Problemlösen lernen mit Strategieschlüsseln
Zum Einfluss von flexiblen heuristischen Prompts bei Problemlöseprozessen von Dritt- und Viertklässlern

RAJA HEROLD-BLASIUS, ESSEN; BENJAMIN ROTT, KÖLN & TIMO LEUDERS, FREIBURG

***Zusammenfassung**: Ein alternativer Ansatz zu vorhandenen Heurismen-Trainingsprogrammen besteht in der Darbietung von heuristischen prompts in Form von Hilfekarten, so genannten Strategieschlüsseln. Sie werden Schülerinnen und Schülern vor der Aufgabenbearbeitung präsentiert, liegen während des Bearbeitungsprozesses sichtbar auf dem Tisch und können bei Bedarf zur Überwindung von Barrieren eingesetzt werden. In dieser explorativen Studie wird der Frage nachgegangen, auf welche Weise der Einsatz von Strategieschlüsseln den Heurismeneinsatz bei Grundschülerinnen und Grundschülern beeinflusst.*

Es zeigt sich, dass (1) der Einsatz von Strategieschlüsseln in den meisten Fällen zu einer Veränderung oder Verfeinerung der zuvor verwendeten Strategie führt; (2) durch die Schlüssel die Qualität der Strategien verändert wird und (3) Schülerinnen und Schüler die Schlüssel nutzen, um ihre verwendeten Strategien zu benennen. Diese Aktivitäten lassen sich als Selbstregulation interpretieren, die durch das Angebot von Strategieschlüsseln angeregt wird.

***Abstract:** An alternative approach to existing heuristic training programs has been developed using heuristic prompts as aid cards, so called strategy keys. The keys are presented to the students before working on a mathematical problem, are on the table during the entire process and can be used to overcome barriers during the solving process. In this explorative study we investigated how the use of strategy key influences the use of heuristics in problem solving process by primary school children.*

We found, that (1) in most cases the use of strategy keys results in a change or refinement of the strategy used before; (2) the quality of a strategy is changed due to the key usage and (3) students use the keys to name the used strategy. These activities can be interpreted as self-regulation. Thus, self-regulation can be stimulated when offering strategy keys.

1. Einleitung

Problemlösen gilt als essentieller Teil, sogar als Herz mathematischer Aktivitäten (Lester, 2001, S. 570) und als ein zentraler Kompetenzbereich im Mathematikunterricht (NCTM, 2000; KMK, 2004). Im Rahmen der Entwicklung von Problemlösekompetenzen von Schülerinnen und Schülern werden immer wieder zwei Faktoren hervorgehoben: Heurismen und Metakognition (vgl. Schoenfeld, 1985). Unter Heurismen werden dabei Problemlösestrategien verstanden, die mit Hilfe von Metakognition gezielt eingesetzt und reguliert werden können.

Schülerinnen und Schüler haben allerdings Schwierigkeiten beim Einsatz von Heurismen. Zur Förderung des Einsatzes von Heurismen beim Problemlösen wurden bereits verschiedene Trainingsprogramme entwickelt und evaluiert (z. B. Bruder & Collet, 2011; Koichu, Berman & Moore, 2007; Mevarech & Kramarski, 1997; Fülöp, 2015). Allerdings zeigen Probanden solcher Studien bisher trotz eines hohen Zeit- und Trainingsaufwands kaum bessere Leistungen als Teilnehmerinnen und Teilnehmer entsprechender Kontrollgruppen (siehe u. a. Schoenfeld, 1992).

Mit dem Ziel, einen weniger zeitaufwändigen und damit praktikableren Ansatz für den Schulalltag anzubieten, wurden sogenannte *Strategieschlüssel* entwickelt (vgl. Abb. 1). Diese Schlüssel werden nicht eingesetzt, um Schülerinnen und Schülern Problemlösestrategien beizubringen. Stattdessen dienen sie dazu, die Lernenden an Strategien zu erinnern, die ihnen bereits bekannt sind.

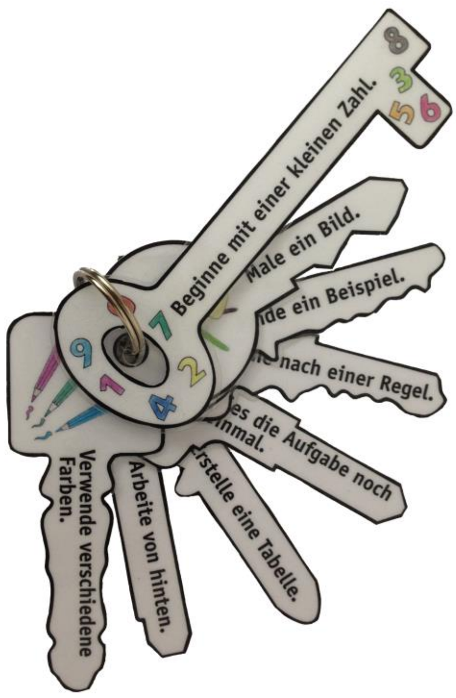


Abb. 1: Strategieschlüsselbund

So können viele Schülerinnen und Schüler beispielsweise Tabellen erstellen oder Bilder zeichnen. Allerdings setzen sie solche Strategien häufig nicht im Zusammenhang mit mathematischen (Problem-) Aufgaben ein, besonders wenn es nicht explizit in der Aufgabe verlangt wird.

Mit Hilfe der Strategieschlüssel sollen die Schülerinnen und Schüler also dabei unterstützt und daran erinnert werden, ihnen bekannte Strategien abzurufen und einzusetzen (Philipp & Herold-Blasius, 2016). In diesem Sinne werden die Schlüssel in dieser Studie als *Prompts* bzw. *Nudges* eingesetzt, also Hilfestellungen, die während des Bearbeitungsprozesses stets zur Verfügung stehen und aus denen die Lernenden eigenständig auswählen können (Näheres dazu in Kapitel 2.3).

In diesem Beitrag gehen wir der Frage nach, inwiefern die Präsenz von Strategieschlüsseln den Heurismeneinsatz bei Dritt- und Viertklässlern beeinflusst. Dazu wird zunächst der theoretische Hintergrund zu den Themen Problemlösen und Heurismen erläutert. Das methodische Vorgehen, die empirische Identifikation von Heurismen und der Interaktion mit den Strategieschlüsseln mündet in den Ergebnisteil. Hier werden die erhobenen Daten auf quantitative wie qualitative Art und Weise ausgewertet. Abgeschlossen wird der Beitrag mit der Diskussion und dem Ausblick.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1 Problem und Problemlösen

Unter einem Problem versteht man – im Gegensatz zu Routineaufgaben – eine Aufgabe, für die dem jeweiligen Bearbeiter kein Lösungsschema bzw. kein Algorithmus zur Lösungsfindung bekannt ist. In der psychologischen und fachdidaktischen Literatur wird häufig das folgende Bild gebraucht: Die Überführung des gegebenen (unerwünschten) Anfangszustands in den (erwünschten) Zielzustand wird durch eine Barriere behindert (z. B. Dörner, 1979; Edelmann, 1994; siehe Rott, 2013, Kap. 2, für eine ausführliche Diskussion).

Solche Barrieren hängen vom jeweiligen Vorwissen und der jeweiligen Erfahrung des Lernenden ab, sind also personenbezogen. Das bedeutet insbesondere, dass auch Aufgaben nicht per se als Routineaufgabe oder Problem klassifiziert werden können, sondern diese Entscheidung nur in Bezug auf ihren jeweiligen Bearbeiter und den zugehörigen Bearbeitungs*prozess* entschieden werden kann. Für Forschung im Bereich des Problemlösens ist es daher naheliegend, nicht nur Bearbeitungsprodukte auszuwerten, sondern die Prozesse in den Blick zu nehmen.

Ein mögliches empirisches Kriterium für die angesprochene Unterscheidung von Aufgabenbearbeitung und Problemlösen wurde von Lange (2013) formuliert, die das Vorhandensein einer Barriere wie folgt definiert und als Entscheidungskriterium heranzieht:

> „Eine Stelle in einem Bearbeitungsprozess, in der rekonstruierbar ist, dass eine Person nichts oder etwas nicht selbstverständlich (im Sinne von nicht sicher, zweifelnd) ausführt und dabei auf nichts in der Aufgabensituation Anwendbares zugreifen möchte bzw. zugreifen kann […], soll als Barriere bzw. als Nichtroutine definiert werden.“ (Lange, 2013, S. 32)

Da es in der vorliegenden Studie um Problemlöseprozesse geht, wird also insbesondere auf ein solches empirisches Anzeichen für das Vorhandensein einer Barriere geachtet.

2.2 Kategorien für die Analyse von Problemlöseprozessen

Für die Analyse von Problemlöseprozessen haben sich unterschiedliche Wissens- und Verhaltenskategorien als hilfreich erwiesen, übereinstimmend werden folgende genannt (Schoenfeld, 1985; De Corte, Verschaffel & Op't Eynde, 2000): *Ressourcen*, das (mathematikbezogene) Vorwissen; *Heurismen*, allgemeine Problemlösestrategien; *Kontrolle*, metakognitive und selbstregulatorische Aktivitäten sowie *Überzeugungen*, Einstellungen zur Mathematik und zum mathematischen Arbeiten.

In der vorliegenden Studie konzentrieren wir uns insbesondere auf die beiden Bereiche Heurismen und Metakognition bzw. Selbstregulation, die bei Dörner (1979) unter dem Begriff *heuristische Struktur* (im Gegensatz zur *epistemischen Struktur*, die insbesondere Wissenselemente umfasst) zusammengefasst werden.

Heurismen verstehen wir im Sinne von Pólya (1949, S. 155) als „*die Denkoperationen*, die bei diesem Prozeß [des Problemlösens] *in typischer Weise von Nutzen sind*.“ (Hervorhebungen wie im Original) In seiner Tabelle (Pólya, 1949, Einband) listet Pólya Anregungen und Fragen auf, die Problemlöser befolgen bzw. die sie sich stellen sollten, wie beispielsweise „Was ist unbekannt?“, „Was ist gegeben?“, „Zeichne eine Figur“ oder „Kennst Du eine verwandte Aufgabe?“.

An diesen Beispielen wird bereits deutlich, dass Pólya nicht zwischen kognitiven und metakognitiven Aktionen unterschieden hat, was nach der Einführung des Begriffs der Metakognition durch Flavell (1976) oft getan wurde. Bruder beschreibt mit ihren heuristischen Hilfsmitteln, Prinzipien und Strategien ausschließlich kognitive Aktivitäten (Bruder & Collet, 2011) und Bauer (Collet, 2009) hat in ihrer Studie bewusst zwischen einem kognitiven (Heurismen), metakognitiven (Selbstregulation) und einem gemischten Problemlösetraining unterschieden.

In der Schulpraxis und in der vorliegenden Studie ist die – teilweise akademische – Unterscheidung zwischen Problemlösestrategien und Steuerungs- sowie Kontrollaktivitäten wenig praktikabel. Im Folgenden verwenden wir den Begriff Heurismen daher – wie Pólya und Dörner – recht allgemein sowohl für kognitive als auch für metakognitive Aktivitäten, die bei der Bearbeitung eines Problems behilflich sein können.

Das Stellen der Fragen aus Pólyas Tabelle und der Einsatz von Heurismen erfolgt nicht zufällig oder unbewusst; im Gegenteil, es handelt sich hierbei um Aktionen, die bewusst erfolgen, also einer Regulation unterliegen. Bei der Regulation des Denkens handelt es sich um einen Teilbereich der Metakognition, der als Selbstregulation bezeichnet wird. Im Gegensatz zu De Corte et al. (2000) betrachten wir an dieser Stelle nicht die Regulation nicht-kognitiver Bereiche wie Motivation, Affekt und Volition. In Anlehnung an Zimmerman (2000) werden Prozesse der (kognitiven) Selbstregulation in drei zeitlich aufeinanderfolgende Phasen eingeteilt: *Voraussicht* (forethought), die Aktionen vorbereitet; *Kontrolle* (performance or volitional control), die Aktionen begleitet und überwacht, sowie *Selbstreflexion* (self-reflection), mit der zurückliegende Aktionen eingeschätzt werden. In der deutschsprachigen Psychologie wurden die analogen Begriffe „präaktionale, aktionale und postaktionale Phase" von Schmitz (2001) verwendet; in Bezug auf das Problemlösen, aber auch auf den Mathematikunterricht, spricht man in der Regel eher von „Planung, Monitoring und Reflexion" (z. B. Kaune & Cohors-Fresenborg, 2010).

Für Heurismen bedeutet das konkret, dass ihr Einsatz geplant, überwacht und reflektiert werden muss, d.h. dass Heurismeneinsatz eine selbstregulative Tätigkeit darstellt. Eine entsprechende Intervention zur Verbesserung der Problemlösekompetenz von Schülerinnen und Schülern durch einen bewussteren Einsatz von Heurismen kann also genau hier ansetzen.

2.3 Prompts, Nudges und Strategieschlüssel

Prompts (engl. Anregungen) werden definiert als Abruf- oder Durchführungshilfe. Dabei variieren Prompts von allgemeinen Fragen bis hin zu expliziten Ausführungshinweisen. Es gibt verschiedene Arten von Prompts, u. a. die sogenannten *instructional prompts*. Damit werden verschiedene kognitive, metakognitive, motivationale, volitionale oder kooperative Aktivitäten während des Lernens angeregt und eingeleitet. Dadurch werden dann Konzepte oder Vorgehensweise abgerufen oder das Ausführen dieser Vorgehensweisen gefördert (Bannert, 2009, S. 139f.) Mit instructional prompts werden also keine neuen Informationen vermittelt, sondern bekanntes Wissen aktiviert, denn Prompts basieren letztlich auf der folgenden Grundannahme:

> „students already possess the concept and/ or processes, but do not recall or execute them spontaneously." (Bannert, 2009, S. 139)

In der Forschung zu Prompts besteht heutzutage nicht mehr die Frage, *ob* Prompts eingesetzt werden sollten. Stattdessen wird untersucht, welche Lernaktivitäten durch Prompts unterstützt werden und wie die Prompts gestaltet sein sollten, um das selbstregulierte Lernen der Schülerinnen und Schüler möglichst gut zu stimulieren (Bannert, 2009, S. 140).

Grundsätzlich können Prompts eingesetzt werden, um das Erlernen von Lernstrategien zu unterstützen, z. B. das Aktivieren von Vorwissen oder das Gestalten von angemessenen Visualisierungen. Allerdings werden solche Strategien von Kindern nicht immer spontan gezeigt (z. B. Seufert, Zander, & Brünken, 2007). Deswegen fordern Schmidt-Weigand, Hänze und Wodzinski (2009), dass Schülerinnen und Schülern Strategien mit geeigneten Methoden nahe gebracht werden sollen.

Weiter stellen Hoffmann und Spatariu (2011) heraus, dass eine große Forschungslücke in der Frage besteht, wie Schülerinnen und Schüler mit Prompts umgehen, sie evaluieren und im mathematischen Problemlöseprozess einsetzen. Dazu fordern die Autoren qualitative Studien zu Prompts und deren Verwendung. Bannert (2009) geht noch einen Schritt weiter und zeigt auf, dass es Tiefenanalysen bedarf, um die Quantität, Qualität und Diversität des Strategiegebrauchs von Schülerinnen und Schülern tiefgründig zu untersuchen.

Neben dem psychologisch geprägten Begriff der Prompts wird in der Politik- und Gesellschaftswissenschaft eher von Nudges gesprochen. Der Begriff *Nudge* (engl.: Stupser, Anstoß) stammt ursprünglich aus der Verhaltensökonomie, wurde von Thaler und Sunstein (2008) geprägt und beschreibt eine sogenannte löserfreundliche „Wahlarchitektur". „[...] Menschen [sollen] durch *Nudges* (Stupser) behutsam in die Richtung einer für sie optimalen Entscheidung bewegt [werden], ohne ihnen aber die Wahlfreiheit zu nehmen." (Stein 2014, S. 104) Bei diesem Ansatz werden „durch leichte Stupser [...] – anstelle von Verboten oder Geboten – Verhaltensänderungen [angestupst]" (Wirtz, 2014, S. 1746). „Hierfür wird für den Raum, der dem Individuum zur Verfügung stehenden Entscheidungen eine sogenannte Wahlarchitektur entworfen, die die weniger kompetenten Individuen in die gewünschte (hoffentlich für sie positive) Richtung leitet, während die kompetenten mündigen Menschen in ihrer Entscheidung frei bleiben." (Stein 2014, S. 104) Es geht also darum, Individuen zu Entscheidungen zu bewegen, ohne ihnen dabei die Entscheidung abzunehmen oder sie stark zu beeinflussen. Die Aufgabe, z. B. von Lehrkräften, besteht folglich darin, eine entsprechende Umgebung zu schaffen (hier Wahlarchitektur genannt), damit Schülerinnen und Schüler eine angemessene Entscheidung treffen können.

Stein (2014) überträgt den gesellschaftspolitischen Begriff der *Nudges* auf die Mathematik:

> „*Auch wenn die Schüler/innen über heuristische Techniken informiert sind, sind wir nicht davon entbunden, uns über die Wahlarchitektur Gedanken zu machen*, und unsere Aufgabe besteht darin, diese Wahlarchitektur durch implizite Hilfen – *Nudges* – so zu gestalten, dass schwache Schüler/innen implizite Hilfe erhalten, und stärkere Schüler nicht daran gehindert werden, ihre eigenen Wege zu gehen." (Stein 2014, S. 105, Hervorhebungen im Original)

Letztlich definiert Stein (2014) Nudges im Kontext des Problemlösens folgendermaßen:

> „*Nudges* im Sinne des Problemlösens sind implizite Hilfen innerhalb einer Wahlarchitektur, die den Problemlösern die Freiheit lassen, auch einen anderen Weg einzuschlagen, der nicht durch das *Nudge* impliziert wird." (Stein 2014, S. 105, Hervorhebungen im Original)

Der Begriff Nudge dient in diesem Beitrag als Ergänzung zum Konzept der Prompts. Mithilfe der Prompts und Studien, in den diese untersucht wurden, konnte bereits kleinschrittig nachgewiesen werden, unter welchen Umständen Prompts besonders effizient sind. Allerdings werden Prompts nicht nur inhaltlich, sondern auch zeitlich vorgegeben. Auch wurden sie bisher ausschließlich in Laborsituationen erforscht. Nudges bieten an dieser Stelle ein ergänzendes Konzept. Sie weisen verstärkt auf das Prinzip der minimalen Hilfe hin und heben hervor, dass die Schülerinnen und Schüler sich ihren Prompt selber auswählen.

In diesem Beitrag werden Strategieschlüssel als Material verwendet, um – gemäß den Forderungen von Stein (2014) – Schülerinnen und Schülern während der Bearbeitung mathematischer Probleme leichte Hilfen anzubieten, aus denen sie auswählen können. Dabei wird den Lernenden die Freiheit gegeben, zu entscheiden, wann sie eine Hilfe suchen und annehmen wollen und welche Hilfe sie wählen möchten. Da das Material jederzeit verfügbar auf dem Tisch liegt, ist eine entsprechende „Wahlarchitektur" gegeben.

Anders als in der bisherigen Studien, in denen vorwiegend instruktionale Prompts – also das Anregen von bekannten Lernstrategien – untersucht wurden, soll mit dieser Studie ein Beitrag zur Erforschung heuristischer Prompts, also dem Anregen von bekannten Problemlösestrategien geleistet werden. Dabei sollen die Kinder in passenden Situationen selbst wählen können, welche Strategie ihnen womöglich hilft. Der Prompt wird also nicht von der Lehrkraft vorgegeben, sondern von dem jeweiligen Kind ausgewählt.

3. Forschungsfrage

In Rahmen der vorliegenden explorativen Studie gehen wir der übergeordneten Frage nach, inwiefern die Präsenz von Strategieschlüsseln den Heurismeneinsatz beeinflusst.

Durch ihre Natur als externalisierte Hilfe ist eine Wirkung der Strategieschlüssel insbesondere auf der Ebene der Steuerung, also der Selbstregulation, zu erwarten. Unsere Hypothese lautet, dass eine Verwendung der Schlüssel die Schülerinnen und Schüler an ihnen bereits bekannte Problemlösestrategien erinnert und sie zum Einsatz dieser Strategien ermutigt. Die Schlüssel würden damit vor allem die Generierung von Heurismen(-ideen) im Sinne einer Planung bzw. prä-aktionaler Selbstregulation begünstigen und somit zu einer erhöhten Quantität des Heurismeneinsatzes führen. Inwiefern eine Verwendung der Strategieschlüssel auch das Monitoring und die Reflexion (aktionale und post-aktionale Selbstregulation) von Heurismen – also die Qualität des Heurismeneinsatzes – beeinflusst, ist im Vorfeld ungewiss.

4. Methodisches Vorgehen

4.1 Interventionsinstrument – Auswahl der Strategieschlüssel

In der hier vorgestellten, explorativen Studie wird mit den oben erwähnten Strategieschlüsseln gearbeitet. Diese Schlüssel enthalten Hinweise auf ausgewählte, eher allgemeine Heurismen, die Schülerinnen und Schüler beim Problemlösen unterstützen sollen.

In dieser Studie wurden insgesamt acht Strategieschlüssel verwendet (vgl. Abb. 1). Es sollten relativ leicht zugängliche Strategien sein, die viel bewirken können. Außerdem wird davon ausgegangen, dass die Schülerinnen und Schüler die auf den Schlüsseln angedeuteten Strategien teilweise bereits beherrschen, also dass sie die Hinweise sinnvoll deuten können. Trotz eines solchen Vorwissens sind unserer Erfahrung nach und der Promptforschung folgend (siehe Bannert, 2009) solche Hinweise dennoch sinnvoll, da Schülerinnen und Schüler entsprechende Strategien in einer Aufgabe selten anwenden, wenn dies nicht explizit in der Aufgabe gefordert ist.

Systematisch ausgewählt wurden die Schlüssel nach didaktischen Überlegungen basierend auf den Arbeiten von Zech (2002), Bruder und Collet (2011) sowie Pólya (1949). Dabei wurde z. B. darauf Wert gelegt, (1) dass verschieden komplexe Strategien angeboten werden, (2) dass Strategien in zahlreichen Situationen anwendbar sind, (3) dass Strategien für Schülerinnen und Schüler ohne vorherige Einführung nutzbar sind und (4) dass Strategien einen Darstellungs- bzw. Repräsentationswechsel anregen. Insbesondere letzteres ist für erfolgreiches Problemlösen in der Grundschule von großer Bedeutung (Sturm, Wahle, Rasch & Schnotz, 2015). Weiterhin sollten ausschließlich beobachtbare Strategien ausgewählt werden. Denn in der Studie können lediglich Wirkungen von Schlüsseln untersucht werden, die auch beobachtbar sind und damit erfasst werden können. Schlüssel wie „Erkläre das Problem deinem Banknachbarn." kommen dadurch für diese Studie und das gewählte Design der Studie nicht in Frage, wären grundsätzlich aber auch als Hilfestellung denkbar. Auf diese Art und Weise wurden letztlich 8 Strategieschlüssel ausgewählt (vgl. Abb. 1):

- Suche nach einer Regel.
- Lies die Aufgabe noch einmal.
- Male ein Bild.
- Finde ein Beispiel.
- Beginne mit einer kleinen Zahl.
- Verwende verschiedene Farben.
- Erstelle eine Tabelle.
- Arbeite von hinten.

Durch die Auswahl, die Sprache und das Design der Strategieschlüssel sollen besonders auch lernschwache Schülerinnen und Schüler erreicht werden.

4.2 Datenerhebung

16 Schülerinnen und Schüler im Alter von 7 bis 10 Jahren aus den Jahrgangsstufen 3 und 4 nahmen an der vorliegenden Studie teil. Sie besuchten freiwillig das Angebot „Mathe für schlaue Füchse" an der Universität Duisburg-Essen, beschäftigten sich gerne mit Mathematik und waren motiviert, sich intensiv mit Problemaufgaben auseinanderzusetzen und an der beschriebenen Studie teilzunehmen. Ein Eingangstest zur Teilnahme an diesem Zusatzangebot wurde nicht durchgeführt. Deswegen sind keine Aussagen über den mathematischen Wissensstand der Kinder möglich.

Es handelt sich bei der Auswahl der Kinder um ein theoretisches Sampling (Lamnek, 2010; Bortz & Döring, 2006), bei dem Unterschiede zwischen den Probanden möglichst gering gehalten werden sollten. Grundidee war im Sinne des explorativen Charakters dieser Studie, nicht nur die Aufgaben zu erproben, sondern auch die Zielgruppe einzugrenzen. Würden die Strategieschlüssel keinerlei Auswirkungen auf mathematisch interessierte Grundschulkinder haben, würde vermutlich ein Einsatz im realen Schulkontext in dieser Altersgruppe wenig Sinn ergeben. In diesem Fall sprechen Bortz und Döring von einer homogenen gezielten Stichprobe. Dabei wird nur auf „einen einzigen oder [...] wenige Rekrutierungswege" zurückgegriffen und so „ein relativ kleines Sample zusammengestellt" (Bortz & Döring, 2006, S. 304) – in unserer Studie 16 Dritt- und Viertklässler aus einem universitären Zusatzangebot.

In der Interviewsituation wurden die Kinder zum lauten Denken aufgefordert, um die Gedankengänge und Vorgehensweisen der Kinder im Nachhinein möglichst genau rekonstruieren zu können (Van Someren, Barnard & Sandberg, 1994). Außerdem wurden ihnen direkt vor der Aufgabenbearbeitung die Strategieschlüssel erstmals vorgelegt und nacheinander vorgelesen. Es handelt sich also für die Kinder um ein neues Material, das sie vorher nicht kannten.

Jedes Kind bearbeitete jede Aufgabe allein. Die Interviewende war die gesamte Zeit anwesend und erinnerte die Kinder ggf. an das laute Denken. Es war weiterhin möglich, dass schon während der Bearbeitung Fragen gestellt wurden, um die Gedankengänge der Kinder besser nachvollziehen zu können (Task-Based Interviews) (Maher & Sigley, 2014; Goldin, 2000).

Waren die Schülerinnen und Schüler mit einer Aufgabe fertig, folgte ein kurzes Interview zum Schlüsseleinsatz, in dem gefragt wurde, welche Schlüssel eingesetzt wurden und welche davon wie und warum halfen. Anschließend wurde entweder mit einer neuen Aufgabe begonnen oder das Interview beendet. Auf diese Weise bearbeitete jedes Kind ein bis vier Aufgaben. Insgesamt wurden 41 Prozesse auf Video aufgenommen und analysiert.

4.3 Wahl der Aufgaben

Für diese Studie wurden Problemaufgaben verwendet, um so bei möglichst vielen Kindern Barrieren hervorzurufen. Diese sollen dann mit Hilfe von durch die Strategieschlüssel angeregten Heurismen überwunden werden können. Die Problemaufgaben sollten die folgenden Kriterien erfüllen (Herold & Rott, 2015):

- **Vorwissen:** Damit insbesondere Dritt- und Viertklässler die ausgewählten Aufgaben lösen und bewältigen können, sollte das benötigte Vorwissen so gering wie möglich sein.
- **Offenheit:** Die Aufgabe sollte bzgl. der Anzahl der Lösungswege möglichst offen sein (Schoenfeld, 1985; 2011; Büchter & Leuders, 2011). Allerdings soll es nur eine richtige Lösung geben. Dadurch erlauben verschiedene Strategien unterschiedliche Wege zum gleichen Ziel.
- **Heurismen:** Jede Aufgabe soll mit möglichst verschiedenen Heurismen (potentiell) gelöst werden können. Dadurch wird die Auswahl möglicher Strategien erhöht.
- **Strategieschlüssel:** Pro Aufgabe sollten jeweils mindestens zwei der angebotenen acht Strategieschlüssel (Heurismen) potentiell hilfreich sein, um die Aufgabe zu lösen.

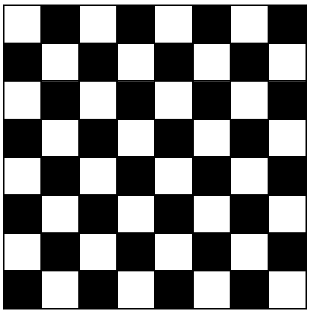
Mit Hilfe dieser Kriterien wurden insgesamt sechs Aufgaben auswählt. Es handelt sich dabei vorwiegend um arithmetische Probleme, die mit verschiedenen Strategien bewältigt werden können. Wie bereits angedeutet, können hilfreiche Strategien durch die Schlüssel angeregt werden. Im Folgenden werden die sechs ausgewählten Aufgaben didaktisch analysiert und für die jeweilige Aufgabe als hilfreich eingestufte Strategieschlüssel aufgeführt.

Bauernhof: Auf dem Bauernhof gibt es ein Freigehege für die Hühner, in dem auch Kaninchen gehalten werden. Jens steht am Zaun und zählt 20 Tiere mit insgesamt 70 Beinen. Wie viele Hühner sind es? (z. B. Pólya, 1979; Collet, 2009).

Didaktische Analyse: Die Bauernhof-Aufgabe wird klassischerweise mit linearen Gleichungssystemen in Verbindung gebracht und demnach den mathematischen Bereichen der linearen Funktionen und der linearen Algebra zugeordnet. Mit dem Gleichungssystem $x + y = 20$ und $2x + 4y = 70$ (x: Anzahl der Hühner, y: Anzahl der Kaninchen) erlangt man die Lösung $x = 15$ und $y = 5$.

Allerdings ist dieser Zugang für Dritt- und Viertklässler keine Option. Stattdessen gehen wir davon aus, dass sich die Kinder über das Finden verschiedener Beispiele, das systematische Probieren, informative Figuren oder sogar über Tabellen an das richtige Ergebnis herantasten. Dabei gehen die Kinder vermutlich verschieden planvoll vor. Die Hauptschwierigkeit dieser Aufgabe besteht darin, dass die Schülerinnen und Schüler zwei Komponenten gleichzeitig beachten müssen: die Anzahl der Beine und die Anzahl der Köpfe. Es reicht nicht aus, nur auf eine der beiden Komponenten zu achten. Erst wenn beide Bedingungen erfüllt sind, ist das Problem vollständig und korrekt gelöst.

Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei der Bauernhofaufgabe kann das Anfertigen einer Skizze, das Erstellen einer Tabelle oder das Finden von Beispielen zielführend sein. Auch das Suchen nach einer Regel kann dann hilfreich sein, wenn Folgendes erkannt wird: ein Huhn weniger und ein Kaninchen mehr bedeutet, dass zwei Beine hinzukommen bei gleicher Anzahl von Tieren.



Schachbrett: Peter spielt leidenschaftlich gerne Schach. Er spielt so gerne Schach, dass seine Gedanken auch dann um das Spiel kreisen, wenn er gerade gar nicht spielt. Neulich stellte er sich die Frage, wie viele Quadrate wohl auf einem Schachbrett zu finden sind und bespricht sein Ergebnis mit einer Freundin.

Peter: Das sind 64 Quadrate insgesamt.

Freundin: Hm... Ich sehe viel mehr Quadrate.

(in Anlehnung an Mason, Burton & Stacey, 2006, S. 20; Rott, 2013, S. 149)

Didaktische Analyse: Mit dem kurzen Dialog zwischen Peter und seiner Freundin wird auf die Problematik in der Aufgabe hingewiesen. Es geht nicht nur um 64 Quadrate sondern eben um viel mehr Quadrate. Werden nur die kleinen Quadrate betrachtet, dann vereinfachen die Kinder die Aufgabe sehr stark, rechnen lediglich 8x8 und kommen auf 64 Quadrate insgesamt. Das ist ein erster und sinnvoller Zugang. Allerdings soll nun die Äußerung des Mädchens dazu führen, dass die Schülerinnen und Schüler stutzen und ggf. weitere Quadrate finden. Auf der Basis empirischer Befunde unterschied Rott (2013) zwei weitere Lösungsansätze, nämlich Quadrate mit und ohne Überlappungen. Werden Quadrate mit Überlappungen gezählt, gibt es 204 Quadrate. Werden Quadrate ohne Überlappungen gezählt, gibt es 85 Quadrate (64 1x1-Quadrate, 16 2x2-Quadrate, vier 4x4 Quadrate und ein 8x8 Quadrat) oder 92 Quadrate (zusätzlich zu den 85 Quadraten kommen noch vier 3x3-Quadrate und je ein 5x5-, 6x6- und 7x7-Quadrat) (Rott, 2013, S. 150 f. für eine detaillierte Ausführung).

Eine wesentliche Schwierigkeit dieser Aufgabe liegt darin, auf die Idee zu kommen, dass man kleine Quadrate zusammenfassen kann. Ohne diese Einsicht kann nur die Lösung mit 64 Quadraten gefunden werden. Um zur richtigen Lösung zu gelangen, d.h. um die Existenz größerer Quadrate zu erkennen und um die Anzahl aller Quadrate korrekt zu zählen, sind zahlreiche Strategien hilfreich, z. B. das Einzeichnen von zusätzlichen, ggf. verschieden farbigen Linien, das Erstellen einer Tabelle oder Liste zum systematischen Zählen, das Abzeichnen des Schachbretts, das Betrachten eines kleineren Schachbretts u.v.m.

Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei dieser Aufgabe kann neben dem erneuten Lesen der Aufgabe, das Verwenden verschiedener Farben oder das Erstellen einer Tabelle hilfreich sein.

Kleingeld: Wie kannst du einen Geldbetrag von genau 31 Cent hinlegen, wenn du nur 10-Cent-, 5-Cent- und 2-Cent-Münzen zur Verfügung hast? Gib alle Möglichkeiten an! (PISA-Konsortium Deutschland, 2003, S. 177)

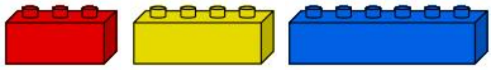
Didaktische Analyse: Mit der Kleingeld-Aufgabe wird der arithmetische Aspekt der Zahlzerlegung thematisiert. Dabei soll eine gegebene Zahl a in Summanden aus einem gegebenen Zahlenvorrat a_1, a_2 und a_3 zerlegt und dafür alle Möglichkeiten gefunden werden. Zentrales Element der Aufgabe ist die 5-Cent-Münze. Da eine ungerade Zahl erzeugt werden soll, nämlich 31-Cent, kann die 5-Cent Münze „nur in ungerader Anzahl vorkommen, also einmal, dreimal oder fünfmal“ (Sjuts, 2014, S. 1139). Auf diese Art und Weise ergeben sich sechs Möglichkeiten (vgl. Tab. 1). Sjuts (2014) arbeitet heraus, dass das Addieren der einzelnen Summanden nicht die Schwierigkeit darstellt. Allerdings bestehe die Herausforderung im Zerlegen einer Zahl in Summanden unter gegebenen Bedingungen und dem systematischen Erfassen aller Möglichkeiten.

Lösung	10-Cent	5-Cent	2-Cent
1	2x	1x	3x
2	1x	1x	8x
3	0x	1x	13x
4	1x	3x	3x
5	0x	3x	8x
6	0x	5x	3x

Tab. 1: Auflistung der verschiedenen Münzkombinationen

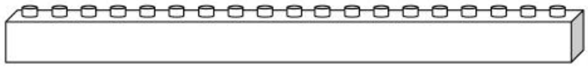
Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei dieser Aufgabe können das Finden von Beispielen, das Erstellen einer Tabelle oder die Verwendung von kleinen Zahlen als Systematisierungselement eine passende Idee liefern.

Legosteine: Maike baut eine Ritterburg aus Lego-Steinen. Sie hat 3 verschiedene Sorten von Steinen:



3er 4er 6er

Um die Ritterburg zu Ende zu bauen, benötigt Maike noch eine Mauer, die genau „19 Punkte“ breit ist.



Finde alle Möglichkeiten, aus 3er-, 4er- und 6er-Steinen eine 19-Punkte-Mauer zu bauen. Wie viele 3er-, 4er- und 6er- Steine braucht man jeweils? (entwickelt im DFG-Projekt DISUM, zitiert aus Besser, Leiss & Blum, 2015, S. 298)

Didaktische Analyse: Diese Aufgabe ist mit der Kleingeld-Aufgabe eng verwandt. Auch sie thematisiert die Zahlzerlegung einer vorgegebenen Zahl (hier 19) mithilfe vorgegebener Summanden (hier 3er-, 4er- und 6er-Steine). Diese Aufgabe ist aufgrund der kleineren Endzahl (19 statt 31) vereinfacht, weil dadurch weniger Lösungen entstehen (insgesamt 4, vgl. Tab. 2). Außerdem ist sie durch den Legokontext sehr kinderfreundlich und schülernah eingebettet.

Lösung	3er Steine	4er Steine	6er Steine
1	1x	1x	2x
2	3x	1x	1x
3	1x	4x	0x
4	5x	1x	0x

Tab. 2: Auflistung der einzelnen Legosteinkombinationen

Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei dieser Aufgabe kommt neben den Schlüsseln, die auch bei der Kleingeld-Aufgabe helfen der Schlüssel „Male ein Bild“ hinzu. Mit dem Einzeichnen von zusätzlichen Linien oder sogar mit dem Abzeichnen der Legomauer können hier zusätzliche Beispiel gefunden werden.

Sieben Tore: Ein Mann geht Äpfel pflücken. Um mit seiner Ernte in die Stadt zu kommen, muss er durch 7 Tore gehen. An jedem Tor steht ein Wächter und verlangt von ihm die Hälfte seiner Äpfel und einen Apfel mehr. Am Schluss bleibt dem Mann nur ein Apfel übrig.

Wie viele Äpfel hatte er am Anfang? (Bruder, Büchter & Leuders, 2005, S. 7)

Didaktische Analyse: Betrachtet man die Chronologie des Aufgabenkontexts, ist hier – anders als bei den vorherigen Aufgaben –der Anfangszustand unbekannt, aber der Endzustand gegeben.

Strategisch gelöst werden kann die Aufgabe hauptsächlich auf zwei verschiedene Arten. Erstens kann eine Anfangszahl von Äpfeln (mehr oder weniger systematisch) festgelegt werden; mit dieser Zahl können die sieben Tore gedanklich durchschritten werden. „Durch Vergleich des erhaltenen Ergebnisses mit dem in der Aufgabe angegebenen Endwert kann so eine Abschätzung über die Veränderungsrichtung des Anfangswertes vorgenommen werden." (Aßmus, 2010, S. 137) Hier würden wir vom klassischen Vorwärtsarbeiten sprechen. Diese Strategie ist bei insgesamt sieben Toren schwer umsetzbar. Erfolgsversprechender ist als zweiter Ansatz das Rückwärtsarbeiten als Weg vom Ziel- zum Anfangszustand. Dieses Vorgehen führt „bei korrekter Anwendung unmittelbar zum richtigen Ergebnis" (Aßmus, 2010, S. 137). Allerdings seien dabei zwei wesentliche Herausforderungen zu beachten: (1) die Umkehrung der einzelnen Operationen und (2) die Operationsreihenfolge, die umgekehrter Reihenfolge durchlaufen werden muss (Aßmus, 2010, S. 138).

Rott (2013) hat drei verschiedene typische Vorgehensweisen für den Lösungsansatz „Rückwärtsarbeiten" beobachtet. Allerdings besteht auch bei dieser Aufgabe nur eine richtige Lösung. Beim ersten Ansatz wird die Anzahl der Äpfel lediglich verdoppelt. Damit erreicht man eine Gesamtmenge von 128 Äpfeln. Wird die Anzahl der Äpfel erst verdoppelt und dann 1 hinzugefügt, erreicht man 255 Äpfel insgesamt. Hier ist allerdings die Reihenfolge der mathematischen Verknüpfung nicht hinreichend beachtet. Beim dritten und korrekten Lösungsansatz wird zunächst ein Apfel addiert und diese Anzahl dann verdoppelt. Durch dieses Vorgehen erreicht man 382 Äpfel als Ergebnis (Rott, 2013, S. 154 für eine detaillierte Darstellung).

Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei der Sieben Tore Aufgabe kann das Zeichnen der Tore oder das systematische Aufschreiben mithilfe einer Tabelle bereits helfen, um einen tragfähigen Ansatz zu entwickeln. Das Arbeiten von hinten ist hier allerdings die hilfreichste Strategie.

Eine Tüte Smarties: Jenny bekommt von ihrer Oma eine Tüte voller Smarties geschenkt. Am ersten Tag isst sie die Hälfte der Smarties und dann noch einen.

Am zweiten Tag isst sie von den übrigen Smarties wieder die Hälfte und dann noch einen. Danach sind noch 6 Smarties übrig.

Wie viele Smarties waren am Anfang in der Tüte? (Aßmus, 2010, S. 137)

Didaktische Analyse: Die Smarties-Aufgabe ist eng verwandt mit der Sieben Tore Aufgabe. Auch hier geht es um einzelne Schritte, die rückwärts gegangen werden können. Allerdings wurden die siebenschrittige Komplexität der Sieben Tore Aufgabe hier auf drei Schritte reduziert. Dadurch ist das Finden einer Anfangszahl und damit das Vorwärtsarbeiten eine wesentlich tragfähigere Strategie als bei der Sieben Tore Aufgabe. Unabhängig davon, welchen Weg man geht, waren zu Beginn 30 Smarties in der Tüte.

Hilfreiche Strategieschlüssel: Bei der Aufgabe kann das Arbeiten von hinten oder das Beginnen mit einer kleinen Zahl helfen, den richtigen Ansatz zu finden. Aber auch das Finden von Beispiel oder das Zeichnen der Smarties sind denkbare Strategien.

Durch die Analyse der verwendeten sechs Aufgaben soll deutlich werden, welche Hürden bei den einzelnen Aufgaben zu bewältigen sind. Es ist zu erwarten, dass die Aufgaben für Dritt- und Viertklässler problemhaltig sind und dass die vorgegebenen Strategieschlüssel ggf. helfen könnten, um aufgabenspezifische Herausforderungen zu meistern. In jeder Aufgabe sind auch andere Strategieschlüssel denkbar. Allerdings wurden hier nur die offensichtlichen und intendierten aufgeführt. Das muss nicht unbedingt deckungsgleich mit der tatsächlichen Verwendung der Schlüssel durch die Schülerinnen und Schüler sein.

4.4 Erstellung des Datenkorpus

4.4.1 Heurismenkodierung

Nach der Durchführung der Task-Based Interviews wurden die Videos transkribiert. Die Videos, die Transkripte davon und die schriftlichen Bearbeitungen der Schülerinnen und Schüler dienen dann als Grundlage zur Heurismenkodierung. Die Identifizierung von Heurismen erfolgte mit Hilfe des Kodiermanuals von Rott (2013). In diesem Manual werden Heurismen benannt und jeweils durch eine allgemeine Beschreibung sowie aufgabenbezogene Beispiele operationalisiert. So konnten Heurismen wie das Generieren von Beispielen, das Nutzen von Systematisierungshilfen oder das Erstellen von Tabellen identifiziert und benannt werden. Für die Aufgaben der vorliegenden Studie wurde das Manual verschiedene Kodes und Beispiele ergänzt und erweitert, z. B. „Approximationsprinzip", „Routineaufgabe" und „Gegeben & Gesucht".

Wenn Schülerinnen und Schüler beispielsweise versucht haben, aus dem Problem eine Routineaufgabe zu machen, so wurde dies als der Heurismus „Routineaufgabe" kodiert. Pólya schrieb schon in seinem Fragenkatalog „Hier ist eine Aufgabe, die der Deinen verwandt und schon gelöst ist. Kannst Du sie gebrauchen?" (Pólya, 1949, Einband). Die Kinder versuchen Strategien, die ihnen aus dem Umgang mit Textaufgaben bekannt sind, zu verwenden. So versuchten manche Kinder möglichst viele Zahlen aus der Aufgabe in scheinbar zufälliger

Art und Weise durch ihnen bekannte Rechenoperationen miteinander zu verbinden. Dieses Vorgehen wird Kindern in der Schule vermittelt (Prediger & Krägeloh, 2015) und führt beim Umgang mit Textaufgaben auch immer wieder zum Ziel. Ähnlich verhält es sich mit dem Kode „Gegeben/ Gesucht". Dieser wurde kodiert, wenn das Gegebene und Gesuchte der Aufgabe beim Lauten Denken thematisiert wurde. Dieser Schritt kann maßgeblich dazu beitragen, eine Aufgabe zu verstehen, wird ebenfalls in Pólyas Fragenkatalog aufgeführt und wird deswegen hier als Heurismus interpretiert.

Sind Strategien nicht vollständig ausgeprägt, sondern nur teilweise erkennbar, wurden die entsprechenden Heurismenkodes mit dem Zusatz „Keim" für Strategiekeim nach Stein (1995) versehen.

Mithilfe dieses Manuals wurden in jedem Schülerbearbeitungsprozess Heurismen identifiziert, kategorisiert und im Prozessverlauf zeitlich verortet. Dieser Kodierungsprozess wurde für die Bauernhof- und die Sieben-Tore-Aufgaben von zwei unabhängigen Ratern durchgeführt.

	Rater 1	**Rater 2**
1	6:35: Spezialfall *(nur Hühner)*	6:30: Spezialfall *(20H, 40B & 70B, 35H)*
2		*(9:45: Schlüssel: Beginne mit einer kleinen Zahl.)*
3		*(10:18: Schlüssel: Erstelle eine Tabelle.)*
4	10:56: Tabelle	10:54: Tabelle
5	15:32: Spezialfall	15:25: Spezialfall *(20H, 40B)*
6	18:05: Systematisches Probieren	
7	20:43: Ungerichtetes Probieren *(15H, 10K)*	
8		22:31: Beispiel *(15H, 10K)*
9	24:20: Systematisches Probieren	24:19: Systematisches Probieren (*8K, 19H)*
10	*(26:19: Schlüssel. Arbeite von hinten.)*	*(26:19: Schlüssel: Arbeite von hinten.)*
11	26:26: Muster (Keim)	
12	27:13: Systematisches Probieren	27:14: Systematisches Probieren (*14K, 6H)*
13	27:50: Systematisches Probieren	27:50: Approximationsprinzip *(12K, 8H)*
14	28:48: Systematisches Probieren	
15	29:34: Systematisches Probieren	

Tab. 3: Heurismenkodierung von Anja[1] bei der Bauernhof-Aufgabe, durchgeführt von zwei unabhängigen Ratern

In Tabelle 3 wird exemplarisch veranschaulicht, inwiefern beide Rater in der Kodierung übereinstimmten. Die Identifizierung einer Aktion im Video als Heurismus gilt dann als übereinstimmend, wenn von beiden Ratern dieselbe Benennung erfolgt (d. h. dieselbe Kategorie aus dem Manual gewählt wurde) und wenn beide Kodierungen zeitlich höchstens zehn Sekunden voneinander abweichen.

In der Tabelle 3 wurden Heurismen in der gleichen Zeile notiert, wenn die Zeiten bis auf höchstens zehn Sekunden Unterschied übereinstimmen. Abweichungen gibt es im hier diskutierten Prozess z. B. nach dem ersten Spezialfall. Danach versucht das Kind offensichtlich verschiedene Heurismen aus. Bis das Beispiel letztlich vollständig ist (Zeilen 7 und 8) und kodiert werden kann, scheint es unter den Ratern verschiedene Ansichten zu geben. Am Ende des Prozesses findet das Kind verschiedene Beispiele und geht dabei sehr systematisch vor. Deswegen kodiert Rater 1 jedes einzelne systematisch erarbeitete Beispiel als systematisches Probieren. Der Heurismus sollte nach den Vorgaben des Kodiermanuals an dieser Stelle allerdings nur einmal kodiert werden. Das Kind verändert seine Aktionen nicht grundlegend, sondern nutzt diesen Heurismus lediglich mehrere Male direkt hintereinander. Rater 2 hat hingegen in den Aktionen des Kindes eine Systematik gesehen: Das Kind tastet sich langsam an das richtige Ergebnis von beiden Richtungen an, weswegen das selten vorkommende Approximationsprinzip kodiert wurde. Stimmten die Rater maßgeblich nicht überein, wurde im Anschluss darüber gesprochen und konsensuell validiert (Bortz & Döring, 2006, S. 328). In diesem Fall wurde die Deutung von Rater 2 übernommen.

Nach einer leichten Überarbeitung des Kodiermanuals, einer Einweisung in die Kodierung und Gesprächen zur konsensuellen Validierung wurden die Videos der Smarties- und Legostein-Aufgaben ebenfalls von zwei unabhängigen (anderen) Ratern kodiert. Bei dieser zweiten Kodierung wurde mit Cohen's $\kappa = 0{,}61$ ein guter Wert für die Interraterreliabilität erlangt (Bortz & Döring, 2006, S. 277). Die Kodierung des Datenmaterials im Hinblick auf die Heurismen kann also als valide und objektiv angenommen werden.

Die verbleibenden Unstimmigkeiten entstehen auch durch die Grenzen der Heurismenkodierung. Am Beispiel von Christin und Simon sollen die Grenzen etwas verdeutlicht werden. Kursiv darstellt werden jeweils die kodierten Heurismen.

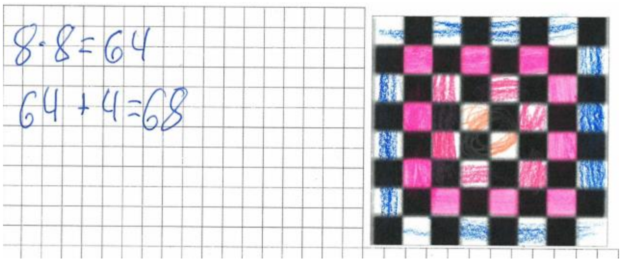


Abb. 2: Christins Vorgehen bei der Schachbrett-Aufgabe

Christin liest sich die Schachbrett-Aufgabe durch, kommt darauf 8 mal 8 zu rechnen (vgl. Abb. 2), weiß aber schon ganz sicher, dass sie noch weitere Quadrate finden wird. Dazu möchte sie immer kleinere Quadrate bilden, indem sie jeweils die äußeren Quadratreihen abzieht. Sie rechnet zu den 64 Quadraten also noch ein 8x8, ein 6x6, ein 4x4 und ein 2x2 Quadrat dazu. Damit beträgt ihre Endlösung 68 Quadrate. Da Christin schon zu Beginn wusste, dass es sich nicht nur um 64 Quadrate handelt und sie auch schon eine Idee hatte, wie sie das umsetzen kann – nämlich mit farbigen Markierungen (*Hilfselement*) – wird an dieser Stelle keine Routineaufgabe für das 8 mal 8 rechnen kodiert.

Simon bearbeitet die gleiche Aufgabe. Er kennt sich anscheinend sehr gut mit Schachbrettern aus und beschriftet zunächst die Kästchen so wie auf einem richtigen Schachbrett (1 bis 8 und A bis E) (*Bezeichnung einführen*) (vgl. Abb. 3). Anschließend rechnet er 8 mal 8 und ist sich sicher, dass das die Lösung ist (*Routineaufgabe*). Durch die Nachfrage der Interviewerin, wie er sich die Äußerung des Mädchens erklärt, sagt er, dass man jedes Quadrat ja auch unterteilen könnte. Dazu zeichnet er Linien in einzelne Quadrate ein und viertelt sie (*Hilfselement*). Bei Simon handelt sich anders als bei Christin um eine Uminterpretation der Aufgabe. Er macht eine andere Aufgabe daraus und kommt dadurch nicht zur gewünschten Lösung. Er rechnet dann für 4, 8 und 16 Unterteilungen der kleinen Quadrate die jeweilige Anzahl an Quadraten aus. Er könnte das auch noch weiterführen, aber an dieser Stelle wird die Bearbeitung dann unterbrochen.

Der Einsatz des Hilfselements ist in beiden Fällen ähnlich. Beide nutzen das Hilfselement, um weitere Quadrate deutlich zu machen. Allerdings bearbeitet Christin damit die eigentliche Aufgabe und Simon schafft sich eine neue Aufgabe. Die Kodierung des Heurismus „Hilfselement“ gibt uns also keinen Aufschluss darüber, welcher Weg begangen wird. Das wird erst bei näherer Betrachtung deutlich.

Die Kodierung des Heurismus „Routineaufgabe“ ist insofern schwierig, als es sich hier schon um eine erste Interpretation handelt. Reduzieren Schülerinnen und Schüler das eigentliche Problem auf eine leichte Rechenaufgabe, deren Komponenten sie der Aufgabenstellung entnehmen können, so sprechen wir von einer Routineaufgabe. Wir unterstellen den Schülerinnen und Schülern damit auch, dass sie davon ausgehen, dass sie das zu einer Lösung bringt – so wie in Simons Fall. Christin hingegen macht schon zu Beginn deutlich, dass sie weitere Quadrate entdecken wird, weswegen es sich in ihrem Fall nicht die Reduktion des Problems auf eine Routineaufgabe handelt.

Mit diesen beiden Beispielen soll deutlich werden, dass die Kodierung nicht immer eindeutig ist – wodurch auch die fehlende Übereinstimmung zwischen den Ratern entsteht. Außerdem verdeutlichen die Beispiele, dass wir durch die Kodierung viele Informationen ausblenden und letztlich nur teilweise etwas über den eigentlichen Verlauf der Problembearbeitungsprozesse aussagen können. Im Sinne des explorativen Charakters dieser Studie gibt uns die Heurismenkodierung allerdings dennoch Aufschluss darüber, über welche Heurismen die Kinder in dem Alter grundsätzlich verfügen und wie sich diese durch den Schlüsseleinsatz beeinflussen lassen.

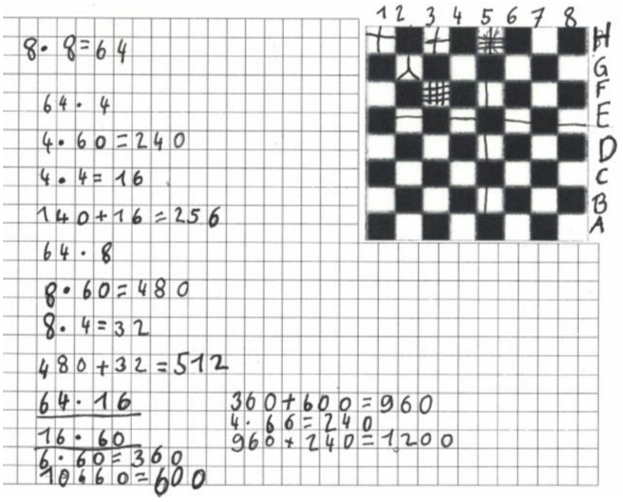


Abb. 3: Simons Bearbeitung der Schachbrett-Aufgabe

4.4.2 Strategieschlüsselkodierung

Neben der Heurismenkodierung wurde eine zweite Kodierung entwickelt, um den Einsatz der Strategieschlüssel erfassen zu können. Dazu wurden zwei verschiedene Kodes festgelegt: Schlüsselinteraktion und Schlüsselausführung. Mit dem Kode „Schlüsselinteraktion“ wird der Frage nachgegangen, ob der jeweilige Schüler/ die jeweilige Schülerin überhaupt mit einem oder mehreren Schlüsseln während des Bearbeitungsprozesses interagierte, d.h. ob er/ sie die Schlüssel anschaute, anfasste, durchlas oder auswählte (Schlüsselinteraktion: ja oder nein). Bei dem Kode Schlüsselinteraktion spielt es zunächst keine Rolle, ob der Impuls von den Schülerinnen und Schülern selbst kommt oder von der Interviewerin gegeben wird. Wurden innerhalb der Schlüsselinteraktion bestimmte Schlüssel ausgewählt, wird dann interpretiert, ob auch das gemacht wurde, was auf dem Schlüssel steht. Dieser Kode wird als Schlüsselausführung (Schlüsselausführung: ja oder nein) bezeichnet. Einen Schlüssel auszuwählen heißt in diesem Fall, einen Schlüssel klar zu benennen oder als hilfreich zu deklarieren. Aber auch das nonverbale darauf Tippen, würde bereits genügen, um einen Schlüssel auszuwählen. Das ist relevant, weil nur ausgewählte Schlüssel auch tatsächlich ausgeführt werden können. Eine separate Betrachtung der Schlüsselauswahl erfolgt im qualitativen Teil dieses Beitrags.

Eine Kodierung hinsichtlich der Schlüssel könnte beispielsweise so aussehen: Ein Kind weiß nicht weiter, liest die Schlüssel durch und verweilt länger bei dem Schlüssel „Erstelle eine Tabelle“ (*Schlüsselinteraktion: ja*). Nun kann das Kind grundsätzlich alles Mögliche danach machen. Erst wenn es danach auch tatsächlich eine Tabelle anlegt, wird die Schlüsselausführung mit „ja“ kodiert.

Mithilfe dieses Vorgehens wurden die Situationen identifiziert, in denen die Strategieschlüssel relevant sind. Um zu untersuchen, inwiefern die Schlüssel einen Einfluss auf das Strategieverhalten haben, wurden die identifizierten Situationen miteinander verglichen und auf Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede hin überprüft. Dazu wurden die einzelnen Situationen tabellarisch nach Heurismus und Schlüssel aufgelistet. Dann konnte untersucht werden, welche Heurismen vor und nach einer Schlüsselausführung lagen. Anhand dessen konnte letztlich verschiedenes Strategieverhalten identifiziert werden. Eine Auflistung der detaillierten Ergebnisse erfolgt in Kapitel 5.2.

5. Ergebnisse

Die 41 Videokodierungen werden im Folgenden quantitativ und qualitativ analysiert. Bei allen Prozessen handelt es sich um Problemlöseprozesse im Sinne der Definition aus dem Theorieteil: Die Schülerinnen und Schüler konnten die ihnen vorgelegten Aufgaben nicht mithilfe bekannter Schemata lösen und es traten jeweils beobachtbare Barrieren auf.

Unter den 41 Bearbeitungen von 16 Kindern gehören sieben Prozesse zur Kleingeld-, fünf Prozesse zur Legosteine-, sechs Prozesse zur Sieben Tore-, fünf Prozesse zur Smarties-, sechs Prozesse zur Schachbrett- und zwölf Prozesse zur Bauernhof-Aufgabe.

5.1 Quantitative Analyse der Daten

Der Struktur der Kodierung folgend werden die quantitativen Ergebnisse zunächst mit Hinblick auf die Heurismenkodierung und dann bzgl. der Strategieschlüsselkodierung dargestellt.

5.1.1 Analyse mit Blick auf die Heurismenkodierung

In den 41 Prozessen wurden insgesamt 165 Heurismen kodiert. Auf die detaillierte Verteilung wird später aufgabenspezifisch eingegangen. Durchschnittlich zeigten die Kinder je Prozess 3 bis 4 Heurismen (Median: 3; arithmetisches Mittel: 4,02).

Die 165 Heurismen werden in der nachfolgenden Tabelle aufgabenweise aufgeführt (vgl. Tab. 4). Die Auflistung zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler aufgabenspezifisch unterschiedliche Heurismen angewendet haben. Manche Heurismen kommen also nur bei bestimmten Aufgaben vor. Bei der Sieben Tore- und der Smarties-Aufgabe treten beispielsweise Rückwärts- und Vorwärtsarbeiten verstärkt auf. Zur Bearbeitung der Kleingeld-Aufgabe werden insgesamt vier verschiedene Heurismen verwendet, bei der Schachbrett-Aufgabe sogar nur drei. Das deutet darauf hin, dass auch Dritt- und Viertklässler – passend zu den jeweiligen Aufgaben – Heurismen gezielt aussuchen.

Gleichzeitig kommen bei der Sieben Tore-Aufgabe elf und bei der Bauernhof-Aufgabe zwölf verschiedene Heurismen vor. Diese Aufgaben scheinen einen so hohen Problem- oder auch Aufforderungscharakter zu haben, dass die Kinder ausprobieren und in viele verschiedene Richtungen denken.

Außerdem ist auffällig, dass bei der Bauernhof-Aufgabe deutlich mehr Heurismen auftreten – nämlich insgesamt 80. Das liegt zum einen daran, dass diese Aufgabe von ungefähr doppelt so vielen Kindern bearbeitet wurde als die anderen Aufgaben. Zum anderen wurden durchschnittlich ca. drei Heurismen mehr verwendet als bei den anderen Aufgaben. Das könnte auf den hohen Problemcharakter der Aufgabe hindeuten.

Bei der Schachbrett-Aufgabe wurden durchschnittlich am wenigsten Heurismen verwendet. Das liegt vorwiegend daran, dass das Problem in fünf von sechs Bearbeitungen auf eine Routineaufgabe zurückgeführt wurde. Der Problemcharakter wurde von den Kindern also nicht erkannt – trotz des entsprechenden Hinweises im Aufgabentext (s.o.).

Insgesamt wird deutlich, dass Dritt- und Viertklässler bereits über ein sehr breites Spektrum an Heurismen verfügen. Immerhin konnten 17 unterschiedliche Heurismen innerhalb der 41 Prozesse kodiert werden. Es sei an dieser Stelle allerdings darauf hingewiesen, dass die Schülerinnen und Schüler dieser Stichprobe besondere Kinder hinsichtlich der mathematischen Motivation und des Interesses sind.

Das könnte den allgemeinen Eindruck von Dritt- und Viertklässlern verfälschen. Über das Heurismenrepertoire innerhalb eines Klassenzimmers kann hier also keine Aussage getroffen werden.

In Abbildung 4 wurden die Heurismen aller Aufgaben einzeln zusammengezählt und der absoluten Häufigkeit nach sortiert. Dabei fällt auf, dass das *Finden von Beispielen* mit insgesamt 33 Mal am häufigsten vertreten ist. In Verbindung mit Tabelle 4 ist auch erkennbar, dass dieser Heurismus z. B. bei der Schachbrett-Aufgabe nicht zielführend zu sein scheint und deswegen nicht ausgewählt wurde. Die Häufigkeit des Beispiele Findens mag einerseits darin begründet liegen, dass sich bei dieser Auswahl an Aufgaben genau dieser Heurismus besonders anbietet. Andererseits könnte es an der Komplexität des Heurismus liegen. Immerhin sind Heurismen wie das Approximationsprinzip deutlich elaboriertere und komplexere Heurismen, die für Grundschülerinnen und -schüler, aber auch viele Sekundarstufenschülerinnern und -schüler, nur schwierig umzusetzen sind.

Das *systematische Probieren* und die *Routineaufgabe* wurden jeweils 22 Mal kodiert. Der Heurismus *Gegeben/ Gesucht* ist mit insgesamt 19 Kodierungen ebenfalls sehr häufig vertreten. Diese vier Heurismen (*Beispiele*, *systematisches Probieren*, *Routineaufgabe* und *Gegeben/ Gesucht*) machen insgesamt 96 der 165 Heurismen aus. Mehr als die Hälfte der kodierten Heurismen lässt sich auf vier verschiedene Heurismen zurückführen. Diese vier Heurismen scheinen von Kindern der dritten und vierten Klasse beherrscht zu werden und gut zu den ausgewählten Problemen zu passen. Andersherum bedeutet das, dass 69 Kodierungen auf zwölf verschiedene Heurismen aufgeteilt werden. Diese kommen jeweils deutlich seltener vor. Allerdings kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden, ob das an den Aufgaben liegt oder daran, dass die Kinder die Strategien nicht beherrschen. Ob die Heurismen dazu beitragen, tatsächlich bessere Lösungen zu erreichen oder die Qualität der Lösungen anzuheben, wird in diesem Beitrag nicht näher betrachtet.

	Sieben Tore (6)	**Smarties (5)**	**Kleingeld (7)**	**Legosteine (5)**	**Schachbrett (6)**	**Bauernhof (12)**	**Summe**
Erneut lesen	1	2		1		5	9
Beispiel	5		11	7		10	33
Systematisches Probieren	3		7	1		11	22
Hilfselement				2	3		5
Systematisierungshilfe	1		3	1			5
Routineaufgabe	2	2		1	5	12	22
Tabelle & Liste	3					5	8
Gegeben & Gesucht	1	1				17	19
Informative Figur	2			1		2	5
Vorwärtsarbeiten	6	2				1	9
Rückwärtsarbeiten	4	4					8
Kombination aus Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten	1						1
Muster (Keim)			1			1	2
Spezialfall						13	13
Zerlegungsprinzip						2	2
Bezeichnung einführen					1		1
Approximationsprinzip						1	1
Absolute Gesamtanzahl der kodierten Heurismen	29	11	22	14	9	80	165
Durchschnittliche Anzahl der kodierten Heurismen	4,83	2,2	3,14	2,8	1,5	6,67	4,02
Absolute Anzahl unterschiedlicher Heurismen	11	5	4	7	3	12	17

Tab. 4: Absolute Anzahl der Heurismen bei den einzelnen Aufgaben, in Klammern ist die absolute Anzahl der Bearbeitungen pro Aufgabe notiert.

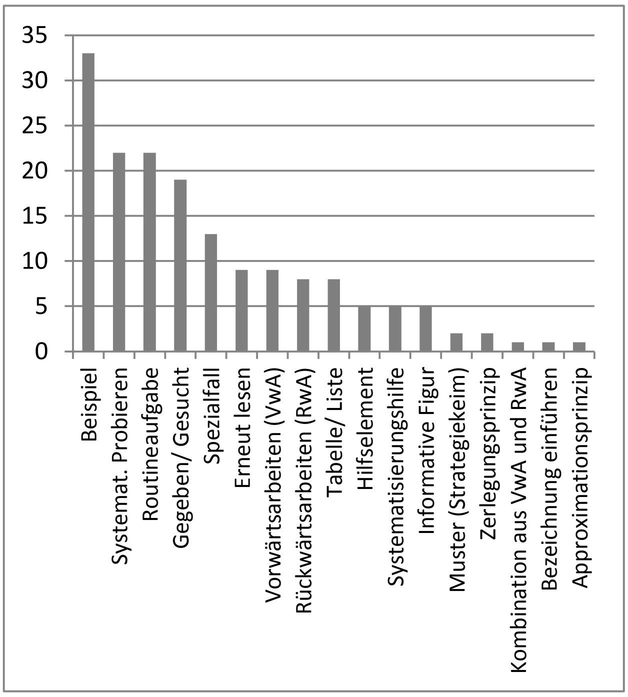


Abb. 4: Absolute Häufigkeit der Heurismen bei allen Aufgaben

Da die Aufgaben insgesamt sehr schwierig für die Kinder waren – es sollten ja Probleme gelöst werden –, war das Ziel nicht die richtige Lösung. Vielmehr ging es darum, wie Heurismen im Prozess sinnvoll eingesetzt und ggf. durch die Strategieschlüssel beeinflusst werden.

5.1.2 Analyse mit Blick auf die Strategieschlüssel

In 29 der 41 Prozesse (ca. 70%) kam es zu insgesamt 39 Schlüsselinteraktionen. Dabei hatte jedes Kind mindestens eine Schlüsselinteraktion. Es haben sich also alle Kinder in 70% der Bearbeitungsprozesse irgendeiner Weise mit den Schlüsseln beschäftigt. Demnach lassen sich die Kinder im beschriebenen Setting auf das neue Material ein und integrieren es in ihren Bearbeitungsprozess. Eine Kontrollgruppe mit vergleichbaren Schülerinnen und Schülern, die Probleme ohne Strategieschlüssel bearbeitet haben, gab es in der hier beschriebenen Studie nicht. Allerdings wurden in immerhin 12 der 41 Prozesse keine Schlüssel angeschaut, durchgelesen oder ausgewählt.

Bei der Bauernhof-Aufgabe treten insgesamt deutlich mehr Schlüsselinteraktionen auf – absolut und durchschnittlich – als bei den anderen Aufgaben (vgl. Tab. 5). Das kann erstens an dem zuvor bereits identifizierten erhöhten Problemcharakter und damit einhergehend einem erhöhten Auftreten von Hürden liegen. Es liegt zweitens sicherlich auch daran, dass diese Aufgabe insgesamt 12 Mal bearbeitet wurde und die anderen Aufgaben zwischen fünf bis sieben Mal. Dadurch können bei dieser Aufgabe schlicht mehr Kinder auf die Schlüssel zurückgreifen.

Aufgabe	Schlüssel-interaktionen (absolute Anzahl)	Schlüsselinteraktionen pro Prozess (arithmetisches Mittel)
Kleingeld	4	0,57
Legosteine	5	1
Sieben Tore	7	1,16
Smarties	4	1,25
Bauernhof	16	1,33
Schachbrett	3	0,5

Tab. 5: Anzahl der Schlüsselinteraktionen pro Aufgabe (absolut und durchschnittlich)

Interagieren Schülerinnen und Schüler mit den Schlüsseln, dann kann das verschiedene Ausprägungen annehmen. So gibt es einige Kinder, die die Schlüssel der Reihe nach durchblättern und durchlesen. Andere identifizieren nach und nach hilfreiche oder weniger hilfreiche Schlüssel und sortieren so schrittweise aus. Entscheidet sich ein Schüler dafür, einen Schlüssel einzusetzen – deklariert ihn also z. B. als hilfreich – dann dauert diese Wahl eines oder mehrerer Schlüssel meist zwischen 20 Sekunden und 1,5 Minuten.

Innerhalb der 39 Schlüsselinteraktionen wurden insgesamt 38 Schlüssel ausgeführt. Das bedeutet aber nicht, dass in fast allen Schlüsselinteraktionen ein Schlüssel ausgeführt wurde. Stattdessen können innerhalb einer Schlüsselinteraktion auch mehrere Schlüssel ausgeführt werden. So führte z. B. Christin in ihrem Prozess innerhalb einer Schlüsselinteraktion fünf Schlüssel aus. Weiter heißt das, dass nicht in allen Schlüsselinteraktionen Schlüssel auch ausgeführt werden. Nur in 23 von 29 Bearbeitungsprozessen wurden Schlüssel tatsächlich ausgeführt.

In Tabelle 6 sind die ausgeführten Schlüssel pro Aufgabe und insgesamt dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass bei keiner Aufgabe alle Schlüssel verwendet wurden. Die meisten unterschiedlichen Schlüssel wurden bei der Bauernhof- und der Sieben Tore-Aufgabe ausgeführt. Auch hier mag die Erklärung wieder im hohen Problemcharakter liegen.

Ansonsten wurden bei der Kleingeld-Aufgabe drei verschiedene Schlüssel (Beginne mit einer kleinen Zahl, Verwende verschiedene Farben und Suche nach einer Regel) verwendet. Bei der verwandten Legostein-Aufgabe hingegen wählten die Kinder zwei andere Schlüssel (Finde ein Beispiel und Male ein Bild). Auch die Verwandtschaft der Sieben Tore- und Smarties-Aufgabe scheint hinsichtlich der Schlüssel keinen Einfluss zu haben. Bei der Sieben Tore-Aufgabe wählten die Kinder sechs verschiedene Schlüssel (Finde ein Beispiel, Verwende verschiedene Farben, Arbeite von hinten, Male ein Bild, Lies die Aufgabe noch einmal und Erstelle eine Tabelle). Es scheint, als würden die Kinder die Schlüssel nicht wahllos aussuchen, sondern sie tatsächlich auswählen für ihre jeweiligen Zwecke.

Weiterhin wählten die Schülerinnen und Schüler gelegentlich andere Schlüssel aus, als wir im Vorhinein erwartet hätten. Die Kleingeld-Aufgabe haben wir mit dem Schlüssel „Erstelle eine Tabelle" in Verbindung gebracht. Dieser wurde in der Altersgruppe überhaupt nicht bei dieser Aufgabe gewählt. Stattdessen wählten die Kinder „Beginne mit einer kleinen Zahl", „Verwende verschiedene Farben" oder „Suche nach einer Regel" (vgl. Tab. 6). Darüber hinaus haben wir den Schlüssel „Arbeite von hinten" lediglich mit der Strategie des Rückwärtsarbeitens assoziiert. Die Kinder allerdings haben diesen Schlüssel auch bei der Bauernhofaufgabe verwendet, was z. B. an ihrer Kreativität liegen kann. Immerhin können so die Beine statt der Köpfe betrachtet werden. Die Beine sind ja schließlich hinten am Tier.

Insgesamt wurden die Schlüssel ungefähr gleich häufig ausgeführt. Die Schlüssel scheinen also in verschiedenen Kontexten anwendbar zu sein und damit einen allgemein heuristischen Charakter zu haben. Außerdem scheint keiner dieser Schlüssel überflüssig zu sein. Jeder dieser Schlüssel scheint seine Berechtigung zu haben und von den Kindern entsprechend angenommen zu werden. Weiter gibt es bei den Kindern keinen „Lieblingsschlüssel", der besonders bevorzugt ausgeführt wird.

Bei der Analyse des Schlüsseleinsatzes wird deutlich, dass die Kinder nicht bei jeder Aufgabe alle Schlüssel verwenden, sondern spezifisch auswählen. Entsprechend gehen wir davon aus, dass die Kinder gemäß ihrer Barriere wählen, welcher Schlüssel passen könnte. Sie nehmen also nicht einfach so zufällig einen Schlüssel, sondern wählen gezielt.

5.1.3 Zusammenfassung der quantitativen Analyse

Mit Hilfe der quantitativen Analyse konnten wir herausstellen, dass alle Kinder dieser Studie in irgendeiner Weise mit den Strategieschlüsseln in ihrem Bearbeitungsprozess interagierten, d.h. beispielsweise die Schlüssel durchlasen oder einen Schlüssel als passend deklarierten. Das mag daran liegen, dass die Schülerinnen und Schüler in den Strategieschlüsseln ein willkommenes Material gefunden haben, dass ihnen bei der Überwindung von Hürden hilft. Dieses große Auftreten von Schlüsselinteraktionen kann ebenso an der Einzelarbeit liegen. Immerhin waren die Kinder allein und hatten lediglich die Interviewerin als Gesprächspartnerin. Gleichzeitig wurde eben dieses Material von der Interviewerin präsentiert. Eine gewisse Neugier von Seiten der Kinder und ggf. auch das Gefühl einer sozialen Verpflichtung kann an dieser Stelle nicht ausgeschlossen werden.

Die Schlüssel werden ausgewählt und nicht nur zufällig benutzt. So werden bei der Kleingeld-Aufgabe lediglich drei Schlüssel zu Rate gezogen. In anderen Aufgaben ist das Spektrum größer. Insgesamt wählen die Kinder häufig auch Schlüssel, die wir im Vorhinein nicht erwartetet hätten. Das mag zum einen an der Kreativität der Kinder liegen. Es kann aber auch daran liegen, dass die Strategieschlüssel in ihrer Natur genau das erreichen, was wir intendiert haben: Nämlich verschiedene Assoziationen zu wecken, die wiederum neue Ideen ermöglichen und Sackgassen öffnen.

	Kleingeld	Legosteine	Sieben Tore	Smarties	Bauernhof	Schachbrett	Gesamt
Beginne mit einer kleinen Zahl.	3	0	0	0	2	0	5
Finde ein Beispiel.	0	2	2	0	1	0	5
Verwende verschiedene Farben.	1	0	1	0	0	1	3
Arbeite von hinten.	0	0	2	0	3	0	5
Male ein Bild.	0	1	2	0	1	1	5
Lies die Aufgabe noch einmal.	0	0	1	1	3	0	5
Erstelle eine Tabelle.	0	0	2	0	4	0	6
Suche nach einer Regel.	2	0	0	0	1	1	4

Tab. 6: Ausgeführte Strategieschlüssel pro Aufgabe.

Heurismus	Schlüssel	Strategieverhalten
	7:48: Lies die Aufgabe noch einmal. (Schlüsselausführung: ja)	Strategiegenerierung
7:55: Nochmals lesen		

Tab. 7: Ausschnitt aus Vickys Bearbeitungsprozess der Smarties-Aufgabe

Heurismus	Schlüssel	Strategieverhalten
9:16: Gegeben/ Gesucht		Strategieänderung
10:43: Spezialfall (10 Hühner, 10 Kaninchen)		
	11:45: Male ein Bild. (Schlüsselausführung: ja)	
	11:49: Suche nach einer Regel. (Schlüsselausführung: ja)	
(11:52: Gib nicht auf. (motivationale Strategie, kein Heurismus))		
12:00: Informative Figur		

Tab. 8: Ausschnitt aus Hannes' Bearbeitungsprozess der Bauernhof-Aufgabe

Weiterhin konnten wir sehen, dass die Kinder durchaus in der Lage sind, Heurismen so auszuwählen und einzusetzen, dass sie für eine bestimmte Aufgabe passen. So kommen bestimmte Heurismen nur in spezifischen Aufgabenbearbeitungen vor: Rückwärtsarbeiten z. B. nur bei der Sieben Tore- und der Smarties-Aufgabe.

Darüber hinaus kommen die Heurismen *Beispiele finden*, *systematisches Probieren*, *Gegeben/ Gesucht* und *Routineaufgabe* sehr häufig vor und sind bei einem Großteil der Kinder vertreten. Sie scheinen bekannt, beherrscht und eingängig zu sein. Alle vier könnten daher als guter Anknüpfungspunkt an das heuristische Vorwissen der Kinder im Rahmen von Heurismentrainings dienen.

5.2 Qualitative Analyse der Daten

Aus der Kodierung der Videodaten konnten verschiedene Kategorien abgeleitet werden. Dabei wurden zunächst die Heurismen und dann die Schlüsselinteraktion sowie die Schlüsselausführung kodiert. Durch diese Kodierung kann dann betrachtet werden, welche Heurismen vor dem Schlüsseleinsatz eingesetzt wurden und welche Strategien nun ggf. neu oder anders auftreten. Die Darstellung der einzelnen Kategorien und eine aufgabenspezifische Analyse werden nun nacheinander beschrieben.

5.2.1 Entwicklung von Kategorien zum Schlüsseleinsatz

Mit der oben beschriebenen Heurismenkodierung konnte bestimmt werden, welche Heurismen innerhalb eines Bearbeitungsprozesses überhaupt auftraten und welche Heurismen vor bzw. nach einem Schlüsseleinsatz vorkommen. Nach einer systematischen Betrachtung konnte festgestellt werden, dass das Verhalten der Kinder bzgl. der Heurismen verschiedene Ausprägungen annehmen kann. Die Tabellen 7 und 8 zeigen exemplarische Ausschnitte aus den Kodierungen. Alle Situationen der Schlüsselinteraktion mit Schlüsselausführungen wurden systematisch nach Gemeinsamkeiten und Unterschieden untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass die Heurismen vor und nach einer Strategieschlüsselausführung verschieden oder gleich sein können. Außerdem kann nach einer Schlüsselausführung überhaupt erstmals ein Heurismus auftreten. Diese verschiedenen Ausprägungen des Strategieverhaltens konnten identifiziert und benannt werden. Insgesamt wurden so fünf voneinander abgrenzbare Kategorien identifiziert, die nachfolgend beschrieben und an Beispielen illustriert werden. Mithilfe dieser Kategorisierung kann der Schlüsseleinsatz nun besser erfasst, systematischer beobachtet und schließlich umfassender verstanden werden.

Strategiegenerierung: Hat die Schülerin/ der Schüler vor der Schlüsselausführung noch keine Strategie gezeigt, aber eine erste Idee nach der Schlüsselausführung, so wird eine Strategiegenerierung kodiert. Hier findet keine Strategieänderung statt, weil vorher noch keine Strategie da war. In diesen Fällen greifen die Kinder häufig direkt nach dem Lesen der Aufgabe zum Schlüsselbund (vgl. Tab. 7).

Strategieänderung: Eine Strategieänderung liegt dann vor, wenn ein Kind vor der Schlüsselausführung eine Strategie verwendet hat, stecken bleibt, sich einen Schlüssel aussucht und dann seine bisherige Strategie maßgeblich verändert. Werden beispielsweise vorher Beispiele gesucht und hinterher eine informative Figur gemalt, dann haben diese beiden Heurismen zunächst nichts miteinander zu tun und sind grundverschieden. Im unten folgenden Beispiel von Christin wird die Kategorie Strategieänderung verdeutlicht.

Strategiebeibehalten: Sind die Strategien vor und nach dem Schlüsseleinsatz identisch, wird das Strategiebeibehalten kodiert. Es ist immerhin denkbar, dass ein Heurismus durch den Schlüsseleinsatz erst bestätigt wird. Getreu dem Motto: „Beispiele finde ich ja schon. Das mache ich auch weiter so.“ Hier findet also keine Veränderung statt.

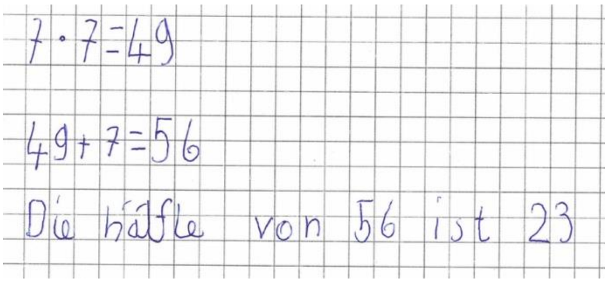


Abb. 6: Aufzeichnung von Prishas Bearbeitung der Sieben Tore-Aufgabe

Prisha (8 Jahre, 3. Klasse, Sieben Tore-Aufgabe): Prisha liest die Aufgabe und findet sehr schnell ein Routineverfahren. Sie rechnet 7 mal 7 plus 7 und kommt damit auf 56 (vgl. Abb. 6). Durch den Hinweis der Interviewerin greift sie zum Schlüssel „Lies die Aufgabe“ und liest erneut die Aufgabe. Nun halbiert sie die 56 und kommt so auf ihr Endergebnis.

Prisha versucht in der Aufgabe möglichst alle vorkommenden Zahlen zu verwenden und ihr bekannte Rechenverfahren und damit Algorithmen zu verwenden. Sie behält diese Strategie bei und lässt sich davon auch durch die Schlüssel nicht abbringen.

Strategieverfeinerung: Eine Strategieverfeinerung wird dann kodiert, wenn eine Strategie, die schon vor dem Schlüsseleinsatz stattfand, auch danach durchgeführt wird. Allerdings wird die Strategie inhaltlich verändert. So kann das Finden von Beispielen vor der Schlüsselausführung z. B. in systematisches Probieren nach dem Schlüsseleinsatz übergehen. Hierbei handelt es sich zwar auch – wie bei der Strategieänderung – um verschiedene Heurismen, allerdings wächst der zweite aus dem ersten. Es werden nun also systematisch Beispiele generiert.

Simon (7 Jahre, 3. Klasse, Kleingeld-Aufgabe): Nachdem Simon die Aufgabe gelesen hat, überlegt er zunächst etwas. Dann sucht er erste Beispiele, geht dabei aber unsystematisch vor und weiß nicht, ob und wann er alle Möglichkeiten gefunden hat. Er greift zu drei Schlüsseln: „Suche nach einer Regel“, „Beginne mit einer kleinen Zahl“ und „Verwende verschiedene Farben“. Nun geht er systematisch vor und sortiert die Münzen der Größe nach. Außerdem markiert er die verschiedenen Münzen farbig, um den Überblick zu behalten (Abb. 7). Etwas später versucht er dann eine Regelmäßigkeit bzgl. der Möglichkeiten zu finden, die ihn letztlich zu einem (nicht richtigen) Ergebnis von 21 Möglichkeiten bringt. Simons Bearbeitungsprozess dauert ungefähr 15 Minuten.

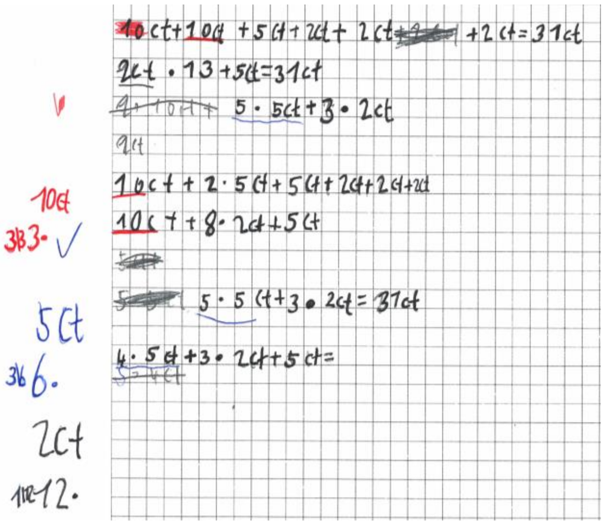


Abb. 7: Aufzeichnung von Simons Bearbeitung der Kleingeld-Aufgabe

Strategiebenennung: Eine Strategiebenennung wird dann kodiert, wenn das Kind einen Schlüssel auswählt, dann aber verständlich macht, dass diese Strategie bereits ausgeführt wurde. Der Schüler/ die Schülerin sucht in diesem Fall den Schlüssel aus, um die vorherige Strategie zu benennen.

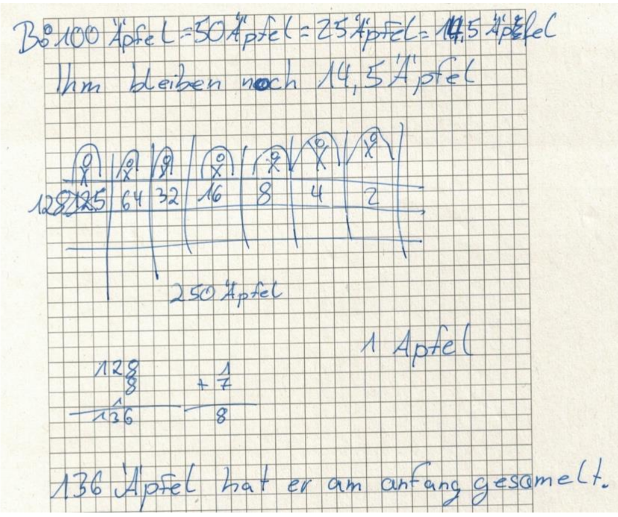


Abb. 8: Aufzeichnung von Christins Bearbeitung der Sieben Tore-Aufgabe

Christin (8 Jahre, 4. Klasse, Sieben Tore-Aufgabe): Christin liest die Aufgabe und kommt auf die Idee, es einfach mal mit 100 Äpfeln zu versuchten. Sie möchte also die Anfangsanzahl der Äpfel, also die Startzahl, ermitteln und damit vorwärts arbeiten, kommt damit aber nicht weiter. Nach nur knapp 3 Minuten greift sie zum Schlüsselbund. Sie wählt zwei Schlüssel „Beginne mit einer kleinen Zahl“ und „Finde ein Beispiel“. Bei letzterem gibt sie direkt zu verstehen, dass sie eben schon ein Beispiel gefunden hätte. Sie benennt also ihre bisher verwendete Strategie mit Hilfe der Schlüssel. Christin erklärt nun das Beispiel der 100 Startäpfel und schreibt es auf (vgl. Abb. 8). Anschließend geht sie systematisch vor, gerät aber immer wieder an ungerade Zahlen und kommt nicht weiter. Den Schlüssel „Beginne mit einer kleinen Zahl“ führt sie nicht aus. Nach 8 Minuten wählt sie den Schlüssel „Male ein Bild“. Nun malt sie die Wächter in den Toren und probiert die 250 als Startzahl. Der Übersichtlichkeit halber erstellt sie um die Wächter noch eine Tabelle. Mit den 250 Äpfeln kommt sie aber nicht weiter und geht wieder zurück zu den Schlüsseln. Diesmal geht sie jeden Schlüssel nacheinander durch und erklärt, welche Schlüssel sie schon genutzt hat. Sie benennt damit ihre bisher verwendeten Strategien ähnlich wie bei einer Checkliste. Einen Schlüssel wählt sie dann aber doch noch: Arbeite von hinten. Nun erkennt sie, dass sie ihre Tabelle nicht unbedingt von links nach rechts, sondern eben auch andersherum ausfüllen kann. Sie verdoppelt den einen Apfel mit jedem Tor und kommt auf insgesamt 136 Äpfel.

Christin verfeinert ihre Strategie zu Beginn und verändert ihre Strategie dann mit jedem weiteren Schlüsseleinsatz. Sie führt insgesamt sieben Schlüssel aus. Diese hohe Zahl liegt u. a. daran, dass sie die Schlüssel benennend einsetzt. Sie kann mithilfe der Schlüssel klar über ihre bisherigen Strategien sprechen und diese benennen – besonders während des Bearbeitungsprozesses selbst. Sie verwendet die Schlüssel wie eine Checkliste und überprüft damit gewissermaßen ihr bisher verwendetes Heurismen-Repertoire.

Theoretisch möglich ist außerdem, dass vor und nach dem Schlüsseleinsatz *keine Strategie* erkennbar ist. Dieser Fall ist z. B. dann denkbar, wenn nach dem Lesen der Aufgabe zum Schlüssel gegriffen wird und im Anschluss daran die Aufgabenbearbeitung abgebrochen wird. Bisher ist dieser Kode nicht aufgetreten, soll hier aber der Vollständigkeit halber aufgeführt werden.

5.2.2 Das Strategieverhalten im Überblick

Tabelle 9 kann entnommen werden, welche Aufgaben wie häufig bearbeitet wurden und wie viele Schlüsselausführungen pro Aufgabe zustande kamen. Der Überblick zeigt, dass sich die 41 Bearbeitungen in 21 Bearbeitung von Jungen und 20 von Mädchen splitten. Außerdem ist zu erkennen, dass bei der Bauernhof- und der Sieben Tore-Aufgabe die meisten Schlüssel ausgeführt wurden.

Die Untersuchung hinsichtlich des Strategieverhaltens bei den einzelnen Aufgaben ergab folgendes Bild (vgl. Tab. 10). Es kommt nur einmal zu einer Strategiegenerierung, je dreimal zum Beibehalten und Benennen der Strategie. Am häufigsten und über fast alle Aufgaben verteilt traten die Strategieänderung und -verfeinerung auf. In 32 von 38 Fällen entstand also eine neue Idee.

	Kleingeld	Legosteine	Sieben Tore	Smarties	Bauernhof	Schachbrett	Gesamt
Anzahl der Bearbeitungen (Jungen/ Mädchen)	7 (4/3)	5 (3/2)	6 (4/2)	5 (2/3)	12 (5/7)	6 (3/3)	41 (21/20)
Anzahl der Schlüsselausführungen	6	3	10	1	15	3	38

Tab. 9: Überblick über die Aufgabenbearbeitungen und die Anzahl der Schlüsselausführungen pro Aufgabe

	Kleingeld	Legosteine	Sieben Tore	Smarties	Bauernhof	Schachbrett	Gesamt
Strategiegenerierung				1			1
Strategieänderung		2	2		7	1	12
Strategiebeibehalten			1		2		3
Strategieverfeinerung	4		4		3		11
Strategiebenennung		1				2	3

Tab. 10: Überblick über das Strategieverhalten nach der Schlüsselausführung (aufgabenspezifisch und gesamt)

Vorherige Strategie	Schlüssel	Nachfolgende Strategie
Beispiel (Kleingeld)	Beginne mit einer kleinen Zahl.	Systematisierungshilfe *(kleine Zahl)* & Systematisches Probieren
Beispiel (Kleingeld)	Beginne mit einer kleinen Zahl.	Systematisierungshilfe *(kleine Zahl)* & Systematisches Probieren
Systematisches Probieren *(Orientierung an der Stützzahl 26)* (Kleingeld)	Suche nach einer Regel.	Systematisches Probieren *(Ermittlung von Minimal- und Maximalauftreten der Münzen beginnend mit 2-Cent Münzen)*
Beispiel (Kleingeld)	Suche nach einer Regel. Beginne mit einer kleinen Zahl. Verwende verschiedene Farben	Systematisierungshilfe *(farbiges Unterstreichen)* & Systematisches Probieren
Spezialfall *(10 Hühner, 10 Kaninchen)* (Bauernhof)	Finde ein Beispiel.	Systematisches Probieren *(11 Hühner, 9 Kaninchen)*
Systematisches Probieren (8 Kaninchen, 19 Hühner) (Bauernhof)	Arbeite von hinten.	Systematisches Probieren *(14 Kaninchen, 6 Hühner)* & Approximationsprinzip
Beispiel (15 Hühner, 10 Kaninchen) (Bauernhof)	Erstelle eine Tabelle.	Tabelle, Spezialfall, Systematisches Probieren
Beispiel (7 Tore)	Arbeite von hinten.	Beispiel, Rückwärtsarbeiten
Rückwärtsarbeiten (7 Tore)	Male ein Bild.	Informative Figur, Systematisierungshilfe *(Balken als Repräsentanten für die Tore)*
Vorwärtsarbeiten (7 Tore)	Beginne mit einer kleinen Zahl. Finde ein Beispiel.	Beispiel, Systematisches Probieren
Systematisches Probieren (7 Tore)	Male ein Bild.	Informative Figur, Tabelle
Informative Figur, Tabelle (7 Tore)	Arbeite von hinten.	Rückwärtsarbeiten *(innerhalb der Tabelle)*
Vorwärtsarbeiten (7 Tore)	Erstelle eine Tabelle.	Tabelle, Beispiel, Vorwärtsarbeiten

Tab. 11: Qualitative Analyse der Strategieverfeinerung

5.2.3 Strategieverfeinerung im Fokus

In diesem Abschnitt soll systematisch überprüft werden, ob sich durch den Einsatz von Strategieschlüsseln das Wesen von Heurismen verändert. Nun wird bei einer Strategieänderung mit der vorherigen Strategie nicht weitergearbeitet, bei einer Strategiegenerierung gab es im Vorhinein keine Strategie und beim Strategiebeibehalten findet keine Veränderung statt. Deswegen wird im Folgenden die Strategieverfeinerung hinsichtlich qualitativer Veränderung näher beleuchtet.

In Tabelle 11 werden die elf kodierten Strategieverfeinerungen aufgelistet. Es steht jeweils die vorher verwendete Strategie in der ersten Spalte, der/ die verwendete/n Schlüssel in der zweiten und die darauf folgende Strategie in der dritten Spalte.

In der ersten Zeile von Tabelle 11 generiert das Kind zunächst ein Beispiel, kommt bei der Kleingeld-Aufgabe damit aber nicht weiter. Der Schlüssel „Beginne mit einer kleinen Zahl“ führt nun dazu, dass das Kind systematisch probiert und die kleine Zahl als Systematisierungshilfe anwendet. Es generiert noch immer Beispiele, aber entwickelt diese Strategie weiter.

Es wird deutlich, dass jeder anfängliche Heurismus sich in irgendeiner Art und Weise verändert und häufig mit anderen Heurismen kombiniert auftritt. Beispielsweise wird dann mit einer informativen Figur als Systematisierungshilfe rückwärts gearbeitet. Besonders häufig wird nach dem Schlüsseleinsatz systematischer vorgegangen. An den Beispielen in der Tabelle kann eine qualitative Veränderung in allen Fällen aufgezeigt werden. Ob die Heurismen dadurch besser oder zielgerichteter werden, kann

und soll an dieser Stelle nicht entschieden werden. Es scheint aber so, als würden die Strategieschlüssel, den Problemlöseprozess auch qualitativ beeinflussen.

5.2.4 Zusammenfassung der qualitativen Ergebnisse

In der Studie konnten insgesamt fünf verschiedene Verhaltensweisen identifiziert werden, die nach dem Einsatz eines oder mehrerer Strategieschlüssel auftauchten: Strategiegenerierung, Strategiebeibehalten, Strategieverfeinerung, Strategieänderung und Strategiebenennung (vgl. Tab. 10).

Positiv hervorzuheben ist, dass keines der Kinder vor oder nach dem Schlüsseleinsatz überhaupt keinen Ansatz hatte. Jedes Kind hatte zumindest eine Strategie, mit der es das jeweilige Problem bearbeiten konnte. Außerdem hat kein Kind einfach aufgegeben, was natürlich auch der Interviewsituation geschuldet sein kann und keine Generalisierung auf Problemlöseprozesse mit einem Einsatz der Schlüssel im regulären Schulunterricht zulässt.

Darüber hinaus resultierte der Schlüsseleinsatz in weiten Teilen in eine Strategieverfeinerung oder -änderung (vgl. Tab. 10). Das Beibehalten und Benennen der vorherigen Strategie wurde lediglich drei Mal, das Generieren einer ersten Strategie sogar nur einmal kodiert. Es ist also möglich, dass der Einsatz von Strategieschlüsseln dazu führt, dass Schülerinnen und Schüler tatsächlich die Wahl ihrer Strategien überdenken und an das jeweilige Problem anpassen.

Besonders bemerkenswert ist, dass es auch bei Dritt- und Viertklässlern bereits Kinder gibt, die ihre Strategien benennen, also auf einer gewissen Metaebene rückblickend betrachten.

Weiterhin könnte es eine Tendenz bzgl. des Strategieverhaltens bei den Aufgaben selbst geben. Immerhin kommt in der Bauernhofaufgabe die Strategieänderung deutlich häufiger vor als in den anderen Aufgaben (vgl. Tab. 10). Das mag einerseits an der größeren Menge an Bearbeitungen, andererseits aber auch an der Komplexität des Problems liegen.

Insgesamt scheint es so, als wären die Kinder in der Lage, Strategieschlüssel passend zu den gestellten Aufgaben auszuwählen. Sie scheinen also mit dem Material angemessen umgehen zu können, obwohl es keine umfassende Einführung im Vorhinein gab.

Wesentliches Ergebnis der qualitativen Analyse ist weiterhin, dass die erarbeiteten Kategorien (Strategiegenerierung, -änderung, -verfeinerung, -beibehalten und -benennung) alle vorkommen – auch aufgabenübergreifend. Deswegen ist jede der bisher gefundenen Kategorien relevant und kodierbar.

Es bleibt offen, ob die Qualität der verwendeten Heurismen durch den Schlüsseleinsatz und die daraus resultierende Strategieverfeinerung erhöht und damit die Lösung der Aufgabe verbessert wird. Im Rahmen dieser Studie können keine Aussagen darüber getroffen werden, wie sich die Strategiebenennung in anderen Altersstufen verhält. Es ist zu vermuten, dass ältere Schülerinnen und Schüler eher auf einer Metaebene agieren können. Diese Aspekte werden im Rahmen weiterer Studien vertiefend untersucht.

6. Diskussion und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden Strategieschlüssel als ein Ansatz zur Förderung von Problemlösefähigkeiten vorgestellt. Insgesamt wurden acht Strategieschlüssel entwickelt. Mit 16 Dritt- und Viertklässlern wurden sie beim Bearbeiten von sechs verschiedenen Problemlöseaufgaben erprobt (insgesamt 41 Bearbeitungsprozesse). In dieser explorativen Studie wurde der Frage nachgegangen, inwiefern der Einsatz von Strategieschlüsseln den Heurismeneinsatz bei Dritt- und Viertklässlern beeinflusst.

Im methodischen Teil des Beitrags werden die Probandengruppe beschrieben und die sechs Aufgaben analysiert. Weiter wurden die aus der Datenerhebung entstandenen Videos der 41 Bearbeitungsprozesse mit zwei verschiedenen Kodierungsverfahren kodiert: Heurismenkodierung und Schlüsselkodierung.

In der quantitativen Analyse wurde herausgearbeitet, dass alle Kinder mindestens einmal mit einem oder mehreren Strategieschlüssel/n interagierten, also z. B. die Schlüssel durchlasen oder -blätterten. Weiterhin konnte nachgewiesen werden, dass die Kinder die Schlüssel auswählen und nicht zufällig benutzen. Darüber hinaus sind Dritt- und Viertklässler in der Lage Heurismen so auszuwählen und einzusetzen, dass sie für eine bestimmte Aufgabe passen. Insgesamt kamen die Heurismen *Beispiele finden*, *systematisches Probieren*, *Gegeben/ Gesucht* und *Routineaufgabe* auf häufigsten vor.

In der qualitativen Analyse wurden insgesamt fünf verschiedene Verhaltensweise hinsichtlich des Strategieverhaltens identifiziert: Strategiegenerierung, Strategiebeibehalten, Strategieverfeinerung, Strategieänderung und Strategiebenennung. Innerhalb der 41 Prozesse kamen Strategieänderung und -verfeinerung am häufigsten vor. Die erarbeiteten Kategorien kommen alle vor, auch aufgabenübergreifend. Das spricht dafür, dass alle bisher gefundenen Kategorien relevant und kodierbar sind.

6.2 Interpretation der Ergebnisse

Jede Schlüsselinteraktion (also insbesondere auch die Wahl bzw. Ausführung eines Strategieschlüssels) ist ein selbstregulativer Akt (siehe Kapitel 2.2). Wir verstehen diese Art selbstregulativer Akte als Mikroprozesse, in denen es zu allen drei Phasen der Selbstregulation kommen kann.[2] Im Rahmen der vorliegenden Studie konnten wir verschiedene mögliche Einsatzzeiten der Strategieschlüssel herausarbeiten, die zu verbreiteten Modellen der Selbstregulation passen:

- Prä-aktional: Die Verwendung eines Schlüssels kann dem Einsatz von Heurismen zeitlich vorausgehen (Strategiegenerierung und -änderung).
- Aktional: Die Verwendung eines Schlüssels kann den Einsatz von Heurismen begleiten und ggf. mit neuen Heurismen kombinieren (Strategiebeibehalten und -verfeinerung).

- Post-aktional: Die Verwendung eines Schlüssels dem Heurismeneinsatz nachfolgen, ähnlich wie z. B. bei einer Checkliste (Strategiebenennung).

Die Schlüssel entfalten ihre Wirkung damit auf der Ebene der Selbstregulation. Mit Bezug auf die Modelle der Selbstregulation von Zimmerman oder Schmitz kann die Wirkung der Strategieschlüssel nun theoretisch fundiert werden (vgl. Abb. 9): In der prä-aktionalen Phase wählen die Kinder einen Schlüssel, bevor sie einen Strategiewechsel vollziehen. Dadurch zeigen sie ggf. erstmals überhaupt eine Strategie (Strategiegenerierung). Sie hatten zuvor keine Idee und generieren nach der Interaktion mit einem Schlüssel eine Strategie. Es ist auch möglich, dass ein Kind zuvor bereits verschiedene Strategien gezeigt hat, dann stecken bleibt, zu einem Schlüssel greift und anschließend maßgeblich die zuvor verwendete Strategie verändert (Strategieänderung). Dann tritt eine komplett neue Strategie nach der Schlüsselinteraktion auf. In der aktionalen Phase haben die Kinder bereits eine Strategie, die mit Hilfe eines oder mehrerer Schlüssel entweder angepasst bzw. verfeinert oder beibehalten werden kann. Die Strategie wird hier also nicht maßgeblich verändert, sondern lediglich etwas modifiziert (Strategieverfeinerung) oder beibehalten (Strategiebeibehalten). In der post-aktionalen Phase benennen die Schülerinnen und Schüler ihre Strategie. Natürlicherweise findet die Benennung erst nach Durchführung der Strategie statt.

Wider Erwarten der Autoren (siehe Kapitel 2.2) findet der Einsatz der Strategieschlüssel also nicht nur in der prä-aktionalen Phase sondern auch in den beiden anderen Phasen der Selbstregulation statt. Das Potential der Schlüssel scheint damit deutlich größer zu sein, als zuvor angenommen. Sie bewirken nicht nur, dass die Kinder in ihrem Problemlöseprozess eigenständig Hilfe finden, d.h. ohne die Lehrkraft, und so auch nach dem Steckenbleiben weiter arbeiten können. Sie führen auch dazu, dass die Kinder gewissermaßen ihren eigenen Prozess regulieren – und das schon in der 3. und 4. Klasse.

Zusätzlich gehen die Kinder bewusst mit den Schlüsseln um und integrieren die Schlüssel sinnvoll in den Bearbeitungsprozess. Sinnvoll heißt an dieser Stelle „für den Prozess sinnvoll". Das kann durchaus anders sein, als es die Autoren zuvor antizipiert haben. So hätten die Autoren den Schlüssel „Arbeite von hinten" a priori nicht bei der Bauernhof-Aufgabe verortet, die Kinder haben ihn dennoch sinnvoll verwendet: Sie konnten das auch gut begründen, indem von hinten arbeiten in diesem Kontext bedeutet, mit den Beinen anstatt mit der Anzahl der Tiere zu beginnen. Häufig war dieses „Umdrehen des Ansatzes" dann zielführend.

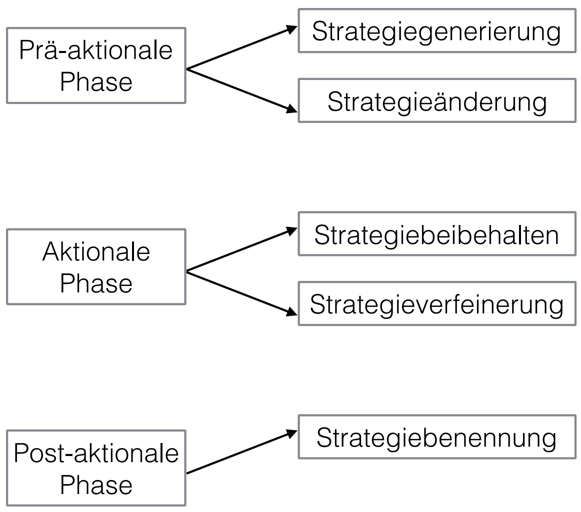


Abb. 9: Kategorien zum Einsatz von Strategieschlüsseln systematisch aufgelistet im Selbstregulationsprozess

6.3 Grenzen der Studie

Mit dieser Studie konnte ein Querschnitt in einer bestimmten Probandengruppe aufgezeigt werden. Die Anzahl der hier zugrundeliegenden Prozesse ist dabei nicht ausreichend, um die Ergebnisse auf weitere Probandengruppen zu übertragen. Außerdem stellen die Kinder dieser Studie ein bestimmtes Klientel dar. Es handelt sich hier um besonders mathematisch interessiert und motivierte Kinder. Aussagen über den Leistungsstand sind nicht möglich und innerhalb der Aufnahmen konnte ein weites Leistungsspektrum – also nicht nur Begabte – festgestellt werden. Dennoch sollten die Erkenntnisse dieser Studie auf weitere Probanden ausgedehnt werden, um ggf. noch weitere Typen herauszuarbeiten.

Außerdem sind die gewählten Aufgaben auf die acht Strategieschlüssel angepasst. Es könnte also sein, dass manche Aufgaben bestimmte Strategien nahe legen. Das beeinflusst wiederum den Problemlöseprozess. Auf diese Art und Weise wird also ein ggf. bestimmtes Strategieverhalten hervorgerufen. Trotz der Probandengruppe und der gewählten Aufgaben können wir allerdings davon ausgehen, dass ähnliche Prozesse und mindestens Tendenzen aus den bisher ausgewerteten Prozessen erkennbar werden.

6.4 Ausblick

Mit diesem Beitrag konnte aufgezeigt werden, dass die Schlüssel Schülerinnen und Schüler anregen, ihren Problemlöseprozess selbst zu regulieren. Mithilfe dieser explorativen Studie konnten also bereits erste Einblicke in den Einfluss von Strategieschlüsseln auf Problemlöseprozesse gewonnen werden.

Allerdings bleiben auch noch zahlreiche Fragen unbeantwortet:

- Inwiefern beeinflussen die Schlüssel den Problemlöseprozess an sich, also den Verlauf des Prozesses?
- Inwiefern können die Schlüssel einen langfristigen Effekt auf das Problemlöse- und Strategieverhalten haben?
- Inwiefern treffen die Ergebnisse auch auf andere Probandengruppen zu?
- Inwiefern unterscheiden sich Schülerinnen und Schüler, die Schlüssel in ihren Prozess integrieren, von denen, die keine Schlüssel ausführen?

Diesen und anderen Fragen wird im Rahmen weiterer Erhebungen mit Schülerinnen und Schüler aus 5. bis 7. Klassen einer nordrheinwestfälischen Gesamtschule nachgegangen. Weiterhin sollten die bisherigen Ergebnisse in Grundschulklassen, also mit weniger mathematisch interessierten und motivierten Kindern, überprüft werden. Dabei könnte das entwickelte Kodierungsinstrument auf größere Probandengruppen angewandt und so schließlich quantifizierbare Aussagen getroffen werden.

Für die Schulpraxis wurde im Rahmen dieser Studie nachweislich ein Hilfsmittel entwickelt, um das Strategieverhalten von Schülerinnen und Schülern zu beeinflussen. Dabei spielt es noch keine Rolle, wie zielführend das Strategieverhalten letztlich ist. Ein erster Schritt zur richtigen Lösung ist immer der Anfang und den scheinen viele Schülerinnen und Schüler mithilfe der Schlüssel zu finden. Um die Strategieschlüssel und ihre Integration in den Unterricht in die Schule zu tragen, sollten parallel zur Forschung bereits Lehrerfortbildungen entwickelt werden. Immerhin könnten die Strategieschlüssel ein schnell einführbares, zeitsparendes und damit äußerst praktikables Instrument sein, um Schülerinnen und Schülern das Problemlösen näher zu bringen.

Anmerkungen

[1] Die Namen der Kinder werden anonymisiert verwendet. Die Namen sind also verändert, bleiben aber in Geschlecht und soziokulturellem Kontext möglichst gleich.

[2] Dieses Verständnis von Selbstregulation ist ein anderes als beispielsweise das von Collet (2009), die Problemlösen im Rahmen des selbstregulativen Lernens so auffasst, dass die prä-aktionale Phase vor und die post-aktionale Phase nach der (kompletten) Problembearbeitung erfolgt. Unser Verständnis ähnelt der Auffassung metakognitiver Aktivitäten von Kaune und Cohors-Fresenborg (2010), die innerhalb eines Prozesses mehrfach prä-aktionale, aktionale und post-aktionale Phasen (Planung, Monitoring, Reflexion) erfassen.

Danksagung

Wir danken den Gutachterinnen und Gutachtern für die hilfreichen und konstruktiven Anmerkungen und Kommentare.

Referenzen

Aßmus, D. (2010). Fähigkeiten im Umkehren von Gedankengängen bei mathematisch begabten Grundschulkindern. In A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010*, 137–140.

Bannert, M. (2009). Promoting Self-Regulated Learning through Prompts. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 23(2)*, 139–145.

Besser, M., Leiss, D. & Blum, W. (2015). Theoretische Konzeption und empirische Wirkung einer Lehrerfortbildung am Beispiel des mathematischen Problemlösens. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD), 36*, 285–313.

Bortz, J., & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler*. 4., überarbeitete Auflage. Heidelberg: Springer Medizin Verlag.

Bruder, R., Büchter, A., & Leuders, T. (2005). Die „gute" Mathematikaufgabe – ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern. In G. Graumann (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005*. Münster: WTM.

Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Büchter, A., & Leuders, T. (2011). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln: Lernen fördern – Leistung überprüfen*. 5. Auflage. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Collet, C. (2009): *Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation – Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen*. Münster: Waxmann.

De Corte, E.; Verschaffel, L. & Op't Eynde, P. (2000). Self-Regulation: A characteristic and a Goal of Mathematics Education. In M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Hrsg.), *Handbook of Self-Regulation*. San Diego: Academic Press, 687–726.

Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung.* Stuttgart: Kohlhammer, 2., überarbeitete Auflage.

Edelmann, W. (1994). *Lernpsychologie: Eine Einführung*. Weinheim: Beltz. 4. Aufl.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving. In: L. B. Resnick (Hrsg.), *The Nature of Intelligence*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 231–235.

Fülöp, E. (2015). Teaching Problem-Solving Strategies in Mathematics. *Lumat*, 3(1), 37–54.

Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interview in Mathematics Education Research. In A. Kelly & R. Lesh (Hrsg.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 517–545.

Herold, R. & Rott, B. (2015). Problem solving with strategy keys: A study to identify user types. In K. Beswick, T. Muir & J. Wells (Hrsg.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3). Hobart, Australia: PME, 65–73.

Hoffman, B. & Spatariu, A. (2011). Metacognitive Prompts and Mental Multiplication: Analyzing Strategies with a Qualitative Lens. *Journal of Interactive Learning Research*, 22(4), 607–635.

Kaune, C. & Cohors-Fresenborg, E. (2010). *Mathematik gut unterrichten*. Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik Nr. 43. Osnabrück 2010.

Kelle, U. & Kluge, S. (2010). Vom *Einzelfall zum Typus: Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung*. 2., überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Koichu, B., Berman, A., & Moore, M. (2007). Heuristic literacy development and its relation to mathematical achievements of middle school students. *Instructional Science*, 2007(35), 99–139.

KMK (2004). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Wolters Kluwer.

Lamnek, S. (2010). *Qualitative Sozialforschung*. 5., überarbeitete Auflage. Weinheim: Beltz.

Lange, D. (2013). *Inhaltsanalytische Untersuchung zur Kooperation beim Bearbeiten mathematischer Problemaufgaben*. Münster: Waxmann.

Lester, F. (2001). Problem Solving, Overview. In L. S. Grinstein & S. I. Lipsey (Hrsg.), *Encyclopedia of mathematics education* (S. 570–574). New York (u. a.): RoutledgeFalmer.

Leuders, T. (2010). Problemlösen. In T. Leuders (Hrsg.), *Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. 5. Auf. Berlin: Cornelsen-Scriptor, 119–135.

Maher, C., Sigley, R. & Davis, R. (2014). Task-Based Interviews in Mathematics Education. In S. Lerman (Hg.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht: Springer, 579–582.

Mevarech, Z. & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A Multidimensional Method for Teaching Mathematics in Heterogeneous Classrooms. *American Edcuational Research Journal, 34(2)*, 365–394.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Philipp, K. & Herold-Blasius, R. (2016). Schlüssel zum Erfolg: Mit Strategieschlüsseln Problemlösestrategien fördern. *Praxis der Mathematik in der Schule (PM), 58(68)*, 9–13.

PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.) (2006). *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres*. Münster: Waxmann.

Pólya, George (1949). *Schule des Denkens*. Tübingen: Francke.

Prediger, S. & Krägeloh, N. (2015). Low achieving eighth graders learn to crack word problems: a design research project for aligning a strategic scaffolding tool to students' mental processes. *ZDM – Mathematics Education 47*, 947–962.

Rott, B. (2013). *Mathematisches Problemlösen: Ergebnisse einer empirischen Studie*. Münster: WTM.

Schmidt-Weigand, F., Hänze, M. & Wodzinski, R. (2009). Complex Problem Solving and Worked Examples. The Role of Prompting Strategic Behavior and Fading-in Solution Steps. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 23(2)*, 129–138.

Schmitz, Bernhard (2001). Self-Monitoring zur Unterstützung des Transfers einer Schulung in Selbstregulation für Studierende – Eine prozessanalytische Untersuchung. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 15 (3/4)*, 181–197.

Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Hrsg.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan, 334–370.

Schoenfeld, A. (2011). *How we think: A theory of goal oriented decision-making and its educational applications*. New York (u. a.): Routledge.

Seufert, T., Zander, S., & Brünken, R. (2007). Das Generieren von Bildern als Verstehenshilfen beim Lernen aus Texten. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39, 33–42.

Sjuts, J. (2014). Vorstellungen und Darstellungen: Evidenzbasierte Diagnostik und Gestaltung mathematischer Lehr-Lern-Prozesse. In J. Roth, & Ames, Judith (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. Münster: WTM, 1139–1142.

Stein, M. (1995). Elementare Bausteine von Problemlöseprozessen: Gestaltorientierte Verhaltensweisen. *mathematica didactica* 18, 59–84.

Stein, M. (2014). Mathematische Lernräume als Lernumgebungen von Problemklassen (S. 95–110). In F. Heinrich & Juskowiak, S. (Hrsg.), *Mathematische Probleme lösen lernen. Vorträge auf dem gleichnamigen Symposium am 27. & 28. September 2013 an der Technischen Universität Braunschweig*. Münster: WTM.

Sturm, N., Wahle, C., Rasch, R. & Schnotz, W. (2015). Self-Generated Representations Are The Key: The Importance of External Representations in Predicting Problem-Solving Success. In K. Bewick, T. Muir, & J. Wells (Hrsg.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3). Hobart, Australia: PME, 209–216.

Thaler, R. & Sunstein, C. (2008). *Nudge: Improving decisions about health, wealth, and happiness*. Yale University Press.

Van Someren, M., Barnard, Y. & Sandberg, J. (1994). *The Think Aloud Method: A practical guide to modelling cognitive processes*. London: Academic Press.

Wirtz, M. A. (2014). *Dorsch. Lexikon der Psychologie*. Bern: Verlag Hans Huber.

Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*. 10. Auflage. Weinheim: Beltz.

Zimmerman, B. (2000). Attaining Self-Regulation: A Social Cognitive Perspective. In M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Hrsg.), *Handbook of Self-Regulation*. San Diego: Academic Press. 13–39.

Anschrift der Verfasser

Raja Herold-Blasius
Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Thea-Leymann-Str. 9
45127 Essen
raja.herold-blasius@uni-due.de

Benjamin Rott
Universität zu Köln
Institut für Mathematikdidaktik
Gronewaldstr. 2
50931 Köln
benjamin.rott@uni-koeln.de

Timo Leuders
Pädagogische Hochschule Freiburg
Institut für Mathematische Bildung und Forschung (IMBF)
Kunzenweg 21
79117 Freiburg
leuders@ph-freiburg.de