Allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts eingebettet in ein ganzheitliches Konzept von Menschenbildung

Theoretische Erörterungen und beispielhafte Erläuterungen

von

Günther Graumann, Bielefeld

Kurzfassung: Der Erwerb einzelner Kompetenzen macht noch keine Bildung aus, die in allgemeinbildenden Schulen angestrebt werden sollte. Dieser Gedanke wird zunächst kurz erläutert. Es folgen Zitate aus der Zeit um 1970, in denen klargemacht wird, dass eine einfache Deduktion spezieller und inhaltsbezogener Ziele aus allgemeinen Zielen nicht möglich ist. Eine Rückkopplung zu einem Bildungskonzept ist daher angebracht. Das Konzept der Allgemeinbildung von W. Klafki aus dem Jahre 1985 wird dafür als Beispiel genommen. An Klafki und eigene Vorarbeiten anknüpfend hat der Autor Ende der 1980er/Anfang der 1990er Jahre ein Konzept von Allgemeinbildung für den Mathematikunterricht entwickelt. Die dabei entwickelten vier Dimensionen von Allgemeinbildung für den Mathematikunterricht werden im Paper dargestellt. Im Rahmen einer solchen Konzeption können die Kompetenzen, wie wir sie aus den Bildungsstandards kennen, eine hilfreiche Rolle spielen; sie sind in diesem Zusammenhang hier aber keine für sich stehende Axiome der Didaktik. Im zweiten Teil des Beitrages wird dann an drei beispielhaften Themen (aus den Bereichen Arithmetik, Geometrie, Sachrechnen/Anwendung) erläutert, welche allgemeinen Ziele bei geeigneter Unterrichtskultur angestrebt werden können.

Abstract: The acquirement of seperate competences does not compose a general education (Bildung) for school. This will be explained first followed by citations from the 1970th where it is worked out that a simple deduction of special and contend orientated objectives out of general aims is not possible. A back coupling to a concept of education (Bildung) therefore is advisable. The conceptual design of general education (Allgemeinbildung) produced by W. Klafki in 1985 is taken as example for this. Following Klafki and some own preliminary studies the author developed a conception of general education for mathematics education in the end of the 1980th and the beginning of the 1990th; the hereby developed four dimensions of general education in mathematics education will be presented here. In the scope of such a conception the competences you know from the German standards of education for mathematic teaching can be helpful but in this context here they are not singular standing axioms of didactics. In the second part of the paper three exemplary themes (out of the domains Arithmetic, Geometry, Application) will be described and discussed in respect to general aims.

1 Einleitung

Bevor man sich damit beschäftigt, welche Inhalte gelernt werden sollten und wie diese am besten gelernt werden können, sollte man fragen, warum sich Schüler und Schülerinnen überhaupt mit Mathematik auseinandersetzen sollten. Diese Frage kann nicht generell beantwortet werden, zumindest aber sollten sich Lehrerinnen und Lehrer (und eventuell Schülerinnen und Schüler) immer wieder mit ihr auseinandersetzen, damit der *Sinn des Mathematikunterrichts* auch bei den Schülerinnen und Schülern ankommt bzw. mit ihnen reflektiert werden kann. Mit Rückbezug auf Überlegungen – insbesondere auch eigene – aus den vergangenen vier Jahrzehnten sollen hierzu Anregungen gegeben werden.

Die allgemeinen (prozessbezogenen) Kompetenzen, wie wir sie etwa aus den Bildungsstandards (vgl. etwa KMK 2004/5) kennen, spielen zwar eine hilfreiche Rolle bei der Auseinandersetzung mit den Fragen nach dem Sinn des Mathematikunterrichts, sie beleuchten aber nur einzelne isolierte Aspekte und sollten in Überlegungen zu einem ganzheitlichen Konzept der Menschenbildung eingebettet werden. So heißt es etwa selbst in den Vereinbarungen über Bildungsstandards für den mittleren Abschluss vom 04.12.2003:

> „Bildungsstandards formulieren fachliche und überfachliche Basisqualifikationen, die für weitere schulische und berufliche Ausbildung von Bedeutung sind und die anschlussfähiges Lernen ermöglichen. Die Standards stehen im Einklang mit dem Auftrag der schulischen Bildung. Sie zielt auf Persönlichkeitsentwicklung und Weltorientierung, die sich aus der Begegnung mit zentralen Gegenständen unserer Kultur ergeben." (KMK 2004, S. 5)

Über die hier genannte schulische Bildung haben sich Pädagoginnen und Pädagogen schon seit etwa 200 Jahren Gedanken gemacht und die bisherigen Erkenntnisse sollten nicht vergessen sondern berücksichtigt werden, auch wenn man sie heute nicht einfach eins-zu-eins übernehmen kann. Vielmehr geht es um die Auseinandersetzung mit verschiedenen Konzepten, um sich selbst damit ein Bild von möglichen Bildungszielen zu erarbeiten. Hierbei sollten dann natürlich auch Bezüge zu den Kompetenzen in den Bildungsstandards und Richtlinien der Länder hergestellt werden.

Wie aber ein bildungstheoretisches Konzept die Überlegungen zu Zielen und Sinn des Mathematikunterrichts beeinflussen kann, möchte ich an einem noch nicht so alten Konzept der Allgemeinbildung von Wolfgang Klafki aus den 1980er Jahren – das übrigens 1989 auch bei der Gründung des Arbeitskreises Mathematik und Bildung eine wichtige Rolle spielte – deutlich machen.

2 Lernzieldiskussionen in den 1960er/1970er Jahren

In den 1960er/70er Jahren waren verschiedene Überlegungen zu Lernzielen (in Anlehnung an die Taxonomie von Lernzielen nach Bloom u.a. (1972), Krathwohl u.a. (1975)) und der Operationalisierung von Lernzielen (nach Mager (1965) und Gagné (1970)) angestellt worden. Die Frage nach dem Sinn von Unterricht war dabei aber offen geblieben. Außerdem wurde bald klar, dass man bei einer solchen Hierarchisierung von Lernzielen den Stoff betreffende genauere Ziele (Grobziele) und operationalisierte Ziele nicht aus allgemeinsten Lernzielen (Erziehungszielen/Richtzielen) unmittelbar ableiten kann und dass man kein konsistentes aus einer allgemeinen Theorie abgeleitetes Weltbild als Ausgangspunkt nehmen kann. Lenné und Winter schreiben dazu um 1970:

> „Es gibt in der Mathematikdidaktik zumindest in Deutschland keine Untersuchung, die explizit Methoden beschreibt und begründet, nach denen Bildungsinhalte (welcher Art immer) aus dem Angebot der Schultradition, Wissenschaft, Kultur und Lebenspraxis zu gewinnen sind.“ (Lenné 1969, S. 281)

> „Es liegt eine gewisse Faszination in dem Gedanken, aus einem System vorgegebener allgemeinster Lernziele ein Curriculum zu den einzelnen Schulfächern zu deduzieren. In der Geschichte ist das immer wieder (auch heute) versucht worden. … So etwas scheint nicht zu gehen. … Man muß also die Tatsache akzeptieren, und das ist gerade für engagierte Pädagogen u. U. durchaus schmerzlich, daß es nicht möglich erscheint, aus obersten allgemeinsten Lernzielen (Normen, Weltanschaungen, Ideologien) auf logisch vertretbare Weise Lernziele nach niedrigerer Hierarchie zu deduzieren, weil in den obersten Lernzielen keine Inhalte stecken, die unteren aber notwendig inhaltlich bestimmt sind. Es gibt kein Stricken ohne Wolle.
>
> Das ist indes nur die eine Seite der Medaille. Es ist ebenso nämlich evident, daß ein reiner inhaltlicher Pragmatismus, ein sogenanntes voraussetzungsfreies Curriculum, auch nicht denkbar ist.“ (Winter 1972, S. 69 f.)

Schließlich hatte man im Lauf der 1970er Jahre auch festgestellt, dass der zu Beginn der 1970er Jahre propagierte wissenschaftsorientierte Unterricht nur zu einer Ansammlung einzelner Kenntnisse und Fähigkeiten führte; es fehlte ihm so etwas wie eine „integrierende Mitte“.

> „Eine zentrale Kategorie wie der Bildungsbegriff oder ein Äquivalent ist unbedingt notwendig, wenn die pädagogischen Bemühungen um die nachwachsende Generation und der heute unabdingbar gewordene Anspruch an unser aller, also auch der Erwachsenen ‚lebenslanges Lernen’ nicht in ein unverbundenes Nebeneinander oder gar Gegeneinander von zahllosen Einzelaktivitäten auseinander fallen soll, wenn vielmehr pädagogisch gemeinte Hilfen, Maßnahmen, Handlungen und individuelle Lernbemühungen begründbar und verantwortbar bleiben oder werden sollen.
>
> Diese Notwendigkeit einer übergreifenden pädagogischen Zielkategorie erweist sich auch daran, daß in manchen neueren, jedenfalls in sich kritisch verstehenden pädagogischen Theorien zwar z. T. auf den Bildungsbegriff verzichtet wird, aber nicht im Sinne einer gleichsam ‚ersatzlosen Streichung‘, sondern so daß an seine Stelle, aber in analoger Funktion, andere Zentralbegriffe treten. Begriffe wie ‚Emanzipation‘ oder ‚Selbst-

und Mitbestimmungsfähigkeit‘ im Sinne oberster Lernziele oder allgemeinster Prinzipien für Lernzielbestimmungen sollen strukturell genau das gleiche leisten wie die Kategorie der Bildung: sie bezeichnen nämlich zentrierende, übergeordnete Orientierungs- und Beurteilungskritertien für pädagogische Einzelmaßnahmen.“ (Klafki 1985, S. 13)

3 Das Allgemeinbildungskonzept von Klafki

Wolfgang Klafki – der letzte Vertreter der klassischen Bildungstheorie in den 1960er Jahren – reagierte in den 1980er Jahren auf dieses Bedürfnis mit einem neuen Konzept von Bildung, bei dem der zentrale Begriff derjenige der *Allgemeinbildung* ist, der einerseits an das Gedankengut der alten Bildungstheorien anknüpft und andererseits sich davon dadurch abhebt, dass die Aspekte „Bildung für alle“ (für alle Schichten und alle Völker), „allseitige Bildung“ (Bildung von Hirn, Herz und Hand wie es Pestalozzi gesagt hat) und „Schlüsselprobleme“ (gegenwärtige Menschheitsprobleme) berücksichtigt werden. So heißt es etwa in seinem 1985 erschienenen Buch „Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik“:

> „Die Allgemeinbildungsfrage hat, wie bereits angedeutet wurde, nicht nur eine kognitive Dimension, es geht dabei nicht nur um Einsichten und intellektuelle Fähigkeiten, sondern durchaus immer auch darum, emotionale Erfahrungen und Betroffenheit zu ermöglichen, zum Ausdruck zu bringen und zu reflektieren und moralische und politische Verantwortlichkeit, Entscheidungs- und Handlungsfähigkeit anzusprechen.“ (Klafki 1985, S. 23 f.).
>
> „Bildung muss in diesem Sinne zentral als Selbstbestimmungs- und Mitbestimmungsfähigkeit des einzelnen und als Solidaritätsfähigkeit verstanden werden:
>
> – als Fähigkeit zur Selbstbestimmung über die je eigenen, persönlichen Lebensbeziehungen und Sinndeutungen zwischenmenschlicher, beruflicher, ethischer, religiöser Art;
>
> – als Mitbestimmungsfähigkeit, insofern jeder Anspruch, Möglichkeit und Verantwortung für die Gestaltung unserer gemeinsamen gesellschaftlichen und politischen Verhältnisse hat;
>
> – als Solidaritätsfähigkeit, insofern der eigene Anspruch auf Selbst- und Mitbestimmung nur gerechtfertigt werden kann, wenn er nicht nur mit der Anerkennung, sondern mit dem Einsatz für diejenigen verbunden ist, denen eben solche Selbst- und Mitbestimmungsmöglichkeiten auf Grund gesellschaftlicher Verhältnisse, Unterprivilegierung, politischer Einschränkungen oder Unterdrückung vorenthalten oder begrenzt werden.“ (Klafki 1985, S. 17)

In der zweiten erweiterten Auflage seines Buches schreibt Klafki diesbezüglich:

> „Das erste Moment von Bildung wird in den grundlegenden Texten durch folgende Begriffe umschrieben: Selbstbestimmung, Freiheit, Emanzipation, Autonomie, Mündigkeit, Vernunft, Selbsttätigkeit. Bildung wird also verstanden als Befähigung zu vernünftiger Selbstbestimmung, die die Emanzipation von Fremdbestimmung voraussetzt oder einschließt, als Befähigung zur Autonomie, zur Freiheit des Denkens und eigenen morali-

> schen Entscheidungen. Eben deshalb ist denn auch Selbsttätigkeit die zentrale Vollzugsform des Bildungsprozesses.“ (Klafki 1991, S. 19).

Bezüglich grundlegender Fähigkeiten schreibt er weiterhin:

> „In den bisherigen Hinweisen sind bereits einige Teilfähigkeiten angesprochen worden, die als notwendige Momente zur bisher gekennzeichneten Dimension einer zeitgemäßen Allgemeinbildung gehören. Drei solcher Grundfähigkeiten, die einander wechselseitig bedingen, hebe ich noch einmal ausdrücklich heraus:
> – Kritikfähigkeit einschließlich der Fähigkeit zur Selbstkritik
> – Argumentationsfähigkeit
> – Empathie im Sinne der Fähigkeit, eine Situation, ein Problem, eine Maßnahme aus der Lage der jeweils anderen Betroffenen sehen zu können.“ (Klafki 1985, S. 22/23).

Im Rahmen dieser Erörterung ist es nicht möglich auf das Konzept von Klafki weiter einzugehen. Eine Reihe von allgemeine Fähigkeiten und Bereitschaften werden dabei von Klafki herausgearbeitet. Ohne, dass hier die Einbindung in das Konzept klar gemacht werden kann, seien sie hier zur Erläuterung und als Anregung für Überlegungen zu allgemeinen Zielen lediglich stichwortartig aufgelistet.

- Selbstbestimmungs- und Mitbestimmungsfähigkeit;
- Solidaritätsfähigkeit;
- Empathie
- Kritikbereitschaft und Kritikfähigkeit einschließlich der Fähigkeit zur Selbstkritik
- Fähigkeit zur Entwicklung von Handlungsorientierungen und zur Auswahl; angemessener Objekte, Situationen, Handlungsweisen oder Ziele;
- Bereitschaft zum Vernetzten Denken (Zusammenhangsdenken)
- Argumentationsbereitschaft und Argumentationsfähigkeit
- Problemlösebereitschaft und -fähigkeit sowie Kreativität;
- Kooperationsbereitschaft und -fähigkeit einschließlich Teamfähigkeit;
- Bereitschaft zur Veränderung von Verhaltensweisen und Einstellungen;
- Bereitschaft und Fähigkeit zur Muße und zur ästhetischen Wahrnehmung;
- Kenntnisse über die eigenen kulturellen Wurzeln, kulturelle Hintergründe anderer Völker und bedeutender Kulturgüter der Menschheit;
- „instrumentelle“ Fähigkeiten bzgl. wichtiger Kulturtechniken.

Wir kommen damit den prozessbezogenen Kompetenzen der Bildungsstandards schon näher, aber der Hintergrund ist doch ein weiterer; das Konzept basiert auf einem bestimmten Menschenbild. In einem jüngst erschienen Lexikon heißt es u. a. auch:

> „Der Terminus Allgemeinbildung, zuweilen auch Allgemeine Bildung, ist dem Oberbegriff der Bildung zuzuordnen und betont hier speziell die Ausrichtung auf eine grundlegende Menschenbildung für alle sozialen Gruppen. Alle Menschen sollen befähigt werden, am gesellschaftlichen und kulturellen Leben teilzuhaben und dabei eine urteilsfähige Persönlichkeit zu entwickeln, die in ihrer je eigentümlichen Weise den Gedanken der Humanität realisiert.“ (Reinhartz 2011, S. 28).

4 Dimensionen der Allgemeinbildung für den Mathematikunterricht nach Graumann

Ich selbst hatte Ende der 1970er Jahre in Anlehnung an S. B. Robinson allgemeine Ziele der Schule anhand grundsätzlicher Aspekte eines Menschen in unserer Gesellschaft in vier Punkten gebündelt[1]. Angeregt durch W. Klafkis Äußerungen zur Allgemeinbildung und die Diskussionen im Arbeitskreis Mathematik und Bildung habe ich diese dann *Anfang der 1990er* Jahre mehrfach überarbeitet[2], wobei insbesondere auch der Bezug zur Mathematik und zum Mathematikunterricht hergestellt wurde. Die dabei entwickelten Dimensionen sehen Klafkis Theorie als Überbau, wurden aber nicht unmittelbar daraus abgeleitet.

Eine Synopsis allgemeinbildender Aspekte nach Graumann sei hier genannt[3].

- *Pragmatische Dimension*: Dabei geht es um den Erwerb von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten, die im gegenwärtigen oder zukünftigen Leben (persönlicher Alltag/Beruf und gesellschaftliches Leben) unmittelbar genutzt werden können, um anstehende Probleme zu bewältigen.

  Im Mathematikunterricht geht es hierbei etwa um Rechenfertigkeiten, zeichnerische Fertigkeiten und das Verstehen verschiedener Darstellungsformen, Anwendungs- und Modellierungsfähigkeiten und verschiedene Formen der Bewältigung von Alltagsproblemen mittels Mathematik, aber auch um die Kenntnis

---

1 Vgl. Graumann 1977 und Robinson 1971. Erwähnt sei auch, dass Heinrich Winter 1972 einen Katalog von allgemeinen Lernzielen des Mathematikunterrichts entworfen hatte, der von einer Betrachtung des Menschen unter den vier Aspekten „schöpferisch tätig sein“, „argumentieren“, „praktische Nutzbarkeit erfahren“ und „formale Fertigkeiten erwerben“ ausging (vgl. Winter 1972 oder auch in Wittmann 1978, S. 41).

2 Vgl. Graumann 1990, 1992, 1993a, 1993b, 1994a, b. Vgl. auch Heymann 1989, 1996. (Hans Werner Heymann hat zusammen mit Karl Röttel den Arbeitskreis Mathematik und Bildung 1989 gegründet und bis 1993 geleitet. Von 1993 bis 2011 haben dann Karl Röttel und Günter Graumann den Arbeitskreis geleitet.)

3 Den Aspekt der „kritischen Reflexion“ hatte ich 1977 bis 1993 als eigene Dimension gewählt, um das Reflektieren über die Grenzen der Mathematisierbarkeit besonders zu betonen; generell gesehen ist die „Kritikfähigkeit einschließlich der Selbstkritik“ aber einmal ein Aspekt der pragmatischen Dimension und zum anderen der Persönlichkeitsdimension. Deshalb ist dieser Aspekt hier in diese beiden Dimension integriert worden.

und das Verständnis von Begriffen der Mathematik, die für die allgemeine Kommunikation von Bedeutung sind. Auch die Erstellung von, der Umgang mit und die Reflexion über Simulationen gehört hierher. Die Bewältigung von Problemen und realitätstreuen Situationen spielt im Rahmen dieser Dimension eine besondere Rolle, wobei mit Bewältigung nicht nur Lösungen im mathematischen Sinne verstanden werden dürfen, sondern etwa auch das Feststellen der Nicht-Lösbarkeit mit den momentan zur Verfügung stehenden Mitteln oder die Lösung unter Zuhilfenahme von Fachliteratur bzw. von Expertinnen und Experten. Manchmal ist sogar die Nicht-Mathematisierbarkeit eines Problemaspektes die wesentliche Erkenntnis. Auch die Reflexion der Grenzen mathematischer Modellierungen gehört dazu.

- *Aufklärungsdimension*: Zur Lebensvorbereitung im weiteren Sinne und zur Bildung von mündigen, emanzipierten Menschen gehört das Verstehen von vielen Einzelheiten und Zusammenhängen, die unsere heutige Welt prägen bzw. in ihr von Bedeutung sind. Hierzu zählen u. a. auch der Erwerb und die Weiterentwicklung eines Weltbildes unter Einschluss der Auseinandersetzung mit bestimmten Inhalten, aber auch Aspekten aus der Vergangenheit und anderen Kulturen.

  Im Mathematikunterricht geht es dabei z. B. um Einsichten in die Art und Bedeutung von Symmetrie, die Bedeutung und Funktionalität von Formen und die Verwendung geometrischer Modelle in der Umwelt, die Erstellung und Interpretation von Statistiken sowie deren teilweise falsche Verwendung in der Öffentlichkeit, das unterschiedliche Wachstum bestimmter Veränderungen (Funktionen), das Verhalten dynamischer Systeme sowie Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Simulationen und die Prinzipien der Computertechnik.

  Außerdem gehören hierher Kenntnisse über Kalender, Ornamente früher und nicht-abendländischer Kulturen, die Entstehung der Stunden-/Winkeleinteilung, Hintergründe für Ausdrücke wie „Quadratur des Kreises“ oder auch die Bedeutung der Entdeckung nicht-euklidischer Geometrien für heutige Denkweisen in Mathematik und anderen Wissenschaften. Darüber hinaus impliziert „Welt verstehen“ auch die Erkenntnis, dass die Beschäftigung mit rein theoretischen Problemen und der spielerische Umgang mit Puzzles, Knobelproblemen etc. zum Wesen des Menschen gehört und dass sich aus der Beschäftigung mit rein theoretischen Fragen später manchmal Lösungen für Probleme des Alltags oder der Technik ergeben. Beispiele hierfür sind etwa die Beschäftigung mit Ornamenten in der arabischen Welt oder die Beschäftigung mit Glücksspielen bzw. Lotterien. Ein Beispiel für zunächst umwelt-unabhängige, rein theoretische Fragen ist etwa die Beschäftigung mit Primzahlverteilungen, Zahlenketten oder figurierten Zahlen. Große Primzahlen sind heute die Basis fast sämtlicher Verschlüsselungen mit PIN, TAN etc.

- *Soziale Dimension/Kooperation und Verantwortung*: Der Mensch als Mitglied sozialer Ganzheiten ist hier im Blick. Es geht dabei insbesondere um die Bereitschaft und Fähigkeit, sich in soziale Gruppen einzugliedern und an gemeinsamen Aufgaben mitzuwirken. Ein wichtiger Aspekt ist dabei die Einübung in Verständigung und Kooperation, aber auch die Pflege von adäquaten Umgangsformen. Ein weiterer Aspekt ist die Entfaltung von Verantwortungsbewusstsein und -bereitschaft sowie die Fähigkeit zur Solidarität.

  Für den Mathematikunterricht ergibt sich diesbezüglich, dass Schülerinnen und Schüler des Öfteren in Teams arbeiten sollten, mathematische bzw. mathematisierbare Probleme gemeinsam bearbeiten und mathematische Aspekte für Andere (Mitschülerinnen und Mitschüler oder Außenstehende) mit eigener Sprache erklären sollten. Hierher gehört aber auch die gemeinsame Reflexion über die Rolle, die die Mathematik in unserer Gesellschaft spielt bzw. spielen könnte.

- *Persönlichkeitsdimension*: Eine wichtige Aufgabe der Schule liegt darin, jede einzelne Schülerin und jeden einzelnen Schüler in ihren/seinen individuellen Fähigkeiten und Interessen zu fördern, so dass sie sich zu Menschen mit einer gefestigten Persönlichkeit mit gesundem Selbstbewusstsein und eigenständigen Einstellungen und Normen entwickeln können. Hierzu gehört auch die Entwicklung physischer Fähigkeiten und intellektueller Kompetenzen. Ebenso muss die Ausbildung bestimmter Denk- und Handlungsformen hier hinzugezählt werden.

  In Bezug auf den Mathematikunterricht sind neben allgemeiner kognitiver Fähigkeiten wie Wahrnehmungsfähigkeiten und Gedächtnisfähigkeiten insbesondere Fähigkeiten der mathematischen Kreativität, Problemlösefähigkeiten, Ordnungs- und Strukturierungsfähigkeiten sowie Fähigkeiten der Verarbeitung von Informationen zu nennen. Aber auch Aspekte wie Räumliches Anschauungsvermögen, Abstraktionsvermögen und Fähigkeit des Generalisierens, Fähigkeit der Analogiebildung, Fähigkeit der Klärung von logischen Bezügen, Fähigkeit differenzierter Wahrnehmung in komplexen Feldern, Bereitschaft und Fähigkeit längerfristige Problembearbeitungen durchzuhalten, Fähigkeit des spielerischen Umgangs mit bestimmten Dingen einschließlich dessen Lenkung in konstruktiv-produktive Bahnen sollten im Mathematikunterricht vermittelt werden. Weiterhin gehört in diese Dimension die Erfahrung der Kraft des eigenen Denkens und die damit zusammenhängende Entwicklung von Selbständigkeit und Selbstbewusstsein. Aber auch die Förderung des ästhetischen Bewusstseins und die Bereitschaft zum Lernen müssen zu dieser Dimension gerechnet werden. Die Entwicklung von Einstellungen (insbesondere gegenüber der Mathematik und deren Bedeutung in der Umwelt) und Normen sollten ebenfalls hier hinzugezählt werden. Schließlich wollen wir die Fähigkeit eines kritischen Vernunftgebrauches sowie die Bereitschaft und Fähigkeit der kritischen Reflexion auch nicht übersehen.

Wenn man nun die Kompetenzen der Bildungsstandards (wie etwa „Mathematisch Modellieren", „Probleme mathematisch lösen" in Sinne der pragmatischen Dimension und „Kommunizieren" im Sinne der sozialen Dimension sowie „Mathematisch argumentieren" im Sinne der Persönlichkeitsdimension) im Rahmen der genannten Gesichtspunkte betrachtet, so sind sie nicht mehr nur einzelne isolierte Aspekte, sondern eingebunden in ein umfassenderes Konzept, das als Überbau noch die Theorie von Klafki hat. Außerdem geht das Spektrum der angestrebten Kompetenzen, insbesondere wenn man auch die Stichpunkte von Klafki mitdenkt, weit über die in den Bildungsstandards genannten Kompetenzbereiche hinaus.

Ohne dass man sich auf den von mir genannten Rahmen festlegen muss und ohne dass jederzeit alle Aspekte gemeinsam angestrebt werden können, meine ich aber, dass die Diskussion über Sinn und Ziele bzw. Kompetenzen des Mathematikunterrichts in einem entsprechend weiteren Rahmen geführt werden muss. Kenntnisse von Überlegungen dazu aus früherer Zeit sind dabei sicherlich hilfreich. Das sollte das hauptsächliche Augenmerk hier sein.

> „Genau dieses ist m. E. – den dominierenden Trends entgegen – heute wieder unsere Aufgabe: die Denkansätze jener großen Epoche der Geschichte des pädagogisch-philosophisch-politischen Denkens produktiv-kritisch aufzunehmen und sie auf die historisch zweifellos tiefgreifend veränderten Verhältnisse unserer Gegenwart und auf Entwicklungsmöglichkeiten in die Zukunft hinein zu durchdenken." (Klafki 1985, S. 16).

5 Drei beispielhafte Unterrichtsthemen zur Verdeutlichung einzelner Aspekte des Allgemeinbildungskonzeptes

Damit die genannten Stichpunkte für allgemeine Ziele besser mit Vorstellungen zur Unterrichtskultur des Mathematikunterrichts verbunden werden können, möchte ich noch *drei beispielhafte Unterrichtsthemen* (aus den Bereichen Arithmetik, Geometrie und Sachrechnen/Anwendungen) vorstellen und mögliche damit zu verbindende allgemeine Ziele verdeutlichen.

Da die *Ziele der pragmatischen Dimension* im Zusammenhang mit dem Erwerb mathematischer Fertigkeiten und der Bearbeitung von sachrechnerischen Themen oft leicht erkannt werden können und vielfach im Unterricht angestrebt werden, möchte ich hier aus Platzgründen nicht näher darauf eingehen.[4] Ebenso ist offen-

---

[4] Bei sachrechnerischen Themen wird allerdings meist zu wenig auf den Bezug zum realen Leben eingegangen. Ein Ansatz (neben anderen) diesem Manko zu begegnen ist die Konzeption des „Praxisorientierten Mathematikunterrichts", bei dem der Ausgang einer

sichtlich, dass *Ziele der sozialen Dimension* wie „Förderung der Zusammenarbeit an einem Thema/Teamfähigkeit“ und „Entwicklung von Kooperationsbereitschaft und -fähigkeit“ sowie „Kommunikation mit Gleichaltrigen in eigener Sprache über mathematische Inhalte“ angestrebt werden können, wenn man die Schülerinnen und Schüler Probleme in kleinen Gruppen mit entsprechenden Arbeitsaufträgen bearbeiten und diskutieren lässt.

Ich möchte mich deshalb im Folgenden nur den allgemeinen Zielen der *Persönlichkeits- und der Aufklärungsdimension* widmen[5]. Allgemeine Ziele dieser beiden Dimensionen stehen im Unterrichtsalltag nicht so sehr im Fokus. Sie sind in der Regel auch nicht einfach messbar. Umso wichtiger ist es, dass Lehrerinnen und Lehrer sich ihrer bewusst werden. Ihre Förderung bei den Schülerinnen und Schülern hängt auch stark von der Unterrichtskultur ab (insbesondere der Art/Breite der Angebote, den Möglichkeiten der individuellen Bearbeitung und den Anregungen zur Reflexion). Im Rahmen des Papers hier ist es nicht möglich, die Aspekte von Unterrichtskultur/Schüleraktivitäten/Methodik/Lehrerhandeln im Einzelnen herauszuarbeiten, die zur Förderung der allgemeinen Ziele notwendig sind. Es kann hier lediglich ein erster Anstoß zur Reflexion über die Gestaltung bestimmter Inhalte gegeben werden, damit über rein inhaltliche Ziele auch allgemeine Ziele gefördert werden.

Es wurden drei kleinere Themenfelder ausgewählt, um zu verdeutlichen, dass man einzelne allgemeine Lernziele jederzeit erreichen kann, wenn die Unterrichtskultur darauf abgestimmt ist und die Lehrenden das Ganze einer Allgemeinbildung bei ihrer Gesamtplanung im Blick haben.

Beispiel 1: Zahlenfolgen (ein Thema für das 4. oder 5. Schuljahr)

Sich wiederholende oder weiter entwickelnde Muster findet man schon in der Frühzeit der Menschheit und auch im Kindergarten spielen sie eine Rolle[6]. In der Grundschule sind insbesondere Zahlenfolgen ein Thema, bei dem Muster und funktionale Entwicklungen erkannt werden sollen. Einige der im Folgenden genannten beispielhaften Folgen treten möglicherweise schon im 1. oder 2. Schuljahr auf, im 4. Schuljahr kennen die Kinder aber auch schon sehr große Zahlen, so dass ich alle Beispiele für das 4. Schuljahr empfehle. Im 5. Schuljahr werden die natür-

---

Unterrichtseinheit eine Lebenssituation ist, die dann ganzheitlich durchdrungen wird (vgl. Graumann 1976, 1977, 1994b).

5 Im obigen KMK-Zitat heißt es ja auch „*Bildung. Sie zielt auf Persönlichkeitsentwicklung und Weltorientierung*.“

6 Vgl. etwa Lüken 2012.

lichen Zahlen noch einmal überblicksmäßig behandelt, so dass eine Behandlung auch dort sinnvoll ist[7].

Hier gehen wir von mehreren beispielhaften Folgen aus, die jeweils durch fünf natürliche Anfangszahlen gegeben sind. Aufträge für die Kinder sind dann etwa:

> Finde die nächsten zwei (oder drei) Zahlen, die in die Reihenfolge passen.
>
> Beschreibe, wie du sie gefunden hast. Kannst du ein Prinzip, nach dem diese gefunden wurden, nennen oder war dir die Reihenfolge schon bekannt? Bilde selbst eine Folge nach dem Prinzip.
>
> Nenne, wenn möglich, Zusammenhänge zwischen verschiedenen Folgen.
>
> Besprich deine Erkenntnisse im Gruppengespräch mit anderen Kindern deiner Klasse und schreibe die entdeckten Prinzipien und Muster auf.

Je nach Klassenstufe und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit entdeckendem Lernen, wird man mit vier bis sechs einfachen Beispielen in etwa folgender Art beginnen.

1, 3, 5, 7, 9, …	11, 13, 15, 17, 19, …	3, 6, 9, 12, 15, …
1, 4, 9, 16, …	1, 3, 6, 10, 15, …	1, 2, 6, 15, 31, …

Hinweise zu den Lösungen: In der 1. Zeile treten arithmetische Folgen (Differenz konstant) auf.[8] Bei der ersten Folge sollte man sich an die Folge der ungeraden Zahlen erinnern; die zweite erhält man u.a. aus der ersten Folge durch Addition mit 10. Die Kinder sollen solche Zusammenhänge erkennen und Ideen für die Bildung ähnlicher Folgen entwickeln, wie etwa die Multiplikation einer Folge mit 2, 10 oder 20. Bei der dritten Folge sollte man sich an das Einmaleins von 3 erinnern und erkennen, dass die Differenz zweier aufeinanderfolgender Glieder immer 3 ist.

In der 2. Zeile treten Quadratzahlen bzw. Dreieckszahlen (Differenzfolge linear) auf, die in der Regel schon im 2. oder 3. Schuljahr eine Rolle spielten. Die Kinder sollen sich daran erinnern und feststellen, dass die Differenz zweier aufeinanderfolgender Glieder eine einfache bekannte Folge ist. Die dritte Folge in dieser Zeile ist kubisch, die Differenzenfolge ist gleich der ersten Folge dieser Zeile, die Folge der Quadratzahlen[9].

---

7 Man kann das Thema Zahlenfolgen in der vorgeschlagenen Weise auch gut im 6. bis 10. Schuljahr einfügen, sollte dann aber die Beispiele auf den Zahlenraum der rationalen bzw. reellen Zahlen erweitern.

8 Es ist bekannt, dass fünf Anfangsglieder nicht eindeutig die weiteren Folgenglieder festlegen; die genannten Lösungen liegen jedoch für Schülerinnen und Schüler nahe. Lehrerinnen und Lehrer sollten aber auf andersartige Lösungen von Schülerinnen und Schülern gefasst sein und positiv darauf eingehen.

9 Die Differenzenfolge ist quadratisch und die Differenz-Differenzenfolge ist linear. Die Differenzenfolge und Differenz-Differenzenfolge können mit der ersten und zweiten

Damit ein reichhaltiges Feld gegeben ist, in dem die Kinder vertiefte Erfahrungen machen können, sollte man auch Folgen mit andersartigen Prinzipien berücksichtigen. Beispiele hierfür sind etwa:

30, 26, 22, 18, 14, …	50, 49, 46, 41, 34, …	130, 129, 125, 116, 100, …
1, 2, 4, 8, 16, …	1, 1, 2, 6, 24, …	10, 10, 20, 80, 640, …
1, 2, 1, 2, 1, …	1, 2, 3, 2, 1, …	0, 120, 240, 0, 120, …
5, 4, 6, 3, 7, …	8, 4, 6, 3, 5, …	

Hinweise zu den Lösungen: In der 1. Zeile hier sind die Folgen monoton fallend und die Differenzenfolge ist konstant bzw. linear bzw. quadratisch (und identisch mit oben schon aufgetauchten Folgen).

In der 2. Zeile sind die Quotienten zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant bzw. linear wachsend bzw. exponentiell wachsend (gleich der ersten Folge dieser Zeile). Die erste Folge sollte auch an die Potenzen von 2 erinnern.

In der 3. Zeile tauchen alternierende bzw. zyklische (teilweise auf- und abgehende) Folgen auf. Die letzte Folge dieser Zeile sollte an die Winkelmaße der Deckdrehungen eines gleichseitigen Dreiecks erinnern.

Die Folgen in der 4. Zeile können dadurch gekennzeichnet werden, dass die Differenzfolge alternierend ist; sie können aber auch als „Mischung“ zweier Folgen angesehen werden.

Diskussion allgemeiner Ziele

- Bei allen diesen Bearbeitungen müssen die Schülerinnen und Schüler Regeln/Prinzipien/Muster und systematische Ordnungen, wie sie in den Hinweisen zu Lösungen beschrieben wurden, finden und beschreiben. Sie sollen auch Bekanntes in diesem Kontext wiedererkennen und Analogien sehen.

Im Sinne der oben genannten Persönlichkeitsdimension handelt es sich hierbei etwa um „Ordnungs- und Strukturierungsfähigkeiten sowie Fähigkeiten der Verarbeitung von Informationen“ und „Fähigkeit der Analogiebildung“.

- Es geht hierbei aber auch darum, funktionale Entwicklungen zu erkennen. Außerdem stellen sie fest, dass eine Folge nicht immer bei 1 anfangen muss. Im Sinne der oben genannten Aufklärungsdimension handelt es sich also um „das unterschiedliche Wachstum bestimmter Veränderungen (Funktionen)“ und dem Entgegenwirken eines verengten Weltbildes von Zahlenfolgen.

Ableitung einer entsprechenden Funktion verglichen werden, d. h. man kann im 11. Schuljahr auf die frühere Behandlung solcher Folgen noch einmal zurückkommen.

Da die Schülerinnen und Schüler zum eigenständigen Lösen der Probleme angestoßen werden, anfängliche „trial and error“-Versuche kritisch analysieren und besseren Strategie des Problemlösens (etwa mittels Differenzenfolge oder Quotientenfolge) sowie heuristische Hilfsmittel entwickeln müssen und auch eigene Zahlenfolgen bilden sollen, werden auch die folgenden Lernziele möglich:

- Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit und Erwerb heuristischer Strategien sowie Fortentwicklung mathematischer Kreativität und Koordination von Findungsaktivitäten.

  Hier ist der Bezug zur Persönlichkeitsdimension: „Entwicklung intellektueller Kompetenzen“, „Fähigkeit der mathematischen Kreativität, Problemlösefähigkeiten“.

- Förderung von Argumentationsfähigkeit

Im Sinne der Persönlichkeitsdimension geht es dabei um die „Fähigkeit der Klärung von logischen Bezügen“ aber auch darüber hinaus um die sprachliche Gestaltung mathematischer Zusammenhänge.

Im Zusammenhang mit Reflexionen (in Gruppen und im Klassengespräch) kann dann auch klar werden, dass Mathematik nicht nur aus „Rechnen“ besteht, sondern dass das Entdecken von Zusammenhängen und das Überprüfen bzw. Begründen von eigenen Vermutungen eine wichtige Aufgabe in der Mathematik ist; d. h. auch Folgendes kann von Lehrerinnen und Lehrern mit in Betracht gezogen werden:

- Reflexion von Beliefs über Mathematik und Förderung der Bereitschaft sich mit mathematischen Problemen auseinanderzusetzen.

Zusammenfassend kann man also sagen, dass mit diesem Thema neben inhaltsbezogenen und rechenfertigkeitsbezogenen Zielen, auch eine Reihe von allgemeinen Zielen angestrebt werden können, die in diesem Fall vornehmlich der oben genannten Persönlichkeitsdimension zugeordnet werden können. Die prozessbezogenen Kompetenzen „Argumentieren“, „Problemlösen“ und „Kommunikation“ sind dabei mit integriert, erfassen aber nicht alle angesprochenen Aspekte.

Beispiel 2: Zerlegen von Dreiecken und Rechtecken mit einem Schnitt
(ein Thema für Klasse 4 oder 5/6 oder auch 7/8)

Gegeben sei jeweils ein Dreieck bzw. ein Rechteck (aus Papier oder auf Papier gezeichnet). Wir führen an der Figur einen geraden Schnitt (mit Schere bzw. mit dem Lineal) durch.

> Welche Typen von Figuren (Dreieck, Viereck, Fünfeck, etc.; evtl. auch Sonderformen davon) entstehen dabei?
>
> Gibt es auch solche geraden Schnitte, bei denen zwei zueinander kongruente Teilfiguren entstehen?
>
> In welcher Weise kann man die Fragestellung bzw. anfängliche Aktivität variieren?

Lösungsideen: Wir beginnen dazu mit einem *beliebigen Dreieck*. Grundsätzlich verschiedene Lösungen erhält man je nachdem, ob der Schnitt *durch zwei Seitenlinien* geht oder *durch einen Eckpunkt und eine Seitenlinie*. Als Vielecke erhalten wir *ein Dreieck und ein Viereck* oder *zwei Dreiecke* (Abb. 1).

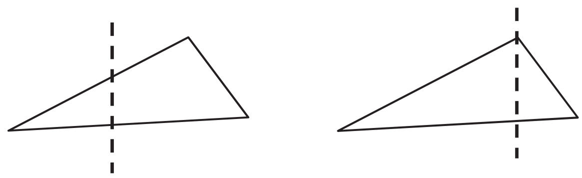

Abbildung 1

Eine *Zusatzfrage* (die wir nicht weiter verfolgen) wäre, ob man auch so schneiden kann, dass spezielle Dreiecke entstehen – etwa gleichschenklige Dreiecke, gleichseitige Dreiecke oder rechtwinklige Dreiecke – und welche Schnittfiguren beim Schnitt von speziellen Dreiecken auftreten.

Wir nehmen nun ein *beliebiges Rechteck* als Ausgangsfigur und führen an diesem einen geraden Schnitt durch. Dabei sind grundsätzlich folgende Teilfiguren möglich, je nachdem ob die Schnittlinie durch *zwei gegenüberliegende Seiten, zwei aneinanderstoßende Seiten, eine Ecke und eine Seite* oder *zwei Ecken* geht (Abb. 2):

- *zwei Vierecke* (genauer: *zwei rechtwinklige Trapeze*),
- *ein Dreieck und ein Fünfeck* (genauer: *ein rechtwinkliges Dreieck* und *ein Fünfeck mit drei rechten Winkeln*),
- *ein Dreieck und ein Viereck* (genauer: *ein rechtwinkliges Dreieck* und *ein rechtwinkliges Trapez*),
- *zwei Dreiecke* (genauer: zwei *zueinander kongruente rechtwinklige Dreiecke*).

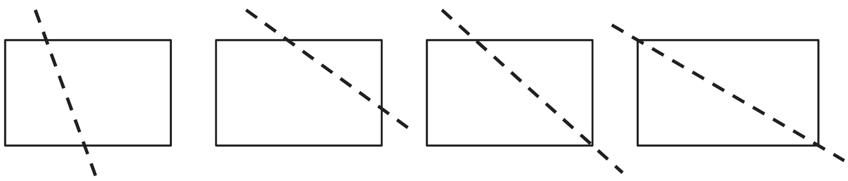

Abbildung 2

Auch hier kann man noch vertiefen, indem nach speziellen Dreiecken, Vierecken oder Fünfecken gesucht wird bzw. am speziellen Rechteck, d.h. dem Quadrat, geschnitten wird.

Wir gehen nun noch der Frage nach, wie Schnitte, die das Dreieck bzw. das Rechteck in zwei zueinander kongruente Teilfiguren zerlegen, aussehen. Aufgrund der vorangegangenen Überlegungen findet man leicht die folgenden Beispiele :

- beim gleichschenkligen Dreieck der Schnitt durch die Symmetrieachse (Abb. 3 links),
- beim Rechteck der Schnitt durch den Mittelpunkt des Rechtecks (Abb. 3 Mitte und rechts).

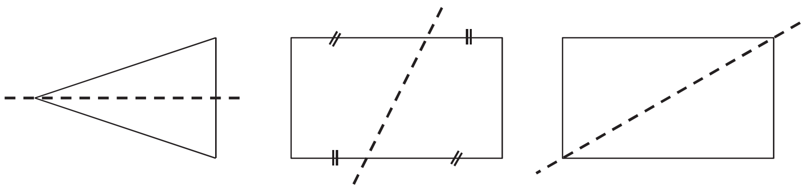

Abbildung 3

Sind das aber alle möglichen Zerlegungen in zwei zueinander kongruente Teilfiguren? Durch nicht ganz einfache Überlegungen (auf die wir hier aus Platzgründen verzichten müssen) kann man heraus bekommen, dass die genannten Möglichkeiten wirklich die einzigen sind.

Variationsmöglichkeiten der Aufgabenstellung sind einerseits die schon erwähnten Untersuchungen spezieller Dreiecke und Rechtecke. Andererseits kann man aber auch andere Figuren wie Rauten, Parallelogramme, Drachen, Trapeze oder regelmäßige Fünf- und Sechsecke oder Kreise in Hinsicht auf einen geraden Schnitt betrachten. Man kann aber auch bei den gegebenen Figuren zwei gerade Schnitte oder kreisförmige Schnitte durchführen oder man untersucht ebene Schnitte an dreidimensionalen Figuren.

Vorschläge für allgemeine Ziele

Neben der Vertiefung geometrischer Begriffe und der Erweiterung der Vorstellung über den Begriffsumfang von „Dreieck", „Viereck" und „Fünfeck" werden beim Ausprobieren, Betrachten und Analysieren verschiedener möglicher Schnitte offensichtlich folgende allgemeine Ziele trainiert:

- Finden/Entdecken geometrischer Muster und Charakteristika sowie Wiedererkennen geometrischer Formen;
- Ordnen, Klassifizieren und Herstellen von Beziehungen.

Beide Punkte sind entsprechend wie in Beispiel 1 der Persönlichkeitsdimension zuzuordnen.

Da bei den Fragen nach allen möglichen Lösungen systematische Herangehensweisen sowie ein Vergleich und eine Klassifizierung von Lösungen notwendig ist, neue Lösungswege selbständig gefunden werden sollen und die Schülerinnen und Schüler bei der Erweiterung der Fragestellung mitwirken sollen, werden noch weitere allgemeine Lernziele angesprochen, wie etwa:

- Förderung systematischen Denkens und des Strukturierens von Erfahrungsbereichen;
- Förderung der Problemlösefähigkeit und Kenntnis heuristischer Strategien;
- Förderung mathematischer Kreativität und Koordination von Findungsaktivitäten;
- Förderung von Argumentationsfähigkeit und logischem Denken.

Alle vier Punkte sind offensichtlich ebenfalls der Persönlichkeitsdimension zuzuordnen und beziehen sich auf allgemeine Kompetenzen, die nicht nur im weiteren Mathematikunterricht sondern auch in vielen anderen Lebensbereichen von Bedeutung sind.

Beispiel 3: Kalender (ein Thema für Klasse 2/3 und vor allem dann Klasse 6/7)

Im 2./3. Schuljahr lernt man, dass (fast) alle vier Jahre der Februar einen Tag mehr (den 29. Februar) hat. Außerdem können Kinder bei der Betrachtung von Kalendern für mehrere Jahre feststellen, dass der Wochentag des eigenen Geburtstags und der Wochentag von Heilig Abend jedes Jahr einen Wochentag und im Schaltjahr mit dem 29. Februar zwei Wochentage vorangeschritten ist. Das gibt genügend Anlass zum Rechnen mit den sieben Wochentagen, eventuell auch mit den Monaten. Weiterhin kann man in diesem Alter von den Kindern sogenannte „Rechnungen am Kalender“ durchführen lassen, bei denen das „Wandern“ im Kalender eines Monats zum Rechnen modulo 7 führt (in Analogie zum „Wandern“ in der Hundertertafel modulo 10).

Im 6./7. Schuljahr kann man näher auf die Frage, warum alle vier Jahre ein Schaltjahr ist, und auf den Unterschied von Julianischem und Gregorianischem Kalender eingehen, wobei dann auch das Problem unterschiedlicher ganzzahliger Rhythmisierungen zwischen der Umdrehung der Erde um die Sonne (tropischen Jahr 365,24219 Tage = 365 d 5 h 48 min 46 s) und der Umdrehung der Erde um sich selbst behandelt werden kann. Weiterhin wird man Rechnungen in Bezug auf christliche Feste (insbesondere das Osterfest und die damit zusammenhängenden Termine von Aschermittwoch, Himmelfahrt und Pfingsten) und über Mondkalender (im Mittel 29,53 Tage = 29d 12h 44min 3s) sowie die damit zusammenhängenden Verschiebungen der islamischen Feste vornehmen oder auch über andere Kalender (etwa einen chinesischen Kalender oder den Lunisolarkalender der Juden) Erkundigungen anstellen lassen. Auch über die Berechnung von Ortszeit und die

Festlegung von Zeitzonen oder Sonnen- und Mondfinsternis, sowie die Herkunft der Monatsnamen kann in diesem Zusammenhang gesprochen werden.

Ohne dass hier auf die genannten Aspekte im Einzelnen (vgl. dazu etwa Graumann 2014) und auf Erweiterungen (etwa mit genauerer Behandlung des Sonnensystems) eingegangen wird, kann man sich aber schon gut vorstellen, welche allgemeine Ziele dabei angestrebt werden können.

Vorschläge für allgemeine Ziele

Ja nach Planung der genannten Unterrichtsthemen können folgende allgemeine Lernziele anstrebt werden:

- Verstehen der Umwelt und Kenntnisse über natürliche und historische Hintergründe einschließlich Bezüge zu anderen Kulturen (z.B. Verstehen von „Tag" und „Jahr" oder auch „Monat" und „Woche" sowie Kenntnis von religiösen Festtagen im Christentum und in anderen Religionen);
- Gewahrwerden von universellen Gesetzen und Zusammenhängen innerhalb der Natur und zwischen Natur und Kultur (z.B. die natürlichen Hintergründe der Kalender in Bezug auf die Rhythmen der Umdrehung der Erde um sich selbst und um die Sonne, aber auch die Festlegungen in verschiedenen Kulturen).

Diese beiden ersten Punkte betreffen das bessere Verstehen von „Einzelheiten und Zusammenhängen, die unsere heutige Welt prägen bzw. in ihr von Bedeutung sind". Sie gehören also zur Aufklärungsdimension.

- Bewältigung von Alltagsproblemen mittels Mathematik (z.B. Berechnung der Anzahl von Tagen bis zum eigenen Geburtstag oder bis zum nächsten Vollmond, aber auch Berechnung von Osterdaten);
- Förderung der Fähigkeit der Modellierung von Umweltphänomenen einschließlich des Erkennens der Grenzen solcher Modellierungen (z.B. Modellierung der Himmelsmechanik in unterschiedlichen Kalendern mit Berücksichtigung der Genauigkeitsgrenzen).

Diese beiden Punkte beziehen sich offensichtlich auf die pragmatische Dimension.

- Muster und Gesetzmäßigkeiten erkennen und anwenden können sowie Zusammenhänge sehen (z.B. die Regelmäßigkeit der Woche und die Unregelmäßigkeiten der Monate oder die regelmäßige jährliche Verschiebung islamischer Feste um 11 bzw. 12 Tage nach vorne im Jahreskalender);
- Argumentationsbereitschaft entwickeln und Argumentationsfähigkeit fördern (z.B. im Umgang mit unterschiedlichen Monatslängen).

Der erste dieser beiden Punkte ist wegen der Klärung von Tatsachen in der Umwelt einerseits zur Aufklärungsdimension zu rechnen; er gehört andererseits aber ebenso wie der zweite Punkt mit der Förderung der Erkennung von Mustern etc. und Argumentationsfähigkeiten zur Persönlichkeitsdimension.

- Lernbereitschaft und Einstellung zur Mathematik positiv verstärken sowie Kommunikation über Mathematik (z.B. durch die Erfahrung, dass Mathematik im Alltag helfen kann, und dass Mathematik nicht immer nur Rechnen ist sowie das gemeinsame Reflektieren darüber);

Bei diesem Punkt geht es einerseits um das Weltbild der Mathematik, so der Punkt zur Aufklärungsdimension zu zählen ist. Andererseits werden aber auch affektive Ziele der Persönlichkeitsdimension angesprochen.

Wie das Anstreben solcher Ziele in der Gestaltung von Mathematikunterricht in einzelnen Unterrichtsplanungen zum Ausdruck kommen kann, konnte, wie gesagt, hier nicht ausgeführt werden. Insbesondere die Analyse von konkreten Unterrichtsbeschreibungen in Hinsicht auf solche allgemeinen Ziele sollte in Zukunft in weiteren Forschungen zum Thema „Mathematik und Bildung“ diskutiert werden.

Literatur

Bloom, B.S. u.a. (1972). Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich. Weinheim: Beltz [Amerikanisches Original „Taxonomy of educational objectives“ 1956].

Gagné, R. M. (1970). Die Bedingungen des menschlichen Lernens. Hannover: Schroedel [Amerikanisches Original „The conditions of learning“, 1965].

Graumann, G. (1976). Praxisorientiertes Sachrechnen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, Hannover: Schroedel, S. 79–83.

Graumann, G. (1977). Praxisorientierter Geometrieunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, Hannover: Schroedel, S. 98–101.

Graumann, G. (1990). „Allgemeinbildung durch Mathematik“ als Aufgabe der Lehrerbildung. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 103–106.

Graumann, G. (1992). Konzepte zu Allgemeinbildung durch Mathematik im Vergleich. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 175–178.

Graumann, G. (1993a). Die Rolle des Mathematikunterrichts im Bildungsauftrag der Schule. In: Pädagogische Welt, Heft 5, S. 194–219.

Graumann, G. (1993b). Wodurch wirkt der Mathematikunterricht allgemeinbildend? Vier Beispiele aus dem Geometrieunterricht. In: Arbeitskreis Mathematik und Bildung (Hrsg.), Mehr Allgemeinbildung im Mathematikunterricht. Buxheim/Eichstätt: Polygon-Verlag, S. 55–68.

Graumann, G. (1994a). Die Bedeutung des Mathematikunterrichts für die Allgemeinbildung unter besonderer Berücksichtigung der Schlüsselprobleme unserer Welt. In: Mathematik in der Schule, Heft 1, S. 1–7.

Graumann, G. (1994b). Geometrie im Alltag. In: Blum, W. u. a. (Hrsg.), Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht (ISTRON-Reihe Band 1). Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 31-59.

Graumann, G. (2014). Sonne, Mond und Sterne – Kalender und astronomische Größen in der Sekundarstufe I. In: Maaß, J. & Siller, S. (Hrsg.). Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht Band 2. Münster: WTM-Verlag, S. 43–57.

Heymann, H.W. (1989). Allgemeinbildender Mathematikunterricht – was könnte das sein? In: mathematik lehren, Heft 33, S. 4–9.
Heymann, H. W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim: Beltz.
Klafki, W. (1985). Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: Beiträge zur kritisch-konstruktiven Didaktik, Weinheim: Beltz.
Klafki, W. (1991). Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik, 2., erweiterte Auflage, Weinheim: Beltz.
KMK (2004/5). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss (Beschluss vom 04.12.2003) und Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Beschluss vom 15.10.2004), München/Neuwied: Luchterhand.
Krathwohl, D. R.; Bloom, B. S. & Masia, B. B. (1975). Taxonomie von Lernzielen im affektiven Bereich, Weinheim: Beltz.
Lenné, H. (1969). Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Stuttgart: Klett.
Lüken, M. (2012). Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Münster: Waxmann.
Mager, R. (1965). Lernziele und Unterricht. Weinheim: Beltz. [Amerikanisches Original: "Preparing Objectives for Programmed Instruction" 1961]
Reinhartz, P. (2011). Allgemeinbildung. In: Horn, K.-P.; Kemnitz, H.; Marotzki, W. & Sandfuchs, U. (Hrsg.). Lexikon Erziehungswissenschaft, Band 1. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, S. 28–30.
Robinson, S. B. (1971). Ein Strukturkonzept für Curriculum-Entwicklung. In: Achtenhagen, F. & Meyer, H. L. (Hrsg.). Curriculumrevision – Möglichkeiten und Grenzen. München: Kösel, S. 57–74. [Original-Vortrag 1969]
Winter, H. (1972). Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule. In: Kultusministerium NRW. Strukturförderung im Bildungswesen des Landes Nordrhein-Westfalen. Beiträge zum Lernzielproblem, Bd. 16. Ratingen: A. Henn, S. 67–75.
Wittmann, E. (1978). Grundfragen des Mathematikunterrichts, Braunschweig: Vieweg.

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Günter Graumann
Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
33615 Bielefeld
e-Mail: graumann@mathematik.uni-bielefeld.de

Eingang Manuskript: 11.05.2014
Eingang überarbeitetes Manuskript: 09.10.2014
Online verfügbar: 12.02.2015