Digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler im bilingualen Mathematikunterricht im MISTI GTL Germany und an der GISB – Theoretische Rahmung aus Instrumentaler Genese und 4C Framework

MATTHIAS MÜLLER, JENA

***Zusammenfassung**: Werden digitale Mathematikwerkzeuge in bilingualen Lernumgebungen eingesetzt, können diese als Mittler fungieren und helfen, mit kulturell bedingten Unterschieden fruchtbar umzugehen. Obwohl Mathematik universell zu verstehen ist, kann die Ansicht vertreten werden, dass es in den verschiedenen Ländern Unterschiede in der Schulmathematik gibt. Diese sind für einen bilingualen Mathematikunterricht relevant und beim Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge von Bedeutung. Zwei Beispiele US-amerikanisch-deutscher bilingualer Lernumgebungen werden in diesem Kontext untersucht; der Mathematikunterricht im Rahmen des Projekts MISTI Global Teaching Lab und an der German International School Boston. Vor dem Hintergrund der Studienergebnisse kann die Theorie der instrumentalen Genese um sprachliche und kulturelle Aspekte des 4C framework erweitert werden.*

***Abstract:** If digital media is used in bilingual learning environments, they can act as mediators and help to deal productively with culturally determined differences. Although mathematics is considered to be universal, it can be argued that there are differences in school mathematics in diverse countries. These differences are highly relevant for bilingual mathematics education and are important when using digital media. Two examples of American German bilingual teaching and learning environments are examined in this context; Mathematic lessons within the MISTI Global Teaching Lab program and at the German International School Boston. Against the background of the study results, the theory of instrumental genesis can be supplemented with regard to linguistic and cultural aspects of the 4C framework.*

1. Einleitung

Um die Funktion eines digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler (in einem bilingualen Unterricht) beschreiben zu können, muss man die digitalen Mathematikwerkzeuge als Medien einordnen. Allgemein sind Medien einerseits kognitive und andererseits kommunikative Werkzeuge zur Verarbeitung, Speicherung und Übermittlung von zeichenhaften Informationen (Petko, 2014, S. 13). Das betrifft sowohl analoge als auch digitale Medien. Entscheidend ist die Eigenschaft des Mediums als Mittler zwischen Inhalt und Lernenden zu fungieren. Dies kann physisch als auch digital erfolgen (Rink & Walther, 2020, S. 7 f.). Nach Rauh (2012, S. 39) bezeichnen digitale Medien technische Geräte zur Darstellung von digital gespeicherten Inhalten. Konkreter handelt es sich um elektronische Geräte, die Informationen digital speichern oder übertragen und in bildhafter oder symbolischer Darstellung wiedergeben (Pallack, 2018, S. 28). Spezielle digitale Medien sind digitale Mathematikwerkzeuge, deren primärer Zweck es ist, das mathematische Arbeiten zu unterstützen. Um die Funktion als Mittler zwischen Inhalt und Lernenden genauer untersuchen zu können, ist ein Verständnis zum Prozess der „Werkzeug-Aneignung“ (Instrumentalisierung) durch den Lernenden notwendig. Diesen Prozess beschreibt die instrumentale Genese, welche insbesondere das Lernen mit digitalen Mathematikwerkzeugen theoretisch fassen kann.

Werden digitale Mathematikwerkzeuge in einem bilingualen Mathematikunterricht eingesetzt, ist zu erwarten, dass sie vergleichbar zum regulären Unterricht einen Einfluss auf das Lernen haben. Um diese Beziehung untersuchen zu können, soll allerdings zunächst erläutert werden, was in diesem Zusammenhang unter bilingualen Mathematikunterricht gemeint ist. Bilingualer Mathematikunterricht ist ein großer Bereich und kann verschiedene Ausprägungen im konkreten Unterrichtssetting aufweisen. Die meisten (deutschsprachigen) Lehrpläne orientieren sich an den Vereinbarungen der Kultusministerkonferenz (2013, S. 3), indem bilingualer Unterricht allgemein als „Fachunterricht in den nicht-sprachlichen Fächern […], in dem überwiegend eine Fremdsprache für den Diskurs verwendet wird“ definiert ist. Für den Mathematikunterricht ist dabei die Möglichkeit relevant, indem über Module phasenweise bilingual an fachlichen Inhalten gearbeitet wird. Damit sollen Synergieeffekte für den Fach- und Fremdsprachenunterricht entstehen und genutzt werden (TMBJS, S. 10). Diese Sequenzen können je nach Schule oder Projekt zeitlich variieren und sogar operativ angepasst werden (KMK, 2013, S. 8 f.). Für die europäischen Länder hat sich der Begriff des content and language integrated learning (CLIL) durchgesetzt, der die verschiedenen Ansätze und Konzepte begrifflich zusammenfasst (Bonnet, Breitbach & Hallet, 2009, S. 173). In diesem Beitrag wird der US-amerikanisch-deutsche Mathematikunterricht als bilingualer Unterricht im Sinne des CLIL verstanden. Dabei werden zwei vergleichbare US-amerikanisch-deutsche Lernumgebungen betrachtet: Im Projekt MISTI Global Teaching Lab (MISTI GTL) unterrichten US-amerikanische Lehrkräfte deutschsprachige Lernende und an der German International School Boston (GISB) unterrichten deutschsprachige Lehrkräfte US-amerikanisch-sprachige Lernende. In beiden Lernumgebungen kommen digitale Mathematikwerkzeuge zur Anwendung, da sie sich an vergleichbaren didaktischen Basispapieren zum Mathematikunterricht (Lehrpläne und Bildungsstandards) orientieren.

Im folgenden Kapitel sollen die theoretischen Ausgangspunkte für die durchgeführte empirische Untersuchung (Kapitel 3 bis 6) vorgestellt werden, dabei wird besonderes Augenmerk auf den Prozess der instrumentalen Genese und das 4C framework für den CLIL Unterricht gelegt. Ein Vorschlag zu Verbindung beider Ansätze wird in Kapitel 7 vor dem Hintergrund der Studienergebnisse diskutiert und im Fazit (Kapitel 8) zusammenfassend dargestellt.

2. Theoretische Ausgangspunkte

Der Einfluss digitaler Mathematikwerkzeuge auf das Lernen im Unterricht ist belegt (Barzel, 2012). Es kann angenommen werden, dass dieser Einfluss ebenso in einer bilingualen Lernumgebung (in adaptierter Form) existiert. Um das Lernen mit digitalen Mathematikwerkzeugen zu verstehen, ist der bilaterale Prozess der „Werkzeug-Aneignung“ (Instrumentalisation und Instrumentation) von besonderem Interesse. Die instrumentale Genese kann den Prozess epistemologisch fassen.

2.1 Instrumentale Genese

Digitale Mathematikwerkzeuge können in zwei Richtungen als Türöffner fungieren (Müller, 2018). Der Begriff Türöffner ist dabei im Sinne eines Mittlers zu verstehen. Die Funktion des Mittlers ist ein zentraler Bestandteil eines digitalen Mediums (Rink & Walther, 2020, S. 7 f.) und kann als Ansatz für die Begriffsbestimmung eben dieser herangezogen werden. Allgemein sind Medien einerseits kognitive und anderseits kommunikative Werkzeuge zur Verarbeitung, Speicherung und Übermittlung von zeichenhaften Informationen (Petko, 2014, S. 4). Das gilt sowohl für analoge als auch für digitale Medien. Digitale Medien im Besonderen sind technische Geräte zur Darstellung von digital gespeicherten Inhalten (Rauh, 2012, S. 39). Spezielle digitale Medien sind digitale Mathematikwerkzeuge, deren primärer Zweck es ist, das mathematische Arbeiten zu unterstützen. Das umfasst insbesondere die Medien, die mathematikspezifisch an Beruf und Alltag oder didaktisch orientiert sind (Barzel, 2019, S. 2). In diesem Sinne sind digitale Mathematikwerkzeuge mathematikspezifische digitale Medien.

Die Implementierung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht hat in den USA eine lange Tradition. Dabei geht es nicht nur darum, solche digitalen Medien einzusetzen, sondern sie aktiv zu gestalten und mathematische und informative Inhalte zu entwickeln (Papert, 1993). Basierend auf explorativen Interviewstudien (Szücs & Müller, 2013) wurde die Hypothese entwickelt, dass Unterschiede zwischen dem deutschen und dem englischsprachigen Kulturraum hinsichtlich der Schulmathematik festgestellt werden können. Diese Unterschiede sind vermutlich für bilinguale Lernumgebungen relevant. Digitale Mathematikwerkzeuge können beim fruchtbaren Umgang mit diesen Unterschieden in den konkreten Lernumgebungen eine entscheidende Rolle spielen. Das Modell der instrumentalen Genese kann Hinweise auf die Funktion digitaler Mathematikwerkzeug als Mittler für Sprache und mathematischen Inhalt geben (Müller, 2018).

Ein zentraler Punkt der instrumentalen Genese ist die Unterscheidung zwischen dem Artefakt (artifact) und dem Instrument (instrument) (Kieran & Drijvers, 2006, S. 206).

> Whereas the artifact is the – often physical – object that is used as a tool, the instrument involves also the techniques and schemes that the user develops while using it, and that guide both the way the tool is used and the development of the user´s thinking. The process of an artifact becoming an instrument in the hand of a user – in our case the student – is called instrumental genesis. (Kieran & Drijvers, 2006, S. 207)

Die instrumentale Genese beschreibt die bilaterale Beziehung zwischen dem Instrument und dem Nutzer. Das beinhaltet auch, dass das Werkzeug (tool) zielgerichtet durch den Nutzer mit Hilfe seines bisherigen Wissens eingesetzt wird. Durch die Nutzung des Werkzeugs gestaltet er das Werkzeug, dieser Prozess wird als Instrumentalisation bezeichnet (Kieran & Drijvers, 2006, S. 207). Bei der Instrumentation hingegen werden bei dem Nutzer mentale Schemata oder Modelle über Möglichkeiten und Grenzen des Werkzeugs entwickelt (Weigand, 2006, S. 91). Während des Lernprozesses laufen beide Vorgänge, die Instrumentation und die Instrumentalisation, nebeneinander ab und bilden zusammen die instrumentale Genese. Damit ist das Instrument in der Hand des Lernenden mehr als nur das Artefakt, es umfasst auch die mentalen Vorstellungen und ist abhängig von der Aufgabe. Abb. 1 kann in einem Satz auf den Punkt gebracht werden: „The student´s thinking is shaped by the artifact, but also shapes the artifact.” (Hoyles & Noss, 2003, S. 339; Kieran & Drijvers, 2006, S. 207) Es ist festzuhalten, dass die Wechselbeziehungen der Trias Artifact, Mental Scheme und Type of Tasks (vgl. Abb. 1) theoretisch beschrieben und in verschiedenen Studien nahegelegt wurden (Rieß, 2018). Für die vorliegende Untersuchung wird davon ausgegangen, dass die Wechselbeziehungen auch in bilingualen Lernumgebungen existieren.

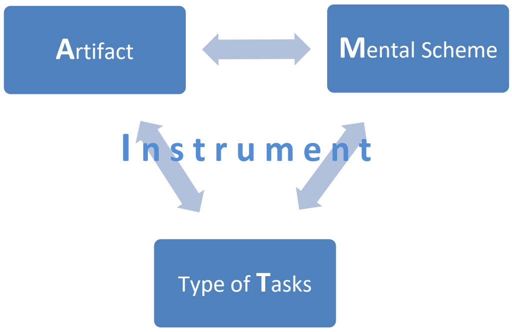

Abb. 1: Instrument: a triad of artifact, mental scheme and task. Beziehungsgefüge der Trias Artifact, Mental Scheme, Type of Tasks (Drijvers, 2004, S. 86).

Ein Teil der instrumentalen Genese ist die Beziehung zwischen Kognition und Artefakt (Verillon & Rabardel, 1995), die als Verbindungspunkte zwischen Kommunikation und Kultur fungieren kann. Das Modell der instrumentalen Genese fasst den Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Wissenskonstruktion (Rieß, 2018), der auch Ansatzpunkte für kulturelle Aspekte und Kommunikation liefert. Diese Ansatzpunkte sollen in den folgenden Abschnitten verfolgt werden.

2.2 Bilingualer Mathematikunterricht und CLIL

In einem Papier der Kultusministerkonferenz (2013, S. 3) wird bilingualer Unterricht als „Fachunterricht in den nicht-sprachlichen Fächern […], in dem überwiegend eine Fremdsprache für den Diskurs verwendet wird“ definiert. Bilingualer Sachfachunterricht bezieht sich auf ein Fach, indem z. B. über bilinguale Module phasenweise bilingual an fachlichen Inhalten gearbeitet wird. Diese Sequenzen können zeitlich variieren und nach Bedarf bzw. Initiative der Lehrkraft angepasst werden (KMK, 2013, S. 8 f.). Gesellschaftliche und technologische Veränderungen verstärken den Trend zur Ausweitung des bilingualen Unterrichts weltweit (Breidbach, 2007, S. 28). Für die europäischen Länder hat sich der Begriff des content and language integrated learning (CLIL) durchgesetzt, der die verschiedenen Ansätze und Konzepte begrifflich zusammenfasst (Bonnet, Breitbach & Hallet, 2009, S. 173). Daher schließt CLIL sämtliche bilinguale Lernumgebungen mit ein und hat einen breiteren Fokus als die reine Förderung der fremdsprachlichen Kompetenz. Lernenden sollen im CLIL sachfachliche, fächerübergreifende, methodische, kognitive und kommunikative Kompetenzen erwerben. Inhalt, Kommunikation und Wissen stehen im CLIL in besonderer Weise in einem Beziehungsdreieck. Kulturelle Aspekte beeinflussen das Beziehungsgefüge auf verschiedenen Ebenen (Coyle, Hood & Marsh, 2010, S. 41); einen Überblick über das s.g. 4C framework gibt Abb. 2. Für die vorliegende Untersuchung wird angenommen, dass die Wechselbeziehungen zwischen den Dimensionen Communication, Cognition und Content in beiden Lernumgebungen bestehen und belegt sind.

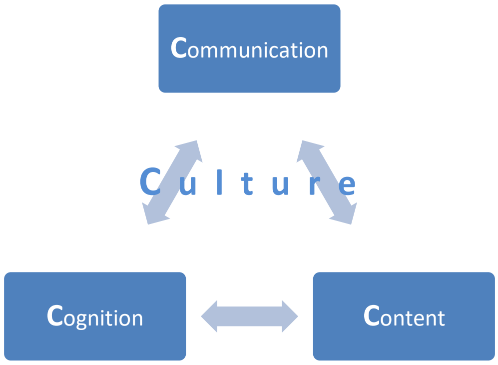

Abb. 2: 4C framework. Beziehungsgefüge der CLIL-Dimensionen Communication, Cognition, Content und Culture (Coyle et al., 2010, S. 41).

Die Arbeit an den deutschen Auslandsschulen wie z. B. der GISB zeigt, dass ein bilingualer Mathematikunterricht möglich und gewinnbringend ist (Küppers, 2013, S. 308). Die symbolische Darstellung von mathematischen Formeln und Sätzen unterstützt auch in der Fremdsprache das Verständnis von mathematischen Zusammenhängen. Das Verbalisieren der Formeln in der Fremdsprache kann zu einem tieferen Verständnis der Zusammenhänge beitragen (Küppers, 2013, S. 311 f.). Insbesondere der Wechsel zwischen den enaktiven, ikonischen und symbolischen Darstellungsformen, der im Fach Mathematik üblich ist, unterstützt das Arbeiten in bilingualen Lernumgebungen (Leisen, 2013, S. 156 f.). Die verschiedenen Darstellungsformen und insbesondere der Wechsel derer regt die Kommunikation an und damit ist der bilinguale Mathematikunterricht sogar zur Vorbereitung für weitere bilinguale Module in anderen Fächern geeignet.

Insofern ist die Dimension Culture des 4C framework für die bilingualen Lernumgebungen von großer Bedeutung. Schon die kulturellen Einflüsse in Bezug auf das mathematische Arbeiten und noch enger die Schulmathematik sind von einigen Autoren beschrieben worden: „Doing mathematics is different in different languages.“ Diese Aussage von Barwell (2003, S. 38) stellt eine Sichtweise dar, die Unterschiede in der Schulmathematik verschiedener Länder direkt mit der Sprache verknüpft. Es ist wichtig, dass Mathematik als universell verstanden werden kann (Rolka, 2004), allerdings kann das mathematische Arbeiten im Klassenzimmer, also „doing mathematics”, in verschiedenen Kulturen unterschiedlich sein. Darüber hinaus trägt die Berücksichtigung kultureller

Einflüsse dazu bei, die Probleme der Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht besser zu verstehen:

> However, positioning mathematics as culture-free and neutral reinforces the belief that the problem lies with the students or their families as opposed to with the curriculum, pedagogical choices, or the educational system. (Felton-Koestler & Koestler, 2017, S. 68)

Allgemein kann man sagen, je komplexer die mathematischen Themen sind, desto mehr verschwinden die sprachlichen oder kulturellen Unterschiede (Novotná & Moraová, 2005). Im schulischen Kontext kann man davon ausgehen, Unterschiede in der mathematischen Arbeit ausmachen zu können. Es ist interessant, wie mit diesen Unterschieden in einer bilingualen Lernumgebung umgegangen wird. Wenn sich der kulturelle Hintergrund der Lehrenden von denen der Lernenden unterscheidet, fällt es den Lehrkräften möglicherweise schwer, die Lernausgangslage der Lernenden richtig einzuschätzen (González, Andrade, Civil & Moll, 2001). Der Mathematikunterricht im Projekt MISTI GTL und an der GISB sind gute Beispiele für bilinguale mathematische Lernumgebungen. In beiden Lernumgebungen unterscheidet sich die Unterrichtssprache (Fremdsprache) von der Sprache, die von den Lernenden als erste Sprache erlernt wurde (Erstsprache). In beiden Fällen unterrichten die Lehrkräfte Mathematik in ihrer Erstsprache.

3. Ziele der Studie & Fragestellungen

In Anbetracht der dargestellten theoretischen Überlegungen kann zentral eine Forschungsfrage formuliert werden, die empirisch überprüft werden soll: **(F1) Können digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für die Fremdsprache in bilingualen Lernumgebungen fungieren und somit ein tieferes Verständnis für mathematische Inhalte fördern?**

Dabei wird unter dem Begriff digitales Mathematikwerkzeug, wie unter 2.1 definiert, ein spezielles digitales Medium verstanden, dessen primärer Zweck die Unterstützung des mathematischen Arbeitens ist. Aus dieser Begriffsdefinition leitet sich auch die Mittler-Funktion her. Das digitale Werkzeug wird (zunächst) im Rahmen der Studie als Mittler zwischen Lernenden und Inhalt aufgefasst (Rink & Walther, 2020). Entsprechend dem Studienrahmen bezieht sich die Fragestellung auf bilinguale Lernumgebungen. Konkret sind damit CLIL-Lernumgebungen gemeint, für die als theoretischer Bezugsrahmen das 4C framework herangezogen wird. Speziell die Dimension Communication des 4C framework bietet Anknüpfungspunkte in Hinblick auf die Interaktion der Lernenden mit digitalen Mathematikwerkzeugen innerhalb der Lernumgebungen. Wenn es zum Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen kommt, kann angenommen werden, dass die Prozesse der instrumentalen Genese erfolgen. In dieser Hinsicht wird der theoretische Zugang der instrumentalen Genese gewählt, um sich der Verständnisförderung auf Seiten der Lernenden zu nähern. Der Begriff des Artifacts wird im Rahmen dieser Studie im Sinne der instrumentalen Genese verwendet. Daher zielt F1 implizit auf die Wechselbeziehung zwischen Artifact und Communication-Dimension. Entsprechend der theoretischen Bezüge kann daher die Forschungsfrage 2 formuliert werden: **(F2) Finden sich in bilingualen Lernumgebungen in denen digitale Mathematikwerkzeuge eingesetzt werden Belege für eine Verbindungen zwischen dem Artifact im Sinne der instrumentalen Genese und der Dimension Communication des 4C framework?**

Für die bilingualen Lernumgebungen, welche dem CLIL-Konzept zuzuordnen sind, ist das 4C framework von hoher Relevanz. Neben der benannten Dimension Communication ist auch die Dimension Culture immanent. Von Bedeutung sind daher kulturelle Unterschiede aus den beiden Kulturkreisen, die in den konkreten bilingualen Lernumgebungen aufeinandertreffen. Für die exemplarisch untersuchten Lernumgebungen (MISTI GTL und GISB) sollen die kulturellen Unterschiede auf das mathematische Arbeiten im Unterricht (genauer die Schulmathematik) begrenzt werden. Daher soll einer weiteren Fragestellung im Rahmen der Studie nachgegangen werden: **(F3) Gibt es Unterschiede zwischen der US-amerikanisch- und deutschsprachigen (Schul-) Mathematik und sind diese relevant für bilinguale mathematische Lernumgebungen?**

Die Auseinandersetzung mit den drei Forschungsfragen führt zu einer Verknüpfung der theoretischen Modelle. Für die beiden Lernumgebungen kann die instrumentale Genese mit dem 4C framework in Verbindung gebracht werden. Eine mögliche theoretische Brücke soll vor dem Hintergrund der Ergebnisse der empirischen Studie kritisch diskutiert werden. Wie in den theoretischen Überlegungen dargelegt, wird angenommen, dass die insgesamt sechs Wechselbeziehungen der instrumentalen Genese und des 4C framework im bilingualen Mathematikunterricht, indem digitale Werkzeuge eingesetzt werden, bestehen. Die Studie zielt entsprechend der Fragestellung F2 darauf ab, die Wechselbeziehung des Artifacts (instrumentale Genese) und der Dimension Communication (4C framework) zu untersuchen. Das digitale Mathematikwerkzeug übernimmt an dieser Stelle die Funktion als Mittler für die Fremdsprache, wie es in der Fragestellung F1 formuliert ist. Die Bedeutung der Dimension Culture für das 4C framework im US-amerikanisch-deutschen Kontext wird durch Fragestellung F3 untersucht.

Den formulierten Fragestellungen wird innerhalb zweier bilingualer Lernumgebungen, die dem CLIL-Konzept zuzuordnen sind und in denen vergleichbare digitale Mathematikwerkzeuge eingesetzt werden, nachgegangen. Der Geltungsbereich der Aussagen der Studie kann sich daher nur auf ähnliche bilinguale Lernumgebungen beziehen. Damit sind Lernumgebungen gemeint, in denen US-Amerikanisch und Deutsch als Sprachen und digitale Mathematikwerkzeuge wie z. B. GeoGebra verwendet werden. Auch wenn die theoretischen Grundlagen und die daraus abgeleiteten Fragestellungen (speziell F2) einen weiteren interpretativen Kontext eröffnen könnten, wird dieser durch die Rahmenbedingungen der Studie eingegrenzt.

4. Rahmenbedingungen der Studie

Um den formulierten Forschungsfragen nachgehen zu können, konnte eine empirische Untersuchung in zwei bilingualen Lernumgebungen durchgeführt werden. Sowohl das MISTI GTL als auch die GISB zeichnen sich durch besondere organisatorische und institutionelle Rahmenbedingungen aus, die im Studiendesign berücksichtigt werden mussten. In beiden bilingualen Lernumgebungen kommen digitale Mathematikwerkzeuge zum Einsatz. Dies liegt zum einen in den Lehrplänen begründet, an denen sich orientiert wird (z. B. TMBJS, 2018). Zum anderen sind die Lehrkräfte jung, motiviert und technikinteressiert (vgl. Tab. 1). Die Lernenden arbeiten mit digitalen Mathematikwerkzeugen wie z. B. dynamischer Geometriesoftware, Tabellenkalkulationssoftware und Computeralgebra-Systemen. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Prozesse Instrumentation und Instrumentalisation in beiden Lernumgebungen auf Seiten der Lernenden während der Verwendung der digitalen Mathematikwerkzeuge ablaufen. Sowohl der Mathematikunterricht im Rahmen des MISTI GTL als auch an der GISB sind dem CLIL-Konzept zuzuordnen. Das 4C framework ist für beide Lernumgebungen adäquat, um das Beziehungsgefüge zwischen den CLIL-Dimensionen zu beschreiben (vgl. Abb. 2). Neben den spezifischen institutionellen und organisatorischen Rahmenbedingungen, sind auch die kulturellen Kontexte der US-amerikanischen und deutschen Schulmathematik zu beachten.

4.1 US-amerikanisch- und deutschsprachiger Mathematikunterricht

Die US-amerikanische und die deutsche Mathematikausbildung zeichnen sich durch kulturelle Spezifika aus, die regional und kontextabhängig stark variieren können. Daher ist es schwierig, Verallgemeinerungen vorzunehmen. Erstens kann man nicht klar definieren, was einen deutschsprachigen Mathematikunterricht ausmacht. Unterschiede zwischen den 16 Bundesländern mit ihren jeweiligen Bildungssystemen sind vorhanden und empirisch belegt, wie der INSM-Bildungsmonitor zeigt (Anger, Plünnecke & Schüler, 2018). Darüber hinaus ist die Unterrichtssprache an österreichischen und vielen Schweizer Schulen ebenso Deutsch. In den USA gibt es genauso wenig ein homogenes Bild des US-amerikanischen Mathematikunterrichts. Die 50 Staaten unterscheiden sich in ihren Bildungssystemen. Vergleiche in Form von Ratings und Rankings sind üblich. Beispielsweise wird das Bildungssystem des Staates Massachusetts in den USA als das beste angesehen (Trimble, 2018). Trotz der Schwierigkeiten mit einer abgrenzenden Definition können einige Beobachtungen zum Mathematikunterricht in den USA formuliert werden, ohne den Anspruch einer Verallgemeinerung zu verfolgen.

Bereits 1913 brachte der US-amerikanische Mathematiker Jourdain seine Erwartungen an die Verständlichkeit mathematischer Theorien und Sachverhalte mit den Worten zum Ausdruck:

> [...] he was never satisfied with his knowledge of a mathematical theory until he could explain it to the next man in the street. (Jourdain, 2007, S. 1)

Das schließt zwei Sichtweisen ein, die ein gewisses Spannungsfeld ausmachen. Zum einen kann jeder (Lernende) erwarten, dass Mathematik in „einfachen Worten" erklärt wird. Zum anderen kann eine mathematische Theorie jedoch nicht beliebig vereinfacht werden, bis sie nur für Spezialfälle gilt. Das würde die Aussagekraft zu sehr schmälern (Jourdain, 2007). Mathematiklehrkräfte bewegen sich zwischen diesen beiden Sichtweisen. Es ist interessant zu sehen, wo die Prioritäten gesetzt werden.

In der Lehrerausbildung ist es wichtig, sich auf die Herausforderungen des Unterrichts vorzubereiten. Einige Autoren unterstreichen die Unmöglichkeit allgemeiner Lösungen für bestimmte Lernsituationen:

> We are highly aware that there are no two teachers exactly alike and that no one solution fits all circumstances. (Breux & Whitaker, 2015, S. xii)

Dennoch fühlen sich z. B. Breux & Whitaker (2015) in der Lage, 60 einfache Antworten auf (allgemeine) Probleme im Unterricht anzubieten. Dieser pragmatische Ansatz ist vorteilhaft für junge Lehrkräfte, die noch wenig eigene Unterrichtserfahrungen gesammelt haben. Weiterhin gehen einige US-amerikanische Kollegen (evtl. eine größere Anzahl als unter deutschen Lehrkräften) davon aus, dass mathematische Leistungen in Multiple-Choice-Tests gut erfasst und gemessen werden können. Die Ergebnisse in standardisierten Abschlussprüfungen mit thematisch einheitlichen, kompakten Aufgaben („Items“) bestimmen die Schulkarriere von der Mittel- und Oberstufe bis zur Universität. Der Mathematikunterricht berücksichtigt demnach die Vorbereitung auf standardisierte Tests im besonderen Maße (Hyun, 2006; Kaplan, 2009). Interessant ist dabei, dass Elementargeometrie in der gesamten Ausbildung anscheinend thematisch präsent ist und elementargeometrische Problemstellungen in allen Klassenstufen behandelt werden. So jedenfalls legen es entsprechende Unterrichtsmaterialien nahe (Balley, 2012; Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel & Phillips, 2009).

Diese Beobachtungen vermitteln einen ersten (unvollständigen) Eindruck von dem Umfeld in dem sich US-amerikanische und deutsche Lehrkräfte bewegen. Entscheiden sich die Lehrkräfte in bilingualen Lernumgebungen tätig zu werden, sehen sie sich mit besonderen Herausforderungen aufgrund des unterschiedlichen pädagogisch-kulturellen Backgrounds (Felton-Koestler & Koestler 2017, S. 68) konfrontiert. Für die vorliegende Studie werden beide Fälle im Sinne des CLIL betrachtet. Im Projekt MISTI GTL unterrichten US-amerikanische Lehrkräfte deutschsprachige Lernende und an der GISB werden deutschsprachige Lehrkräfte im Fachunterricht tätig.

4.2 MISTI GTL Germany

Im Januar 2019 besuchten 43 Studentinnen und Studenten des Massachusetts Institute of Technology (MIT) Deutschland im Rahmen des Austauschprogramms MISTI GTL Germany, um mit deutschen Lernenden im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht an Schulen in Deutschland zusammenzuarbeiten. Dabei begeisterten die Studierenden die Schülerinnen und Schüler für ihre mathematisch-naturwissenschaftlichen Forschungsgebiete und lieferten viele wichtige Anregungen für den Lernprozess. Die Teilnahme am GTL-Programm bildete die Grundlage für die Zusammenarbeit der Schulen in Deutschland mit den MIT Science and Technology Initiatives (MISTI). Ziel des Projekts ist es, aktuelle MINT-Forschungsergebnisse für Lernende didaktisch aufzubereiten. Die eingegangenen Kooperationen werden in den folgenden Jahren fortgesetzt. Die US-amerikanisch-deutschen Lernumgebungen im Rahmen des Projekts MISTI GTL entsprechen einem bilingualen Mathematikunterricht im Sinne des CLIL. Dabei haben die bilingualen Lernumgebungen modularen Charakter (TMBJS, 2018). Entsprechend der jeweiligen Basisdokumente kommen digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. GeoGebra) in den Lernumgebungen regulär zum Einsatz.

4.3 GISB

Die German School wurde 2001 in Boston von einer Gruppe aus deutschsprachigen Eltern und Lehrkräften gegründet. Der Eröffnung ging eine vierjährige Planungs- und Organisationsphase voraus. Da die Schule Schülerinnen und Schüler verschiedener Nationalitäten vereint und sich dem Multikulturalismus verschrieben hat, wurde der Name zu German International School Boston ergänzt. In den letzten Jahren hat die Anzahl der Anmeldungen kontinuierlich zugenommen und der Campus wurde systematisch erweitert. Derzeit hat die GISB ca. 300 Schülerinnen und Schüler von der Vorschule bis zur zwölften Klasse. Seit 2013 haben erfolgreiche Absolventen der Schule sowohl das Massachusetts High School Diploma als auch das German International High School Diploma, welches äquivalent zum deutschen Abitur ist, erhalten. Absolventinnen und Absolventen der Schule können in den USA und in Deutschland bzw. der EU studieren.

Auch der bilinguale Mathematikunterricht an der GISB ist dem CLIL zuzuordnen und orientiert sich neben den lokalen Lehrplänen auch an dem Thüringer Lehrplan (TMBJS, 2018), was für eine deutsche Auslandschule üblich ist. Entsprechend dem Thüringer Lehrplan ist der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. GeoGebra) ein integraler Bestandteil des Unterrichts. Damit hat der bilinguale Mathematikunterricht im Rahmen des MIST GTL und an der GISB vergleichbare didaktische Eckpunkte.

5. Qualitativer Studienteil

Um den aufgestellten Forschungsfragen empirisch nachgehen zu können, wurde ein zweiphasiges Mixed-Method-Design gewählt. In der ersten qualitativen Phase sollten Hypothesen generiert und in der zweiten quantitativen Phase überprüft bzw. weiterentwickelt werden (vgl. Abb. 3). Grundlegend hat die Studie einen explorativen Charakter.

Entsprechend der Forschungsfragen sollte die Beziehung des Artifacts (instrumentale Genese) und der Dimension Communication in den Fokus genommen werden (vgl. F1 bzw. F2). Dem 4C framework folgend, muss auch die Dimension Culture Beachtung finden und kulturell bedingte Unterschiede des Mathematikunterrichts betrachtet werden (vgl. F3). Daher zielte die Auswahl der Methodik bzw. die Entwicklung der zugehörigen Erhebungsinstrumente auf die drei eben genannten theoretischen Begriffe und der Wechselbeziehung zwischen Artifact und Communication-Dimension ab.

Die Operationalisierung der drei Begriffe und der Wechselbeziehung erfolgte in dem Dreischritt (1) Identifizierung von Unterschieden, (2) Bestimmung deren Relevanz für den Unterricht und (3) Bedeutung für den Werkzeugeinsatz (Wechselbeziehung Artifact und Dimension Communication). Der zweite Operationalisierungsschritt bezieht sich auf die 4C Dimension Culture und beinhaltet auch die Behandlung sprachlicher Besonderheiten z.°B. in Hinblick auf intendierte Begriffsinhalte. Diese werden in den Beispielen (vgl. Kapitel 5.2) vorgestellt und anschließend (vgl. Kapitel 7) diskutiert.

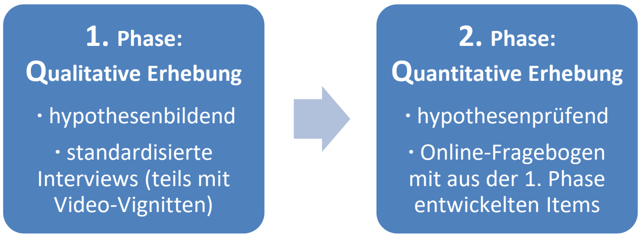

Abb. 3: Generelles Studiendesign: Zweiphasiges Mixed-Method-Design mit explorativem Charakter zur Generierung und Weiterentwicklung von Hypothesen entsprechend der Forschungsfragen.

5.1 Methodik der qualitativen Erhebung

Die erste Studienphase hatte explorativen Charakter und umfasste im Wesentlichen qualitative Instrumente wie z. B. standardisierte Interviews. Geleitet von den formulierten Forschungsfragen wurde die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) als Vorgehensweise für diese Phase gewählt. Das Ausgangsmaterial für die Analyse wurde in den unter 4.2 und 4.3 beschriebenen bilingualen Lernumgebungen erhoben. An dieser Stelle sei daher auf die beschriebenen Rahmenbedingungen verwiesen. Im Folgenden wird das Beispielmaterial konkretisiert, aus dem das Analysematerial hervorging.

Befragt wurden insgesamt neun US-amerikanische und deutsche Lehrkräfte mithilfe eines standardisierten Interviewleitfadens (Szücs & Müller, 2013). Die Lehrenden des Projektes MISTI GTL konnten anhand von Videovignetten über ihre eigenen Aktionen im Unterricht nachdenken, denn ihre Lehraktivität wurde von einer Kamera begleitet. Die Auswertung im Rahmen einer interpretativen Videoanalyse erfolgte nach Knoblauch, Schnettler & Tuma (2010). Daher wurde für jede Videovignette ein deskriptiver Fallbericht ohne inhaltliche Deutung hinsichtlich der jeweiligen Aktivitäten und des Medieneinsatzes angefertigt. Fünf Lehrkräfte der GISB und vier Lehrkräfte des MISTI GTL nahmen an der Interviewstudie teil. Die Transkription der Interviews und Videoaufnahmen erfolgte standardisiert nach festen Vorgaben (Kuckartz, Dresing, Rädiker & Stefer, 2008). So wurde jeder akustische Wechsel und die vom Sprechenden abgrenzbaren Nebengeräusche mit einer Zeitmarke versehen sowie unverständliche Stellen mit (unv.) gekennzeichnet. Im Video genannte Namen wurden wegen der notwendigen Anonymisierung mit (Name) transkribiert. Vermutungen wurden in Klammern notiert und mit einem Fragezeichen versehen. Die Transkripte wurden mit dem Programm f4transkript angefertigt. Die Videovignetten wurden anonymisiert, indem zufällig und nichtnachvollziehbare Label (z. B. V_I-1) als Bezeichnung der Dateien ausgewählt wurden.

Die Bestimmung des Analysematerials erfolgte durch die begründete Reduzierung des Beispielmaterials. Bei dieser Studie wurde das Beispielmaterial äußert geringfügig reduziert, da alle neun Transkripte analysefähige Informationen enthalten. Es sind lediglich unverständliche Abschnitte ausgeschlossen worden, wenn z. B. Zwischenrufe längere Zeit dominierten oder die Aufnahmen unterbrochen wurden. Damit standen für die Analyse neun Interview-Transkripte und vier Video-Transkripte zur Verfügung. Die Analyse innerhalb der ersten Phase hatte das Ziel der Hypothesenbildung und orientierte sich an qualitativen Verfahren. Daher wurde auf Grundlage der Video- und Interview-Transkripte ein induktives inhaltsanalytisches Kategoriensystem gebildet. Unter induktiver Kategorienbildung versteht man die Entwicklung eines Kategoriensystems in einem systematischen Reduktionsprozessen aus dem Material heraus (Mayring, 2000). Diese Verfahrensweise wurde zur zusammenfassenden Inhaltsanalyse weiterentwickelt (Mayring, 2010) und ist bestimmend für die erste Studienphase dieser Untersuchung. Für alle Kategorien sind zwei Ausprägungen (Codierung 0 und 1) im Kodierleitfaden vorgesehen, dabei bildet die Ausprägung 1 das Auftreten der jeweiligen Kategorie ab. Es wurde darauf geachtet, dass nur solche Kategorien und Ausprägungen gebildet wurden, die in dem Analysematerial beobachtbar sind. Aus dem Kodierleitfaden waren neben der Zuordnung der Kategorien die jeweiligen Ausprägungen mit den dazugehörigen Definitionen sowie die zugeordneten Ankerbeispiele ersichtlich (vgl. Tab. 6).

Das entwickelte Kategoriensystem zur Auswertung der Video-Transkripte zielte auf die Bestimmung der für den bilingualen Unterricht relevanten Unterschiede ab und umfasst fünf Kategorien (IK1: Mathematisieren, IK2: (fremd-)sprachliche Besonderheiten, IK3: mathematische Symbole und Notation, IK4: digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für die (Fremd)-Sprache, IK5: digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für mathematische Inhalte). Auf der Grundlage der Interview-Transkripte konnten die Kategorien IK1 und IK3 als DK1 und DK2 bestätigt werden. Die Kategorie IK2 konnte durch verfeinerte Unterkategorien ausgeschärft werden (DK3: traditionelle Vereinbarungen, DK4: Fachtermini, DK5: Wortgebrauch bei mathematischen Bezeichnungen, DK6: linguistische Interferenz, DK7: Mehrdeutigkeit mathematischer Fachbegriffe, DK8: Sprachtypische mathematische Fachbegriffe). Die Kategorien IK4 und 5 konnten direkt bestätigt und übernommen werden. In diesem Sinne handelt es sich um eine induktiv-deduktiven Kontrolle innerhalb der ersten Studienphase. Auf Grundlage des entwickelten Kategoriensystems konnten alle Transkripte mittels Kodierleitfäden gesichtet und analysiert werden. Eine Übersicht über alle Kategorien mit Definitionen, Kodierung mit Ausprägung und Ankerbeispielen liefert Tab. 6 im Anhang.

Als Kodier-Beispiel für eine Reflexion des eigenen Unterrichts einer Lehrperson im Projekt MISTI GTL sei die Interviewsequenz (MIT_GTL_V_I-1) angeführt. Darin wird die Handhabung des CAS-Befehls *nCr* zur Berechnung des Binomialkoeffizienten erläutert (Müller, 2018, S. 1281):

> I: Are there differences in notation?
>
> S: [...] One of the small ones I noticed was for / I like / If you say n choose 3, I think that is n over 3, but we say n choose 3. N over 3 would be divided by.
>
> (05:55-06:15)
>
> […]
>
> I: Do you think the use of the calculator was a help for you in these lessons?
>
> S: Yes, sometimes. Maybe, one of the difficult things was the problem n choose 3 I mentioned. One of the students had a different calculator, but we could do it in one way. We used the same command. We didn´t need to do it in different ways on different systems. // Or, Yeah, we wouldn´t know how to do // We knew how to do it by hand, but to get to the place how to do it with the calculator was difficult. The command is close to the English term. That was helpful. // It is a very useful tool for this topic.
>
> (11:33-12:35)

Der obere Teil der Interviewsequenz (05:55-06:15) ist ein Ankerbeispiel für die Kategorie IK2 (fremd-)sprachliche Besonderheiten mit positiver Kodierung (Ausprägung) 1, denn es entspricht insbesondere der Definition der Kategorie IK2 als sprachliche Besonderheit im Sinne des Wortgebrauchs mathematischer Bezeichnungen (vgl. Tab. 6). Die sprachliche Besonderheit liegt in der unterschiedlichen Bedeutung des *über (over)*, denn als mathematische Bezeichnung meint *n über 3* im Deutschen einen Binomialkoeffizienten und *n over 3* einen Bruch im Englischen. Der untere Teil der Interviewsequenz (11:33-12:35) ist ein Ankerbeispiel für die Kategorie IK4 digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für die (Fremd)-Sprache mit positiver Kodierung (Ausprägung) 1, da es der Definition der Kategorie als Beispiel für die Erschließung (fremd-)sprachlicher Inhalte mittels digitalen Mathematikwerkzeugs entspricht. So geht aus dem Beispiel hervor, dass die Verwendung des Befehls (des digitalen Mathematikwerkzeugs) hilft mit der sprachlichen Besonderheit der unterschiedlichen Verwendung des *über (over)* in den beiden Sprachen umzugehen.

Als Kodier-Beispiel für ein Interview mit einer Lehrkraft der GISB sei folgende Sequenz genannt (GISB_V_I-5):

> I: (..) Sind jetzt auch vielleicht Unterschiede aufgetreten, wie die Schüler an die Mathematik herangehen, wie sie Mathematikaufgaben berechnen als du es vielleicht von Haus aus gewohnt bist? Ja, was hast du da / Hast du da ein, zwei Beispiele oder / für mich, nur stichpunktartig.
>
> B: Also zum Beispiel bei der Division (.), die (.) / Es gibt ja unterschiedliche Wege, wie man dividiert und wie man multipliziert. Ich hab im amerikanischen Schulsystem in der Grundschule gearbeitet. Die haben zum Beispiel bei der Multiplikation ganz unterschiedliche Herangehensweisen gehabt. Oder sie haben unterschiedliche Wege den Kindern beigebracht. Eins war die Bow-Tie-Method, ja, also Bow-Tie, das geht so überkreuz. Eine hieß die Lattice-Method, also die Salat-Methode. Das war dann eigentlich so ein Gerüst oder wie so ein (unv.) (..). Und (..) die Schreibweise, zum Beispiel, dass du bei Mal-Nehmen, dass du den Punkt hast als Symbol / die Symbole / die mathematischen Symbole sind anders. Und bei / in Amerika hast du auch das Kreuz als Mal, wie beim Taschenrechner, bei den amerikanischen Taschenrechnern. (..) Zum Beispiel (..) / Also, dass die Kinder dann auf so eine Aufgabe schauen und sie sehen den Punkt, also hier, und sie wissen eigentlich überhaupt nicht, was damit gemeint ist.
>
> I: //Das kann passieren ja.//
>
> B: //Was ist denn dieser Punkt?// Das kann passieren. Was ist das denn? Dann sage ich, na ja, das ist Mal-Nehmen.
>
> I: Mit dem Kreuz wissen sie es dann.
>
> B: Mit dem Kreuz wissen sie es dann.
>
> (13:36-15:09)

Der obere Teil der Interviewsequenz (Zeile 7-16; 13:36-15:09) ist ein Ankerbeispiel für die Kategorie DK1 Mathematisieren mit positiver Kodierung (Ausprägung) 1, da es auf die Kategoriendefinition des mathematischen Arbeitens mit mathematischen Definitionen und Verfahren zutrifft (vgl. Tab. 6). Die Beschreibung unterschiedlicher Verfahren der schriftlichen Division und Multiplikation zielt auf schulspezifische mathematische Arbeitsweisen. Der mittlere Teil der Sequenz (Zeile 17-21; 13:36-15:09) steht als

Ankerbeispiel für die Kategorie DK2 Notation mit positiver Kodierung (Ausprägung) 1, da die Kategoriendefinition als symbolische Verschriftlichung mathematischer Begriffe oder Konzepte erfüllt ist (vgl. Tab. 6). Die unterschiedlichen Symbole stehen im schulischen Kontext für dieselbe binäre Operation der Multiplikation. Der untere Teil der Sequenz stellt ein weiteres Beispiel für die Kategorie IK4 digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für die (Fremd)-Sprache mit positiver Kodierung (Ausprägung) 1 dar, da sie der Definition der Kategorie als Beispiel für die Erschließung (fremd-) sprachlicher Inhalte mittels digitalen Mathematikwerkzeugs entspricht (vgl. Tab. 6). Die Verwendung der unterschiedlichen Symbolik (aufgrund des digitalen Mathematikwerkzeugs) sensibilisiert die Lernenden für die Unterscheidung in der Notation.

Auf Grundlage der entwickelten Kategorien und deren Ankerbeispielen konnten alle Transkripte mittels Kodierleitfäden gesichtet und analysiert werden. Eine Übersicht über alle Kategorien mit Definitionen, Kodierung mit Ausprägung und Ankerbeispielen liefert Tab. 6 im Anhang. In Bezug auf die aufgestellten Forschungsfragen F1 bis F3 sind die beschriebenen Kategorien erschöpfend, um entsprechend den Zielen der Studienphase Hypothesen zu formulieren (vgl. Abb. 3, vgl. Abschnitt 5.2). An dieser Stelle sei allerdings angemerkt, dass bei dem zur Analyse der neun Interview-Transkripte und vier Video-Transkripte erarbeiteten Kategoriensystem nicht von einer Sättigung ausgegangen werden kann. Ähnlich wie bei IK2 ist erwartbar, dass insbesondere die Kategorien IK4 und IK5 verfeinert werden könnten. Es wäre zu vermuten, dass detailliert alle zu erwartenden Wechselbeziehungen zwischen der instrumentalen Genese und den Dimensionen des 4C frameworks erfassten werden könnten. Dies stand allerdings nicht im Fokus der Untersuchung, da sich F2 folgend auf die Wechselbeziehung Artifact und Dimension Communication spezialisiert wurde.

5.2 Ergebnisse der qualitativen Erhebung

Das erarbeitete Kategoriensystem (vgl. Tab. 6 im Anhang) ermöglichte die Analyse der transkribierten Daten. Die so gewonnen Ergebnisse können Antworten auf die eingangs gestellten Forschungsfragen geben. In Bezug auf F3 kann festgehalten werden, dass in den ausgewerteten Daten dreizehn Unterschiede zwischen der US-amerikanisch- und der deutschsprachigen Schulmathematik ausgemacht werden konnten, die von mindestens zwei der interviewten Lehrkräfte unabhängig voneinander genannt wurden:

i. Gebrauch von Punkt & Komma (DK2, IK3)
ii. Symbol für die Multiplikation (DK2, IK3)
iii. Handzeichen Zwei (DK3, IK2)
iv. Symbol für den rechten Winkel (DK2, IK3)
v. Bezeichnung zum allgemeinen Viereck (DK4, IK2)
vi. Markierungen der Koordinatenachsen (DK3, IK2)
vii. Umgangssprachliche Bezeichnung für Brüche (DK5, IK2)
viii. Koeffizienten in der Lösungsdarstellung quadratischer Gleichungen (DK3, IK2)
ix. Terme in der Lösungsdarstellung quadratischer Gleichungen (DK3, IK2)
x. Definitionsbereich der Wurzelfunktionen (DK1, IK1)
xi. Standardintervalle periodischer Funktionen (DK1, IK1)
xii. Umgangssprachliche Bezeichnung Binomialkoeffizient (DK5, IK2)
xiii. Symbol für Vektorklammern (DK2, IK3)

Ordnet man die vorliegenden Beispiele den Inhaltsbereichen der Jahrgangsstufen zu, so fällt auf, dass sich mehr Beispiele in der Primarstufe und den frühen Jahrgängen der Sekundarstufe ausfindig machen lassen als in den höheren Jahrgängen der Sekundarstufen. F3 kann daher in einer Hypothese 3.1 konkretisiert werden: **(H3.1) Je abstrakter die Schulmathematik desto weniger Unterschiede lassen sich zwischen den USA und Deutschland ausmachen.** Alle gefunden Beispiele lassen sich in mindestens einem Inhaltsbereich der Schulmathematik verorten. Daher lässt sich eine weitere Hypothese in Bezug auf F3 formulieren: **(H3.2) Auszumachende Unterschiede sind relevant für bilinguale mathematische Lernumgebungen.**

Vor dem Hintergrund ausgemachter Unterschiede lassen sich auch Aussagen zu F1 und F2 treffen. So ist die unterschiedliche Verwendung von Punkt und Komma (Unterschied i.) bedeutend bei der Arbeit mit einem digitalen Mathematikwerkzeug und kann zur tieferen Reflexion über sprachliche und mathematische Konventionen anregen. Dieser Aspekt muss z. B. bei der Eingabe (vgl. Abb. 4) berücksichtigt werden. Das betrifft neben der Dimension Culture auch die anderen vier Dimensionen des 4C framework in beiden bilingualen Lernumgebungen.

Abb. 4: Ausgabe eines digitalen Mathematikwerkzeuges zur Eingabe von 0,5. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

An einer weiteren Stelle wird die Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge als Mittler für die Lernenden auch haptisch bedeutend. Bei den meisten Rechnern und Taschenrechnern wird das Kreuz als Symbol für die Multiplikations-Taste verwendet (Unterschied ii.). Mit der Verwendung der Taste tritt das Werkzeug zunächst als Artifact in Erscheinung. Die unterschiedlichen Symbole sind als ein Beleg für den kulturellen Einfluss (Dimension Culture) zu werten. Eine tiefere Auseinandersetzung auf Seiten der Lernenden mit den beiden Symbolen, unterstützt die instrumentale Genese. Die Lernenden lernen zu unterscheiden, wann welches Symbol adäquat verwendet wird. Dies eröffnet die Beziehung zu der Dimension Communication des 4C framework. Dieses Beispiel wird in den folgenden Abschnitten weiter vertieft und steht exemplarisch für die Entwicklung eines Items des Erhebungsinstruments für die quantitative Erhebung.

Eine interessante Tatsache besteht darin, dass die interviewten US-amerikanischen Lehrkräfte scheinbar eine besondere Art haben, geometrische Grundfiguren (*triangle*, *quadrilateral*, *pentagon* usw.) zu benennen und zu ordnen (Unterschied v.). Im Deutschen ist es selbstverständlich, die Ecken zu zählen: Dreieck, Viereck, Fünfeck, usw. Die US-amerikanischen (bzw. englischen) Begriffe zielen beim Dreieck auf die Anzahl der Winkel, beim Viereck auf die Anzahl der Seiten und beim Fünfeck auf die Anzahl der Ecken ab. Zudem ist es eine Mischung aus lateinischen und altgriechischen Lehnwörtern. Damit wirken diese Bezeichnungen inkonsistenter als die deutsche Nomenklatur. Insbesondere in bilingualen Lernumgebungen kann die Benennung des Vierecks problematisch sein, da Schwierigkeiten beim Finden der richtigen geometrischen Figur bzw. deren Bezeichnung bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge auftreten können. An diesem Beispiel konkretisiert sich der gewählte theoretische Zugang zur Studie. Der ausgemachte Unterschied ist von Relevanz für bilinguale Lernumgebungen, damit wird der Einfluss der Dimension Culture des 4C framework besonders deutlich. Außerdem besteht ein Einfluss auf den Werkzeugeinsatz; an dieser Stelle wird die Funktion der digitalen Werkzeuge als Mittler sichtbar. Die Lernenden können die Spracheinstellung der Werkzeuge wechseln und sich die Bezeichnungen in der Fremdsprache anzeigen lassen (vgl. Abb. 5). Ein Vergleich mit der Erstsprache ermöglicht ein tieferes Verständnis erstens für die Sprache und zweitens für die Mathematik, denn wie oben beschrieben, ändert sich die Zähl- bzw. Ordnungsweise. Das ermöglicht die instrumentale Genese auf Seiten der Lernenden. Das Werkzeug tritt dabei als Mittler auf und eröffnet dabei eine Wechselbeziehung zwischen Artifact und der Dimension Communication.

Neben unterschiedlichen Symbolen scheinen auch unterschiedliche Traditionen in der Darstellung von Termen zu bestehen. So sind die interviewten US-amerikanischen Lehrkräfte mit der finalen Darstellung der Lösungen quadratischer Gleichungen in Form eines Quotienten-Terms vertraut.

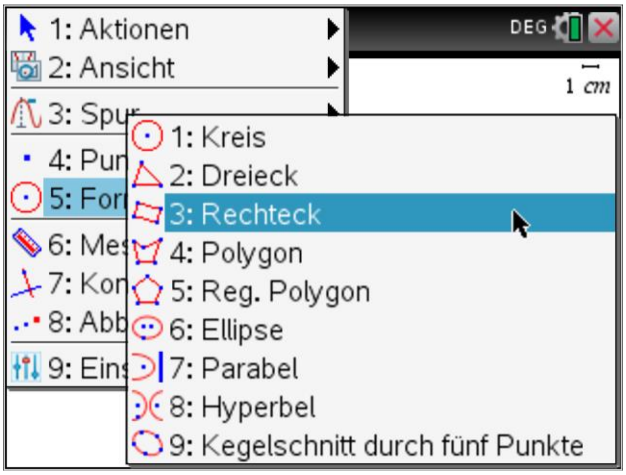

Abb. 5: Ausgabe eines digitalen Mathematikwerkzeuges mit Bezeichnungen von Vierecken. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

Die interviewten deutschsprachigen Lehrkräfte tendieren zur Verwendung von Termen in Form von Summen als Angabe für die Lösungen quadratischer Gleichungen (Unterschied ix.). Auch an dieser Stelle zeigt sich der kulturelle Einfluss (Dimension Culture) auf die bilingualen Lernumgebungen und den Werkzeugeinsatz, was die Beziehung zwischen dem Artifact und der Dimension Communication aufzeigt. Digitale Mathematikwerkzeuge können eine Mittler-Funktion einnehmen, denn in den Bibliotheken sind die entsprechenden Lösungsformeln hinterlegt (vgl. Abb. 6).

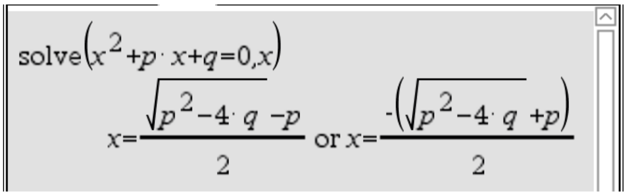

Abb. 6: Ausgabe eines digitalen Mathematikwerkzeuges zur allgemeinen Lösung quadratischer Gleichungen in Normalform. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

Rufen die Lernenden diese Formeln auf (Verwendung des Artifacts) und vergleichen sie mit den im Unterricht behandelten Formeln kann es zu Synergie-Effekten für die sprachlichen Kompetenzen (Dimension Communication) und dem mathematischen Verständnis (Teil der Trias der instrumentalen Genese) kommen. Auch diese Beobachtung unterstützt die Annahme der Einwirkung der Dimension Culture auf die Wechselbeziehung zwischen dem Artifact und der Dimension Communication. Die Mittler-Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge im bilingualen Unterricht wird an diesem Beispiel illustriert.

Ein Vergleich des Plots des Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ (vgl. Abb. 7) mit den im Unterricht verwendeten Definitionen (Unterschied x.) kann ein Ausgangspunkt für die (fortschreitende) instrumentale Genese sein. Denn zunächst wird das Werkzeug während der Betrachtung als Artifact genutzt, während der Auseinandersetzung mit den (unterschiedlichen) mathematischen Definitionen werden die Beziehung zu den Dimensionen Culture und Communication hergestellt. Die Wechselbeziehung zwischen den Dimensionen des 4C framework und der instrumentalen Genese liegt für die beiden betrachteten bilingualen Lernumgebungen nahe. Auch dieses Beispiel wird in den folgenden Abschnitten erneut aufgegriffen und vertieft.

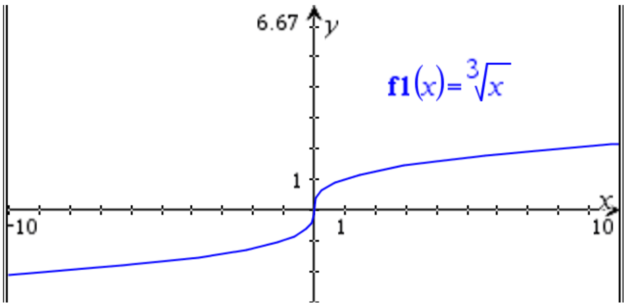

Abb. 7: Plot des Graphens der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

Die vorgestellten fünf Unterschiede (i., ii., v., ix., x.,) und die daran erarbeiteten Bezüge zu den Dimensionen der instrumentalen Genese und dem 4C framework sowie der sich darstellenden Wechselbeziehungen dieser Dimensionen lassen in Bezug auf F2 die folgende Hypothese formulieren: **(H2) Im Sinne der instrumentalen Genese und dem 4C framework manifestiert sich die Mittler-Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge in der Wechselbeziehung zwischen Artifact und Communication-Dimension**.

Die fünf genannten Beispiele weisen weiterhin darauf hin, dass die digitalen Mathematikwerkzeuge im Sinne der beiden Theorien eine Verbindung zwischen dem Artifact und der Dimension Communication ermöglichen und somit eine wichtige Wechselbeziehung zwischen der instrumentalen Genese und dem 4C framework unterstützen. Die Mittler-Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge konkretisiert sich an dieser Stelle und in Bezug auf F1 lässt sich die Hypothese aufstellen: **(H1) Digitale Mathematikwerkzeuge können Mittler für die Fremdsprache sein und ein tieferes Verständnis mathematischer Inhalte fördern.**

6. Quantitativer Studienteil

Basierend auf den Ergebnissen der ersten Phase konnten zu den Forschungsfragen F1, F2 und F3 die vier Hypothesen H1, H2, H3.1 und H3.2 formuliert werden. Diese vier Hypothesen sollen im Rahmen einer quantitativen Erhebung empirisch überprüft werden. Entsprechend dem grundsätzlichen Forschungsdesign (vgl. Abb. 3), sind die Ziele der qualitativen Erhebung die Hypothesengenerierung und die daran ausgerichtete Entwicklung eines Erhebungsinstrumentes für die quantitative Erhebung.

Auf Grundlage der entwickelten Kategorien und deren Ankerbeispielen konnten alle Transkripte mittels Kodierleitfäden gesichtet und analysiert werden. Die Daten konnten genutzt werden, um die Items für das Erhebungsinstrument (Online-Fragebogen) der zweiten Erhebungsphase zu erstellen. Die Entwicklung des Erhebungsinstrumentes soll exemplarisch anhand eines Items erfolgen. Der Online-Fragebogen umfasst 13 (vermeintliche) Unterschiede, die qualitativ in der ersten Phase der Untersuchung erhoben wurden. In der zweiten Phase sollen diese Unterschiede und deren Relevanz auch quantitativ gefasst werden. Die Operationalisierung der Begriffe im Rahmen der Entwicklung des Online-Fragebogens folgte dem Dreischritt (1) Identifikation von Unterschieden, (2) Bestimmung deren Relevanz für den Unterricht (Dimension Culture) und (3) Bedeutung für den Werkzeugeinsatz (Wechselbeziehung Artifact und Dimension Communication).

6.1 Methodik der quantitativen Erhebung

H1 und H2 zielen auf die Wechselbeziehung zwischen Artifact und der Dimension Communication. Diese Wechselbeziehung kann nicht von der Dimension Culture getrennt betrachtet werden, wenn man dem 4C framework folgt. Insofern zielte die Entwicklung des Erhebungsinstrumentes für die quantitative Phase (gemäß der Operationalisierung der theoretischen Begriffe) auf die Überprüfung etwaiger kultureller Unterschiede und deren Relevanz für den Unterricht (Dimension Culture) sowie auf die Bedeutung beim Werkzeugeinsatz (Wechselbeziehung Artifact und Dimension Communication). Diesem Ansatz folgend enthält der entwickelte Online-Fragebogen 13 (vermeintliche) Unterschiede, die in der ersten Studienphase identifiziert wurden (vgl. Abschnitt 5.2). Auf alle 13 Items zu den Unterschieden folgen zwei weitere Items, die sich jeweils mit der Relevanz im Unterricht und bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge befassen. In der Abb. 8 ist Item 2 des Fragebogens zuerkennen, welches vor dem Hintergrund des oben beschriebenen Interviewabschnitts (GISB_V_I-5; 13:36-15:09) und der zugeordneten Kategorien (IK2, DK3) entwickelt wurde. Die Entwicklung des Items 2 steht exemplarisch für das generelle methodische Vorgehen innerhalb der zweiphasigen Studie. Alle weiteren Items sind identisch aufgebaut (Dreischritt Unterschied, Relevanz für Unterricht, Bedeutung beim Werkzeugeinsatz) und analog formuliert bzw. an Lehrende adressiert.

In der zweiten quantitativen Phase wurden Lehrkräfte des Projekts MISTI GTL und der GISB mit einem standardisierten Online-Fragebogen nach der Relevanz der (qualitativ) festgestellten Unterschiede befragt. Bisher haben 75 Lehrkräfte an der Online-Umfrage teilgenommen. Sie alle haben Erfahrung im US-amerikanisch-deutschen bilingualen Mathematikunterricht entweder im Projekt MISTI GTL oder an der GISB. Die befragten Lehrkräfte unterrichten hauptsächlich in den Sekundarstufen, wo insbesondere im Rahmen des Projekts MISTI GTL der überwiegende Anteil an bilingualen Unterrichtseinheiten liegt.

Um das Panel genauer beschreiben zu können, wurden auch vier Motivationsaspekte in den Fragebogen aufgenommen. Dies waren Selbstkonzept (zwei Items), Interesse am Mathematikunterricht (drei Items), Interesse an Mathematik (drei Items) und die Selbstwirksamkeit (sieben Items). Diese vier Aspekte beschreiben Gelingensbedingungen für die Motivation, sich mit (mathematischen) Problemen erfolgreich auseinanderzusetzen (Eccles, Adler, Futterman, Goff, Kaczala, Meece & Midgley, 1983).

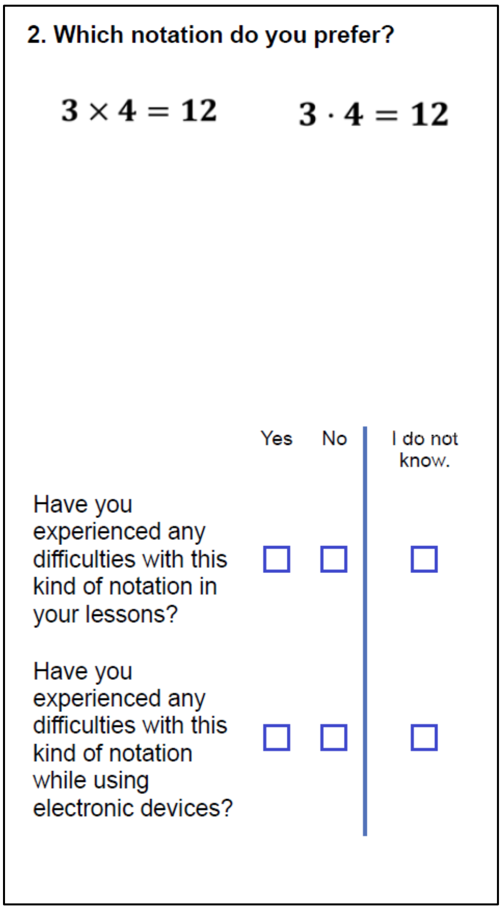

Abb. 8: Screenshot der Seite 3 des Online-Fragebogens, welcher für mobile Endgeräte optimiert ist. Neben Item 2 der Unterschiede sind die zugehörigen Items zur Relevanz für den Unterricht und bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge zu erkennen.

Der betreffende Fragebogenteil ist angelehnt an ein pilotiertes und elaboriertes Fragebogeninstrument aus früheren Studien zur Motivation in mathematischen Lernumgebungen (Benölken, 2014) und wurde von dem genannten Autor für internationale Vergleiche (hier Deutschland-Schweden) herangezogen. Mit Respekt in Bezug auf das Skalenniveau wurden nicht-parametrische statistische Tests wie der Mann-Whitney-U-Test für die Datenanalyse ausgewählt. Die Daten bezüglich der Unterschiede wurden in Vierfelder-Tafeln dargestellt. Verschiebungen in den Vierfelder-Tafeln wurden unter Verwendung des exakten (zweiseitigen) Fisher-Tests identifiziert. Die Wahl des Fisher-Tests erfolgte aufgrund der ungleichen Stichprobenverteilung (USA zu GER, bzw. MISTI GTL zu GISB). Die Wahl ist adäquat und der Fisher-Test liefert für diesen Fall stabile Ergebnisse. P-Werte wurden unter Verwendung der Methode von Agresti (1992) mittels eines selbstgeschriebenen Programmcodes ähnlich Langsrud & Gesellensetter (n.d.) berechnet. Bezüglich der Anzahl der statistischen Tests wurde ein Signifikanzniveau von 0,01 gewählt.

Die Stichprobe umfasst 75 Personen, die Erfahrungen im bilingualen Mathematikunterricht entweder im MISTI GTL oder an der GISB gesammelt haben. Dabei haben an der Befragung 59 Lehrende aus dem MISTI GTL und 16 Lehrende der GISB teilgenommen. Die Geschlechter sind annähernd gleich verteilt; insgesamt nahmen 31 Frauen und 44 Männer an der Befragung teil. Unter den Lehrenden im MISTI GTL befanden sich 27 Frauen und 38 Männer, die Gruppe der Lehrenden von der GISB umfasste 6 Frauen und 10 Männer. Da der überwiegende Teil der Stichprobe aus Lehrkräften des MISTI GTL besteht, welche mehrheitlich (aber nicht ausschließlich, denn es haben auch Dozenten des MITs teilgenommen) Studierende des MITs umfasst, ist der Altersdurchschnitt als jung anzusehen. Die 16 Lehrkräfte der GISB haben generell eine größere Lehrerfahrung, allerdings ist ihre Erfahrung zum bilingualen Unterricht im Durchschnitt auch nur 1 bis 2 Jahre länger als bei den Lehrenden des MISTI GTL. Das liegt an dem Umstand, dass die deutschsprachigen Lehrkräfte in der Regel 2 bis 3 Jahre an der GISB tätig sind. Zusammenfassend kann man sagen, dass die Stichprobe junge Lehrkräfte mit einschlägiger (ein- bis zweijähriger) Lehrerfahrung im bilingualen Unterricht umfasst.

6.2 Ergebnisse der quantitativen Erhebung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der letzten Online-Umfrage vorgestellt. Für den Vergleich der Motivation der Lehrkräfte untereinander (USA und Deutschland, oder MIT und GISB) sind vier charakteristische Variablen herangezogen worden: Selbstkonzept, Interesse am Mathematikunterricht, Interesse an Mathematik und Selbstwirksamkeit. Diese vier Aspekte beschreiben Gelingensbedingungen für die Motivation und können daher als Indikator für die Motivation der Lehrkräfte in Hinblick auf den Mathematikunterricht interpretiert werden.

Wie Tab. 1 zu entnehmen ist, sind weder zwischen den beiden Gruppen US-amerikanisch- und deutschsprachiger Lehrender noch zwischen den Gruppen Lehrender der beiden Institutionen signifikante Unterschiede zu erkennen. Alle Lehrkräfte, die an der Studie teilgenommen haben und somit zur Stichprobe zählen, interessieren sich für mathematische Themen und den Mathematikunterricht. Alle Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer erreichen hohe Werte in Bezug auf Selbstkonzept und Selbstwirksamkeit. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die vorliegende Stichprobe aus hochmotivierten Lehrkräften besteht. Dieser Umstand ist dahingehend bedeutend, als dass die Lehrenden für den Mathematikunterricht sowie die Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge Interesse zeigen bzw. motiviert sind. Dies sind notwendige Voraussetzungen für ein erfolgreiches Lernen der Schülerinnen und Schüler in einem Unterricht mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Petko, 2014, S. 105; Hattie, 2008). Es ist anzunehmen, dass dies für eine bilinguale Lernumgebung ebenso gilt. Damit die instrumentale Genese auf Seiten der Lernenden zur vollen Entfaltung kommen kann, bedarf es einer attraktiven Lernumgebung die durch motivierte Lehrkräfte begleitet wird. Für die beiden bilingualen mathematischen Lernumgebungen kann eine Vorrausetzung dafür (motivierte und interessierte Lehrkräfte) als gegeben angesehen werden.

Zur Überprüfung von H3.1 und H3.2 sind die Ergebnisse zu den 13 Unterschieden von Interesse. Einen Überblick gibt Tab. 2. Die Lehrkräfte halten insbesondere die Unterschiede der Items 1, 5, 7 und 10 für besonders relevant für den Unterricht (Zustimmungen von jeweils mehr als 50 % aller Befragten). Die Unterschiede der Items 2, 8, 9 und 12 werden von jeweils mehr als einem Drittel aller Befragten als bedeutend für den Mathematikunterricht angesehen. Diese acht Unterschiede stützen H3.2 und stellen relevante Beispiele für den bilingualen Mathematikunterricht des MISTI GTL und der GISB dar. Vier der 13 im Online-Fragebogen enthaltenen Unterschiede haben sich als signifikant in Bezug auf die Anzahl an Nennungen zwischen den beiden Stichprobengruppen (USA zu GER) erwiesen (Item 1, 4, 9 und 10; jeweils $p < 0,01$). Die vier Unterschiede lassen sich dem Inhaltsbereichen der Primarstufe und der Sekundarstufe Eins zuordnen und geben somit Beispiele für H3.1. Damit kann versucht werden, sich der Dimension Culture und deren grundlegenden Einfluss auf die Mittler-Funktion der digitalen Werkzeuge zu nähern. So können die Ergebnisse herangezogen werden um die Hypothesen H1 und H2 zu prüfen. Die bereits genannten vier signifikanten Unterschiede sowie die vier aus Sicht der Lehrenden besonders relevanten Unterschiede sollen dafür im Folgenden näher betrachtet werden.

Die beiden Gruppen US-amerikanisch- und deutschsprachiger Lehrender verwenden demnach unterschiedliche Symbole für das Kenntlichmachen der Positionen im dekadischen Zahlensystem; Punkt und Komma werden dabei genau wechselseitig verwendet (Bsp.: 1,234.56 bzw. 1.234,56). Wie im Abschnitt 5.2 beschrieben, ist dieser Unterschied bei der Arbeit mit einem digitalen Mathematikwerkezug bedeutungsvoll (vgl. Abb. 4) und kann zur tieferen Reflexion über sprachliche und mathematische Konventionen anregen. Damit bestätigt sich dieses Beispiel in Bezug auf die Mittler-Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges und unterstreicht die Wechselbeziehung zwischen Artifact und Dimension Communication.

Variable	Cronbachs Alpha	Gesamt (75)	USA (65)	GER (10)	MISTI GTL (59)	GISB (16)
Selbstkonzept	0,755	3,15 (0,58)	3,15 (0,61)	3,15 (0,32)	3,15 (4,46)	2,88 (0,84)
Interesse an Mathematikunterricht	0,766	3,21 (0,59)	3,22 (0,60)	3,20 (0,50)	3,21 (0,57)	3,04 (0,64)
Interesse an Mathematik	0,840	3,06 (0,67)	3,03 (0,69)	3,30 (0,43)	3,02 (0,54)	2,85 (0,99)
Selbstwirksamkeit	0,877	2,96 (0,55)	2,97 (0,58)	2,89 (0,33)	2,96 (0,47)	2,69 (0,75)

Tab. 1: Motivationsaspekte bei den Lehrenden: Selbsteinschätzung (zwei Items), Interesse am Mathematikunterricht (drei Items), Interesse am Mathematikunterricht (drei Items), Selbstwirksamkeit (sieben Items). Dargestellt sind Mittelwert und Standardabweichung auf einer Likert-Skala von 1 (trifft nicht zu) bis 4 (trifft voll zu).

Item	Unterschied	Relevanz Unterricht	Relevanz Medieneinsatz
1**	Punkt oder Komma (3.14 oder 3,14)	**59 %**	**71 %**
2	Symbol für Multiplikationsoperator (3x4 oder 3•4)	43 %	44 %
3	Handzeichen Zwei (Victory oder Pistole)	16 %	12 %
4**	Symbol für rechten Winkel (Quadrat oder Viertelkreis mit Punkt)	13 %	17 %
5	Bezeichnung für allgemeines Viereck	**55 %**	48 %
6	Markierungen der Koordinatenachsen (mit oder ohne Pfeil)	13 %	40 %
7	Umgangssprachliche Bezeichnung für Brüche („10 over 3")	**75 %**	**80 %**
8	Lösungsdarstellung Quadratischer Gleichungen (2 oder 3 Koeffizienten)	45 %	44 %
9**	Lösungsdarstellung Quadratischer Gleichungen (Quotient oder Summe)	47 %	**51 %**
10**	Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ($\mathbb{R}$ oder $\mathbb{R}^+$)	**55 %**	**61 %**
11	Standardintervall periodischer Funktionen ([-π,π[oder [0,2π[)	28 %	28 %
12	Umgangssprachliche Bezeichnung für Binomialkoeffizienten („10 über 3")	39 %	47 %
13	Symbol für Vektorklammern (eckig oder geschwungen)	27 %	31 %

Tab. 2: Die 13 Items des Online-Fragebogens mit der Zustimmung der Lehrkräfte (N = 75) zur Relevanz der Unterschiede für den Unterricht und den Medieneinsatz. Hochsignifikante Unterschiede zwischen deutschen und US-amerikanischen Lehrkräften in Bezug auf die Anzahl an Nennungen sind mit ** gekennzeichnet. ($p < 0{,}01$, exakter Fisher-Test).

Ein weiteres Beispiel für den Einfluss der Dimension Culture auf die beiden bilingualen Lernumgebungen ist die Verwendung verschiedener Symbole für den rechten Winkel in geometrischen Konstruktionszeichnungen; die US-amerikanischen Lehrkräfte der Stichprobe bevorzugen ein Quadrat, wohingegen deutsche Lehrkräfte im Panel einen Viertelkreisbogen mit einem Punkt favorisieren.

Neben der Verwendung verschiedener Symbole für den rechten Winkel in geometrischen Zeichnungen bestätigt sich für die Stichprobe der quantitativen Erhebung, dass die US-amerikanischen Lehrkräfte eine besondere Art haben, geometrische Grundfiguren zu benennen (vgl. Abb. 5). Insbesondere in bilingualen Lernumgebungen kann die Benennung des Vierecks problematisch sein, dem stimmen 55 % aller befragten Lehrenden zu. Desweiteren sehen 48 % Schwierigkeiten beim Finden der richtigen geometrischen Figur bzw. deren Bezeichnung mit digitalen mathematischen Werkzeugen. Es bestätigt sich der Einfluss der Dimension Culture des 4C framework in Hinblick auf den Werkzeugeinsatz. Damit bestätigt sich auch die Funktion der digitalen Werkzeuge als Mittler in den beiden untersuchten bilingualen Lernumgebungen.

Neben den unterschiedlichen Symbolen bestätigen sich auch die Vermutungen zu unterschiedlichen Traditionen in der Darstellung von Termen innerhalb der beiden bilingualen Lernumgebungen. So bevorzugen die US-amerikanischen Lehrkräfte der Stichprobe die finale Darstellung der Lösungen quadratischer Gleichungen in Form eines Quotienten-Terms. Die Gruppe deutscher Lehrender verwendet hingegen Terme in Form von Summen als Angabe für die Lösungen quadratischer Gleichungen. Auch an dieser Stelle bestätigt sich der kulturelle Einfluss (Dimension Culture) auf die bilingualen Lernumgebungen und den Werkzeugeinsatz, was die Beziehung zwischen Artifact und Communication-Dimension aufzeigt. Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, ist dies ein Beispiel wie digitale Mathematikwerkzeuge eine Mittler-Funktion im bilingualen Mathematikunterricht im MISTI GTL und an der GISB einnehmen können. Insofern verwenden die Lernenden das Artifact zum Vergleich der unterschiedlichen Darstellungen, was Synergie-Effekte für die sprachliche Kompetenzen (Dimension Communication) und das mathematische Verständnis (Teil der Trias der instrumentalen Genese) ermöglicht.

	GER	USA	
$f(x) = \sqrt[3]{x}$ mit $D_f = \mathbb{R}$	1	51	52
$f(x) = \sqrt[3]{x}$ mit $D_f = \mathbb{R}^+$	9	14	23
	10	65	75

Tab. 3: Item 10, Beispiel für Unterschiede zwischen deutscher und US-amerikanischer Schulmathematik (Perspektive der Lehrenden). Vierfeldertafel mit signifikanter Verschiebung ($p < 0{,}01$, exakter Fisher-Test).

Weiterhin bestätigt sich die Unterscheidung innerhalb der Stichprobe in Hinblick auf den Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$. US-amerikanischsprachige Lehrkräfte geben diesen mit $\mathbb{R}$ an. Deutschsprachige Lehrkräfte definieren die Funktion f nur über $\mathbb{R}^+$ (vgl. Tab. 3). Der Aussage, dass diese unterschiedlichen Definitionen relevant für den Unterricht sind, stimmen 55 % aller befragten Lehrkräfte zu. Dass die Relevanz bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge gegeben ist, bezeugen sogar 61 % der Lehrenden. Auch diese Beobachtung unterstützt die Annahme der Einwirkung der Dimension Culture auf die Wechselbeziehung zwischen dem Artifact und der Dimension Communication. Die Mittler-Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge im bilingualen Unterricht wird an diesem Beispiel weiterhin illustriert.

Im Abschnitt 6.1 wurde die Entwicklung von Item 2 beispielhaft beschrieben. So legt die Interviewsequenz GISB_V_I-5 nahe, dass das Symbol für den Multiplikationsoperator unterschiedlich verwendet wird. Wertet man die Aussagen der befragten Lehrkräfte aus, können keine signifikanten Unterschiede in der Verwendung der Symbole zwischen den beiden Gruppen (US-amerikanisch- und deutschsprachiger Lehrender) festgestellt werden (vgl. Tab. 4). Dieses Beispiel stützt H2 und H1 zunächst nicht und bedarf einer weiteren Diskussion (Abschnitt 7).

	GER	USA	
Multiplikations-symbol x	6	35	41
Multiplikations-symbol •	10	24	34
	16	59	75

Tab. 4: Item 2, Beispiel für Unterschiede zwischen deutscher und US-amerikanischer Schulmathematik (Perspektive der Lehrenden). Vierfeldertafel mit nicht signifikanter Verschiebung ($p = 0{,}159$, exakter Fisher-Test).

Besonders relevant für die beiden bilingualen Lernumgebungen erscheint den befragten Lehrkräften die umgangssprachliche Bezeichnung von Brüchen bzw. das Benennen gebrochenrationaler Zahlen (75 % zu Item 7, vgl. Tab. 2). Dabei unterstrichen 80 % die Relevanz bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge. Im Englischen kann der Ausdruck $\frac{10}{3}$ eindeutig mit „Ten divided by Three“ beschrieben werden, was dem deutschen Ausdruck „Zehn geteilt durch Drei“ entspricht. Diese Bezeichnungen zielen auf die Operation ab. Eine Verwendung dieser Bezeichnung im Lernprozess auf Seiten der Lernenden lässt auf die Interpretation des Bruches als Divisionsaufgabe schließen. Diese (anfängliche) Interpretation ist nachvollziehbar, da die Auseinandersetzung mit der Division natürlicher Zahlen vor der Einführung von rationalen Zahlen im Mathematikunterricht erfolgt. Zulässig ist ebenso die Auffassung, den Ausdruck mit „Ten Thirds“ bzw. dem vergleichbaren deutschen Begriff „Zehn Drittel“ zu bezeichnen. Diesen Bezeichnungen ist gemein, dass man die Anteile zusammenzählt. Verwenden Lernende diese Bezeichnung, kann man vermuten, dass sie eine Interpretation des Bruches als Anteil von einem Ganzen verinnerlicht haben. Dadurch wird der Ausdruck als eigenständige Zahl identifiziert und nicht als Operation (Divisionsaufgabe) interpretiert. Werden in einer bilingualen Lernumgebung aufgrund der Verwendung von Erst- und Fremdsprache beide Bezeichnungen genutzt, kann ein Vergleich die beiden Interpretationen des Ausdrucks den Lernenden vergegenwärtigen und ein tieferes Verständnis fördern. Allerdings gaben vier der befragten Lehrkräfte an, umgangssprachlich auch den englischen Ausdruck „Ten over Three“ zu akzeptieren. Linguistisch kann man in diesem Fall von einem *False Friend* (linguistische Interferenz) sprechen, denn „Zehn über Drei“ wurde von allen deutschen Lehrkräften der Studie als Bezeichnung für den Binomialkoeffizienten genutzt. Die befragten Lehrkräfte waren sich insbesondere bei der englischen Bezeichnung des Binomialkoeffizienten uneins und es entsteht ein besonders heterogenes Bild an Bezeichnungen für den entsprechenden Ausdruck (vgl. Tab. 5). Dabei dominiert die englische Bezeichnung „Ten choose Three“, die eine Merkstütze für den CAS-Befehl nCr darstellt, wie es die Interviewsequenz MIT_GTL_V_I-1 andeutet. Fachlich genauer erscheint die Bezeichnung „Binomial Coefficient of Ten and Three“. Interessant ist, dass acht US-amerikanische Lehrkräfte den Ausdruck als Vektor aufgefasst haben, was von der Notation her stimmig ist. Fünf Lehrkräfte beschreiben den Ausdruck mittels der Zeichen und beziehen sich auf die Klammern. Speziell bei zwei deutschen Lehrkräften wird die sprachliche Schwierigkeit des *False Friend* „Ten over Three“ deutlich.

	MISTI GTL (59)	GISB (16)
Ten Choose Three	23	2
Binomial Coefficient of Ten and Three	13	2
Column Vector Ten Three	8	0
Parentheses Ten Three	4	1
Zehn über Drei	0	4
Ten over Three	0	2
Do not know	2	1
Ten Three	2	0
Kein Eintrag	7	4

Tab. 5: Item 12, Beispiel für Unterschiede zwischen deutscher und US-amerikanischer Schulmathematik (Perspektive der Lehrenden). Tabelle zeigt absolute Häufigkeiten (N = 75).

Auch an diesem Beispiel wird deutlich, dass der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge in den beiden bilingualen Lernumgebungen Synergien ermöglicht, denn speziell die Sprechweise „Ten choose Three" ist eine gute Lernhilfe für die Lernenden für den CAS-Befehl nCr. Umgekehrt wird durch den Befehl die (umgangssprachliche) Sprechweise in den bilingualen Lernumgebungen in der Fremdsprache nahegelegt und unterstützt die sprachliche Kompetenz im Sinne des 4C framework. Damit wird der Einfluss der Dimension Culture auf die Dimension Communication unmittelbar deutlich. Bei der Verwendung des CAS-Befehls fungiert das digitale Werkzeug als Artifact und wird in Beziehung zur Dimension Communication gesetzt. Beide Richtungen der Beziehung flankieren die Prozesse Instrumentation und die Instrumentalisation bei der Verwendung des Befehls nCr. Die Mittler-Funktion des digitalen Mathematikwerkzeugs konkretisiert sich in der Verwendung des Befehls und der sprachlichen Auseinandersetzung mit demselben.

7. Diskussion

Zunächst muss festgehalten werden, dass die bisherige Stichprobengröße nicht ausreicht, um repräsentative Aussagen zu treffen. Insbesondere scheint die Datenlage nicht auszureichen, um quantitative Aussagen zu Unterschieden zwischen US-amerikanisch- und deutschsprachiger Schulmathematik mit letzter Sicherheit zu formulieren. Trotzdem scheinen solche Unterschiede zu bestehen, und die Ergebnisse der vorgestellten Studie geben Hinweise darauf, wo diese zu finden sind. Es ist sinnvoll, eine Erhöhung der Anzahl an Studienteilnehmerinnen und -teilnehmern anzustreben und weitere Lehrkräfte aus Deutschland und den USA zur Teilnahme einzuladen. In der aktuellen Stichprobe dominieren motivierte und gut ausgebildete Lehrkräfte aus zwei leistungsstarken Bildungseinrichtungen. Um ein noch facettenreicheres Bild zu erhalten, ist es naheliegend, Lehrerinnen und Lehrer verschiedener Schulen mit unterschiedlichen Hintergründen zur Teilnahme an der Studie einzuladen. An dieser Stelle kann festgehalten werden, dass die gewählten statistischen Methoden (nicht-parametrische Tests, exakter Fisher-Test) für die Art der Daten und den Stichprobenumfang adäquat sind. Daher sind die Ergebnisse im Sinne einer Exploration belastbar und bilden eine gute Grundlage für die nächsten Schritte in einem laufenden Forschungsprozess. Weitere Daten werden gesammelt und analysiert. Zumindest für die beiden beschriebenen bilingualen mathematischen Lernumgebungen lassen sich Tendenzen ausmachen.

Um Antworten auf die drei Forschungsfragen zu finden, sollen die im ersten Studienteil formulierten vier Hypothesen vor dem Hintergrund der Studienergebnisse und unter Einbezug weiterer Referenzen diskutiert werden.

In Bezug auf F3 lässt sich festhalten, dass sich die befragten Lehrkräfte der Unterschiede in der Schulmathematik in beiden Ländern bewusst sind. Diese Unterschiede sind wichtig für die untersuchten bilinguale Lernumgebungen und können Schwierigkeiten im Unterricht mit sich bringen. **Eine Antwort auf F3 kann mithilfe der belegten Hypothesen H3.1 und H3.2 gegeben werden: Es lassen sich Belege für kulturelle Unterschiede finden (vgl. H3.1), die relevant für bilinguale Lernumgebungen (vgl. H3.2) sind**. Es ist möglich, Unterschiede in der Verwendung von Notation und Symbolen (z. B. Kommasetzung, Symbol für den rechten Winkel, vgl. Tab. 2) zwischen den beiden Gruppen US-amerikanischer und deutscher Lehrender auszumachen. Der Einfluss der Dimension Culture wird an den acht ausgewerteten Beispielen deutlich (vgl. Abschnitt 6.2). Diese Belege für den Einfluss der Dimension Culture und deren Bedeutung für die bilingualen Lernumgebungen stützen unmittelbar H3.1 und H3.2. Ein fruchtbarer Umgang mit den beschriebenen kulturellen Unterschieden kann eine echte Chance für den bilingualen Mathematikunterricht sein. Im Folgenden soll diese Feststellung in Bezug auf H3.1 und H3.2 weiter diskutiert werden.

In Hinblick auf H3.1 ist die Zuordnung der acht relevanten Beispiele zu dem Inhaltsbereichen der Jahrgangsstufen entscheidend. Exemplarisch soll daher das Beispiel zur Verwendung des Symbols für die Operation der Multiplikation aufgegriffen werden. In der ersten Studienphase hat sich dieses Beispiel als Unterschied erwiesen (Unterschied ii.), der allerdings in der zweiten Phase quantitativ nicht bestätigt werden konnte (vgl. Tab. 4). An dieser Stelle sei darauf verwiesen, dass die befragten Lehrkräfte fast ausschließlich in den Sekundarstufen unterrichten, wo insbesondere im Rahmen des MISTI GTL der überwiegende Anteil an bilingualen Stunden liegt. Aus der Interviewsequenz GISB_V_I-5 geht aber auch hervor, dass dieser (und weitere Unterschiede) besonders für den Unterricht in den unteren Klassenstufen relevant ist. Dieser Punkt stützt insofern H3.1, als dass die Unterschiede in der Schulmathematik der weiterführenden Schulen abnehmen. Im Bereich der Elementarmathematik der unteren Klassenstufen können evtl. weitere Unterschiede zwischen US-amerikanisch- und deutschsprachigem Mathematikunterricht identifiziert werden. So gibt die Interviewsequenz GISB_V_I-5 Hinweise in Bezug auf die Verfahren zur schriftlichen Multiplikation und Division, die sich von den gebräuchlichen Verfahren im deutschsprachigen Unterricht unterscheiden. An dieser Stelle sei beispielhaft ein Verfahren zur schriftlichen Division angeführt, dass sich in der Notation und dem Vorgehen von den für deutschsprachige Lehrkräfte vertrauten Verfahren unterscheidet (vgl. Abb. 9). Das Beispiel verdeutlich die schriftliche Division von 348 geteilt durch 5. Dabei wird zunächst geprüft, ob 5 die Hunderterstelle des Dividenden (348) teilt, da dies nicht der Fall ist, wird die Zehnerstelle mitbetrachtet und das größte Vielfache von 5 ermittelt, dass kleiner als 34 ist. Daher wird 30 unter die Hunderter- und Zehnerstelle geschrieben und der ermittelte Faktor 6 über die Zehnerstelle. Da ein Rest von 4 bleibt, wird dieser in einer weiteren Zeile unter der Zehnerstelle übertragen. Die Einerstelle von 348 (also 8) wird ebenso übertragen. Erneut wird das größte Vielfache von 5 ermittelt, dass kleiner als 48 ist. Das trifft auf 45 zu und somit wird 45 unter die Zehner- und Einerstelle in einer weiteren Zeile notiert. Der ermittelte Faktor 9 wird über die Einerstelle notiert. Der ermittelte Rest wird in einer weiteren Zeile unter die Einerstelle geschrieben. Da der Rest kleiner als die Einerstelle ist, ist die Division beendet.

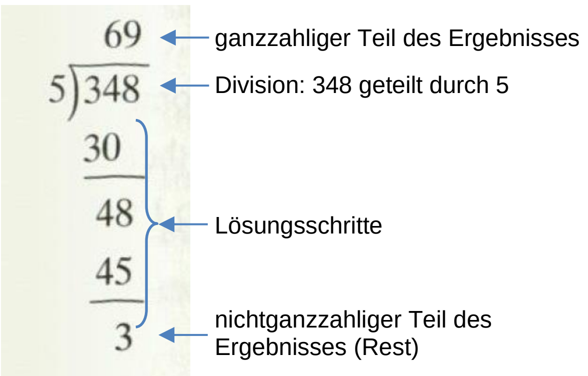

Abb. 9: Verfahren zur schriftlichen Division am Beispiel von 348 geteilt durch 5 in einem US-amerikanischen Lehrbuch.

(Quelle: Szecsei, D. (2011). Basic Math und Pre-Algebra. New York: Career Press. S. 27.)

Das Ergebnis lautet 348 geteilt durch 5 ergibt 69 Rest 3. Entsprechend der Aussage der deutschen Lehrkraft ist besonders die Symbolik (die evtl. mit der 5. Wurzel aus 348 verwechselt werden könnte) und die Notation der Zwischenschritte ungewohnt.

Scheinbar bestehen zwischen den beiden Gruppen US-amerikanisch- und deutschsprachiger Lehrender der untersuchten bilingualen Lernumgebungen auch Unterschiede im mathematischen Arbeiten, wie es die Ergebnisse (vgl. Tab. 3 und 4) nahelegen. Speziell die unterschiedliche Angabe des Definitionsbereiches der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ bedarf der Erörterung, da auch hier eine unmittelbare Bedeutung für den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge im Sinne eines Artifacts besteht. Die allermeisten Graphen-Plotter (z. B. GeoGebra) zeichnen den Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ über ganz $\mathbb{R}$ (vgl. Abb. 7). Das bedeutet insbesondere, dass die digitalen Mathematikwerkzeuge den Ausdruck $\sqrt[3]{-8}$ bestimmen können (vgl. Abb. 10). Die Ausgabe ist zulässig, folgt man z. B. der Definition eines US-amerikanischen Lehrbuchs, indem man eine Unterscheidung zwischen geraden und ungeraden Wurzelexponenten finden kann, die über die zulässige Angabe als reelle Zahl entscheidet (Ayres & Schmidt, 2012, S. 5).

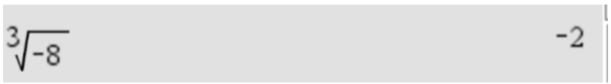

Abb. 10: Ausgabe eines digitalen Mathematikwerkzeuges zur Bestimmung des Ausdrucks $\sqrt[3]{-8}$. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

Allerdings ist bei diesem Vorgehen wichtig, andere Einschränkungen in Hinblick auf die Potenzgesetze zu stellen, denn sonst könnte man folgende (offensichtlich widersprüchliche) Schlussfolgerung ziehen:

$$-2 = \sqrt[3]{-8} = (-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = ((-8)^2)^{\frac{1}{6}}$$
$$= (64)^{\frac{1}{6}} = (8^2)^{\frac{1}{6}} = 8^{\frac{2}{6}} = 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

Dieser (konstruierte) Widerspruch zeigt, dass man sich verständigen muss, wie der Ausdruck $\sqrt[3]{-8}$ mathematisch gefasst werden kann. Sowohl US-amerikanische als auch deutsche Lehrkräfte verstehen die (mathematisch sinnvolle) Interpretation des Ausdrucks durch eine ganzrationale Potenz. Allerdings ist zumindest in Anlehnung an eine US-amerikanische Lehrbuchdefinition (Ayres & Schmidt, 2012, S. 5) nur die Interpretation für gekürzte rationale Potenzen (und damit die Unterscheidung zwischen geraden und geraden Nennern) möglich und zulässig. Diese differenzierte Sicht ist aus deutscher schulmathematischer Sicht evtl. zu ungenau, da wie der obige

Widerspruch zeigt, die Einschränkungen für die Potenzgesetze formuliert werden müssten. Zumindest findet man in deutschen Schulbüchern die generelle Einschränkung von Definitionsbereichen von Wurzeln und Wurzelfunktionen (z. B. Griesel, Postel, Suhr & Ladenthin, 2013, S. 205), damit die Eindeutigkeit der Ausdrücke zweifelsfrei gegeben ist. Die Problematik kann auch durch die Zahlenbereichserweiterung gelöst werden, so ist das Radizieren in Bereich der komplexen Zahlen vollständig erklärt. Auch dieses Argument stützt die Hypothese H3.1 dahingehend, dass Unterschiede im mathematischen Arbeiten mit dem Grad an Abstraktion der mathematischen Inhalte abnehmen. Der überwiegende Teil der befragten Lehrkräfte sieht eine Relevanz der ermittelten Unterschiede für bilinguale Lernumgebungen (vgl. Tab. 2). Diese Ergebnisse stützen H3.2.

Wenn man neben dem bisher betrachtetet CLIL-Unterricht den Blink auf mehrsprachigen Mathematikunterricht ausweitet, sind interessante Parallelen zu erkennen. In Projekten zu einem deutsch-türkischen Mathematikunterricht konnte festgestellt werden, dass die forcierte Nutzung der Erstsprache das Verstehen mathematischer Konzepte (hier im Bereich der Bruchrechnung) befördert (Redder & Rehbein, 2018; Meyer & Tiedemann, 2017). Umfangreiche Analysen von Fallstudien zu mehrsprachigen Unterrichtsstilen (hier Deutsch-Türkisch) legen u. a. nahe, dass je stärker der Aktivierung der Mehrsprachigkeit im Sinne eines *Multilanguing* ist, umso mehr werden kognitive Fähigkeiten in Form einer Denksprache bei den Lernenden erwähnt (Rehbein & Celikkol, 2018, S. 67). In kooperativer linguistischer und mathematikdidaktischer Analyse von Fallstudien konnte ein Nachweis einer Verstehensherstellung mittels Vernetzung der Unterrichtssprache und der Erstsprache geführt werden (Wagner, Kuzu, Redder & Prediger, 2018). Die ermittelte kognitive Wirksamkeit eines mehrsprachigen Unterrichts (hier Deutsch-Türkisch) entfaltet sich allerdings nur bei der Herstellung und Wahrung bestimmter Konstellationen mehrsprachigen Handels im mathematischen Diskurs und bei kenntnisbasierter Akzeptanz durch die Lernenden und auch die Lehrenden (Redder, 2018, S. 361).

Als Antwort auf F2 kann H2 formuliert werden. Die Mittler-Funktion der digitalen Mathematikwerkzeuge bestätigt sich im Sinne der instrumentalen Genese und dem 4C framework in der Wechselbeziehung zwischen Artifact und Communication-Dimension. Die unterschiedlichen Symbole für die Operation der Multiplikation stehen dafür exemplarisch. In der erwähnten Interviewsequenz GISB_V_I-5 berichtet die Lehrkraft von der Bedeutung des Multiplikationssymbols bei der Verwendung von digitalen Mathematikwerkzeugen. In der zweiten Studienphase gaben 44 % der befragten Lehrenden an, die unterschiedliche Symbolik ist relevant bei der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge. Ein einfaches Beispiel für diesen Fakt ist das Symbol für die Multiplikation auf Tasten von Taschenrechnern (vgl. Abb. 11), die auch in den deutschen Versionen dem US-amerikanischen Standard entspricht. Dennoch ist die Verwendung des Kreuz-Symbols für die Multiplikation im deutschen Mathematikunterricht zumindest unüblich. Die Relevanz für die unteren Klassenstufen belegt sich im Zusammenhang sprachlicher Kompentenz und Entwicklung des mathematischen Wissens (Dimension Content), da Kinder mit Deutsch als Zweitsprache eine signifikant schwächere Kardinalität aufweisen, als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler (Penner, 2003). Allgemein stellen mathematischen Lernumgebungen eine Vielzahl der Lernenden vor fachliche und sogar vor sprachliche Herausforderungen (Wildemann & Fornol, S. 179).

> Schon bei der Grundlegung eines tragfähigen Zahlenbegriffs und eines umfassenden Operations-Verständnisses fungiert das Versprachlichen von Handlungen und von arithmetischen und geometrischen Bezeichnungen als Mittler zwischen der konkreten und der abstrakten Ebene (Verboom, 2008, S. 96).

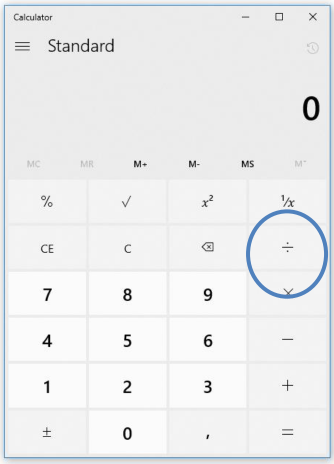

Abb. 11: Screenshot des Microsoft Windows-Taschenrechners: Die Tasten-Symbolik unterscheidet sich in der US-amerikanischen und der deutschen Version nicht. Beispiel für die Funktion des digitalen Mathematikwerkzeuges als Mittler zwischen Lernenden, Sprache und Mathematik im bilingualen Unterricht.

Dieses Beispiel illustriert auf besondere Art, wie die Dimension Culture auf den Werkzeugeinsatz Einfluss nimmt. Zunächst sind die Lernenden evtl. aufgrund der zwei unterschiedlichen Symbole verwirrt. Durch den Gebrauch der Taste wird das Werkzeug zunächst als Artifact genutzt. Eine vertiefende Auseinandersetzung ermöglicht den Lernenden die Unterscheidung der Symbolik und später die adäquate Verwendung beim Schreiben (Dimension Communication) und dem Werkzeugeinsatz (Artifact). Damit wird der Prozess der instrumentalen Genese angestoßen und die Mittler-Funktion des digitalen Werkzeugs verdeutlicht.

An dieser Stelle wird auch die mögliche Bedeutung der verwendeten Sprechweise und Symbolik beim Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge über die beiden bilingualen Lernumgebungen hinaus angedeutet. Werden im regulären Unterricht digitale Mathematikwerkzeuge eingesetzt, die in einem anderen Sprachraum entwickelt wurden, dann können die Werkzeuge kulturelle Hintergründe transportieren. Dieser Aspekt wird auch für das folgende Beispiel interessant.

Neben dem Symbol für die Multiplikation ist auch das Symbol für die Division interessant, welches bei dem jeweiligen digitalen Mathematikwerkzeug verwendet wird (vgl. Abb. 11). Denn wie in Abschnitt 6 dargelegt, können der Bruchschreibweise $\frac{10}{3}$ verschiedene Interpretationen (als Division, als Anteil, als Verhältnis) zukommen. Wenn durch den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge verschiedene Symbole (Schrägstrich / , Querstrich mit Doppelpunkt ÷ , Doppelpunkt :) und durch die Verwendung von Erst- und Fremdsprache verschiedene Bezeichnungen („Ten divided by Three“, „Ten Thirds“, „Ten over Three“) in der bilingualen Lernumgebung eine Rolle spielen, können die Lernenden die verschiedene Interpretation vergleichen und ein tieferes Verständnis für die Sprache und die Mathematik entwickeln. Damit unterstützt die Eingabe der Bruchzahl beim digitalen Mathematikwerkzeug und vor allem die (sprachliche) Reflektion darüber die Prozesse der Instrumentation und Instrumentalisation. Diese Beobachtung ist ein Hinweis für die Berechtigung von H1 und H2, dass digitale Mathematikwerkzeuge Mittler für die Fremdsprache sind und ein tieferes Verständnis mathematischer Inhalte fördern können. Besonders die Dimension Communication wird durch die sprachlichen Aspekte in starke Korrespondenz mit dem Artifact im Rahmen des Werkzeugeinsatzes gesetzt.

Wenn H2 als bestätigt angesehen werden kann, dann lassen sich die beiden theoretischen Ansätze in Beziehung setzen. Konkret bedeutet das, dass die instrumentale Genese (Rabardel, 2002; Wygotski, 1985) sowie das 4C framework (Coyle et al., 2010) miteinander verbunden werden können. So werden Kommunikations- (Dimension Communication) und Kulturfragen (Dimension Culture) auf Seiten der instrumentalen Genese in den Fokus genommen. Ein Teil ist die Beziehung zwischen Cognition und Artifact, die als Verbindungspunkte zwischen Kommunikation und Kultur fungieren. Diese Wechselbeziehung ist beschrieben (Verillon & Rabardel, 1995) und man kann erwarten, dass sie in bilingualen Lernumgebungen ebenso besteht. Im Sinne der instrumentalen Genese wirken digitale Mathematikwerkzeuge auf die Wissenskonstruktion (Rieß, 2018). Für das Verstehen im Sinne eines Erkenntnisgewinns ist die wechselseitige Abhängigkeit zwischen der Nutzung des digitalen Mathematikwerkzeuges und dem epistemologischen Gehalt mit Bezug auf die instrumentale Genese bedeutsam (Trouche & Drijvers, 2010). Sowohl aus den Arbeiten von Rieß (2018) als auch bei Trouche & Drijvers (2010) geht hervor, dass die Wechselbeziehungen der Trias Artifact, Mental Scheme und Type of Tasks vorhanden sind (vgl. Abb. 12). Es kann davon ausgegangen werden, dass sie auch bei den Lernprozessen in beiden bilingualen Lernumgebungen eine Rolle spielen. Es ist zu erwarten, dass die beschriebenen Wechselbeziehungen im Sinne der instrumentalen Genese in beiden Lernumgebungen vor dem Hintergrund der vier Dimensionen des 4C framework ablaufen. Daher können sprachlich-kulturelle Aspekte (Dimensionen Communication und Culture) innerhalb der instrumentalen Genese stärker beleuchtet werden.

Die geschilderten Beispiele legen nahe, dass die instrumentale Genese auch kommunikative Aspekte umfasst und daher mit Modellen der Sprachentwicklung kombiniert und um die Dimension der Mehrsprachigkeit ergänzt werden kann. Geht man von den Abb. 1 und 2 aus, fällt auf, dass die beiden Aspekte Mental Scheme und Type of Tasks des Instruments in starker Korrespondenz mit den Dimensionen Cognition und Content des 4C framework gesetzt werden können. An diesen Stellen überschneiden sich die beiden fachdidaktischen Theorien. Daher können sie wie in Abb. 12 zusammengeführt werden.

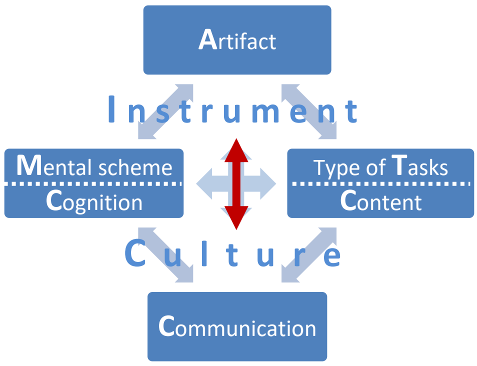

Abb. 12: Korrespondenz der instrumentalen Genese und des 4C frameworks.

Die Beziehungen zwischen Artifact, Mental Scheme und Type of Tasks, sowie zwischen Cognition, Communication und Content (dargestellt durch die äußeren Pfeile) sind begrifflich durch die beiden Theorien und empirisch durch entsprechende Studien belegt. Das Beziehungsgefüge zwischen Artifact und Communication wird in der vorliegenden Studie mit Respekt auf H2 nahegelegt. Weitere Wechselbeziehungen können in der vorliegenden Studie nur implizit vermutet werden. An den genannten Beispielen und den Einschätzungen der Lehrkräfte (vgl. Abschnitt 6.2) wird deutlich, dass in den beiden beschrieben bilingualen Lernumgebungen eine Wechselbeziehung zwischen dem digitalen Werkzeug als Artifact und der Dimension Communication besteht. In diesem Sinne wird das digitale Werkzeug als Mittler für die (Fremd-)Sprache tätig. Die eine Richtung wird in der exemplarisch in der Interviewsequenz MIT_GTL_V_I-1 (vgl. Abschnitt 5.1) verbalisiert. Das Wissen um den englischen Begriff ermöglicht die korrekte Eingabe des Befehls. Damit ist das Wissen um die Fremdsprache für den Lernenden eine Verbindung zu dem digitalen Werkzeug als Artifact und erleichtert nicht nur die Bedienung (Instrumentalisation), sondern unterstützt auch den Prozess der Instrumentation. Die andere Richtung der Wechselbeziehung zwischen der Dimension Communication und dem Artifact fassen die Beispiele 8 und 9 in Tab. 2 (vgl. Abschnitt 6.2). Für die Lösung der quadratischen Gleichungen mit dem digitalen Werkzeug verwenden die Lernenden der beiden bilingualen Lernumgebungen ganz selbstverständlich den SOLVE-Befehl (vgl. Abb. 6). Nicht jedem deutschsprachigen Lernenden ist zu Beginn des Lernprozesses gegenwärtig, dass der Befehl das englische Wort für Lösen bezeichnet. In der weiteren Auseinandersetzung mit der Fremdsprache wird es den Lernenden meist deutlich und somit unterstützt der sichere Umgang mit dem digitalen Werkzeug (Instrumentalisation) die Fremdsprachenkenntnisse, was die Communication-Dimension betrifft. Im Sinne der Content-Dimension können Bedingungen zur Lösbarkeit quadratischer Gleichungen dargestellt werden. Das Darstellen der Lösungsbedingungen unterstützt allerdings gleichzeitig auch den Prozess der Instrumentation. An den genannten Beispielen werden beide Richtungen der Wechselbeziehung zwischen dem Artifact und der Communication-Dimension veranschaulicht. Die vorliegenden Ergebnisse stützen die Annahme (vgl. H2), dass in den beiden beschriebenen bilingualen Lernumgebungen eine Wechselbeziehung zu beobachten ist. Diese Beobachtung wird in Abb. 12 als roter Doppelfeil kenntlich gemacht und ist eine Illustration der Antwort auf F2. Interessant ist die weitere empirische Untersuchung der anderen Wechselbeziehungen im zusammengeführten Modell aus instrumentaler Genese und 4C framework sowie eine Generalisierung für weitere bilinguale mathematische Lernumgebungen.

Final kann die zentrale Frage F1 vor dem Hintergrund der Studienergebnisse und deren Diskussion beantwortet werden. Die Hypothese H1 kann bestätigt werden: Die geschilderten Beispiele zeigen, dass digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler erstens für (Fremd-) Sprache und zweitens für die mathematischen Inhalte in den beiden bilingualen Lernumgebungen dienen. Damit können sie einen Beitrag leisten, die evtl. in den beiden Lernumgebungen als Folge der kulturellen Unterschiede auftreten Konflikte abzuschwächen. In beiden bilingualen Lernumgebungen kann ein digitales Mathematikwerkzeug ein Mittler zwischen der Unterrichtssprache und der Erstsprache der Lernenden sein, da mit wenig Aufwand die Spracheinstellung geändert werden kann. Es ist vorstellbar, dass die digitalen Mathematikwerkzeuge in ihrer Mittler-Funktion fruchtbar genutzt werden können und bei der Auseinandersetzung mit den genannten Unterschieden ein tieferes Verständnis bei den Lernenden für die mathematischen Inhalte ermöglichen. So können digitale Mathematikwerkzeuge Übersetzer (im wörtlichen Sinne) für die Sprache und (im Sinne des Mediums) für die Mathematik sein.

8. Fazit

US-amerikanische und deutsche Lehrkräfte zweier bilingualer Lernumgebungen (MISTI GTL und GISB) berichten über relevante Unterschiede für den Unterricht in der Schulmathematik. So bestehen (wenige) verschiedene Notationen und Symbole (z. B. Symbol für Multiplikationsoperator). Es können Unterschiede im mathematischen Arbeiten (Mathematisieren) festgestellt werden (z. B. Definition ungerader Wurzeln). Außerdem können ähnliche (umgangssprachliche) Bezeichnungen zu linguistischen Interferenzen führen (z. B. „Ten over Three“). Derartige Unterschiede lassen sich vermehrt in der Mathematik der unteren Klassenstufen finden und nehmen mit steigenden Abstraktionsgrad der Mathematik ab. Die Unterschiede eröffnen innerhalb der bilingualen Lernumgebungen die Möglichkeit zur vergleichenden Diskussion und können so für die Lernenden ein tieferes Verständnis der mathematischen Inhalte ermöglichen. Digitale Mathematikwerkzeuge können dabei die Funktion des Mittlers zwischen dem Lernenden und erstens der (Fremd-)Sprache und zweitens dem Inhalt in den beiden Lernumgebungen einnehmen. Die Trias des Instruments im Rahmen der instrumentalen Genese ist erweiterbar um die Dimension der Communication aus dem 4C framework. Die Dimensionserweiterung lässt sich zum Beispiel durch die modellhafte Verwendung eines Tetraeders und einer Um-Sphäre visualisieren (vgl. Abb. 13). In der vorliegenden Studie wird insbesondere die Wechselbeziehung des Artifacts (instrumentale Genese) und der Dimension Communication (4C framework) sowie die kulturellen Einflüsse darauf (Dimension Culture) durch die Ergebnisse nahegelegt.

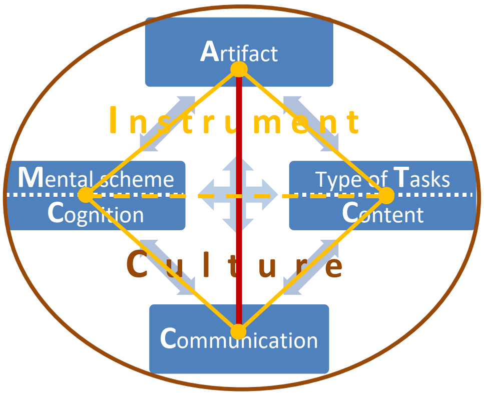

Abb. 13: Korrespondenz der instrumentalen Genese und des 4C frameworks. Das Instrument in der Hand des Lernenden ist das Quartett Artifact, Mental Scheme/ Cognition, Type of Tasks/ Content und Communication und deren Wechselbeziehungen. Die kulturelle Dimension bedingt das Instrument; versinnbildlicht durch einen Tetraeder mit Um-Sphäre.

Folgerichtig geht aus Abb. 13 auch hervor, dass das Instrument in Bezug auf die Dimension Culture reflektiert werden muss. Die digitalen Mathematikwerkzeuge können dabei helfen, die schulmathematische Unterschiede zu untersuchen und ein tieferes Verständnis der zugrundeliegenden mathematischen Inhalte zu erlangen. Diese Beobachtung könnte über die beiden beschriebenen bilingualen Lernumgebungen hinaus von Bedeutung sein. Digitale Mathematikwerkzeuge sind meist so konzipiert und programmiert, dass sie sich auf ihren kulturellen Hintergrund beziehen. Das eröffnet Ansatzpunkte für den Unterricht indem sie eingesetzt werden. Eine Fortsetzung der Untersuchungen ist vorgesehen, um weitere empirische Evidenz für die formulierten Aussagen zu erhalten und die Relevanz für weitere Lernumgebungen zu prüfen.

Literatur

Agresti, A. (1992). A Survey of Exact Inference for Contingency Tables, *Statistical Science, 7*, 131-153.

Anger, C., Plünnecke, A. & Schüler, M. (2018). *INSM-Bildungsmonitor 2018. Teilhabe, Wohlstand und Digitalisierung*. Köln: Institut der deutschen Wirtschaft.

Ayres, F. & Schmidt, P. A. (2012). *College Mathematics.* New York: McGraw-Hill.

Ball, L. & Barzel, B. (2018). Communication when learning and teaching mathematics with technology. In L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H.-S. Siller, M. Tabach & C. Vale (Hrsg.), *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education* (S. 227-243). ICME-13 Monographs. Springer International Publishing.

Balley, S. (2012). *Doodle Yourself Smart… Geometry. Over 100 Doodles and Problems to solve*. San Diego: Thunder Bay Press.

Barwell, R. (2003). Linguistic Discrimination: An Issue for Research in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics, 23*(2), 37-43.

Barzel, B. (2019). Digitalisierung als Herausforderung an Mathematikdidaktik – gestern. heute. morgen. In G. Pinkernell & F. Schacht (Hrsg.). *Digitalisierung fachbezogen gestalten* (S. 1-10). Hildesheim: Franzbecker.

Barzel, B. (2012). *Computeralgebra im Mathematikunterricht. Ein Mehrwert – aber wann?* Münster: Waxmann.

Benölken, R. (2014). Begabung, Geschlecht und Motivation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *35*, 129-158.

Breaux, A. & Whitaker, T. (2015). *Quick Answers for Busy Teachers. Solutions to 60 Common Challenges.* San Francisco: Jossey-Bass.

Breidbach, S. (2007). *Bildung Kultur Wissenschaft. Reflexive Didaktik für den bilingualen Sachfachunterricht*. Münster: Waxmann.

Bonnet, A., Breidbach, S. & Hallet, W. (2009) Fremdsprachlich handeln im Sachfach: Bilinguale Lernkontexte. In G. Bach & J. Timm (Hrsg.), *Englischunterricht 2009* (S. 172-196). Tübingen: Narr Francke Attempto.

Coyle, D., Hood, P. & Marsh, D. (2010). *CLIL. Content and Language Integrated Learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

Drijvers, P. (2004). Learning algebra in a computer algebra environment. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, *11*(3), 77-89.

Eccles, J., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. & Midgley, C. (1983). Expectancies, values and academic behaviors. In J. T. Spence (Hrsg.), *Achievement and achievement motives* (S. 26-43). San Francisco: Freeman.

Felton-Koestler, M. D. & Koestler, C. (2017). Should Mathematics Teacher Education Be Politically Neutral? *Mathematics Teacher Educator*, *6*(1), 67-72.

González, N., Andrade, R., Civil, M., & Moll, L. (2001). Bridging funds of distributed knowledge: Creating zones of practices in mathematics. *Journal of Education for Students Placed at Risk, 6*(1 & 2), 115-132.

Griesel, H., Postel, H., Suhr, F. & Ladenthin, W. (2013). (Hrsg.), *Elemente der Mathematik 9 Thüringen*. Braunschweig: Westermann Schroedel.

Hattie, J. (2008). *Visible Learning*. London: Taylor & Francis.

Hoyles, C. & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (1; S. 323-349). Dordrecht: Kluwer Academic.

Hyun, T. (2006). *Acing the SAT Subject Tests in Math. Level 1 and Level 2*. Thousand Oaks: Greenhall Publishing.

Jourdain, P. E. B. (2007). *The Nature of Mathematics*. New York: Dover Publications.

Kaplan, S. (2009). *SAT Raise Your Score (Even More) Handbook*. Fort Lauderdale: Kaplan Inc.

Kieran, C. & Drijvers, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11*(2), 205-263.

Knoblauch, H., Schnettler, B. & Tuma, R. (2010). Interpretative Videoanalysen in der Sozialforschung. In S.

Maschke & L. Stecher (Hrsg.), *Enzyklopädie Erziehungswissenschaft Online (EEO), Fachgebiet Methoden der empirischen erziehungswissenschaftlichen Forschung*. Weinheim: Juventa.

Kuckartz, U., Dresing, T., Rädiker, S. & Stefer, C. (2008). *Qualitative Evaluation – Der Einstieg in die Praxis*. Wiesbaden: VS.

Kultusministerkonferenz (2013). *Bericht „Konzepte für den bilingualen Unterricht – Erfahrungsbericht und Vorschläge zur Weiterentwicklung" Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 17.10.2013*. Verfügbar unter https://www.kmk.org/fileadmin/201_10_17-Konzepte-bilingualerUnterricht.pdf.

Küppers, A. (2013). Mathematik. In W. Hallet & F. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning 2013* (S. 308-313). Seelze: Friedrich.

Langsrud, O., Gesellensetter, R. (n. d.). *Fishers´s Exact Test.* Verfügbar unter https://www.langsrud.com/stat/Fishertest.htm

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N. & Phillips, E. D. (2009). *Connected Mathematics 2. Filling and Wrapping. Three-Dimensional Measurement*. New Jersey: Pearson.

Leisen, J. (2013). Darstellungs- und Symbolisierungsformen im Bilingualen Unterricht. In W. Hallet & F. Königs (Hrsg.), *Handbuch Bilingualer Unterricht. Content and Language Integrated Learning 2013* (S. 152-159). Seelze: Friedrich.

Mayring, P. (2000). *Qualitative Inhaltsanalyse. 28 Absätze. Forum: Qualitative Social Research, 1*(2), Verfügbar unter http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0002204

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse - Grundlagen und Techniken*. Weinheim, Basel: Beltz.

Meyer, M., Tiedemann, K. (2017). *Sprache im Fach Mathematik*. Berlin: Springer Spektrum.

Müller, M. (2018). Digitale Werkzeuge als (Sprach-)Brücke im bilingualen Mathematikunterricht – Erste Ergebnisse der videogestützten Evaluation des Projektes MIT Global Teaching Lab am SFZJ. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1279-1282). Münster: WTM.

Novotná, J. & Moraová, H. (2005). Cultural and linguisticproblems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language. *Zeitschrift für Didaktik der Mathematik*, *37*(2), 109-115.

Pallack, A. (2018). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Sekundarstufen I+II*. Berlin: Springer Spektrum.

Papert, S. (1993). *Mindstorms Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.

Penner, Z. (2003). *Forschung für die Praxis. Neue Wege der sprachlichen Förderung von Migrantenkindern*. Konlab: Berg.

Petko, D. (2014). *Einführung in die Mediendidaktik. Lehren und Lernen mit digitalen Medien*. Weinheim: Beltz.

Rabardel, P. (2002). People and Technology. (Author-approved translation by "Les Hommes et les Technologies" (1995)).

Rauh, B. (2012). Höheres Lernen mit digitalen Medien – auch im Bereich der Arithmetik? In S. Ladel & C. Schreiber (Hrsg.), *Lernen, Lehren und Forschen in der Primastufe* (S. 37-58). Hildesheim: Franzbecker.

Redder, A. (2018). Mehrsprachiger Mathematikunterricht: Ergebnis der linguistischen Projektstudien und Perspektiven. In A. Redder, M. Çelikkol, J. Wagner & J. Rehbein (Hrsg.), *Mehrsprachiges Handeln im Mathematikunterricht* (S. 361-371). Münster: Waxmann.

Redder, A. & Rehbein, J. (2018). Sprachliches Handeln im mehrsprachigen Mathematikunterricht. In A. Redder, M. Çelikkol, J. Wagner & J. Rehbein (Hrsg.), *Mehrsprachiges Handeln im Mathematikunterricht* (S. 17-28). Münster: Waxmann.

Rehbein, J. & Çelikkol, M. (2018). Mehrsprachige Unterrichtsstile und Verstehen. In A. Redder, M. Çelikkol, J. Wagner & J. Rehbein (Hrsg.), *Mehrsprachiges Handeln im Mathematikunterricht* (S. 29-214). Münster: Waxmann.

Rieß, M. (2018). *Zum Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Konstruktion mathematischen Wissens. Studien zur theoretischen und empirischen Forschung in der Mathematikdidaktik*. Wiesbaden: Springer.

Rink, R. & Walther, D. (2020). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule*. Berlin: Cornelsen.

Rolka, K. (2004). Barrieren für den Einsatz einer Fremdsprache im Mathematikunterricht. In A. Heinze & S. Kuntze (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2004* (S. 473-476). Hildesheim: Franzbecker.

Szecsei, D. (2011). *Basic Math und Pre-Algebra*. New York: Career Press.

Szücs, K. & Müller, M. (2013). Schwierigkeiten beim Einsatz digitaler Werkzeuge als Reaktion auf bilinguale Unterschiede. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 994-997). Münster: WTM.

Trimble, M. (2018). *The 10 Best U.S. States for Education. U.S. News & World Report*. Verfügbar unter https://www.usnews.com/news/best-states/slideshows/10-best-states-for-education?int=undefined-rec&slide=11

Trouche, L. & Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education: flashback into the future. *ZDM Mathematics Education*, *42*, 667-681.

TMBJS (2018). *Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife. Mathematik*. Verfügbar unter https://www.schulportal-thueringen.de/media/detail?tspi=1392

Verboom, L. (2008). Mit dem Rhombus nach Rom. Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Bainski & M. Krüger-Potratz (Hrsg.), *Handbuch Sprachförderung* (S. 95-112). Essen: Neue Deutsche Schule.

Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of though in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education, 10*(1), 77-101.

Wagner, J., Kuzu, T., Redder, A. & Prediger, S. (2018). Vernetzung von Sprache und Darstellung in einer mehrsprachigen Matheförderung – linguistische und mathematikdidaktische Fallanalysen. *Fachsprache*, *40*(1-2), S. 2-25.

Weigand, H.-G. (2006). Der Einsatz eines Taschencomputers in der 10. Klassenstufe – Evaluation eines einjährigen Schulversuches. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *27*(2), S. 89-112.

Wildemann, A. & Fornol, S. (2017). *Sprachsensibel unterrichten in der Grundschule. Anregungen für den*

Deutsch-, Mathematik-, und Sachunterricht. Seelze: Klett & Kallmeyer.

Wygotski, L. S. (1985). Die instrumentelle Methode in der Psychologie. In J. Lompscher & L. Wygotski (Hrsg.), *Ausgewählte Schriften* (1, S. 309-317). Köln: Paul-Rugenstein.

Anschrift des Verfassers

Dr. Matthias Müller
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Mathematik und Informatik
Abteilung für Didaktik der Mathematik und Informatik
Ernst-Abbe-Platz 2
07749 Jena
matthias.mueller.2@uni-jena.de

Anhang

Kategorie	Kode (Ausprägung)	Definition	Ankerbeispiel
IK1: Mathematisieren	1 (trifft zu)	Arbeiten mit mathematischen Definitionen und Verfahren	*Yes, (.) fun fact, I multiplied two numbers / in auxiliary calculation / and wrote two steps on the board. (..) My students where total confused / because of / they would do it / normally they write it inverse.* (MIT_GTL_V_I-2; 07:05-07:19)
DK1: Mathematisieren	1 (trifft zu)	Arbeiten mit mathematischen Definitionen und Verfahren	*Also zum Beispiel bei der Division (.), die (.) / Es gibt ja unterschiedliche Wege, wie man dividiert und wie man multipliziert. Ich hab im amerikanischen Schulsystem in der Grundschule gearbeitet. Die haben zum Beispiel bei der Multiplikation ganz unterschiedliche Herangehensweisen gehabt. Oder sie haben unterschiedliche Wege den Kindern beigebracht. Eins war die Bow-Tie-Method, ja, also Bow-Tie, das geht so überkreuz. Eine hieß die Lattice-Method, also die Salat-Methode. Das war dann eigentlich so ein Gerüst oder wie so ein (unv.) (..).* (GISB_V_I-5; 13:36-15:09)
IK2: (fremd-)sprachliche Besonderheiten	1 (trifft zu)	Sprachliche Besonderheit im Sinne des Wortgebrauchs mathematischer Bezeichnungen	*One of the small ones I noticed was for / I like / If you say n choose 3, I think that is n over 3, but we say n choose 3. N over 3 would be divided by.* (MIT_GTL_V_I-1; 05:55-06:15)
DK3: traditionelle Vereinbarungen	1 (trifft zu)	Besonderheiten bei der Beschreibung von mathematischen Begriffen oder Verfahren	*Ja, ein Punkt fällt mir da schon ein (.), die (.) / also in deutschen Lehrbüchern wird ausgeschlossen, Wurzeln aus negativen Zahlen zu ziehen. Da, da gibt es klare Einschränkungen. (.) / Aber (.) ich weiß, dass es Beispiele dafür (..) so Wurzel minus 5 / und so in der Art / in amerikanischen Schulbüchern gibt.* (GISB_V_I-1; 03:06-03:12)
DK4: Fachtermini	1 (trifft zu)	unterschiedliche sprachliche Herkunft mathematischer Bezeichnungen	*Naja, da muss ich (…) Vielleicht / / Bezeichnung von Dreiecken. (unv.) Im Deutschen zählt man Ecken im Englischen klingt es nach Winkeln (.) ja, triangle, das wäre ja im deutschen Triangel, also ein Instrument. (lacht)* (GISB_V_I-3; 13:30-13:39)
DK5: Wortgebrauch bei mathematischen Bezeichnungen	1 (trifft zu)	unterschiedliche Bezeichnungen für mathematische Begriffe oder Verfahren	*Na ja, Power halt, genau. Und (..) die (Name) sagt das noch (unv.) Weiß jetzt nicht wie das auf Englisch heißt bei den Brüchen (…) Over five, yeah, three over five zum Beispiel, genau.* (GISB_V_I-04:14-09:26)
DK6: linguistische Interferenz	1 (trifft zu)	mathematische Begriffe, die sich sprachlich ähneln, allerdings unterschiedliche Bedeutungen in den beiden Sprachen besitzen	*Puh, (.) das hat ein / vielleicht auch ein bisschen mit Mathe zu tun, (.) die deutsche Serie ist ja auf Englisch was ganz anders. / / So wie bei TV Serie, (..) Also das wäre ja auf Deutsch Folge (.) also in Mathe* (GISB_V_I-4; 12:19-12:28)
DK7: Mehrdeutigkeit mathematischer Fachbegriffe	1 (trifft zu)	Bedeutungsvielfalt mathematischer Begriffe in einer der beiden Sprachen	*Meinst du so etwas wie den Durchschnitt (.) Da gibt es im Englischen dafür Intersection / und average (.) auch mean so was halt* (GISB_V_I-1; 04:21-04:28)
DK8: Sprachtypische mathematische Fachbegriffe	1 (trifft zu)	sprachlich einzigartige mathematische Fachbegriffe	*Noch so eine Sache / ist / mit dem Steigungsdreieck, (.) da habe ich noch keine gute Übersetzung gefunden, ne, (..) so was wie slope, hier / das meint ja eigentlich den Anstieg* (GISB_V_I-2; 10:40-10:46)

IK3: mathematische Symbole und Notation	1 (trifft zu)	symbolische Verschriftlichung mathematischer Begriffe oder Konzepte	*Well / No. / Yes, there is a little difference, which isn´t that important in my eyes, but (..) writing of numbers one and sevens differs. (.) So, once / twice students could not read my handwriting on the board (.) probably it was because of my handwriting.* (MIT_GTL_V_I-3; 04:35-04:59)
DK2: Notation	1 (trifft zu)	symbolische Verschriftlichung mathematischer Begriffe oder Konzepte	*Und (..) die Schreibweise, zum Beispiel, dass du bei Mal-Nehmen, dass du den Punkt hast als Symbol / die Symbole / die mathematischen Symbole sind anders. Und bei / in Amerika hast du auch das Kreuz als Mal* (GISB_V_I-5; 13:36-15:09)
IK4: digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für die (Fremd)-Sprache	1 (trifft zu)	Erschließung (fremd-) sprachlicher Inhalte mittels digitalen Mathematikwerkzeugs	*Yes, sometimes. Maybe, one of the difficult things was the problem n choose 3 I mentioned. One of the students had a different calculator, but we could do it in one way. We used the same command. We didn´t need to do it in different ways on different systems. // Or, Yeah, we wouldn´t know how to do // We knew how to do it by hand, but to get to the place how to do it with the calculator was difficult. The command is close to the English term. That was helpful. // It is a very useful tool for this topic.* (MIT_GTL_V_I-1; 11:33-12:35)
IK5: digitale Mathematikwerkzeuge als Mittler für mathematische Inhalte	1 (trifft zu)	Erschließung mathematischer Begriffe oder Verfahren mittels digitalen Mathematikwerkzeugs	*One fascinating example / linear equations. There are different ways to write down linear equations / such as ax+b (unv.) equals / or mx+n=y (.) It doesn´t matter how you write / you are always able to type in and doublecheck the plot (..) interpretation of a line / lines and intersections is always the same // it was a fascinating experience for me to see how visualization worked for the students.* (MIT_GTL_V_I-4; 9:35-11:02)

Tab. 6: Übersicht zum Kategoriensystem mit Bezeichnung, positiver Kodier-Ausprägung, Definition und Ankerbeispielen. Die Bezeichnung IK bezieht sich auf die induktive Kategorienbildung zur Analyse der vier Video-Transkripte und die Bezeichnung DK auf die induktiv-deduktive Prüfung zur Analyse der neun Interview-Transkripte.