fordern und ihre mathematische Diskursfähigkeit auszubauen. Ebenso können die Schülerinnen und Schüler durch den Einsatz von Mathematikgeschichte affektiv motiviert werden, sich mit einem bestimmten Themengebiet auseinanderzusetzen. Die Lernenden sollen ebenfalls den durch Kultur oder durch das soziale Umfeld der Protagonisten beeinflussten Veränderungsprozess der Mathematik als grundlegend begreifen.

Auf der anderen Seite beleuchten Studien wie die Befragungen von Ho (2008) oder von Panasuk und Horton (2012) die Hindernisse von praktizierenden Lehrkräften, Bezüge zur Mathematikgeschichte im Unterricht zu verwenden. Die in beiden Studien befragten Lehrerinnen und Lehrer nannten am häufigsten als Hindernis zur Integration mathematikhistorischer Themen die unzureichende Ausbildung im Umgang mit Geschichte der Mathematik. Ebenfalls setzen die Lehrkräfte Mathematikgeschichte nicht ein, weil sie Zeit im Unterricht einnimmt, die für andere Inhalte verwendet werden soll. Von den Lehrerinnen und Lehrern wird zudem berichtet, dass Mathematikgeschichte die Schülerinnen und Schüler verwirren kann. Letztendlich wird Mathematikgeschichte als Geschichte angesehen und sei deshalb kein Inhalt des Mathematikunterrichts. Neben diesen kritischen Argumenten, nannten einige Lehrerinnen und Lehrer zusätzlich die unzureichenden Möglichkeiten der Leistungsbewertung oder fehlende Materialien.

Auch Tzanakis und Arcavi (2002) sowie Siu (2006) tragen in ihren Artikeln in vielen Punkten ähnliche Listen von Hindernissen zusammen, denen Lehrerinnen und Lehrer im Unterricht begegnen, wenn sie Geschichte der Mathematik integrieren wollen. Dabei strukturieren Tzanakis und Arcavi diese, indem sie zwischen *philosophischen* und *praktischen* Begründungen unterscheiden, die diesen Hindernissen unterliegen. Tzanakis und Arcavi nennen als philosophische Begründungen zusätzlich etwa die ontologische Unterscheidung von Mathematik und Geschichte, die zu einer Priorisierung von mathematischen Lerninhalten seitens der Lehrkräfte führt, das unzureichende historische Vorwissen der Schülerinnen und Schüler und ihre fehlende Motivation, sowie die Gefahr, dass Geschichte dazu beitragen kann, kulturellen Chauvinismus und engstirnigen Nationalismus zu kultivieren. Als praktische Begründungen führen Tzanakis und Arcavi neben Zeit-, Bewertungs- und Ressourcenproblemen zusätzlich die unzureichende Expertise von Lehrkräften an, die mit einem geringeren Selbstkonzept mit Blick auf die mathematikgeschichtlichen Inhalte zusammenhängt (Tzanakis & Arcavi, 2002, S. 203).

Siu (2006) liefert zusätzlich eine weitere praktische Begründung. Er verweist auf den von Lehrerinnen und Lehrern bezweifelten Nutzen der Mathematikgeschichte für den Mathematikunterricht, da die Motivation und die Relevanz bzw. der Beitrag zum Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler und zum Verstehen originaler Quellen von Lehrerinnen und Lehrern in Zweifel gezogen werden kann (Siu 2006, S. 269).

Insgesamt betrachtet, beinhaltet die Diskussion über den Einsatz von Mathematikgeschichte in der Forschungsliteratur *affirmative* und *ablehnende* Überzeugungen. Affirmativen Überzeugungen liegen *affektive*, *kognitive* oder *evolutionäre* Begründungen zugrunde, während ablehnende Überzeugungen *praktische* oder *philosophische* Begründungen beinhalten können. Diese Strukturierung der Vor- und Nachteile des Einsatzes von Mathematikgeschichte im Unterricht wurde in das vorliegende Instrument integriert.

2.3 Forschung zu Überzeugungen von Lehrkräften zur Mathematik

Die Aussicht auf einen Einsatz gelernter Studieninhalte zur Geschichte der Mathematik im Unterricht knüpft sich an die Hoffnung, mit universitären Lerngelegenheiten die Überzeugungen der Lehramtsstudierenden so verändern zu können, dass diese Mathematikgeschichte im Unterricht anwenden. Diese Hoffnung wird durch die bestehende Annahme für den Bereich der Forschung zum Lehrerhandeln unterstützt, dass die Anwendung professionellen Wissens in Handlungssituationen nur dann erfolgreich gelingt, wenn korrespondierende subjektive Überzeugungen bei den Lehrpersonen vorliegen. Überzeugungen wird für das Anwenden gelernter Wissensinhalte dabei eine orientierende und handlungsleitende Funktion zugesprochen (Ernest, 1989; Schmotz, Felbrich & Kaiser, 2010; Schoenfeld, 1998, 2010; Thompson, 1992).

Trotz intensiver Erforschung der Überzeugungen von Lehrerinnen und Lehrern vor allem im Rahmen pädagogisch-psychologisch orientierter Ansätze ist bisher jedoch keine präzise und trennscharfe Definition des Begriffs der Überzeugungen auszumachen (vgl. z. B. Pajares, 1992; Rolka, 2006). Richardson (1996) schlägt daher eine bereichsunspezifische Definition von *beliefs* vor, der ein breiteres Verständnis zugrunde liegt. Er versteht unter beliefs „psychologically held understandings, premises, or propositions about the world that are felt to be true" (Richardson, 1996, S. 103). Im Anschluss an Richardson verstehen wir Überzeugungen ebenfalls als subjektive Meinungen und Einstellungen einer Person zu einem Objekt, die u. a. auch affektive Haltungen und Handlungsbereitschaften beinhalten (vgl. Grigutsch et al., 1998). Hinsichtlich einer langfristigen Entwicklung von Überzeugungen ist anzunehmen, dass sie relativ stabil gegenüber Umstrukturierungen sind, und gewissermaßen als psychologische „Filter" und/oder „Barrieren" wirken können (Reusser, Pauli & Elmer, 2011). Andererseits können sich aber Begründungen von Überzeugungen in der Professionsentwicklung von Lehrkräften ändern (Eichler & Erens, 2015). Für Mathematiklehrkräfte besteht trotz der Unschärfe des Begriffs ein weitgehender Konsens über die Ausdifferenzierung von professionsbezogenen Überzeugungen (Ernest, 1989). So wird u. a. davon ausgegangen, dass Überzeugungen domänenspezifisch (Eichler & Erens, 2015; Törner, 2002) bzw. sogar situationsspezifisch ausgeprägt sein können (Kuntze, 2011; Schoenfeld, 2010). In Bezug auf die epistemologischen Überzeugungen zur Struktur der Mathematik können in Bezug auf statische Sichtweisen gemäß Grigutsch et al. (1998) die Betonung des formalen Aspekts der Mathematik (Formalismusaspekt) oder eine Orientierung an Prozeduren und Rechenschemata (Schemaorientierung) in den Vordergrund gestellt werden. In Bezug auf dynamische Sichtweisen werden zumeist der Anwendungsaspekt und der prozesshafte Charakter der Mathematik betont (vgl. Grigutsch et al. 1998; Rolka, 2006). Daneben stellen Überzeugungen zum Erwerb mathematischen Wissens bzw. zum Lehren und Lernen von Mathematik (Handal, 2003; Kuntze, 2011; Staub & Stern, 2002) eine weitere bedeutsame Dimension epistemologischer Überzeugungen dar. Hierbei werden oft transmissionsorientierte Überzeugungen von konstruktivistisch geprägten Überzeugungen unterschieden (Staub & Stern, 2002; Buchholtz & Kaiser, 2017).

2.4 Konkretisierung für das Instrument

Für die Untersuchung von Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik erschien es sinnvoll, bestehende Ansätze um weitere spezifische Überzeugungen zu erweitern. Zu diesem Zweck wurde in der vorliegenden Studie auf Grundlage der oben beschriebenen theoretischen Arbeiten zur Geschichte der Mathematik und ihrer Verwendung im Unterricht ein Instrument entwickelt, dass in spezifischer Weise Überzeugungen zur Mathematik, zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik erfassen kann. Dabei greifen die Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik ähnlich wie bei den Überzeugungen zur Struktur der Mathematik sowohl *statische* als auch *dynamische* Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik auf (Furinghetti, 2007; Fried, 2001).

Statische Sichtweisen beinhalten unserer Meinung nach Annahmen, dass mathematische Erkenntnisse unumstößlich sind und daher ideellen bzw. ewigen Bestand haben. Mathematik wird hierbei als ein perfektes logisches und widerspruchsfreies System aufgefasst. Diese Sichtweise kann u. a. auch ein anekdotenhaftes Verständnis von Geschichte der Mathematik nahelegen, das auf das Narrativ des Wirkens von herausragenden Persönlichkeiten bzw. deren Biographien beschränkt ist.

Dynamische Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik betonen, dass mathematische Erkenntnisse oft Gegenstand von Auseinandersetzungen sind, und ohne ein Hinterfragen von mathematischen Lehrsätzen kaum Widersprüche aufgedeckt und Weiterentwicklungen initiiert werden könnten. Sie haben eine kritische Haltung zu mathematischen Erkenntnissen und schließen nicht aus, dass heute gängiges mathematisches Handeln hinterfragt und weiterentwickelt werden kann. Sie betrachten andererseits Mathematik als geistige Schöpfung des Menschen im jeweiligen historischen und kulturellen Kontext und sehen darüber hinaus die Ursprünge mathematischen Denkens in einem starken Alltagsbezug der Disziplin.

Die lehr-lerntheoretischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik greifen die unter 2.2 beschriebenen Begründungen zur Umsetzung und Behandlung von Geschichte der Mathematik im schulischen Unterricht auf (vgl. Bütüner, 2018; Siu, 2006; Tzanakis & Arcavi, 2002):

Affirmative Überzeugungen werden aus *affektiven, kognitiven* oder *evolutionären* Begründungsmustern gespeist und betonen dabei den motivationalen Charakter der Mathematikgeschichte im Unterricht, den kognitiven Mehrwert des Einsatzes von Geschichte der Mathematik im Unterricht oder insgesamt ein prozesshaftes Bild von Mathematik. Zukünftige Lehrerinnen und Lehrer, die diese Begründungen teilen, würden Mathematikgeschichte nutzen, damit Schülerinnen und Schüler sich mit einem mathematischen Themengebiet vertieft auseinandersetzen und die Genese von und Vernetzungen zwischen mathematischen Inhalten kennenlernen. Dabei spielen besonders historische Bezüge, die die Schülerinnen und Schüler im mathematischen Handeln motivieren können, eine besondere Rolle. Mathematik soll als menschliches Produkt verstanden werden und eine bestimmte Perspektive auf die Natur der Mathematik ermöglichen. Diese Bezüge sollen insgesamt eine positive Einstellung gegenüber Mathematik begünstigen. *Ablehnende Überzeugungen* beziehen sich auf *philosophische* oder *praktische* Begründungsmuster und zweifeln den Nutzen für das Lernen von Mathematik generell an. Zukünftige Lehrerinnen und Lehrer, die diese Begründungen teilen, lehnen Mathematikgeschichte im Unterricht eher ab. Die hohe Komplexität, die geringe Motivation und die fehlenden Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler sowie die hohe zeitliche Belastung sehen sie dabei u. a. als Hindernisse an, entsprechende Inhalte im Unterricht zu thematisieren.

Obwohl die Frage, wie Überzeugungen von Lehrkräften Schülerleistungen beeinflussen nicht abschließend geklärt ist (Dubberke, Kunter, McElvany, Brunner & Baumert, 2008), ist anzunehmen, dass dynamische Überzeugungen zur Mathematik sowie konstruktivistische Lehr-Lern-Überzeugungen stärker mit der Betonung von prozesshaftem, iterativem Betreiben von Mathematik in der Unterrichtsgestaltung zusammenhängen (Reusser et al., 2011). Aus diesem Grund vermuten wir, dass die Aufgeschlossenheit gegenüber dem Einbinden von historischen Aspekten im Mathematikunterricht am ehesten bei Studierenden mit entsprechenden dynamischen Sichtweisen gegeben ist. Umgekehrt ließe sich für den Bereich der Geschichte der Mathematik aufgrund unserer theoretischen Überlegungen jedoch ebenso argumentieren, dass insbesondere Studierende mit einer eher statischen Sichtweise auf Mathematik historischen Bezügen im Mathematikunterricht gegenüber aufgeschlossen sind, weil diese möglicherweise stärker die universale und zeitüberdauernde Gültigkeit mathematischer Lehrsätze in den Vordergrund stellen.

Letztlich stellt sich damit die empirische Frage, wie verschiedene Belief-Facetten bei zukünftigen Lehrkräften miteinander zusammenhängen, und ob sich konvergente oder eher differenzierte Strukturen zwischen Überzeugungen zur Mathematik, Geschichte der Mathematik und dem Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik identifizieren lassen. In der vorliegenden Studie konnten diese Strukturen empirisch auf der Ebene von Lehramtsstudierenden untersucht werden.

3. Methode

Im Folgenden wird die Stichprobe dargelegt und das Instrument vorgestellt. Die Datenbasis der vorliegenden Studie entstammt dem Forschungsprojekt „Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zur Geschichte der Mathematik“ (ÜberLeGMa; Buchholtz & Schorcht, 2014; 2016; Schorcht & Buchholtz, 2015).

3.1 Stichprobe der Befragung

Die Studie untersuchte mittels einer Online-Umfrage im Sommersemester 2015 und im Wintersemester 2015/2016 die Überzeugungen von 159 Mathematiklehramtsstudierenden sowohl der Primar- als auch der Sekundarstufe I und II. Zur Administration der Umfrage bekamen die Studierenden an verschiedenen Hochschulen einen Link per Email geschickt, dabei konnten wir auf Emailverteiler von Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematikdidaktik zugreifen, die sich bereit erklärten, die Studie zu unterstützen. Wie bei Studien im tertiären Bildungsbereich nicht unüblich, ergeben sich aufgrund des eingeschränkten Zugriffs auf Lehrveranstaltungen unterschiedlich große Teilstichproben an einzelnen Hochschulstandorten. Die Teilnahme an der Studie war freiwillig und die Daten wurden anonym erhoben. 18 Studierende mussten aufgrund von fehlenden Werten und von nicht vollständig beantworteten Umfragen von unseren Analysen im Rahmen dieses Artikels ausgeschlossen werden. Insgesamt liegt der Studie damit eine Gelegenheitsstichprobe von 141 Studierenden an 9 Hochschulen zugrunde: Technische Universität Dortmund (39), Bergische Universität Wuppertal (37), Technische Universität Dresden (28), Justus-Liebig-Universität Gießen (12), Universität Siegen (11), Universität Hamburg (6), Universität Kassel (6), Universität Vechta (1), Universität Bielefeld (1). Die Studierenden waren durchschnittlich etwa 24 Jahre alt mit einer Standardabweichung von etwas mehr als 4 Jahren, mehrheitlich im 6. Fachsemester (mit einer relativ großen Spannweite vom 1. bis zum 33. Fachsemester) und überwiegend weiblich (111 Studierende, 79 %). Die Auswertung der Studiengänge der Studierenden ergab ein differenziertes Bild der Stichprobe. Der überwiegende Teil der Studierenden (108, 77 %) studiert das Lehramt für die Primar- oder Sekundarstufe I. 23 Studierende (16 %) studieren das Lehramt für die Sekundarstufe II oder berufliches Lehramt und 10 Studierende (7 %) studieren das Lehramt für die Sonderschule.

3.2 Aufbau und Passung des Instruments

Die Überzeugungen der Lehramtsstudierenden zur Mathematik, zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik wurden anhand dreier Skalen erfasst. Unter Bezug auf empirische Forschungsarbeiten zu Einstellungen und Beliefs (Grigutsch et al., 1998; Rolka, 2006) und empirischen sowie theoretischen Arbeiten zu Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik (Alpaslan et al., 2014; Siu, 2006; Tzanakis & Arcavi, 2002) wurde dazu im Rahmen der Pilotierung der Studie im Wintersemester 2014/2015 entsprechende Skalen zu den Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik (26 Items) und dem Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik (21 Items) entwickelt. Die Items wurden durch ein Experten-Rating von zwei externen, unabhängigen Gutachtern vor der Pilotierung auf ihre inhaltliche Konsistenz überprüft. Alle entwickelten Items zu den mathematikgeschichtespezifischen Beliefs sind im Anhang dieses Artikels dargestellt. Ein bereits existierender, aus 12 Items bestehender Bestandteil des Instruments waren Fragen zu Überzeugungen zur Mathematik, die sowohl statische (Formalismusaspekt, Schemaorientierung) als auch dynamische Überzeugungen (Prozessorientierung, Anwendungsaspekt) beinalten (Grigutsch et al., 1998). Bei allen Skalen sollten die Lehramtsstudierenden jeweils ihre Zustimmung auf einer fünfstufigen Likert-Skala (1 = „lehne stark ab“ bis 5 = „stimme stark zu“) angeben. Das Instrument wurde für die Hauptuntersuchung in der Software Questback in Form einer Online-Umfrage implementiert. Tabelle 1 gibt einen Überblick über deskriptive Statistiken und Reliabilitäten der entwickelten Skalen und illustriert diese mit Beispielitems.

Mit Hilfe von konfirmatorischen Faktorenanalysen wurde die angenommene Faktorstruktur anschließend einzeln für jede Dimension der Überzeugungen empirisch überprüft. Dabei wurden die Modelle in Form von Strukturgleichungsmodellen spezifiziert (Mplus; Muthén & Muthén, 1998–2012). Zur Modellevaluation wurde jeweils die statistische Signifikanz anhand des Likelihood-Ratio χ^2-Anpassungstests geprüft und weitere globale Fit-Indizes zur Beschreibung der Güte des Modells herangezogen (RMSEA, CFI, SRMR). RMSEA-Werte kleiner als .05, CFI-Werte größer als .90 und SRMR-Werte kleiner als .08 indizieren dabei einen guten Modellfit (Hu & Bentler, 1999). Für alle inferenzstatistischen Tests wurde als Signifikanzniveau $p < .05$ festgesetzt.

4. Ergebnisse

4.1 Überzeugungen zur Mathematik

Im Wesentlichen konnte die auf der Arbeit von Grigutsch et al. (1998) beruhende Vier-Faktoren-Lösung der Überzeugungen zur Struktur der Mathematik in die Faktoren Formalismus-, Anwendung-, Prozess- und Schemaorientierung repliziert werden (vgl. Fig. 1). Das Modell wies eine akzeptable bis gute Anpassungsgüte auf (χ^2/df=1.85; RMSEA=0.07; CFI=0.91; SRMR=0.06).

Skala	Items	M	SD	Cronbachs α	Beispielitems
Beliefs zur Mathematik (Grigutsch et al. 1998)					
Formalismus	4	3,67	,62	.77	Ganz wesentlich für die Mathematik sind ihre logische Strenge und Präzision, d.h. das 'objektive' Denken.
Anwendungsaspekt	2	3,88	,61	.63	Viele Teile der Mathematik haben einen praktischen Nutzen oder einen direkten Anwendungsbezug.
Prozessorientierung	4	4,31	,49	.70	Mathematische Aufgaben und Probleme können auf verschiedenen Wegen richtig gelöst werden.
Schemaorientierung	2	3,38	,80	.68	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.
Beliefs zur Geschichte der Mathematik (Schorcht & Buchholtz, 2015)					
Prozesshafte Sicht	5	3,63	,62	.78	Die Geschichte der Mathematik zeigt uns, dass mathematische Erkenntnisse ständig hinterfragt werden müssen.
Lebensweltliche Sicht	4	3,96	,53	.67	Geschichte der Mathematik zeigt, wie Menschen mit Mathematik Alltagsprobleme lösten.
Protagonisten Sicht	4	3,64	,48	.54	Die Geschichte der Mathematik zeigt uns das Wirken besonderer Persönlichkeiten.
Statische Sicht	5	2,02	,58	.71	Die Geschichte der Mathematik zeigt, dass in der Mathematik nichts Neues mehr zu erforschen ist.
Perfektionistische Sicht	2	2,99	,76	.54	Geschichte der Mathematik beschreibt den Weg der Mathematik hin zu einem widerspruchsfreien System
Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik					
Anwendungsbegründung	4	3,65	,68	.76	Geschichtliche Bezüge im Mathematikunterricht vermitteln den Schülerinnen und Schülern die praktische Anwendbarkeit mathematischer Begriffe.
Vertiefungsbegründung	4	3,50	,73	.81	Geschichtliche Bezüge im Mathematikunterricht helfen den Schülerinnen und Schülern Vernetzungen zwischen den mathematischen Begriffen zu erkennen.
Motivationsbegründung	3	3,59	,77	.75	Schüler sollten historische Bezüge im Mathematikunterricht lernen, weil hiermit auch mathematisch weniger interessierte Schüler Mathematik lernen können.
Zeitplanungsbegründung	3	2,74	,80	.78	Historische Bezüge sind von vielen Interpretationen abhängig und benötigen zu viel Zeit im Mathematikunterricht.
Relevanzbegründung	3	2,50	,76	.76	Schülerinnen und Schüler brauchen historische Bezüge im Mathematikunterricht nicht zu lernen, weil sie nicht Gegenstand von Prüfungen sind.
Komplexitätsbegründung	2	2,44	,80	.70	Historische Bezüge zu früheren Fehlern und Irrtümern der Mathematik verwirren die Schülerinnen und Schüler nur.

Tab. 1: Skalen und deskriptive Statistiken

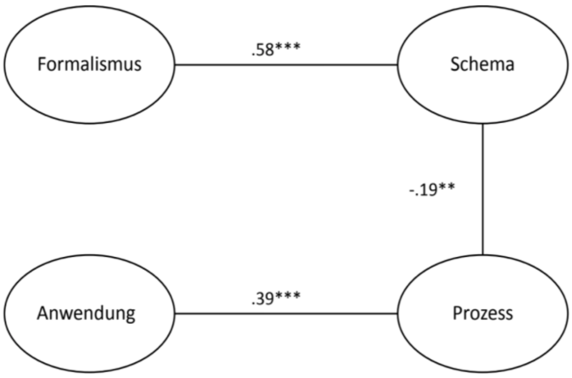

Fig. 1: Modell der Überzeugungen zur Mathematik

Aus Tab. 1 ist ersichtlich, dass die Studierenden im Mittel den dynamischen Überzeugungen leicht stärker zustimmen als den statischen, mit dem höchsten, durchschnittlichen Wert (4,31) bei der Prozessorientierung, allerdings ist die Zustimmung zu statischen Überzeugungen ebenfalls relativ hoch (>3,38).

Zwischen den Faktoren zeigten sich zudem die bereits von Grigutsch et al. (1998) identifizierten signifikanten Korrelationen zwischen den Faktoren (Fig. 1). Da es sich hierbei um Korrelationen auf latenter – d. h. messfehlerbereinigter Ebene – handelt, fielen die Korrelationskoeffizienten entsprechend höher aus.

Bei der Betrachtung der Zusammenhangstruktur zeigt sich, wie statische Überzeugungen, wie der *Formalismusaspekt* und die *Schemaorientierung*, positiv zusammenhängen und sich von ebenfalls zusammenhängenden dynamischen Überzeugungen, wie dem *Anwendungs*- und *Prozessaspekt*, deutlich unterscheiden. Obwohl sich zwischen den Faktoren deutliche Zusammenhänge zeigten, waren jedoch nicht alle Korrelationen zwischen den einzelnen Faktoren signifikant.

4.2 Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik

Für die Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik konnte eine auf den in Kapitel 2.3 beschriebenen Vorannahmen und explorativen Faktorenanalysen basierende Fünf-Faktoren Lösung unterschiedlicher Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik empirisch bestätigt werden (vgl. Tab. 1).

Die *Protagonisten-Sicht* beinhaltet dabei solche Items, die das Wirken mathematischer Persönlichkeiten in den Mittelpunkt stellen oder zeigen, wie Menschen in der Vergangenheit Mathematik angewendet haben.

Mit der *perfektionistischen Sicht* stimmen die Probanden den Aussagen zu, dass Formeln seit je her eine bedeutende Rolle in der Mathematik gespielt haben und Mathematikgeschichte eine Entwicklung hin zu einer perfekten Mathematik beschreibt.

Die *lebensweltliche Sicht* dagegen fokussiert den hohen Alltagsnutzen der Mathematik für den Menschen. Dies beinhaltet die kulturelle Bedeutsamkeit der Mathematik und Anwendungsprobleme, die innerhalb der mathematischen Entwicklung auftauchen.

Probanden mit einer *prozesshaften Sicht* sehen Mathematik einem ständigen Wandel unterzogen. Sie würden die Widerlegung heute gültiger mathematischer Erkenntnisse akzeptieren. Mathematikgeschichte zeigt dementsprechend, dass mathematische Erkenntnisse ständig hinterfragt werden müssen.

Innerhalb der *statischen Sicht* sind Items zusammengefasst, die der Mathematik in Zukunft keine nennenswerten Erkenntnisse mehr zutrauen. Die Probanden stimmen den Aussagen zu, dass es nur eine ‚richtige' Mathematik gibt, die sich über die Zeit hinweg nicht verändert hat. Diese Sichtweise versteht Mathematikgeschichte im Wesentlichen auch als eine Sammlung von Biografien.

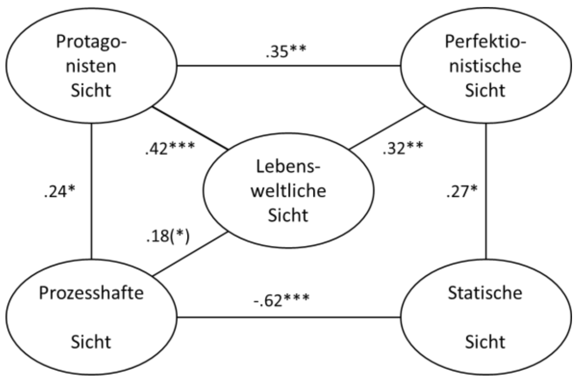

Fig. 2: Modell der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik

Das Modell in Fig. 2 wies eine gute Anpassungsgüte auf (χ^2/df=1.33; RMSEA=0.05; CFI=0.91; SRMR= 0.07), allerdings mussten zunächst 6 Items aufgrund schlechter Fitwerte ausgeschlossen werden. Aus Tab. 1 ergibt sich, dass die Studierenden der statischen (2,02) und der perfektionistischen Sicht (2,99) auf Geschichte der Mathematik am wenigsten zustimmen, die Zustimmung bei der lebensweltlichen Sicht (3,96) fällt dagegen deutlich höher aus. Die beiden Skalen Protagonisten Sicht und perfektionistische Sicht wiesen jedoch schlechte Reliabilitätswerte auf. Während die statische Sicht mit der prozesshaften Sicht negativ korreliert, traf diese negative Korrelation jedoch nicht auf alle dynamischen Überzeugungen – wie etwa die lebensweltliche Sicht – zu. Es fanden sich weiterhin keine signifikanten Zusammenhänge zwischen der Protagonisten-Sicht und der statischen Sicht. Vielmehr hängen die Protagonisten-Sicht sowohl mit Überzeugungen zur perfektionistischen Sicht als auch lebensweltlichen und prozesshaften Sicht zur Geschichte der Mathematik zusammen. Dies könnte inhaltlich bedeuten, dass das Wirken bedeutender Persönlichkeiten innerhalb der Mathematik stärker mit der dynamischen Entwicklung der Disziplin assoziiert wird, als mit dem Schaffen ewig gültiger ideeller Erkenntnisse. Die perfektionistische Sicht hingegen korreliert (allerdings niedrig) sowohl mit der Protagonisten-Sicht und lebensweltlichen Sicht als auch mit der statischen Sicht. Es ließ sich insgesamt damit eine deutlich differenziertere Struktur der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik identifizieren, die nicht einfach auf die Unterscheidung statischer und dynamischer Überzeugungen zurückgeführt werden kann, sondern nahelegt, dass bestimmte Sichtweisen auf Mathematikgeschichte sowohl statischen als auch dynamischen Überzeugungen entsprechen. Allerdings sind die Zusammenhänge aufgrund der schlechten Reliabilität zweier Skalen nur sehr vorsichtig interpretierbar. Wir führen die Reliabilitätsprobleme auf die Schwierigkeit zurück, Skalen zu sehr heterogenen und nuancierten Inhalten zu entwickeln. Möglicherweise haben sich hierbei auch die unterschiedlich großen Stichproben der einzelnen Universitäten schlecht auf die Reliabilität ausgewirkt.

4.3 Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik

Für die Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik wurde eine Sechs-Faktoren Lösung spezifiziert. Zwei Items mussten jedoch aufgrund schlechter Fitwerte ausgeschlossen werden. Das angenommene Sechs-Faktor-Modell wies zwar eine gute Anpassungsgüte auf, allerdings konnten sehr hohe Korrelationen zwischen den Faktoren identifiziert werden (Multikollinearitäten), die es schwierig machen, zwischen einzelnen Überzeugungsfacetten zu unterscheiden. Es zeigte sich dabei ein deutliches Zusammenhangsmuster zwischen drei ablehnenden und drei affirmativen Überzeugungen. Dies deutet auf eine den gesamten Überzeugungen unterliegende Struktur hin (Byrne, 2012). Ein getestetes Zwei-Faktoren Modell 2. Ordnung, das den unterschiedlichen Überzeugungsfacetten zwei latente Faktoren „ablehnende Überzeugungen" und „affirmative Überzeugungen" überordnet (vgl. Fig. 3), wies daraufhin eine bessere Anpassungsgüte auf als das Sechs-Faktor-Modell (χ^2/df=1.59; RMSEA=0.06; CFI=0.94; SRMR= 0.04). In diesem Modell können die Faktoren 1. Ordnung als unterschiedliche Begründungsmuster für die Überzeugungen interpretiert werden.

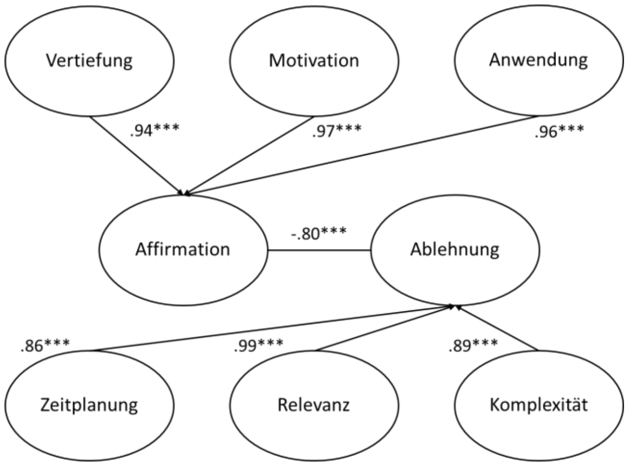

Fig. 3: Modell der Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik

Affirmative Überzeugungen beinhalten demnach drei Begründungsmuster: Vertiefung, Motivation und Anwendung.

Unter *Vertiefung* sind solche Überzeugungen zusammengefasst, die darauf abzielen, Schülerinnen und Schülern die Genese und Vernetzung mathematischer Begriffe im Unterricht näherzubringen.

Begründungsmuster, die eher der *Motivation* zugeordnet werden, verweisen die Rolle der Mathematikgeschichte im Mathematikunterricht auf funktionale Aspekte in Einstiegssituationen und zur Motivation wenig interessierter Schülerinnen und Schüler.

Der Faktor *Anwendung* fokussiert die Ausbildung von Problemlösefähigkeiten der Lernenden. Studierende, die diesem Begründungsmuster zustimmen, würden nach eigener Aussage Mathematikgeschichte nutzen, um die Anwendbarkeit mathematischer Begriffe zu verdeutlichen. Die Schülerinnen und Schüler würden dadurch den Sinn für das eigene Lernen besser erkennen.

Ablehnende Überzeugungen weisen ebenfalls drei Begründungsmuster auf: Zeitplanung, Relevanz und Komplexität.

Unter *Zeitplanung* fallen Überzeugungen, die der Behandlung von mathematikhistorischen Bezügen zu viel Zeit beimessen, die im Unterricht demnach nicht zur Verfügung steht. Mathematikgeschichte wird bestenfalls als Exkurs im Unterricht angesehen und wird aufgrund der hohen Komplexität als zeitraubend eingestuft.

Der Faktor *Relevanz* beinhaltet Aussagen, die davon ausgehen, dass Mathematikgeschichte die Schülerinnen und Schüler langweilen und die Inhalte mathematikhistorischer Bezüge nicht prüfungsrelevant sind. Das Wissen um die historische Entwicklung eines mathematischen Begriffs ist demnach wenig relevant, solange man die Definition des Begriffs kennt.

	Prozess-Sicht	Lebensweltliche Sicht	Protagonisten Sicht	Statische Sicht	Perfektionistische Sicht
Formalismus	n. s.	n. s.	.23**	n. s.	.32**
Anwendung	.18*	.49**	.23**	-.22**	n. s.
Prozess	.22**	.41**	.27**	-.25**	.18*
Schema	n. s.	n. s.	.23**	n. s.	n. s.

Tab. 2: Zusammenhänge zwischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und zur Struktur der Mathematik

Die Studierenden sehen ferner unter dem Faktor *Komplexität* die Mathematikgeschichte als zu komplex an, um sie im Unterricht zu behandeln. Besonders frühere Fehler und Irrtümer könnten demnach die Lernenden eher verwirren.

Für alle Facetten konnten gute Reliabilitätsmaße erzielt werden. Interessanterweise wiesen die ablehnenden Faktoren durchgängig im Mittel eine geringere Zustimmung sowie eine höhere Standardabweichung auf, was auf ein größeres Auseinanderdriften der Antworten der Studierenden schließen lässt. Die geringste Zustimmung konnte beim Komplexitäts- (2,44) und Relevanzaspekt (2,50) identifiziert werden, die stärkste Zustimmung erfuhr der Anwendungsaspekt (3,65).

Im Zwei-Faktoren-Modell ist die höchst signifikante und sehr hoch ausgeprägte negative Korrelation (-.80) zwischen den beiden übergeordneten Faktoren auffällig. Das Überzeugungsmuster deutet darauf hin, dass sowohl affirmative wie auch ablehnende Begründungsmuster zwar untereinander stark zusammenhängen, die Lehramtsstudierenden in ihrem Antwortverhalten aber tendenziell komplementär ausschließlich eher die einen oder die anderen Überzeugungsaspekte in den Vordergrund stellen. Insbesondere bei den ablehnenden Überzeugungen wird diese Interpretation durch die deskriptiven Statistiken unterstützt (vgl. Tab. 1).

4.4 Zusammenhangsanalysen

Bei der Analyse des korrelativen Zusammenhangs der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und der Überzeugungen zur Struktur der Mathematik zeigen sich signifikante Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen Facetten, allerdings sind die Korrelationen mit der Ausnahme einer mittelhohen Korrelation zwischen lebensweltlicher Sicht und der Anwendungsorientierung (.49) insgesamt relativ niedrig (vgl. Tab. 2).

Zwischen den dynamischen Überzeugungen zur Mathematik – Anwendung und Prozess – und der prozesshaften Sicht und der lebensweltlichen Sicht auf Geschichte der Mathematik zeigen sich diese Zusammenhänge erwartungsgemäß. Ebenso gilt dies für die negativen Zusammenhänge zwischen der statischen Sicht auf Geschichte der Mathematik und den dynamischen Überzeugungen über Mathematik. Interessanterweise korreliert die Protagonisten Sicht mit allen Überzeugungen zur Struktur der Mathematik signifikant, was als Indiz dafür gewertet werden kann, dass (anekdotische) Überzeugungen im Hinblick auf herausragende Persönlichkeiten und ihr Wirken zur Entwicklung der Mathematik übergreifende Überzeugungen sein könnten, die unabhängig davon sind, ob Mathematik als eine eher logisch-deduktiv geordnete Struktur oder als angewandte Wissenschaft wahrgenommen wird. Allerdings sind auch hier diese Zusammenhänge aufgrund der schlechten Reliabilität der Skala nur vorsichtig interpretierbar. Ein weiteres ebenfalls interpretierbares Ergebnis ist auch, dass die Überzeugung, die Geschichte der Mathematik bezeuge die Entwicklung der Mathematik hin zu einem perfekten System mit strukturellen Überzeugungen zum Formalismus zusammenhängen. Hier dürften epistemologische Gemeinsamkeiten wie die Orientierung an allgemeingültigen Formeln und logischen Aussagen ausschlaggebend sein, die beide Facetten von Überzeugungen beinhalten. Interessanterweise hängen jedoch Formalismus-Überzeugungen und statische Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik (u. a. mit der Überzeugung, Mathematik verändere sich über die Zeit nicht) nicht miteinander zusammen.

Die Analyse der Zusammenhänge zwischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und den übergeordneten Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik ergab zunächst ein deutliches Muster (vgl. Tab. 3).

	Prozess-Sicht	Lebensweltliche Sicht	Protagonisten Sicht	Statische Sicht	Perfektionistische Sicht
Affirmation	.23**	.42**	.29**	-.24**	.15(*)
Ablehnung	n. s.	-.29**	-.16(*)	.26**	n. s.

Tab. 3: Zusammenhänge zwischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik

	Prozess-Sicht	Lebensweltliche Sicht	Protagonisten Sicht	Statische Sicht	Perfektionistische Sicht
Anwendung	.23**	.45**	.29**	-.24**	.18*
Vertiefung	.27**	.41**	.29**	-.26**	n. s.
Motivation	.21*	.41**	.29**	-.22**	.17*
Zeit	n. s.	-.24**	n. s.	.26**	n. s.
Relevanz	n. s.	-.29**	-.16(*)	.26**	n. s.
Komplexität	n. s.	-.28**	-.15(*)	.29**	n. s.

Tab. 4: Zusammenhänge zwischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und Begründungsmustern zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik

Während die prozesshafte Sicht, die lebensweltliche Sicht und die Protagonisten-Sicht (und auf 10 %-Signifikanzniveau auch die perfektionistische Sicht) schwach positiv mit affirmativen Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik zusammenhängen, zeigt sich ein ähnlicher Zusammenhang für die statische Sicht bei den ablehnenden Überzeugungen. Für ein etwas detailliertes Bild haben wir auch den Zusammenhang zwischen den Sichtweisen zur Geschichte der Mathematik und den einzelnen Begründungsmustern der Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik analysiert (vgl. Tab. 4).

Insgesamt hängen die verschiedenen Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik bis auf die statische Sichtweise (die negativ mit allen affirmativen Überzeugungen korreliert) positiv mit affirmativen Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik zusammen. Zum Teil – wie etwa bei der lebensweltlichen Sicht und bei der Protagonisten-Sicht, sind die Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik auch negativ mit den ablehnenden Überzeugungen zum Lehren und Lernen korreliert. Die statische Sichtweise hängt hingegen positiv mit den eher ablehnenden Überzeugungen zusammen, wobei sich hier von der Größe des Zusammenhangs nicht zwischen den Begründungsmustern differenzieren lässt. Insgesamt fallen aber auch hier die Korrelationen nur niedrig bis mittelhoch aus.

5. Diskussion

Anhand konfirmatorischer Faktorenanalysen konnten in unserer Studie verschiedene Überzeugungen zur Struktur der Mathematik, sowie verschiedene Sichtweisen und Begründungen in den Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik herausgearbeitet werden.

Die Ergebnisse zu den Überzeugungen zur Struktur der Mathematik (vgl. 4.1) replizierten dabei schon aus anderen Studien bekannte strukturelle Ergebnisse in Bezug auf statische und dynamische Auffassungen zur Mathematik (Blömeke et al., 2010; Voss et al., 2013). Statische bzw. dynamische Überzeugungen zur Mathematik übertragen sich jedoch nicht eindeutig auf Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik. Hinsichtlich der Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik zeigte sich nämlich ein differenzierteres Bild verschiedener statischer und dynamischer Sichtweisen, die untereinander zusammenhängen. Dabei konnte eine *prozesshafte Sicht* auf Mathematikgeschichte, eine *lebensweltliche Sicht*, eine *Protagonisten-Sicht*, eine *perfektionistische Sicht* und eine *statische Sicht* unterschieden werden (vgl. 4.2). Die Mehrheit der Studierenden in der Stichprobe stimmt dabei deutlich der prozesshaften und der lebensweltlichen Sichtweise auf Geschichte der Mathematik zu, die statische Sichtweise auf Geschichte der Mathematik erfährt die geringste Zustimmung. Unter den Begründungen für oder gegen einen Einsatz von Mathematikgeschichte im Unterricht zeigten sich affirmative und ablehnende Überzeugungen unter den Studierenden. Die affirmativen Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik (vgl. 4.3) beinhalteten dabei verschiedene Begründungsmuster, wie *Anwendung*, *Motivation* und *Vertiefung*. Die ablehnenden Überzeugungen konnten in drei typischen Begründungsmustern erfasst werden: *Zeitplanung*, *Komplexität* des Themas und *Relevanz* für Prüfungen.

Korrelationsanalysen der unterschiedlichen Überzeugungen ergaben interessante Einblicke in die strukturellen Zusammenhänge der verschiedenen Facetten. Insgesamt befürwortet die Mehrzahl der Studierenden die Anwendung von Geschichte der Mathematik im Unterricht. Dabei zeigen unsere konvergierenden Befunde, dass die affirmativen Begründungsmuster dieser Befürwortung auch mit dynamischen Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik zusammenhängen, welche wiederum ihrerseits mit dynamischen Sichtweisen auf die Struktur der Mathematik zusammenhängen. Für die Einbindung von Geschichte der Mathematik im Unterricht heißt das, dass in diesem Fall davon auszugehen ist, dass die Studierenden Geschichte der Mathematik im Unterricht verwenden, um entsprechend dynamische Aspekte von Mathematik und ihrer Geschichte hervorzuheben und ein vertieftes Verständnis von Mathematik zu vermitteln. Vertreten Studierende hingegen aber verstärkt Überzeugungen einer statischen Sichtweise auf Geschichte der Mathematik, so hängt dies auch mit ihrer stärkeren Ablehnung des Einsatzes im Mathematikunterricht zusammen. Dieser Zusammenhang scheint jedoch unabhängig von statischen Überzeugungen zur Struktur der Mathematik wie dem Formalismusaspekt oder der Schemaorientierung zu sein. Studierende, die eine statische Sicht haben, lehnen Mathematikgeschichte im Unterricht ab, da ihnen diese zu komplex für Schülerinnen und Schüler erscheint. Zudem sehen sie die verfügbare Zeit im Unterricht als zu knapp an, als dass Mathematikgeschichte zusätzlich integriert werden könnte. Auch die fehlende Relevanz für Prüfungen ist eine Begründung Mathematikgeschichte nicht einzusetzen. Offenbar stehen hierbei also Begründungsmuster im Vordergrund, die eher ein instrumentelles Verständnis von Mathematik im Unterricht forcieren und praktischen Begründungen gegenüber relationalen Begründungsmustern wie etwa der Vermittlung eines vertieften Verständnisses den Vorzug geben (vgl. Skemp, 1976).

Interessanterweise konnten wir differenzierte Zusammenhänge zwischen statischen Überzeugungen zur Struktur der Mathematik und dynamischen Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik identifizieren. So hängen – wenn auch nur schwach ausgeprägt – Überzeugungen zum Formalismusaspekt und zur Schemaorientierung mit der Protagonisten-Sicht und der perfektionistischen Sicht auf Geschichte der Mathematik zusammen, nicht jedoch mit der statischen Sicht auf Mathematik. Insgesamt kann damit festgehalten werden, dass die zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer speziell die Behandlung von Menschen und herausragenden Persönlichkeiten der Mathematikgeschichte innerhalb zweier verschiedener Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik verorten können, die unterschiedlich mit Überzeugungen zum Lehren und Lernen und zur Struktur der Mathematik zusammenhängen. Zum einen werden Personen und deren Einfluss auf Mathematik innerhalb der Protagonisten-Sicht behandelt, dabei steht dann das mathematische Wirken der Personen in ihrer Zeit im Vordergrund. Entsprechende Überzeugungen erfahren von Studierenden mit allen Arten von strukturellen Überzeugungen Zustimmung und hängen positiv mit Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik zusammen. Zum anderen sehen Studierende mit einer statischen Sicht Mathematikgeschichte u. a. auch als eine reine Sammlung von Biografien (die, möglicherweise bestenfalls mit Nickel (2013) anekdotischen Wert für den Unterricht haben). Diese Studierenden sehen unter Umständen das Wissen über die menschlichen Leistungen in der Entwicklung der Mathematik als wenig relevant an und schätzen demensprechend auch die Bedeutung dieses Wissens für das Lehren und Lernen von Mathematik als gering ein.

Insgesamt können jedoch die Ergebnisse der Studie ÜberLeGMa nur vorsichtig interpretiert werden. Einige Skalen wiesen schlechte Reliabilitätswerte auf, so dass es angebracht erscheint, die Befunde in weiteren Studien mit weiteren Items zu diesen Skalen zu replizieren. Des Weiteren könnten für die von uns gefundenen Zusammenhänge auch abhängig von der Formulierung der Items sein, so dass möglicherweise durch Befragungen von Studierenden an unterschiedlichen Standorten herausgefunden werden kann, ob Items unterschiedlich aufgefasst wurden. So sind etwa die Items der affirmativen und ablehnenden Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik teilweise positiv oder negativ normativ formuliert, wodurch Item-Wording Testeffekte (beispielsweise Doppeldeutigkeiten aufgrund von Nebensatzkonstruktionen) nicht ausgeschlossen werden können (vgl. dazu Bühner, 2006). In weiteren Studien könnten die von uns entwickelten Items neutraler formuliert werden (z. B. im Hinblick auf Zeitaspekte oder Motivation von Schülerinnen und Schülern). Wir stellen hierzu unser Instrument im Anhang mit sämtlichen Items zur Weiterentwicklung zur Verfügung. Die kleine Stichprobe an Studierenden erlaubt überdies keine Verallgemeinerung unserer Ergebnisse. Da wir keine direkten Vergleiche zwischen Hochschulen forciert haben, haben wir auf eine genaue standortspezifische Darstellung der einzelnen Teilstichproben verzichtet, allerdings ist nicht auszuschließen, dass Ergebnisse durch den Einfluss von Standorten mit hohen Anzahlen Studierender verzerrt sind. In weiteren Folgestudien könnten zudem auch Zusammenhänge zwischen Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik untersucht werden, worauf wir aus Zeit- und Platzgründen in unserem Instrument verzichten mussten. Des Weiteren können unsere quantitativen Befunde auch durch qualitative Zusatzstudien erweitert werden. Es stellen sich beispielsweise neue Forschungsfragen zu den Zusammenhängen der Überzeugungen oder zum Einfluss von Lehrveranstaltungen auf die Überzeugungen.

6. Empfehlungen für die Ausbildungspraxis

Wir möchten den Artikel mit Empfehlungen zur Weiterentwicklung der Lehrer(aus)bildung in Bezug auf Geschichte der Mathematik beschließen, um darzulegen, wie unsere empirischen Ergebnisse zu der normativ geführten Diskussion um die Einbindung von Geschichte der Mathematik im Lehramtsstudium beitragen können.

1) Lehrveranstaltungen oder Fortbildungen im Bereich der Geschichte der Mathematik sollten nach Möglichkeit unterschiedliche Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik thematisieren. Unsere Ergebnisse zeigen, dass Studierende, die dynamischen Sichtweisen zustimmen, eher dazu neigen, affirmative Begründungen anzuführen, die beschreiben, warum es sinnvoll ist, Geschichte der Mathematik auch im Unterricht einzusetzen. Dabei sollte das Wirken von Personen in der Mathematikgeschichte im Sinne prozess- und anwendungsorientierter Kontexte vermittelt werden, d. h. im Hinblick auf mathematische Weiterentwicklungen oder einen starken Alltagsbezug. Lehrveranstaltungen, die eher referatsartig das Leben herausragender Persönlichkeiten in der Mathematik behandeln, wie es schon Nickel (2013) theoretisch erörtert, könnten möglicherweise die Gefahr bergen, dass Studierende eine rein statische Sicht auf Geschichte der Mathematik erwerben, und diese dann für den eigenen Unterricht eher ablehnen. Die Hervorhebung verschiedener Sichtweisen auf Mathematikgeschichte erscheint aber insbesondere auch deshalb angebracht, weil Studierende mit eher statischem Mathematikbild, die möglicherweise wenig mit anwendungsorientierten Sichtweisen anfangen können, so ihren Überzeugungen entsprechenden Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik im Studium begegnen können. Konkret beziehen wir uns hier auf das Ergebnis, dass Studierende, die beispielsweise dem Formalismusaspekt und der Schemaorientierung stark zustimmen, durchaus die perfektionistische Sichtweise oder die Protagonisten-Sichtweise zur Geschichte der Mathematik einnehmen können. Ihnen sollte demnach eine Thematisierung von Mathematikgeschichte begegnen, die ein differenziertes, dynamisches Bild von Mathematik und ihrer Geschichte vermittelt. So lässt sich – gemäß unserem Standpunkt – möglicherweise erreichen, dass auch sie geneigt sind, Geschichte der Mathematik eher befürwortend gegenüberzustehen, wodurch ihr Einsatz im Unterricht wahrscheinlicher werden könnte.

2) Eine bloße Implementierung entsprechender Lernangebote in Schulbüchern und Curricula reicht aus unserer Sicht nicht aus, um Mathematikgeschichte in den Unterricht zu integrieren und deren angestrebte Ziele zu erreichen. Unsere Ergebnisse zeigen, dass zukünftige Lehrerinnen und Lehrer über unterschiedliche Sichtweisen von Geschichte der Mathematik verfügen, die es notwendig macht, das Lernangebot entsprechend aufzubereiten, so dass diese zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer Unterrichtsmaterialien auch sinnvoll einsetzen können. So dürfte es beispielsweise bei einer prozesshaften Sichtweise auf Mathematikgeschichte nicht angemessen erscheinen, wenn Informationen über historische Entwicklungen in der Mathematik in Form von reinen Geschichtsdaten angegeben sind oder generell vergangenheitsbezogen sind und damit keinen Anschluss zu gegenwärtig genutzter Mathematik herstellen (Schorcht, 2018). Wir empfehlen daher, bei der Entwicklung von Unterrichtsmaterialien, die die Geschichte der Mathematik thematisieren, auf eine ausgewogene Darstellung von dynamischen und statischen Sichtweisen wertzulegen. Dies ermöglicht, dass Lehrkräfte sich diese Materialien leichter aneignen können, und nicht zuletzt auch, dass Schülerinnen und Schüler im Unterricht unterschiedliche Perspektiven auf die Geschichte der Mathematik einnehmen können.

3) Forscherinnen und Forscher im Bereich der Geschichte der Mathematik können das von uns im Rahmen des Projekts entwickelte Instrument nutzen, um die Überzeugungen der Studierenden in ihre konzipierten Lehrveranstaltungen zu untersuchen. Zwar weisen unsere empirischen Ergebnisse noch Limitationen auf, wir sehen hierin aber einen ersten Schritt, die Teilnehmenden von Lehrveranstaltungen zur Geschichte der Mathematik systematisch empirisch zu erforschen, um Anregungen zur Weiterentwicklung von Lehrangeboten zu erhalten. Zu denken ist dabei an Interventions- oder Evaluationsstudien, die unter-

suchen, ob und wie Veränderungen der Überzeugungen bei Studierenden stattfinden. Dabei können beispielsweise bestimmte Aspekte von Sichtweisen auf Geschichte der Mathematik betont werden und mittels Pre-Post-Untersuchungen auf Veränderungen hin untersucht werden. Derartige empirische Befunde könnten einen Beitrag zur Wirkungsforschung im Rahmen der Lehrerausbildung leisten u. U. auch einen standortübergreifenden oder ggf. sogar länderübergreifenden Vergleich von Überzeugungen von Studierenden ermöglichen. Gleichermaßen können die Items unserer Studie aber auch von Lehrenden innerhalb von Lehrveranstaltungen gemeinsam mit den Studierenden erörtert werden, um ein Bewusstsein für unterschiedliche Sichtweisen unter den Studierenden zu schaffen.

Danksagung

Wir danken den Kolleginnen und Kollegen, die diese Studie an ihren jeweiligen Standorten ermöglicht haben. Außerdem bedanken wir uns bei unseren Experten für ihre Einschätzung der inhaltlichen Konsistenz des Fragebogens. Zuletzt möchten wir auch den Gutachterinnen und Gutachtern für Ihre konstruktive Kritik und die äußerst produktive Zusammenarbeit danken.

Literatur

Alpaslan, M., Işıksal, M. & Çiğdem, H. (2014). Pre-service mathematics teachers' knowledge of history of mathematics and their attitudes and beliefs towards using history of mathematics in mathematics education. *Science & Education, 23*, 159–183.

Bergische Universität Wuppertal (2014). Modulbeschreibung des Studiengangs Mathematik im Master of Education: Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen. Abgerufen von https://bscw.uni-wuppertal.de/pub/bscw.cgi/d9631496/am14058.pdf

Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S. & Wickel, G. (2011). *Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten*. Wiesbaden: Springer Vieweg.

Biegel, G., Reich, K., Sonar, T. (2008). Historische Aspekte im Mathematikunterricht an Schule und Universität. Stuttgart & Göttingen: Termessos.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg.) (2010). TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

Buchholtz, N. & Schorcht, S. (2016). Erste Ergebnisse aus ÜberLeGMa: Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zur Geschichte der Mathematik. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1491–1492). Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N. & Schorcht, S. (2014). Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zur Geschichte der Mathematik. In Roth, J. & Ames, J. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Münster: WTM-Verlag.

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2017). Ein Mixed-Methods-Evaluations-Ansatz zur Untersuchung von Makro-Mikro-Interaktionen: Die Entwicklung von lehr- und lernorientierten Überzeugungen von Mathematiklehramtsstudierenden in der Studieneingangsphase. *Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, 69*(Suppl. 2), 435–458.

Buehl, M., Alexander, A. & Murphy, P. (2002). Beliefs about schooled knowledge: domain general or domain specific? *Contemporary Educational Psychology, 27*, 415–449.

Bühner, M. (2006). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion*. München: Pearson Studium.

Bütüner, S. Ö. (2018). Secondary school mathematics teachers' knowledge levels and use of history of mathematics. *Journal of Education and Training Studies, 6* (1), 9–20.

Byrne, B. M. (2012). Structural equation modeling with Mplus: Basic concepts, applications, and programming. New York: Routledge.

Charalambous, C. Y., Panaoura, A. & Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics, 71* (2), 161–180.

Chorlay, R. (2016). Historical sources in the classroom and their educational effects. In L. Radford, F. Furinghetti & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (5–23), Montpellier: IREM de Montpellier.

Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S. & Tzanakis, C. (2018). *Mathematics, Education and History: Towards a harmonious partnership*. Cham: Springer.

Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., Tzanakis, C. & Wang, X. (2016). History of Mathematics in Mathematics Education: Recent developments. In L. Radford, F. Furinghetti & T. Hausberger (Hrsg.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (S. 135–179), Montpellier: IREM de Montpellier.

DMV, GDM & MNU (2008). Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik: Empfehlungen von DMV, GDM, MNU. Abgerufen von https://madipedia.de/images/2/21/Standards_Lehrerbildung_Mathematik.pdf

Dubberke, T., Kunter, M., McElvany, N., Brunner, M. & Baumert, J. (2008). Lerntheoretische Überzeugungen von Mathematiklehrkräften: Einflüsse auf die Unterrichtsgestaltung und den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern. Zeits*chrift für Pädagogische Psychologie, 22 (3–4), 193–206.*

Eichler, A., & Erens, R. (2015). Domain-specific belief systems of secondary mathematics teachers. In B. Pepin & B. Rösken-Winter (Hrsg.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education. Exploring a mosaic of relationships and interactions* (S. 179–200). Cham: Springer.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Hg.), *Mathematics teaching. The state of the art* (S. 249–254). New York: Falmer Press.Fauvel, J. & van Maanen, J. (2002). *History in mathematics education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer.

Furinghetti, F. (2007). "Teacher education through the history of mathematics". *Educational Studies in Mathematics, 66 (2)*, 131–143.

Fried, M. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education, 10*, 391–408.

Glaubitz, M. R. (2011). *Mathematikgeschichte lesen und verstehen: Eine theoretische und empirische Vergleichsstudie.* Bd. 1. Dissertation. Universität Duisburg–Essen. Abgerufen von unter http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-27471/DissertationGlaubitzBd1.pdf

Grattan-Guinness, I. (2004). History or heritage? An important distinction in mathematics for mathematics education. *The American Mathematical Monthly*, *111*(1), 1–12.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik, 19*, 3–45.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator, 13*, 47–57.

Ho, W. K. (2008). Using history of mathematics in the teaching and learning of mathematics in Singapore. Paper presented at the 1st RICE, Singapore: Raffles Junior College.

Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: beliefs about knowledgeand knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research, 67*, 88–140.

Hu, L. & Bentler, P.M., (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 6*(1), 1–55.

Jahnke, H. N., Richter, K., Bertalan, D., Glaubitz, M. R., Banse, R., Schöneburg, S., Biermann, H., Rasfeld, P., Blöcker-Peters, K. & Böttinger, C. (2008). Geschichte der Mathematik. *Mathematik lehren, 151*, 1–69.

Jankvist, U. T. (2010). Students' beliefs about the evolution and development of mathematics. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Hrsg.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 2732–2741). Lyon: INRP.

Jankvist, U. T. (2009). Using history as a ‚goal' in mathematics education. Dissertation. Roskilde: Roskilde University. Abgerufen von http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/464.pdf

Jeismann, K.-E. (1980). „Geschichtsbewusstsein": Überlegungen zur zentralen Kategorie eines neuen Ansatzes der Geschichtsdidaktik. In H. Süssmuth (Hrsg.), *Geschichtsdidaktische Positionen: Bestandsaufnahme und Neuorientierung* (S. 179–222). Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh.

Johannes Gutenberg Universität Mainz (2012). Modulhandbuch Mathematik: Studienmodule der Bachelor- und Master of Education-Studiengänge Mathematik. Abgerufen von http://www.phmi.uni-mainz.de/Dateien/modulhandbuch-bed-med-mathematik-2012.pdf

Kuntze, S. (2011). Pedagogical content beliefs: Global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics, 79*(2), 273–292.

Lakoma, E. (2002). History of mathematics in curricula and schoolbooks: a case study of Poland. In J. Fauvel & J. van Maanen (Hrsg.), *History in mathematics education: the ICMI study* (S. 19–29). Dordrecht: Kluwer.

Liu, P. (2003). Do teachers' need to incorporate the history of mathematics in their teaching? *Mathematics Teacher, 96* (6), 416–421.

Lakoma, E. (2002). History of mathematics in curricula and schoolbooks: a case study of Poland. In Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (S. 19–29). Dordrecht: Kluwer.

Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998–2012). *Mplus user's guide* (7th ed.). Los Angeles: Muthén & Muthén.

Nickel, G. (2013). Vom Nutzen und Nachteil der Mathematikgeschichte für das Lehramtsstudium. In Allmendinger, H., Lengnink, K, Vohns, A. & Wickel, G. (Hrsg.), *Mathematik verständlich unterrichten: Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung* (S. 253–266). Wiesbaden: Springer.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research, 62*, 307–332.

Panasuk, R. M., & Horton, L. B. (2012). Integrating history of mathematics into curriculum: what are the chances and constraints? *International Electronic Journal of Mathematics Education, 7*(1), 3–20.

Reusser, K., Pauli, C, & Elmer, A. (2011). Berufsbezogene Überzeugungen von Lehrerinnen und Lehrern. In E. Terhart, H. Bennewitz & M. Rothland (Hrsg.), *Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf* (S. 478–495). Münster: Waxmann.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula, T. Buttery & E. Guyton (Hrsg.), *Handbook of research on teacher education* (2. Aufl., S. 102–106). New York: Macmillan.

Rogers, L. (2009). History, heritage and the UK mathematics classroom. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Hrsg.), *Proceedings of CERME 6* (S. 2781–2790). Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique.

Rolka, K. (2006). *Eine empirische Studie über Beliefs von Lehrenden an der Schnittstelle Mathematikdidaktik und Kognitionspsychologie*. Dissertation Universität Duisburg-Essen. Abgerufen von http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-15754/Dissertation_Katrin_Rolka.pdf

Schmotz, C., Felbrich, A., & Kaiser, G. (2010). Überzeugungen angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 279–305). Münster: Waxmann.

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education, 4*(1), 1–94.

Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think. A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York: Routledge.

Schorcht, S. (2018). *Typisierung mathematikhistorischer Beispiele in deutschen Mathematikschulbüchern der Klassenstufen 1 bis 7*. Münster: WTM.

Schorcht, S. & Buchholtz, N. (2015). Ergebnisse einer Pilotstudie zu Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zur Geschichte der Mathematik. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1150–1151). Münster: WTM-Verlag.

Siu, M.-K. (2006). No, I don't use history of mathematics in my classroom: Why? In F. Furinghetti, S. Kaisjer & C. Tzanakis (Hrsg.), *Proceedings of HPM 2004 & ESU 4* (S. 268–277). Iraklion: University of Crete.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20–26.

Smestad, B. (2011). Teachers' conceptions of history of mathematics. In V. J. Katz & C. Tzanakis (Eds.), *Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education* (S. 231–240). Washington: Mathematical Association of America.

Staub, F. C. & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology, 94*, 344–355.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 127–146). New York: Macmillan.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs—A search for a common ground: Some theoretical considerations on structuring beliefs, some research questions, and some phenomenological observations. In G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Hrsg.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (S. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2002). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (S. 201–240). Dordrecht: Kluwer.

Universität Siegen (2015). Modulhandbuch: Lehramt Grundschule Fach Mathematik. Abgerufen von https://www.uni-siegen.de/zlb/formulareunddownloads/ordnungen-mhb-fsb/mhb/gs/mhb_mathematik-ba.pdf

Voss, T., Kleickmann, T., Kunter, M. & Hachfeld, A. (2013). Überzeugungen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 235–257). Münster: Waxmann.

Anschrift der Verfasser

Nils Buchholtz
University of Oslo
Department of Teacher Education and School Research
Postboks 1099 (Blindern)
0317 Oslo
n.f.buchholtz@ils.uio.no

Sebastian Schorcht
Justus-Liebig-Universität Gießen
Institut für Didaktik der Mathematik
Karl-Glöckner-Str. 21c
35394 Gießen
sebastian.schorcht@math.uni-giessen.de

Anhang

26 Items zu Überzeugungen zur Geschichte der Mathematik:

1) Die Geschichte der Mathematik zeigt, dass die grundlegenden mathematischen Erkenntnisse schon Jahrhunderte alt sind und die Zeit überdauert haben.
2) Die Geschichte der Mathematik zeigt uns das Wirken besonderer Persönlichkeiten.
3) Die Geschichte der Mathematik ist für mich eine Sammlung von wissenswerten Anekdoten.
4) Die Geschichte der Mathematik bezeugt, dass Formeln seit je her eine bedeutende Rolle in der Mathematik gespielt haben. (*)
5) Die Geschichte der Mathematik zeigt uns, dass mathematische Erkenntnisse ständig hinterfragt werden müssen.
6) Die Geschichte der Mathematik zeigt, dass die Mathematik ihren Ursprung in Anwendungsproblemen hat. (*)
7) Wie Menschen Mathematik zu ihrer jeweiligen Zeit angewendet haben, zeigt die Geschichte der Mathematik.
8) Die Mathematik hat im Laufe ihrer Entwicklung Irrwege durchschritten.
9) Mathematikgeschichte zeigt, dass Mathematik einem stetigen Wandel unterzogen ist.
10) Geschichte der Mathematik bezeugt die Entwicklung mathematischer Ideen hin zu einer perfekten Mathematik.
11) In Zukunft werden keine grundlegend neuen mathematischen Erkenntnisse mehr entdeckt.
12) Die Geschichte der Mathematik zeigt uns, dass man kritisch mit mathematischen Erkenntnissen umgehen muss.
13) Geschichte der Mathematik ist im Wesentlichen die Sammlung von Biographien.
14) Geschichte der Mathematik zeigt das stetige Ausräumen von mathematischen Unstimmigkeiten. (*)
15) Die Geschichte der Mathematik zeigt, dass in der Mathematik nichts neues mehr zu erforschen ist.
16) Die Geschichte der Mathematik zeigt, dass Mathematik sich im Laufe der Zeit nicht verändert.
17) Die Geschichte der Mathematik bezeugt, dass es nur eine „richtige“ Mathematik gibt.
18) Geschichte der Mathematik zeigt, wie Menschen mit Mathematik Alltagsprobleme lösten.
19) Mathematikgeschichte zeigt, dass mathematische Entdeckungen ewig gültig und unveränderlich sind. (*)
20) Die Geschichte der Mathematik verdeutlicht, welchen hohen Alltagsnutzen die Mathematik für die Menschen hat.
21) Die Geschichte der Mathematik zeigt die hohe kulturelle Bedeutsamkeit der Mathematik.
22) In Zukunft könnten heute gültige mathematische Erkenntnisse wieder verworfen werden.
23) Geschichte der Mathematik beschreibt, wie Menschen Mathematik in ihrer Zeit betrieben haben.
24) Geschichte der Mathematik beschreibt den Weg der Mathematik hin zu einem widerspruchsfreien System.
25) Die Geschichte der Mathematik dokumentiert den ständigen Fortschritt in der Mathematik. (*)
26) Die Geschichte der Mathematik beschreibt die Mathematik als geistige Schöpfung des Menschen. (*)

(*) Item ausgeschlossen

21 Items zu Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Geschichte der Mathematik:

1) Historische Bezüge im Mathematikunterricht tragen zu einem anwendungsorientierten Bild von Mathematik bei.
2) In der Mathematik ist es nicht nur wichtig einen Begriff zu kennen, sondern auch seine historische Entwicklung.
3) Historische Bezüge lassen sich bestenfalls für einen Exkurs im Unterricht verwenden.
4) Geschichtliche Bezüge im Mathematikunterricht vermitteln den Schülerinnen und Schülern die praktische Anwendbarkeit mathematischer Begriffe.
5) Historische Bezüge im Mathematikunterricht nehmen Schülerinnen und Schülern die Scheu vor dem wissenschaftlichen „Gebäude“ der Mathematik. (*)
6) Schüler sollten historische Bezüge im Mathematikunterricht lernen, weil hiermit auch mathematisch weniger interessierte Schüler Mathematik lernen können.
7) Die Beschäftigung mit dem Ringen um Lösungen für mathematische Probleme verdeutlicht Schülerinnen und Schülern den Sinn für ihr eigenes Lernen.
8) Geschichtliche Bezüge eignen sich hervorragend als Einstieg in ein inhaltliches Thema.
9) Die Beschäftigung mit der Geschichte der Mathematik schult Problemlösefähigkeiten der Schülerinnen und Schüler.
10) Beschäftigung mit historischen Bezügen im Mathematikunterricht motiviert Schülerinnen und Schüler.
11) Geschichtliche Bezüge im Mathematikunterricht helfen den Schülerinnen und Schülern Vernetzungen zwischen den mathematischen Begriffen zu erkennen.
12) Schülerinnen und Schüler erhalten ein vertieftes Verständnis mathematischer Verfahren, wenn sie sehen, wie sich diese über die Zeit geändert haben.
13) Durch die Beschäftigung mit der historischen Genese mathematischer Begriffe, können diese besser behalten und verstanden werden.
14) Die historische Entwicklung der Mathematik ist zu komplex, um sie im Unterricht zu behandeln.
15) Historische Bezüge sind von vielen Interpretationen abhängig und benötigen zu viel Zeit im Mathematikunterricht.
16) Das Wissen um die historische Entwicklung eines mathematischen Begriffs ist wenig relevant, solange man die Definition des Begriffs kennt.
17) In der Beschäftigung mit den Irrwegen der Mathematik können Schülerinnen und Schüler eine kritische Haltung gegenüber mathematischen Erkenntnissen entwickeln. (*)
18) Historische Bezüge im Mathematikunterricht sind zu zeitaufwendig.
19) Geschichtliche Bezüge im Mathematikunterricht langweilen die Schülerinnen und Schüler.
20) Schülerinnen und Schüler brauchen historische Bezüge im Mathematikunterricht nicht zu lernen, weil sie nicht Gegenstand von Prüfungen sind.
21) Historische Bezüge zu früheren Fehlern und Irrtümern der Mathematik verwirren die Schülerinnen und Schüler nur.

(*) Item ausgeschlossen