Mathematik und Bildung aus kritischer Sicht

von

David Kollosche, Potsdam

Kurzfassung: Die Legitimation des Mathematikunterrichts an allgemeinbildenden Schulen ist ein zentrales Arbeitsgebiet der Mathematikdidaktik. Traditionell folgt die mathematikdidaktische Bildungstheorie einem Bildungsdiskurs, der durch die Verschränkung von Pädagogik und Aufklärung geprägt ist. Es wird aufgezeigt, welche Probleme sich für eine derart tradierte Bildungstheorie auftun, welche soziologisch inspirierten Befunde zum Mathematikunterricht eine mathematikdidaktische Bildungstheorie bereichern können und welche neuen Problemfelder sich infolgedessen auftun.

Abstract: The legitimisation of mathematics education in general education is a central field of study within mathematics education research. Traditionally, the philosophy of mathematics education follows an educational discourse which is shaped by an entanglement of pedagogy and enlightenment. I show which problems arise from a thus conceptualised philosophy of education, which sociologically inspired findings concerning mathematics education may enrich the philosophy of mathematics education and which new problem areas open up as a consequence.

1 Einleitung

Als die Mathematikdidaktik in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts als wissenschaftliche Institution entstand, orientierte sie sich an der Mathematik, der Pädagogik und der Psychologie, also einerseits an der zu unterrichtenden Wissenschaft selbst und andererseits an jenen Wissenschaften, die zu dieser Zeit vorrangig zum Verständnis von Lernprozessen beitrugen (vgl. Kilpatrick 1992). Soziologische sowie kritische Betrachtungen von Schule und Unterricht entstanden selbst erst in den 50er und 60er Jahren, so dass die weitestgehende Abwesenheit soziologischer Perspektiven in der Mathematikdidaktik nicht verwundert. Im deutschsprachigen Raum finden sich lediglich einige marxistisch inspirierte Beiträge mit sozialkritischer Ausrichtung (z. B. Münzinger 1971; Neander 1974; Damerow 1979; Keitel 1979). International etablieren sich jedoch ab den 80er Jahren mathematikdidaktische Forschungsansätze aus soziologischer Perspektive, sodass zuweilen von einem *social* (Lerman 2000) oder *socio-political turn* (Valero 2004; Gutiérrez 2013) in der Mathematikdidaktik gesprochen wird. Dieser Trend zeichnet sich sowohl durch eine mathematikdidaktische Erschließung soziologischer Theorien als auch durch eine Zunahme soziologisch basierter Studien aus (bspw. von Fischer 1984;

Skovsmose 1985 und Gellert & Jablonka 2007). Inwieweit diese Entwicklung die Mathematikdidaktik in der Breite beeinflusst, ist damit jedoch noch nicht gesagt. Aus meiner Sicht könnte insbesondere der mathematikdidaktische Diskurs zum Bildungswert des Mathematikunterrichts von soziologisch inspirierten Beiträgen profitieren. Worin ein solches Potential liegen könnte, soll im Folgenden ausgeleuchtet werden.

2 Zur Bildungskritik

Im Zuge des Umbruchs zur Moderne entwickelt sich die Schule als Lehranstalt für Heranwachsende und die Pädagogik als Philosophie des Erziehens und Unterrichtens. Diese Entwicklung tritt nicht sofort ein: In der Zeit der frühen Industrialisierung sind Kinderarbeit üblich und Schulen noch rar. Allmählich ergeben sich aber gesellschaftliche Umstände, für die Schule und Erziehung einen Ausweg zu weisen scheinen (vgl. Tenorth 1988/2000, S. 78 ff.): So sorgt Schule erstens für eine Beaufsichtigung und Beschäftigung der Kinder, die im Zuge der Technisierung der Arbeit körperlich und geistig nicht mehr als Arbeitskräfte geeignet sind. Sie bietet zweitens die Möglichkeit, Heranwachsende auf ihre zukünftige Arbeit vorzubereiten. Drittens ermöglicht sie eine Disziplinierung der Heranwachsenden, die „nicht mehr allein auf äußere Gewalt vertraut, sondern in ihre Seelen eindringt, ihre Identität formt“ (S. 80). Eine solche Disziplinierung des Denkens und des Verhaltens wird von den Philosophen der Aufklärung als Notwendigkeit des Menschwerdens im aufgeklärten Sinne angesehen. Allmählich begann man zu hoffen, dass die organisierte Erziehung eine Vielzahl der gesellschaftlichen Probleme, die durch den Wandel zur Moderne aufgekommen waren, lösen könne. So schreibt der Bildungshistoriker Heinz-Elmar Tenorth:

> Philosophen wie Politiker, Pädagogen wie politisch interessierte Bürger sind von der Überzeugung durchdrungen, daß vor allem Erziehung und Ausbildung, die Veränderung der Institutionen – von der Familie bis zu den Universitäten – und die pädagogische Konstruktion von Mentalitäten, Wertvorstellungen und Lebensperspektiven geeignet sein könnten, die als große Krise wahrgenommene gesellschaftliche Umwälzung […] zu bewältigen. (Tenorth 1988/2000, S. 85)

Mit der Unterstützung der Philosophen der Aufklärung konnte sich diese Überzeugung aufbauen zu einem Begründungsrahmen, die die Existenz von Schule und Pädagogik rechtfertigt. Wenngleich der Bedeutungshorizont von Bildung im stetigen Wandel begriffen ist, wird Bildung doch das Schlagwort eines Bündnisses von Aufklärung und weiten Teilen der Pädagogik mit dem Ziel, die Krise der Kultur zu bewältigen, indem sie den Heranwachsenden zum idealen Menschen der Moderne erziehen. Weniger die Beschäftigung der Kinder oder ihre Disziplinierung erklärte die Pädagogik zum großen Ziel, sondern „daß den Übeln der Gesellschaft durch Erziehung abzuhelfen sei, das werden die Pädagogen immer neu sagen“ (Tenorth

1988/2000, S. 214). Siegfried Bernfeld, Psychoanalytiker und Marxist mit prägendem Einfluss auf die Kritische Pädagogik der 60er Jahre, bemerkte:

> Die großen Pädagogiker dieses Typs […] empfinden gegenüber dem Kind: Rührung, Liebe, Mitleid, Hoffnung, Abscheu, Entsetzen. Und dies ihr Gefühl, ihre persönliche Reaktion auf das Sein, ist ihnen das Problem, ist ihnen Angelpunkt ihrer Lehre, ist ihr Beobachtungsinstrument. Sie sehen nicht das Kind, wie es ist, sondern im Grund nur das Kind *und* sich selbst, eins aufs andere bezogen. Und wenn sie selbst von sich abstrahieren könnten, es interessierte sie gar nicht, wie das Kind an und für sich ist, sondern einzig, wie man aus ihm etwas anderes bilden könnte. Das Kind ist Mittel zum theologischen, ethischen, sozialutopischen Zweck. (Bernfeld 1925/1979, S. 36 f.)

In diesem Denken hingen der „Fortschritt" und die „Höherbildung" der Menschheit – wie Immanuel Kant es ausdrückte (zit. in Tenorth 1988/2000, S. 25) – vornehmlich von den Heranwachsenden und Pädagogen ab. Zur Rechtfertigung ihres gesellschaftlichen Status folgen Pädagogen seither immer wieder der Erzählung, dass mit der Bildung der Heranwachsenden sowohl dem Einzelnen als auch der Gesellschaft gedient sei. Michel Foucault (1954/1999) prägte den passenden Ausspruch, dass die „Gesellschaft in ihrer Pädagogik ihr Goldenes Zeitalter träumt" (S. 123).

Die Disziplinierung und Beschäftigung der Heranwachsenden verschwinden hingegen allmählich aus dem bildungstheoretischen Diskurs, wie die Zusammenstellung historischer pädagogischer Texte von Katharina Rutschky (1977) eindrucksvoll belegt. Je stärker sich Pädagogen an das durch die Aufklärung geprägte Narrativ der Emanzipation des Einzelnen binden, desto eher müssen sie pädagogische Motive, die diesem Ideal zuwiderzulaufen drohen, aus ihrem Diskurs ausschließen, tabuisieren. Durch diese Formung ihres Diskurses läuft die Pädagogik Gefahr, eine Dimension ihrer Selbstkritik auszuschließen, so dass grundsätzliche Kritik an der Pädagogik oft aus der Psychologie, Soziologie und Philosophie geäußert wird. So muss es dann das psychoanalytisch und marxistisch geprägte *enfant terrible* Bernfeld sein, der der Kritik an der Inbesitznahme des Kindes einen weiteren Einwand voranstellt, indem er die Realisierbarkeit des pädagogischen Projekts selbst hinterfragt:

> Nicht das ist also der Vorwurf, daß die Pädagogiker große und edle Ziele haben, sondern daß sie die Erziehung – ungeprüft – zur Vollstreckerin dieser Ziele machen. Daß sie nicht fragen: Ist dies ewige Menschideal erreichbar? Uns erreichbar? Durch Erziehung erreichbar? (Bernfeld 1925/1979, S. 39 f.)

Der sozialutopische Idealismus, mit dem die Pädagogik ihre gesellschaftliche Berechtigung erstreitet, gebiert daher die Gefahr des Scheiterns der eigenen Ansprüche und der Mythologisierung der eigenen Arbeit. Vor dieser Gefahr ist auch die auf der Pädagogik fußende Mathematikdidaktik mit ihren bildungstheoretischen Hoffnungen nicht gefeit. Diese Fragen Bernfelds sind letztlich auch der bildungstheoretischen Legitimation des Mathematikunterrichts zu stellen.

Zunächst ist festzustellen, dass auch die Bildungstheorie des Mathematikunterrichts den Schulterschluss mit der Aufklärung sucht, wie exemplarische Blicke in die renommierten Beiträge von Alexander I. Wittenberg (1963/1990), Heinrich Winter (1995) und Hans Werner Heymann (1996) verdeutlichen. So heißt es in Wittenbergs Legitimation des gymnasialen Mathematikunterrichts:

> Das Gymnasium als Institution schenkt der demokratischen Gemeinschaft die Chance, wirksam einigen ihrer bedeutsamen Bekenntnisse nachzuleben; insbesondere einerseits dem Bekenntnis zur vollen geistigen Entfaltung jedes […] Kindes um seiner selbst willen (ein Bekenntnis, das sinnlos bliebe, wenn dem Kind nicht verstehender Zugang zu jenen Kulturgüter und jenen großen Lehrern der Menschheit erschlossen würde, an denen erst sein volles geistiges Wachstum Wirklichkeit werden kann); und andererseits dem Bekenntnis zu jenem überragenden, geistig-sittlichen, in Freiheit sich entfaltenden Streben, aus dem unter anderem der eigentliche demokratische Fortschritt, die allmähliche Verbesserung nicht nur unserer politisch-sozialen Institutionen, sondern vor allem auch unseres sittlichen Denkens, erwächst […]. (Wittenberg 1963/1990, S. 30)

Winter (1995, S. 37) stellt zur Legitimation des Mathematikunterrichts unter anderem heraus, dass eine „funktionierende Demokratie […] ohne aufgeklärte, also selbständig denkende Bürger nicht vorstellbar“ sei. Heymann (1996) bindet sich schließlich nicht derart explizit an die Ideen der Aufklärung; er argumentiert jedoch auf der Grundlage eines von ihm entwickelten Allgemeinbildungskonzepts, welches Allgemeinbildung als Voraussetzung von Bildung als „Menschwerdung“ begreift und dessen Aufgaben sich allesamt in Sinne der Aufklärung legitimieren lassen, ihren Idealen also gerade nicht zuwiderlaufen.

Indes lässt sich auch in der Mathematikdidaktik ein Prozess der zunehmenden Tabuisierung scheinbar anti-emanzipativer Ziele mathematischer Bildung ausmachen. Joachim Neanders Untersuchung *zur politischen Ökonomie des Mathematikunterrichts* (1974) zeigt auf, dass dem Mathematikunterricht seit seiner Einführung bis zum Ende des Zweiten Weltkriegs immer auch ein disziplinierender Bildungswert zugesprochen wurde. So heißt es in den Beschlüssen der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (KMK) von 1958 zu „Aufgabe und Ziel des Mathematikunterrichts“ in letztmaliger Offenheit, dass dieser die Schüler „zu folgerichtigem Denken, zu Selbstzucht und Konzentration“ erziehe und „Ordnung, Sorgfalt und Genauigkeit in der mathematischen Arbeitsweise“ besonders zu beachten seien (S. 3). Spätere Richtlinien führen solche Ziele der Charakterbildung nicht mehr auf. Dabei ist weder eine bildungstheoretische Diskussion auszumachen, welche darauf einginge, inwiefern solche Ziele verzichtbar seien und deren Verfolgung aus dem Mathematikunterricht verbannt werden könne, noch lässt sich sagen, ob die veränderten Richtlinien tatsächlich zu einer veränderten unterrichtlichen Praxis führten oder lediglich eine disziplinierende Praxis anders legitimierte. Nur weitgehend unbeachtet vom Mainstream der Mathematikdidaktik wird hinterfragt, inwiefern Mathematik mit Herrschaft verbunden ist und den Menschen regierbar macht (Fischer 1984, 2001, 2006; Skovsmose 1985, 2005) oder zur Reproduktion von gesellschaftlichem Status beiträgt (Gellert & Hümmer 2008; Gellert & Sertl 2012). Dabei ist die fortschreitende Tabuisierung scheinbar anti-emanzipativer Ziele nicht auf die deutsche Mathematikdidaktik beschränkt; Sverker Lundin (2008) konnte solche Entwicklungen auch für die schwedische Mathematikdidaktik nachweisen.

Damit unterliegt auch die Bildungstheorie des Mathematikunterrichts der Gefahr des Scheiterns und der Mythologisierung der eigenen Arbeit. Einerseits mag man es nicht als Anspruch einer Bildungstheorie ansehen, Beschäftigung oder Disziplinierung als Funktionen des Mathematikunterrichts zu untersuchen. Andererseits lassen sich solche Funktionen des Mathematikunterrichts durchaus vorfinden, wie Neander (1974) für den deutschen und Lundin (2008) für den schwedischen Mathematikunterricht aufzeigen, so dass die Ignoranz gegenüber solchen Funktionen dazu führen kann, dass bildungstheoretische Forderungen als Aufgaben des Mathematikunterrichts formuliert werden, welche seinen gegenwärtigen und womöglich unbeachteten Funktionen zuwiderlaufen. Dabei besteht die Gefahr, dass die ausgesprochenen Ziele an diesem Konflikt scheitern oder zu dem womöglich unerwünschten Ergebnis führen, dass unbeachtete Funktionen in ihrer Wirkungsweise erheblich gestört werden. Um solchen Verwerfungen vorzubeugen, ist es sinnvoll, soziologische Befunde zum Mathematikunterricht bildungstheoretisch ernst zu nehmen.

3 Zur Soziologie der Schule

Mit der in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts entstehenden Bildungssoziologie entwickelt sich eine neue Perspektive auf Schule und Unterricht. Einflussreich sind unter anderem die Beiträge von Helmut Schelsky (1956) sowie von Pierre Bourdieu und Jean-Claude Passeron (1961), welche auf unterschiedlicher Grundlage aufzeigen, dass eine der zentralen Grundpfeiler des Selbstverständnisses des modernen Bildungswesens, das Leistungsprinzip, insofern hintergangen wird, als dass die soziale Herkunft eines Schülers für dessen Bildungserfolg oft einflussreicher ist als dessen Intelligenzleistung. Damit rückt das Bildungswesen nicht nur in den Fokus politischer Grabenkämpfe, sondern der akademische Blick auf die Schule ändert sich grundlegend. Fortan genießt der Legitimationsdiskurs des Bildungswesens ein stetes Misstrauen. Hinter der Fassade des Schulwesens werden unsichtbare Mechanismen vermutet, welche tiefergehende gesellschaftliche Funktionen erfüllen als lediglich die Reproduktion der Kenntnisse und die Emanzipation des Bürgers. Schließlich formuliert Helmut Fend (1974) eine Theorie der Schule, welche ihr neben den Qualifikations-, Selektions- und Allokationsfunktionen auch Integrations- und Legitimationsfunktionen bescheinigt. Unter der Qualifikationsfunktion von Schule versteht Fend die Bereitstellung von Wissen, Techniken und Denkweisen, mit denen benennbare Probleme im späteren Leben bewältigt werden können – sei es im Beruf oder privaten Umfeld. Eine Selektions- und Allokationsfunktion hat Schule, da sie Schüler nach bestimmten Maßstäben bewertet, auswählt und ihnen Laufbahnen in unserer Gesellschaft ermöglicht oder verwehrt. Eine Integration- und Legitimationsfunktion erfüllt die Schule, wenn sie bestimmte Formen der gesellschaftlichen Organisation und Diskurse als gültige rechtfertigt und Schüler zur Teilhabe in dieser Organisation und in diesen Diskursen motiviert. Mit seinem breiteren Blick auf die Funktionen von Schule unterstreicht Fend, dass die Schule kein politisch neutraler Raum ist, sondern wesentlich zur Rechtfertigung und Erhaltung der bestehenden gesellschaftlich-politischen Verhältnisse beiträgt.

Folgt man Fends Klassifizierung der Funktionen von Schule, so lässt sich auch für den Mathematikunterricht fragen, welche gesellschaftlichen Funktionen er in den Bereichen Qualifikation, Selektion, Allokation, Integration und Legitimationen erfüllt. Bezüglich der Qualifikationsfunktion des Mathematikunterrichts wurden zuletzt Stimmen laut, die die Bedeutung inhaltlicher mathematischer Bildung relativieren. Beispielsweise steckt Heymann (1996) zwar einen ganzen Katalog mathematischer Qualifikationen ab, die zur Bewältigung des Alltags notwendig seien (S. 136); er räumt aber zugleich ein, dass diese Inhalte bis zum Ende des siebten Schuljahrs unterrichtet und darauffolgende Inhalte für die Bewältigung des privaten und beruflichen Alltags in nicht mathematikintensiven Berufen kaum notwendig seien (S. 153) und „daß berufsspezifische mathematikhaltige Qualifikationen eher implizit ‚on the job' gelernt werden" (S. 147). In der Tat hatte Jean Lave schon 1988 in einer vielbeachteten Studienreihe an US-amerikanischen Nonnen sowie liberianischen Schneidern gezeigt, dass sie ihre im privaten wie beruflichen Alltag benötigte Mathematik gerade nicht in der Schule, sondern in der gelebten Praxis gelernt hatten. Die Erfolgsaussichten eines lebenspraktischen Transfers schulischer Inhalte durch einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht sind stattdessen durchaus umstritten. So fasst Alexandre Pais (2013) den Forschungsstand wie folgt zusammen:

> The belief that students should be able to apply school mathematics in real-life situations is supported by a considerable amount of research exploring the relation between school and out-of-school mathematics [...]. Traditional views of transfer that assume the *continuity* between school and out-of-school activities have given way to investigations which suppose the *contextuality* of mathematics reasoning [...]. Important studies have indicated that the mathematics used by children is quite different in and out of school, and that proficiency in everyday mathematics does not necessarily translate to a good performance in school mathematics [...]. As a result, many critics have observed that the kind of realistic tasks promoted by formal education do not have a positive effect either in terms of mathematical learning or in the transference of knowledge to everyday situations [...]. (S. 22 f.)

Unabhängig von der strittigen Frage, welche und wie viel mathematische Qualifikation ein Schulabgänger zur Bewältigung seines zukünftigen privaten und beruflichen Alltags brauche, ist also völlig unklar, inwieweit diese Qualifikation in der Schule erworben werden kann oder überhaupt muss. Die Annahme, dass mathematische Schulbildung zu außerhalb der Schule nützlicher Qualifikation führt, ist zumindest in dieser Allgemeinheit nicht zu verteidigen. Zur Erklärung der gesellschaftlichen Bedeutung des Mathematikunterrichts lohnt daher ein Blick auf das Verhältnis des Mathematikunterrichts zu den weiteren, von Fend diskutierten Funktionen von Schule.

4 Mathematikunterricht als Torwächter

Der Mathematikunterricht hat insoweit Selektions- und Allokationsfunktionen, wie er zur Auswahl und gesellschaftlichen Zuweisung von Schülern beiträgt. Der bildungstheoretischen Frage, auf welcher Grundlage und zu welchem Zweck der Mathematikunterricht Schüler wie bewerten solle, und der soziologischen Frage, ob, wie und mit welchen individuellen und gesellschaftlichen Konsequenzen der Mathematikunterricht bereits Selektion und Allokation hervorbringt, wird in bildungstheoretischen Betrachtungen des Mathematikunterrichts selten nachgegangen, wenngleich hierzu bereits Forschungsansätze vorliegen. Der Versuch von Uwe Gellert und Anna-Marietha Hümmer (2008), die Reproduktion soziokultureller Zugehörigkeiten im Mathematikunterricht aufzuzeigen, stellt in dieser Hinsicht einen wichtigen Beitrag dar. In kritischen Studien fällt das Augenmerk immer wieder auf die Rolle des Mathematikunterrichts als Torwächter, der durch seine Bewertung Lebenschancen eröffnet oder verbaut.[1] John Volmink (1994) vertritt eine radikale Lesart dieses Phänomens:

> Mathematics is not only an impenetrable mystery to many, but has also, more than any other subject, been cast in the role as an ‚objective‘ judge, in order to decide who in society ‚can‘ and who ‚cannot‘. It therefore serves as *the* gatekeeper to participation in the decision making processes of society. To deny some access to participation in mathematics is then also to determine, *a priori*, which will move ahead and who will stay behind. (S. 51 f.)

Die Rolle der Mathematik als Torwächter hat derweil eine lange Tradition in der abendländischen Bildungslandschaft. So fordert bereits Platon, etwa die Schulung der Arithmetik

> gesetzlich einzuführen, und die, welche an dem Größten im Staate teilhaben sollen, zu überreden, daß sie sich an die Rechenkunst geben und sich mit ihr beschäftigen, nicht auf gemeine Weise, sondern bis sie zur Anschauung der Natur der Zahlen gekommen sind durch die Vernunft selbst, nicht Kaufs und Verkaufs wegen wie Handelsleute und Krämer darüber nachsinnend, sondern zum Behuf des Krieges und wegen der Seele selbst und der Leichtigkeit ihrer Umkehr von dem Werden zum Sein und zur Wahrheit. (*Politeia* 525b)

[1] Rochelle Gutiérrez (2013) führt als ein Beispiel, in dem Mathematik als Torwächter fungiert, Aufnahmetests US-amerikanischer Colleges an, die für Bewerber künstlerischer und humanwissenschaftlicher Studiengänge mathematische Aufgaben, für Bewerber mathematiknaher Studiengänge jedoch kaum künstlerische oder humanwissenschaftliche Aufgaben enthalten (S. 47 f.).

Mathematische Bildung ist aus Platons Sicht also ein zentraler Bestandteil einer philosophischen Bildung, welche für gesellschaftliche Entscheidungsträger erstrebenswert ist. An ihr kann sich die Eignung für höhere Aufgabe schließlich messen lassen. Dieses Denken prägte auch den modernen Blick auf mathematische Bildung entscheidend (Stinson 2004; Lundin 2008). So erkennt Gutiérrez (2013) auch in der heutigen Wahrnehmung der Mathematik den Gedanken „that an individual who masters the discipline should be imbued with a sense of higher esteem, intelligence, and, for recent immigrants, even ‚insider' status" (S. 47).

Ole Skovsmose (2005) vermutet, dass die Selektion und Allokation zentrale und in ihrer Wirkungsweise erfolgreiche Funktionen des Mathematikunterrichts darstellen:

> Could it be that mathematics education in fact acts as one of the pillars of the technological society by preparing well that minority of students who are to become ‚technicians', quite independent of the fact that a majority of students are left behind? Could it be that mathematics education operates as an efficient social apparatus for selection, precisely by leaving behind a large group of students as not being ‚suitable' for any further and expensive technological education? […] Mathematics education might not only designate the ‚state nobility', it might as well help to identify ‚state functionaries'. And doing so in an efficient way, could be the grand (and hidden) success of the school mathematics tradition. (S. 11 f.)

In Skovsmoses Verständnis käme dem Mathematikunterricht also eine zentrale Rolle zu in der Funktion von Schule, Schülern nach bestimmten Kriterien Lebenschancen zu eröffnen oder zu verstellen. Dass eine solche Funktion des Mathematikunterrichts im Konflikt steht mit dem aufklärerischen Bildungsnarrativ, auf dem seine Legitimation beruht, ist Skovsmose durchaus bewusst: „The gate keeping, exercised by mathematics educators, is a clear anti-democratic device" (S. 42). Dieser Konflikt mag dann auch erklären, warum die Selektions- und Allokationsfunktionen des Mathematikunterrichts kein prominentes Forschungsfeld der Mathematikdidaktik darstellen.

Gleichwohl steht noch die Frage im Raum, auf welcher Grundlage eine Auswahl und Zuweisung vorgenommen wird. Vorgeblich Qualifikationen testende Prüfungen (etwa aufgabenbasierte Klausuren) zeigen nicht notwendig, dass Selektion und Allokation allein auf der Grundlage von Qualifikation vorgenommen werden. Zur Bewältigung von Prüfungen sind nicht nur Fähigkeiten vorausgesetzt, sondern auch die Bereitschaft, diese einzusetzen. Wer mathematisches Denken und eine mathematische Wahrnehmung der Welt als nicht erstrebenswert erachtet, mag sich durchaus wohlbegründet von der Mathematik abgewandt haben. Sieht ein Schüler die Mechanismen oder die realitätsbezogene Anwendung von Mathematik als nicht gerechtfertigt an und weigert sich, an solchen Praktiken teilzuhaben, so drohen seine Prüfungsleistungen schwächer auszufallen. Diese Probleme berühren nun jedoch nicht mehr die Qualifikationsfunktion des Mathematikunterrichts, sondern seine Legitimations- und Integrationsfunktion.

5 Mathematik als Ideologie

Wissenschafts- und ideologiekritisch inspirierte Studien liefern einen ersten Zugang zur Frage, inwiefern Mathematikunterricht gesellschaftliche Praktiken und Verhältnisse legitimiert und Schüler in diese integriert. Ein wiederkehrender und zentraler Vorwurf ist jener, dass Mathematikunterricht entgegen der Lehren der Grundlagenkrise der Mathematik das Bild einer omnipotenten und unfehlbaren Mathematik vermittle und diese dadurch als gesellschaftliches Machtmittel einsetze (vgl. Bishop 1991; Skovsmose 2005; Ullmann 2008; Gutiérrez 2013). Zum Verständnis dieses Vorwurfs diene ein kurzer wissenschaftshistorischer Abriss.

Wenngleich komplexe Berechnungen bereits lange vor der griechischen Blütezeit, etwa in Zweistromland oder im alten Ägypten angestellt wurden, entsteht die Mathematik als beweisende Wissenschaft erst als Schwester der Logik im antiken Griechenland. Mit der Logik selbst, wie sie etwa Aristoteles in seinen Werken ausarbeitet, entsteht eine Weise des Denkens und Argumentierens, die in religiöser, epistemologischer und politischer Hinsicht auf gesellschaftliche Notlagen Griechenlands reagiert (Kollosche 2014). Sie postuliert die Existenz einer unvergänglichen Wahrheit und des Zusammenhangs der Welt in Systemen von Gründen und eignet sich so als Alternative zum Göttermythos, dessen Überzeugungskraft durch den politischen, kulturellen und philosophischen Aufbruch Griechenlands ins Wanken geraten war. Sie bietet mit dem Antagonismus von ‚wahr' und ‚falsch' und dem Glauben an Begründungen ein Schema zur Ordnung des Denkens, welches sich zuvor an den mythischen Erzählungen orientiert hatte. Und sie bietet eine Technik des öffentlichen Redens, indem sie die Kriterien für die Akzeptanz oder Zurückweisung von Argumenten bereitstellt, wodurch eine demokratische Entscheidungsfindung und die Überwindung der Tyrannei erst möglich werden.

Die Mathematik steht mit dieser Entwicklung spätestens seit Euklid in einem engen Zusammenhang. Der vermutete Zeitgenosse von Aristoteles legt mit seinen *Elementen* nicht nur eine Sammlung des damaligen mathematischen Wissens vor, sondern gibt diesem jene logisch-deduktive Form, die noch heute für die Mathematik typisch ist. Bezeichnend ist die Kompromisslosigkeit, mit der Euklid der aristotelischen Forderung nach logischer Gedankenführung nachkommt. So verzichtet er auf Beweise und gar auf Aussagen, die in der Mathematik der Pythagoreer noch zentral waren, die neue Forderung nach logischer Strenge aber nicht mehr erfüllen können (Lefèvre 1981). Da die Mathematik ihre Gegenstände beliebig weit von der Realität abstrahieren kann, um der Forderung nach logischer Strenge nachzukommen, hat sie unter den Wissenschaften das größte Potential zur Realisierung logischer Denkmuster. Insofern man dann logisches Denken mit vernünftigem Denken ineinssetzt – wie etwa Parmenides von Elea, der ‚erste Logiker' und ein geistiger Vorfahre der aristotelischen Logik in seinem Lehrgedicht zur Logik, wenn er Andersdenkende auf erschütternde Weise als „Doppelköpfige" diffamiert (Parmenides

Fragmente) –, präsentiert sich die Mathematik als das unangefochtene Paradebeispiel der Vernunft, als erster Zugang zu einer überlegten Lebensführung, richtigem Denken und wahrhaftigem Verstehen.

Mit diesem Selbstverständnis tritt die Mathematik auch in der Aufklärung auf und wird dort zum Vorbild für modernes Denken überhaupt. So zeigt sich René Descartes, der Begründer des neuzeitlichen Rationalismus, überzeugt, dass „allein Arithmetik und Geometrie jedes Fehlers der Falschheit oder Ungewißheit bar" seien und „daß die, welche den rechten Weg zur Wahrheit suchen, sich mit keinem Gegenstand beschäftigen dürfen, von dem sie nicht eine den arithmetischen und geometrischen Beweisen gleichwertige Gewißheit zu erlangen imstande sind" (Descartes 1628/1959, S. 8 f.). Und Albert Einstein schreibt noch 1921:

> Die Mathematik genießt vor allen anderen Wissenschaften aus einem Grunde ein besonderes Ansehen: ihre Sätze sind absolut sicher und unbestreitbar, während die aller andern Wissenschaften bis zu einem gewissen Grad umstritten und stets in Gefahr sind, durch neu entdeckte Tatsachen umgestoßen zu werden. (S. 123)

Diese Selbstsicherheit der Mathematik wird in der Neuzeit jedoch durch einige Entdeckungen erschüttert. 1829 veröffentlicht der russische Mathematiker Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski eine Abhandlung zu nicht-euklidischen Geometrien, also zu Geometrien, die ohne Euklids Parallelenaxiom auskommen. Die Erkenntnis, dass solche Geometrien mathematisch widerspruchsfrei denkbar und anwendbar seien, erschüttert den Glauben, dass die euklidische Geometrie den Raum beschreibe und die Mathematik die unanfechtbare Wahrheit darstelle. Plötzlich liegt die Wahrheit im Auge des Betrachters; die Wahl der Geometrie wird eine Frage der Modellierung, die funktionalistisch, aber nicht mehr ontologisch zu beantworten ist. Die anschließende Aufarbeitung der klassischen Geometrie findet ihren bedeutendsten Niederschlag in David Hilberts axiomatischer Neubegründung der Geometrie (1899), die auf einer fundamentalen Kritik der euklidischen Axiomatik beruht. Skovsmose (2005) bemerkt:

> In 1899, David Hilbert published *Grundlagen der Geometrie* which showed that Euclid had overlooked some fundamental points, and relied more heavily on intuition than normally assumed. Intuition was not only used in the proofs as an essential supplement to pure logical deduction, i.e. empirical statements of a general nature were included in the assumed pure mathematics theory. And most remarkable, the whole mathematical community seemed to have overlooked this fact for more than 2000 years. (S. 53 f.)

Die Idee der Wahrheit im Sinne eines zwingenden Seins offenbart sich dabei als für den Menschen nicht mit Sicherheit erreichbar und in ihrem metaphysischen Verständnis als womöglich gar unsinnige Idee. Hilberts Vorschlag (1922) besteht nun darin, die Mathematik von jeder metaphysischen Idee von Wahrheit zu lösen und als ein Zeichenspiel zu deuten, welches aus Annahmen zwingende Schlüsse zieht. Einen solchen axiomatischen Aufbau fordert Hilbert nun von allen Teilgebieten der Mathematik. Doch der Beweis Kurt Gödels (1931), dass es in starken

Axiomensystemen wie der Arithmetik Aussagen geben muss, die widersprüchlich oder unentscheidbar sind, beendet auch diesen Versuch und legt dar, dass sich Sicherheit und Entscheidbarkeit in der Mathematik entgegen früherer Überzeugungen nicht garantieren lassen.

Das Scheitern der Idee der Wahrheit hat weitreichende erkenntnistheoretische Konsequenzen, zeigt sich dadurch doch, dass es keinen singulären ‚richtigen' Zugang zum Verstehen gibt, sondern eine Vielzahl unterschiedlicher Formen des Denkens, die mit ihren Stärken und Schwächen als Erklärungsmodelle konkurrieren. So lässt sich selbst für die aristotelische Logik zeigen, dass sie nicht nur Möglichkeiten eröffnet, sondern folgenschwere Grenzen zieht (Kollosche 2014). Brisant ist nun, dass die Vorstellung, dass die Mathematik „gesichert, wahr, rational, objektiv und universell gültig" sei – eine Vorstellung, für die Philipp Ullmann (2008, S. 11) den Begriff des „Mythos Mathematik" prägt –, trotz der Erkenntnisse der Grundlagenkrise weiterhin in Gesellschaft und Mathematikunterricht gepflegt wird. Aus ideologiekritischer Sicht könnte dem Mathematikunterricht dann vorgeworfen werden, dass er bezüglich der Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik ein ‚falsches Bewusstsein' vermittle, welches diese als Herrschaftsmittel legitimiert. Einen solchen Vorwurf erhob schon Christine Keitel (1979) in ihrer Kritik des durch das Sachrechnen vermittelten Bildes der Mathematik:

> [Der Schüler] erfährt von früh an, daß sich mit ihrer Hilfe alle Probleme – jedenfalls alle, die er im Sachrechnen kennenlernt – lösen lassen, und zwar eindeutig richtig. Bei Aufgaben, die man nicht lösen kann, versagt nicht die Mathematik, sondern der Schüler; eine falsche Lösung bedeutet nur, daß man sich verrechnet hat. So entsteht die argumentative Stringenz von Berechnungen gleich welcher Art, die Überzeugungskraft von Zahlen, gleichviel, wie sie zustandekommen, die überall dort ihre Wirkung tut, wo jemand, der meist länger Mathematik gelernt hat, diejenigen, die meist weniger Mathematik lernen konnten, von der Logik und Notwendigkeit einer Absicht oder Maßnahme überzeugen will. (S. 257)

Bezüglich der individuellen Rezeption dieses Mathematikbildes warnt Roland Fischer (1984) vor der Gefahr,

> daß Mathematik entweder als monumentale Bedrohung, als Moloch, der alles verschlingt, dem man sich entziehen muß, wenn man Menschen bleiben will, empfunden wird – oder aber als ein sicherer Hort, dem man sich ohne Bedenken überlassen kann, der alle lösbaren Probleme löst, der einem sagt, was richtig und was falsch ist. Beide Haltungen laufen darauf hinaus, daß die Mathematik den Menschen *beherrscht*. (S. 52)

Inzwischen gibt es verschiedene Werke, in denen Spannungsfelder zwischen Selbstanspruch und Möglichkeiten der Mathematik kritisch beleuchtet und in Hinblick auf den Mathematikunterricht diskutiert werden. So diskutiert Paul Ernest (1991) das Gebiet aus erkenntnistheoretischer Sicht, Alan Bishop (1991) aus kulturwissenschaftlicher Perspektive und Philip J. Davis und Reuben Hersh (1980) nehmen sich der Problematik aus der Sicht des Mathematikers an.

Während sich also zusammenfassend feststellen lässt, dass Mathematikunterricht durchaus dazu beitragen kann, Mathematik unter fragwürdigen Argumenten als zur gesellschaftlichen Entscheidungsfindung zentralen Diskurs einzusetzen, und solche Phänomene im Mathematikunterricht von verschiedenen Autoren beschrieben werden, bleiben Fragen zum Wie, Wo und Warum dieser Zusammenhänge offen. Zur Beantwortung dieser Fragen bauen aktuelle Studien immer häufiger als soziologischen Theorien auf, welche die marxistische Ideologiekritik hinter sich lassen.

6 Postmoderne Blicke auf Mathematikunterricht

Eine ganze Reihe von Gründen führt dazu, dass auf marxistischer Ideologiekritik aufbauende Studien zum Mathematikunterricht (z. B. Damerow 1979; Keitel 1979; Skovsmose 2005; Ullmann 2008) zunehmend in Kritik geraten (vgl. Kollosche 2016). Erstens erscheint die marxistische Grenzziehung zwischen Proletariat und Bourgeoisie zur Beschreibung der gegenwärtigen westlichen Gesellschaftsstruktur nicht mehr geeignet. Zweitens impliziert diese Grenzziehung eine ethische aufgeladene Kampfhaltung, in der der Wissenschaftler seine Forschung nicht als möglichst vorbehaltlose Analyse, sondern als politisch voreingenommenen Beitrag zur Emanzipation des vermeintlich von der Bourgeoisie ausgebeuteten und unterdrückten Proletariats versteht. Drittens gibt es Kritik an der marxistischen Ideologiekritik selbst, welche Ideologie als „falsches Bewußtsein" (Engels 1968, S. 97) versteht und ihr die „wirklichen" Zustände gegenüberstellen will (Marx & Engels 1969, S. 37 f.), was letztlich die Anmaßung beinhaltet, dass der Ideologiekritiker über einen überlegenen Zugang zur Wirklichkeit verfüge, von dem aus er Ideologien als Fehler entlarven könne (vgl. Ernest 2010, S. 69).

Die Erschütterung des Glaubens an die eindeutige Erkennbarkeit der Wirklichkeit, welche die Mathematik in ihrer Grundlagenkrise heimgesucht hatte, ergreift in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts auch die Geisteswissenschaften. Es entstehen sogenannte postmoderne Paradigmen, welche sich dadurch auszeichnen, dass sie den für die Moderne typischen Glauben an Wahrheit hinter sich lassen und durch ein Nebeneinander von Perspektiven ersetzen. Individualität und Macht werden nicht länger nur nach ihrer Wahrhaftigkeit und Legitimation befragt; vielmehr werden die Möglichkeiten und Mechanismen des Hervorbringens und der Legitimation von Individualität und Macht zu Gegenständen der Forschung (vgl. Gutiérrez 2013). Im Folgenden sollen ausgewählte mathematikdidaktische Beiträge diskutiert werden, welche auf den Theorien Basil Bernsteins, Michel Foucault und Slavoj Žižeks beruhen.

Bernsteins Theorien fanden in der anglophonen Mathematikdidaktik früh Beachtung, vermutlich auf Grund der pädagogischen Ausrichtung von Bernsteins Spätwerk (die sich schon in Bernstein 1959 anbahnt) und der mathematikdidaktischen Dissertation seines Schülers Paul Dowling, welche sich als eine *Sociology of Ma-*

thematics Education (1998) versteht. Bernstein, ein Gründungsvater der Soziolinguistik und unter anderem durch Bourdieu und Foucault beeinflusst, legt dar, wie die Struktur, Bedeutung und Legitimität von Sprache situativ bedingt ist. Insbesondere zeigt er Unterschiede zwischen dem für die Arbeiterschicht typischen und unter anderem auf Bekanntschaft und persönlichen Erfahrungen basierenden *restringierten* Sprachcode und dem für die Mittelschicht typischen und unter anderem auf abstrakte Begriffe und Ordnungsprinzipien aufbauenden *elaborierten* Sprachcode auf. Pädagogisch brisant sind diese Erkenntnisse auf Grund der Dominanz des elaborierten Sprachcodes im Bildungswesen und der damit einhergehenden strukturellen Benachteiligung von Kindern mit restringierter Sprachherkunft.

Die soziolinguistischen Instrumente Bernsteins wurden durch die Mathematikdidaktik aufgegriffen und zur Entwicklung einer Soziolinguistik des Mathematikunterrichts genutzt (vgl. Gellert & Sertl 2012). So können Barry Cooper und Máiréad Dunne (1998) zeigen, dass Mathematikaufgaben zuweilen eine restringierte Bedeutung suggerieren, obwohl elaborierte Antworten gefordert sind, wodurch restringierte Sprecher systematisch schlechter abschneiden. Dowling (1998) verfeinert Bernsteins Instrumente für eine Analyse von Schulbuchaufgaben und argumentiert, dass realitätsbezogene Aufgaben aus englischen Mathematikschulbüchern den Eindruck vermitteln, dass die Mathematik ein omnipotentes und für jeden Einzelnen unverzichtbares und erlernbares Instrument sei, wodurch die Mathematik als gesellschaftliches Machtmittel installiert wird. Hauke Straehler-Pohl (2014) diskutiert, wie die nach Schulform und adressiertem Schüler variierende Codierung der Lehrersprache im Mathematikunterricht Zugänge zu Mathematik ermöglicht oder verhindert und somit dazu beiträgt, Leistungsunterschiede zu (re-)produzieren. Die Ergebnisse zeigen, dass Mathematikunterricht in der Regel nicht darauf ausgerichtet ist, restringierten Sprechern Zugänge zum elaborierten Sprachcode zu eröffnen, sie also in diesen Sprecherkreis zu integrieren. Deutlich wird, dass gegenwärtiger Mathematikunterricht im Allgemeinen nicht zur Emanzipation aller Schüler beiträgt, sondern mit der Emanzipation einiger immer auch die Exklusion anderer Schüler einhergeht.

Während sich Bernstein der sozialen Bindung von Sprache widmet, untersuchte der französische Philosoph Foucault das Zusammenspiel von Macht, Wissen und Individualität in vielfältigen gesellschaftlichen Gebieten. Typisch ist, dass Foucault Macht nicht als ein Gut versteht, welches Personen besitzen können, sondern als das Verfügen über Techniken, um andere oder sich selbst zu führen (Foucault 1994). Kennzeichnend für die Moderne ist nach Foucault die gesellschaftliche Ausbreitung von Techniken zur Führung anderer, die auf deren Selbstführung aufbauen, so wie etwa die Forderung, pünktlich zum Unterricht zu erscheinen, es erfordert, dass der Einzelne diese Pünktlichkeit selbst hervorbringt. Das Hervorbringen dieser ursprünglich von außen angemahnten Selbstführung im Einzelnen lässt sich als Prozess der Subjektwerdung verstehen und führt zur Verinnerlichung dieser Selbstführung, welche fortan in allen Lebensbereichen ‚gelebt' wird. Die Disziplinartechniken, wie Foucault die Techniken zur Führung durch Selbstführung auch nennt, erhalten ihre Effizienz also durch ihre Verankerung im Individuum. Verbunden mit der disziplinartechnischen Durchdringung der Gesellschaft sind Formen des Wissens, die zum einen Disziplinartechniken legitimieren und zum anderen durch ebendiese erst denkbar oder legitim werden. Insbesondere die Humanwissenschaften versteht Foucault als Institutionen, welche Disziplinartechniken sowohl legitimieren als auch hervorbringen und verfeinern. Auf diese Weise sieht Foucault Macht, Wissen und das Individualität verwoben.

Foucault hatte sich zwar nie explizit der Schule oder Pädagogik zugewandt, seitens der Soziologie und Erziehungswissenschaft wurde aber versucht, Foucaults Standpunkt zu Schule und Pädagogik aufzuarbeiten und den Wert seiner Theorien für die Pädagogik zu erschließen (z. B. Coelen 1996). Ende der 90er Jahre des 20. Jahrhunderts ertönen erste Forderungen nach einer postmodernen Mathematikdidaktik (Walshaw 1999), gefolgt von entsprechend orientierten Sammelbänden (z. B. Walshaw 2004). In diesen Studien wird die Soziologie Foucaults zur Analyse des unterrichtlichen Umgangs mit Mathematik genutzt, wodurch zwar sozialkritische Aspekte des Mathematiklernens, beispielsweise die Ungleichbehandlung und Sozialisierung von Jungen und Mädchen, von Einheimischen und Einwanderern oder die arbeitskonforme Sozialisation von Nachwuchslehrern, fruchtbar diskutiert werden können, die Mathematik als Unterrichtsgegenstand selbst aber einen soziologisch weitestgehend blinden Fleck darstellt.

Eine Ausnahme bildet Valerie Walkerdines einflussreiche Studie zur *Mastery of Reason* (1988), in der sie unter anderem am Beispiel des Rechnenlernens im Grundschulalter herausarbeitet, inwieweit gängige Techniken unseres Denkens nicht einer natürlich vorgezeichneten Entwicklung folgen, sondern in der Kindheit mühsam erlernt werden. Dadurch wird die kulturelle Bedingtheit mathematischer Denk- und Arbeitsweisen sichtbar. Diese stellen Techniken der Selbstführung dar, deren Herausbildung durch die Disziplinartechniken des Mathematikunterrichts initiiert werden. Mathematik präsentiert sich dadurch nicht als kulturell neutrale Institution, sondern als interessengeleitet und kulturell wie politisch verwoben. Die Auffassung, dass die Mathematik keine politisch-kulturelle Dimension habe und der Mathematikunterricht erst durch das Unterrichten und Anwenden von Mathematik eine solche Dimension erlange (vgl. Skovsmose 2011, S. 2), geriet zuletzt in Kritik (bspw. in Valero & Stentoft 2010, S. 190). Entsprechend entwickeln sich Ansätze, die mathematisches Denken und Tun als Führungstechniken im Sinne Foucaults verstehen und dahingehend befragen, unter welchen Umständen und entlang welcher Interessen sie entstanden sind, wie sie gesellschaftlich reproduziert werden, durch welches Wissen sie legitimiert werden, welches Wissen sie selbst legitimieren und welches Verhältnis das Individuum ihnen gegenüber einnehmen kann (vgl. Kollosche 2014). Dabei zeigt sich, dass sich der Mathematikunterricht verstehen lässt als Institution, welche den Schülern mit Hilfe geeigneter Disziplinartechniken die Herausbildung einer bestimmten Selbstführung (hinsichtlich des Denkens und Tuns) abverlangt, welche sowohl in einem Befolgen des Mathematischen als auch in einem Abwenden von ebendiesem bestehen kann – eine politisch brisante Dialektik, auf die schon Fischer (1984) hingewiesen hatte. Das Theorieangebot Foucaults hilft an dieser Stelle, den alten Vorwurf, dass der Mathematikunterricht zu einer Hörigkeit gegenüber der Mathematik erziehe und diese so als gesellschaftliches Machtmittel installiere, differenzierter auszugestalten, soziologisch zu belegen und gesellschaftlich zu verorten.

Unter dem Eindruck, dass sich weite Teile der Mathematikdidaktik widersetzen, sozialkritische Forschung anzuerkennen und in ihrer Arbeit zu berücksichtigen, entstanden schließlich Beiträge zu einer kritischen Theorie der Mathematikdidaktik, welche auf der Ideologiekritik des slowenischen Philosophen Slavoj Žižek basieren. Žižeks Ideologiekritik (1994) baut auf der Psychoanalyse von Jacques Lacan, auf Hegels Dialektik und auf post-marxistische Ideologiekritik auf und überwindet die Vorstellung von Ideologie als ‚falschem Bewusstsein'. Für Žižek sind Denken und Sprechen symbolische Akte, die sich auf Grund ihrer Abstrahierung nie mit der Wirklichkeit decken können, die also notwendig eine Differenz hervorbringen, die Žižek als ‚Symptome' dieses Denkens und Sprechens versteht. Ideologie als sozialer Diskurs eines Denkens und Sprechens wäre also immer als ‚falsch' zu entlarven und muss vielmehr perspektivisch verstanden werden. Zur Wahrung der Ideologie wird die ideologiekonforme Interpretation oder Auslöschung der Symptome nach Žižek zu einem zwar unmöglichen, aber dennoch verfolgten ‚Begehren' der Denker und Sprecher. Sie bereichern den Diskurs um Erklärungen oder Interventionen, die den Symptomen vermeintlich entgegenstehen und die Funktionalität der Ideologie sichern sollen.

Betrachtet man in der Mathematikdidaktik verbreitete Vorstellungen zum Lernen und zur Bedeutung von Mathematik als Ideologie, so wird diese als Wissenschaftsdisziplin zum Objekt einer Ideologiekritik. So untersuchen Tony Brown und Olwen McNamara (2005), wie Nachwuchslehrer im Spannungsfeld von didaktischer Ideologie und Praxis eine Identität als Mathematiklehrer ausbilden, welche den auftretenden Symptomen zu begegnen weiß. Straehler-Pohl (2014) untersucht, wie Mathematiklehrer vor dem Hintergrund einer Mathematik-für-alle-Ideologie mit dem Symptom scheiternder Schüler im Mathematikunterricht umgehen. Vor diesem Hintergrund wird auch argumentiert, dass Schülerfehler im Mathematikunterricht nicht überwindbar, sondern als Symptom des Mathematiklernens notwendig sind (Straehler-Pohl & Pais 2014). Grundsätzliche Kritik wendet sich gegen die Ideologie, dass alle Schüler zufriedenstellende Leistungen im Mathematikunterricht erbringen könnten und darauf hinzuarbeiten sei (Baldino & Cabral 2006). Vor dem Hintergrund dieser Ideologie erscheint das Scheitern von Schülern im Mathematikunterricht als Symptom, dessen Auslöschung zum zentralen Begehren des

Mathematikdidaktikers wird und andere Sichtweisen blockiert. Eine kritische Bildungstheorie des Mathematikunterrichts hätte also zu fragen, welche Kräfte hinter dem womöglich unrealisierbaren Begehren nach einer allgemeinen mathematischen Emanzipation sowie hinter dem Begehren nach einer Omnipotenz und Unfehlbarkeit der Mathematik stecken.

7 Desiderata einer Bildungstheorie des Mathematikunterrichts

Im Rahmen des pädagogischen Projekts folgt die Legitimation des Mathematikunterrichts traditionell dem Bildungsbegriff der Aufklärung. Vor diesem Hintergrund wird die Hoffnung geäußert, dass ein ‚idealer' Mathematikunterricht sowohl jedem Einzelnen als auch der Gesellschaft emanzipativ dienlich sei, also sowohl jedem Einzelnen eine selbstbestimmte Lebensführung als auch gesellschaftlichen Fortschritt ermöglicht. Dass die Realisierbarkeit dieses Ideals zumindest fragwürdig ist, stellt bereits Bernfeld (1925) heraus. Die hier vorgebrachten soziologischen Beiträge zeigen außerdem, dass die Verfolgung dieses Ideals die Gefahr birgt, blinde Flecken zu erzeugen, beispielsweise hinsichtlich der gesellschaftlichen Funktion von Disziplinierung im Mathematikunterricht, hinsichtlich einer auf den Mathematikunterricht aufbauenden sozialen Selektion der Schüler oder hinsichtlich der Legitimation vom Mathematik als gesellschaftliche Entscheidungsinstanz. Eine Legitimation des Mathematikunterrichts kann ihrem Emanzipationsanspruch jedoch kaum gerecht werden, wenn sie Gesellschaftsdienlichkeit auf Aufklärung verkürzt oder außer Acht lässt, welche Möglichkeiten und Gefahren Disziplinierung, Selektion und Ideologisierung für den Schüler und die Gesellschaft bereithalten. Ferner wäre es utopisch, allen Erfahrungen aus der Praxis des Mathematikunterrichts zum Trotz die Möglichkeit der Vermeidung dieser Funktionen von Mathematikunterricht herbeizuhoffen. Wenn die Ziele einer mathematikdidaktischen Bildungstheorie tatsächlich praxisleitend sein sollen, liegt es im Interesse dieser Theorie, alle Aspekte dieser Praxis ernst zu nehmen und ihnen gegenüber Positionen zu entwickeln. Die hier vorgebrachten soziologischen Erkenntnisse deuten aus meiner Sicht auf folgende, für die mathematikdidaktische Bildungstheorie relevante und zu bearbeitende Probleme mathematischer Bildung:

- *Welche mathematische Qualifikation ist in welchem Sinne für das außerschulische Leben wichtig und kann nur im Mathematikunterricht erworben werden?* Heymann (1996) stellt heraus, dass sich die Lebensrelevanz weiter Teile des mathematischen Curriculums nicht begründen lasse und diese Inhalte womöglich als ein Beitrag zur Qualifikation möglichst vieler Schüler für mathematikintensive Arbeit, auf jeden Fall aber als ein Beitrag zu Sozialisationsfunktionen des Mathematikunterrichts zu verstehen sei. Die Studien von Lave (1988) führen außerdem zu Zweifeln daran, ob selbst lebensrelevante Mathematik im Schulunterricht erlernt werden kann und braucht.

- *Welche Beiträge zu Charakterbildung und Disziplinierung leitest der Mathematikunterricht und wie sind diese sowohl gesellschaftlich als auch individuell zu bewerten?* Neander (1974), Lundin (2008) und andere legen dar, dass dem Mathematikunterricht traditionell disziplinierende Funktionen zugeschrieben wurden. Wenngleich diese Funktionen im heutigen Bildungsdiskurs kaum noch genannt werden, lassen sich disziplinierende Funktionen des Mathematikunterrichts durchaus beobachten (Walshaw 1999; Walshaw 2004). Sie sind also ein zentraler Bestandteil des Mathematikunterrichts, dem mathematikdidaktischen Blick jedoch weitgehend entzogen.
- *Nach welchen Kriterien, mit welchen Hoffnungen und mit welchen gesellschaftlichen wie individuellen Konsequenzen wird der Mathematikunterricht zur Bewertung, Auswahl und gesellschaftlichen Zuweisung Heranwachsender genutzt?* Die Mathematik wird seit der griechischen Antike als Torwächter verstanden. Gutièrrez (2013) diskutiert, wie die Bewertung im Mathematikunterricht auch in der heutigen Gesellschaft als Maßstab für Willensstärke, Intelligenz und kulturelle Zugehörigkeit aufgefasst wird. Zugleich zeigen soziolinguistische Studien (bspw. Cooper & Dunne 1998), dass nicht allen Schülern der gleiche Zugang zu mathematischer Bildung geboten wird, so dass der Mathematikunterricht als Instrument zur Vererbung des ‚Bildungskapitals' bestimmter gesellschaftlicher Gruppen dient.
- *Inwiefern installiert der Mathematikunterricht die Mathematik als gesellschaftliches Machtmittel und wie wird das Individuum gegenüber diesem Machtmittel positioniert?* Keitel (1979), Dowling (1998) und Ullmann (2008) dokumentieren, wie der Mathematikunterricht das Bild einer unfehlbaren, eindeutigen und omnipotenten Mathematik zeichnet. Dass dieses Bild die Erkenntnisse der Grundlagenkrise der Mathematik ignoriert, lässt sich als Zeichen dafür verstehen, dass es dabei um eine soziopolitisch begründete Praxis handelt, welche das gesellschaftliche Prestige mathematischer Argumentation reproduzieren soll. Fischer (1984) sieht durch die Vermittlung dieses Bildes die Gefahr, dass der Schüler – durch blinde Treue oder ohnmächtiger Unterwerfung – durch Mathematik beherrscht wird.
- *Welcher Art sind die Formen des Denkens und Sprechens, die im Mathematikunterricht vermittelt und legitimiert werden, und welche Bedeutung haben diese für die Gesellschaft und für das Individuum?* Walkerdine (1988) und Kollosche (2014) zeigen, dass im Mathematikunterricht zentrale Formen des Denkens und Sprechens, etwa das logische, keiner natürlich-zwangsläufigen Entwicklung folgen, sondern kulturelle Errungenschaften mit soziopolitischen Dimensionen darstellen. Mit Bernstein ließe sich auch die Rolle des elaborierten Sprachcodes im Mathematikunterricht entsprechend interpretieren. Worin diese Formen des Denkens und Sprechens bestehen, wie sie gesellschaftlich verwoben sind und

welche Bedeutung sie für die Gesellschaft und das Individuum haben, wurde bisher jedoch kaum beforscht.

- *Inwieweit ist der Horizont mathematikdidaktischer Bildungstheorie und der Mathematikdidaktik durch ideologische Vorannahmen eingeschränkt?* Fragen zur Realisierbarkeit pädagogischer Ideale hatte bereits Bernfeld (1925) aufgeworfen. Aufbauend auf der Ideologiekritik Žižeks fragen Baldino & Cabral (2006) und Straehler-Pohl (2014), ob die Vorstellung, mathematische Bildung könnte für alle erreichbar und emanzipierend sein, eine Ideologie darstellt, die notwendig zuwiderlaufende Symptome produzieren muss. Eine Mathematikdidaktik, die sich dann fortwährend an diesen Symptomen abarbeitet, ist dann in ihrem Blickfeld sehr eingeschränkt und letztlich notwendig erfolglos. Inwiefern eine solche Ideologie überwunden werden kann, wäre dann eine Frage von zentraler Bedeutung für die Mathematikdidaktik allgemein und für die vom aufklärerischen Bildungsideal geprägte Legitimation des Mathematikunterrichts im Besonderen.

Die Legitimation mathematischer Schulbildung ist traditionell ein zentrales Anliegen der Mathematikdidaktik, hat in den letzten zwanzig Jahren jedoch wenige Impulse erfahren. Dies mag daran liegen, dass der erschlagenden Detailliertheit von Heymanns Legitimation des Mathematikunterrichts in der Tradition der Aufklärung (1996) nicht allzu leicht substantielles hinzuzufügen ist. Es besteht jedoch die Hoffnung, dass eine stärkere Einbeziehung der geschilderten soziologischen Fragestellungen zu einer Intensivierung bildungstheoretischer Debatten, zu einer stärkeren Deckung von Theorie und Praxis und letztlich zu einer höheren Wirksamkeit bildungstheoretischer Bemühungen führen kann.

Literatur

Baldino, R. R. & Cabral, T. C. B. (2006). Inclusion and diversity from Hegelylacan point of view. Do we desire our desire for change? *International Journal of Science and Mathematics Education 4*(1). S. 19–43.

Bernfeld, S. (1979). *Sisyphos oder die Grenzen der Erziehung.* Frankfurt a. M.: Suhrkamp. Erstveröffentlichung von 1925.

Bernstein, B. (1959). Soziokulturelle Determinanten des Lernens. In P. Heintz (Hrsg.), *Soziologie der Schule* (S. 52–79). Opladen: Westdeutscher Verlag.

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education.* Dordrecht: Kluwer.

Bourdieu, P. & Passeron, J.-C. (1961). *Les héritiers. Les étudiants et la culture. Paris: Minuit*.

Brown, T. & McNamara, O. (2005). *New teacher identity and regulative government. The discursive formation of primary mathematics teacher education.* New York: Springer.

Coelen, T. (1996). *Pädagogik als „Geständniswissenschaft“? Zum Ort der Erziehung bei Foucault.* Frankfurt a. M.: Lang.

Cooper, B. & Dunne, K. (1998). Anyone for tennis? Social class differences in children's responses to national curriculum mathematics testing. *The Sociological Review* 46(1). S. 115–148.

Damerow, P. (1979). Ideologie des Mathematikunterrichts. In D. Volk (Hrsg.), *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht* (S. 100–113). München: Fink.

Davis, P. J. & Hersh, R. (1980). *The mathematical experience.* Boston: Birkhäuser.

Descartes, R. (1959). *Regeln zur Leitung des Geistes.* Hamburg: Meiner. Erstveröffentlichung von 1628.

Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education. Mathematical myths / pedagogic texts.* London: Falmer.

Einstein, A. (1921). Geometrie und Erfahrung. *Sitzungsberichte der preußischen Akademie der Wissenschaften.* S. 123–130.

Engels, F. (1968). Brief an Franz Mehring, 14. Juli 1893. In ders., *Werke*. Hg v. H. Scheibler. Bd. 39 (S. 96100). Berlin: Dietz.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.

Ernest, P. (2010). The scope and limits of critical mathematics education. In H. Alrø. O. Ravn & P. Valero (Hrsg.), *Critical mathematics education. Past, present, and future* (S. 65–88). Rotterdam: Sense.

Fend, H. (1974). *Gesellschaftliche Bedingungen schulischer Sozialisation.* Weinheim: Beltz.

Fischer, R. (1984). Unterricht als Prozeß der Befreiung vom Gegenstand. Visionen eines neuen Mathematikunterrichts. *Journal für Mathematik-Didaktik* 5(1/2). S. 51–85.

Fischer, R. (2001). Mathematik und Bürokratie. In K. Lengnink, S. Prediger & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik und Mensch: Sichtweisen der allgemeinen Mathematik* (S. 53–64). Mühltal: Allgemeine Wissenschaft.

Fischer, R. (2006). Mathematik – ihre Rolle bei gesellschaftlichen Entscheidungen. In R. Fischer (Hrsg.), *Materialisierung und Organisation: Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik* (S. 51–85). München: Profil.

Foucault, M. (1994). Wie wird Macht ausgeübt? In H. L. Dreyfus & P. Rabinow (Hrsg.), *Michel Foucault. Jenseits von Strukturalismus und Hermeneutik* (S. 251–261.). Weinheim: Beltz Athenäum.

Foucault, M. (1999). *Psychologie und Geisteskrankheit.* Frankfurt a. M.: Suhrkamp. Erstveröffentlichung von 1954.

Gellert, U. & Hümmer, A. (2008) Soziale Konstruktion von Leistung im Unterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 11(2). S. 288–311.

Gellert, U. & Jablonka, E. (Hrsg.) (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications.* Rotterdam: Sense.

Gellert, U. & Sertl, M. (Hrsg.) (2012). *Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses.* Weinheim: Beltz.

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38(1). S. 173–198.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1). S. 37–68.

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik.* Weinheim: Beltz.

Hilbert, D. (1899). *Grundlagen der Geometrie.* Leipzig: Teubner.

Hilbert, D. (1922). Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung. *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburger Universität* 1(1). S. 157–177.

Keitel, C. (1979). Sachrechnen. In D. Volk (Hrsg.), *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht* (S. 249–264). München: Fink.

Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 3–38). New York: Macmillan.

KMK (Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (1958). *Beschluß der Kultusminister-Konferenz vom 25. März 1958 über Richtlinien und Rahmenpläne für den Mathematikunterricht*.

Kollosche, D. (2014). *Gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts. Ein soziologischer Beitrag zum kritischen Verständnis mathematischer Bildung*. Berlin: Springer.

Kollosche, D. (2016). Criticising with Foucault. Towards a guiding framework for socio-political studies in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 91(1), S. 73–86.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice. Mind, mathematics and culture in everyday life.* Cambridge: UP.

Lefèvre, W. (1981). Rechensteine und Sprache. In P. Damerow & W. Lefèvre (Hrsg.), *Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften* (S. 115–170). Stuttgart: Klett-Cotta.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Hrsg.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (S. 19–44). Westport, CT: Ablex.

Lundin, S. (2008). *Skolans matematik. En kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling.* Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis.

Marx, K. & Engels, F. (1969). Die deutsche Ideologie. In dies., *Werke.* Bd. 3. (S. 5–530). Berlin: Dietz.

Münzinger, W. (1971). *Moderne Mathematik, Gesellschaft und Unterricht. Zur soziologischen Begründung der modernen Mathematik in der Schule.* Weinheim: Beltz.

Neander, J. (1974). *Mathematik und Ideologie. Zur politischen Ökonomie des Mathematikunterrichts.* Sternberg: Raith.

Pais, A. (2013). An ideology critique of the use-value of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1). S. 15–34.

Parmenides (2009). Fragmente. In M. L. Gemelli Marciano (Hrsg.), *Die Vorsokratiker.* Band 2 (S. 6–41). Düsseldorf: Artemis & Winkler.

Platon (2001). Politeia. Der Staat. In ders., *Werke in acht Bänden.* Bd. 4. Hg. v. Gunther Eigler. Darmstadt: WBG.

Rutschky, K. (Hrsg.) (1977). *Schwarze Pädagogik. Quellen zur Naturgeschichte der bürgerlichen Erziehung.* Frankfurt a. M.: Ullstein.

Schelsky, H. (1956). Schule als soziale Dirigierungsstelle. In K. Plake (Hrsg.), *Klassiker der Erziehungssoziologie* (S. 276–285). Düsseldorf: Schwann.

Skovsmose, O. (1985). Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics* 16(4). S. 337–354.

Skovsmose, O. (2005). *Travelling through education. Uncertainty, mathematics, responsibility.* Rotterdam: Sense.

Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education.* Rotterdam: Sense.

Stinson, D. W. (2004). Mathematics as ‚gate-keeper'. *The Mathematics Educator* 14(1). S. 8–18.

Straehler-Pohl, H. (2014). *Mathematikunterricht im Kontext eingeschränkter Erwartungen. Beiträge zu einer soziologischen Theorie des Unterrichts.* Dissertation. Freie Universität Berlin. (online verfügbar unter http://www.diss.fu-berlin.de/diss/receive/FUDISS_thesis_000000096186 (zuletzt geprüft: 28.09.2015).

Straehler-Pohl, H. & Pais, A. (2014). Learning to fail and learning from failure. Ideology at work in a mathematics classroom. *Pedagogy, Culture & Society 22*(1). S. 79–96.

Tenorth, H.-E. (2000). *Geschichte der Erziehung. Einführung in die Grundzüge ihrer neuzeitlichen Entwicklung.* Weinheim: Juventa. Erstveröffentlichung von 1988.

Ullmann, P. (2008). *Mathematik, Moderne, Ideologie. Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik.* Konstanz: UVK.

Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Hrsg.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education. Issues of power in theory and methodology* (S. 5–23). Boston: Kluwer.

Valero, P. & Stentoft, D. (2010). The ‚post' move of critical mathematics education. In H. Alrø, O. Ravn & P. Valero (Hrsg.), *Critical mathematics education. Past, present, and future* (S. 183–195). Rotterdam: Sense.

Volmink, J. (1994). Mathematics by all. In S. Lerman (Hrsg.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (S. 51–67). Dordrecht: Kluwer.

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason. Cognitive development and the production of rationality.* London: Routledge.

Walshaw, M. (1999). An unlikely alliance. Mathematics education, poststructuralism and potential affirmation. *Mathematics Teacher Education and Development* 1(1). S. 94–105.

Walshaw, M. (Hrsg.) (2004). *Mathematics education within the postmodern.* Greenwich: IAP.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik,* Heft 61, S. 37–46.

Wittenberg, A. I. (1990). *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach.* Stuttgart: Klett. Erstveröffentlichung von 1963.

Žižek, S. (1994). *Denn sie wissen nicht, was sie tun. Geniessen als ein politischer Faktor.* Wien: Passagen.

Anschrift des Verfassers

David Kollosche
Universität Potsdam
Humanwissenschaftliche Fakultät
Karl-Liebknecht-Str. 24–25
14476 Potsdam
e-Mail: david.kollosche@uni-potsdam.de

Eingang Manuskript: 11.05.2014
Eingang überarbeitetes Manuskript: 10.01.2015
Online verfügbar: 12.02.2016