Variablen und ihre Aspekte im gebärdensprachlichen Mathematikunterricht – Eine Fallstudie mit Österreichischer Gebärdensprache

FLAVIO ANGELONI, HANNOVER

***Zusammenfassung**: Im Beitrag wird eine Unterrichtsreihe in Österreichischer Gebärdensprache über Variablen vorgestellt und in einer Fallstudie, an der drei gehörlose Schülerinnen und Schülern teilnahmen, die folgende Frage untersucht: Welche syntagmatischen Relationen bestehen zwischen den Gebärden der Lernenden über Variablen? Das Ziel ist, gebärdensprachorientierten Lernenden einen Unterricht anzubieten, der die Potenziale visuell-gestischer Sprachen fördert. Grundlagen sind Ergebnisse vorheriger Studien zu Relationen zwischen Gebärden über Variablen unter verschiedenen Aspekten. Die Ergebnisse zeigen, dass die Lernenden die meisten Relationen im Bereich des Kalkülaspektes bildeten.*

***Abstract:** This paper presents a series of lessons in Austrian sign language about variables and explores the following question in a case study with three deaf students: What syntagmatic relation can be identified when learners sign about variables? The aim is to offer sign language-orientated learners a form of teaching that promotes the potential of gestural-visual languages. The basis are the results from previous studies concerning the relations between signs about variables under different aspects. The results show that the students built most of the relations in the area of the variables as symbols in calculations.*

1. Einleitung

Gebärdensprachen sind vollwertige natürliche Sprachen (Beecken et al., 2014) und unterscheiden sich von Lautsprachen in der Modalität, denn diese ist gestisch-visuell bei Gebärdensprachen und akustisch-verbal bei Lautsprachen. Außerdem sind sie Bestandteil einer Kultur, der Gehörlosenkultur (Braem, 1995), deren Zugehörigkeit auf der Beherrschung der jeweiligen Gebärdensprache basiert (Leven, 2018). In Grote und Linz (2003) wurde gezeigt, dass die unterschiedlichen Modalitäten der Sprachen einen Einfluss auf Konzeptualisierungsprozesse haben. Die Relevanz der Betrachtung modalitätsbedingter Unterschiede im Mathematikunterricht mit einer Gebärdensprache und einer Schrift- bzw. Lautsprache wurde bereits erkannt und es wurde betont, dass die Fachdidaktik die Art der kognitiven Wissensorganisation, die bedingt durch die Sprachmodalität in Gebärdensprachen anders als in Lautsprachen ausgerichtet ist, stärker in den Blick nehmen soll (Grote et al., 2018). Es wird etwa davon ausgegangen, dass simultan dargebotene Informationen für (gehörlose) Gebärdende leichter zugänglich sind, als wenn sie linear wie in Lautsprachen dargeboten werden (Krause, 2023). Gehörlose sind zum Beispiel in der simultanen Verarbeitung von Informationen schneller als in der linearen (Werner, 2010). Modalitätsbedingte Gegebenheiten für das Lehren und Lernen von Mathematik in einer Gebärdensprache sollen zudem auch bei der Entwicklung von Lernmaterialien berücksichtigt werden (Krause & Wille, 2021).

Gebärdensprachen stellen keine gestische Variante einer Lautsprache dar (Vermeerbergen, 2006) und können daher auch nicht als eine direkte Übersetzung von Gesprochenem in Gebärden betrachtet werden. Dessbesel et al. (2023) haben in einer Studie über algebraisches Denken mit Gehörlosen festgestellt, dass Gebärdensprachen nicht nur beim Übersetzen von einer Lautsprache, sondern auch in der Kommunikation und Suche nach Strategien für das Lernen berücksichtigt werden sollen. Allgemein stellt Krause (2023) fest, dass es noch wenig Forschung über den Lernprozess gehörloser Mathematiklernender gibt, und darüber, wie das Lehren und Lernen von Mathematik „erfolgreich“ stattfinden kann. Diese Lücke an theoretischen Erkenntnissen über das Gebärden in der Mathematik und seine Implikationen auf das Lernen von Mathematik und den Mathematikunterricht lässt das Potential von Gebärdensprachen nicht entfalten (Krause, 2023). Gebärdensprachen bieten jedoch andere Zugänge zu mathematischen Konzepten (Krause & Wille, 2021). Healy et al. (2016) vermuten zum Beispiel, dass die Bewegungen in den Gebärden gehörloser Mathematiklernender „Variationen“ (S. 153) des Referenzierten auf eine Art und Weise verkörpern, die als effektives Mittel dienen könnte, um der algebraischen Symbolik Bedeutung zu verleihen. Variablen wurden in diesen Untersuchungen jedoch noch nicht näher betrachtet. Fernandes & Healy (2014) haben zwar algebraische Ausdrücke gehörloser Lernender bei Gebärden über den Variablenbegriff untersucht, aber eine umfassende Betrachtung des Variablenkonzeptes aus gebärdensprachlicher Perspektive fand noch nicht statt. Sie schlussfolgerten selbst, dass es notwendig ist, die gebärdensprachliche Kommunikation in der Mathematik tiefer zu untersuchen. Wille (2020) hat verschiedene mathematische Fachgebärden der Österreichischen Gebärdensprache ÖGS aus der semiotischen Perspektive nach Peirce untersucht, um die Frage nach dem Einfluss der visuell-gestischen Modalität von Gebärdensprachen auf das Mathematiklernen theoretisch zu erörtern. Eine Untersuchung der gebärdensprachlichen Kommunikation über Variablen wurde im Falle der ÖGS in den Studien von Angeloni et al. (2023, 2024) vorgenommen: In Fokusgruppendiskussionen mit erwachsenen Gehörlosen wurde ermittelt, wie über Variablen unter verschiedenen Aspekten und über das Handeln mit ihnen gebärdensprachlich kommuniziert werden kann.

Ein wesentlicher Bestandteil von Gebärdensprachen ist die Ikonizität (Langer, 2005). In den Studien von Angeloni et al. (2023, 2024) wurde die Ikonizität im mathematischen Diskurs in ÖGS ausgehend von der genannten semiotischen Perspektive untersucht, um die Art der kognitiven Wissensorganisation im Falle der Variablen erörtern zu können. In der hier vorgestellten Studie wurden unter anderem die Ergebnisse von Angeloni et al. (2023, 2024) als Grundlage für die Entwicklung einer Unterrichtsreihe in ÖGS genutzt, welche die Einführung in die Variablen umsetzt und verschiedene Variablenaspekte umfasst. Damit soll für gebärdensprachorientierte, Mathematiklernende ein Mathematikunterricht angeboten werden können, der die Potenziale gestisch-visueller Sprachen zum Lehren und Lernen von Variablen fördert. Die Entwicklung der Unterrichtsreihe basiert auf gebärdensprachlinguistischen Erkenntnissen über die Nutzung des Gebärdenraums, also jenes Bereichs vor dem und am Oberkörper einer gebärdenden Person, in dem die Gebärden ausgeführt werden. Ein solcher linguistischer Ansatz wurde etwa von Nordheimer et al. (2024) in der Entwicklung einer Lernumgebung in Deutscher Gebärdensprache (DGS) im Bereich des Geometrieunterrichts bereits angewendet.

Der Entwicklung wurden vier Lernziele zugrunde gelegt, deren Erreichung ein Schwerpunkt der durchgeführten Analyse darstellt. Es wird zudem die Frage nach der Kommunikation gehörloser Schülerinnen und Schüler über Variablen und das Operieren mit ihnen erörtert. Dieser Frage wird mit dem Fokus auf die Art der Relationen zwischen den Gebärden nachgegangen, die in der gebärdensprachlichen Kommunikation der Lernenden über Variablen verwendet werden. Hierfür wurde die Unterrichtsreihe mit einer kleinen Gruppe gehörloser Schülerinnen und Schüler als Fallstudie durchgeführt. Das Ziel ist, die gebärdensprachliche Kommunikation der Lernenden sowohl auf der lexikalischen Ebene einzelner Gebärden als auch hinsichtlich der Relationen, die sich zwischen den involvierten Gebärden zeigen, zu erfassen, um einen Unterricht anzubieten, der die Potenziale visuell-gestischer Sprachen fördert.

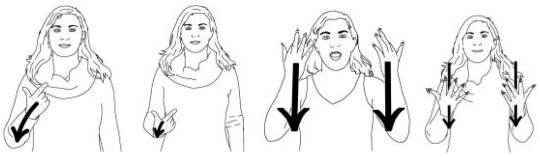
Im nächsten Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen zu Gebärdensprachen und bisherige Ergebnisse erläutert. Darauffolgend werden die entwickelte Unterrichtsreihe und die Ergebnisse der vorliegenden Studie vorgestellt. In der letzten Sektion werden die Methode und Ergebnisse sowie Ansätze und Fragen für weiterführende Forschung diskutiert.

2. Theoretischer Rahmen

In dieser Sektion werden relevante Notionen zu Gebärdensprachen im ersten Abschnitt erläutert. In den zwei weiteren Abschnitten fokussiert die Abhandlung auf die Ikonizität der Gebärden und auf syntagmatische Relationen. Anschließend werden die untersuchten Variablenaspekte und die Organisation der verschiedenen erfassten Gebärden über Variablen ausgehend von den bisherigen Studien von Angeloni et al. (2023, 2024) erörtert.

2.1 Gebärdensprachen

Es gibt verschiedene Gebärdensprachen weltweit (Braem, 1995), von denen sich viele unabhängig voneinander und den jeweiligen nationalen Lautsprachen entwickelt haben. Nichtsdestoweniger betreffen die meisten Unterschiede zwischen den Gebärdensprachen, die bisher untersucht wurden, vorwiegend das Lexikon, also die Gebärden selbst (Healy et al., 2016). In Gebärdensprachen werden die kleinsten phonologischen Bestandteile der Gebärden in manuellen und nicht-manuellen Komponenten unterschieden (Steinbach et al., 2007). Manuelle Komponenten sind jene Bestandteile einer Gebärde, die mit den Händen ausgeführt werden: Handform, Ausführungsstelle, Handstellung und Bewegung (Skant et al., 2002). Zu den nicht-manuellen Komponenten, die nicht mit den Händen ausgeführt werden, zählen die Mimik, das Mundbild, die Mundgestik, Kopf- und Körperhaltung (Steinbach et al., 2007).



a b c d

Abb. 1: Gebärden No.ZWANZIG (a), No.ZWANZIGSTEL (b), ZAHL (c), MATHEMATIK (d)

Jede dieser Komponenten ist bedeutungsrelevant und die Änderung einer Komponente kann eine Gebärde mit einer anderen Bedeutung ergeben. Ändert sich die Ausführungsstelle bei einer Zahlgebärde, so kann die Gebärde eine Zahl oder den Nenner eines Bruches bedeuten (Wille, 2020). In Abbildung 1a ist beispielsweise die Gebärde der ÖGS für die Zahl 20 abgebildet. Die gleiche Gebärde an einer tieferen Stelle wie in Abbildung 1b ausgeführt bedeutet 20-tel. Ein weiteres Beispiel sind die Gebärden in Abbildung 1c und 1d: Abhängig vom Mundbild bedeuten sie Zahl (Abb. 1c) oder Mathematik (Abb. 1d).

Gebärden sind grundsätzlich konventionalisiert, wobei in der Kommunikation auch nicht-konventionalisierte Gebärden oder Gesten verwendet werden. Goldin-Meadow et al. (2012) unterscheiden zum Beispiel in Studien mit der amerikanischen Gebärdensprache (ASL) zwischen Gebärden, die im ASL-Korpus vorhanden sind, und Gesten, welche nicht zum Korpus der ASL gehören. Eine ähnliche korpusbasierte Definition konventionalisierter Gebärden bietet Langer (2005) für die Deutsche Gebärdensprache (DGS). Dabei präzisiert sie, dass auch die Handformen konventionalisiert sind. Um die konventionalisierten Gebärden zu bezeichnen, werden Glossen (Skant et al., 2002) verwendet, welche jedoch nicht immer mit der suggerierten Übersetzung übereinstimmen. Die Gebärde in Abbildung 1a hat die Glosse No.ZWANZIG, wobei „No." kennzeichnend für Zahlengebärden ist. Zwei distinktive Bestandteile von Gebärdensprachen sind die Ikonizität und die Art, in der Begriffe und Konzepte bevorzugt in Relation zueinander gesetzt werden. Diese Charakteristika von Gebärdensprachen haben einen Einfluss auf das Lernen von Mathematik und werden daher im Folgenden näher betrachtet.

2.2 Ikonische Gebärden in der Mathematik

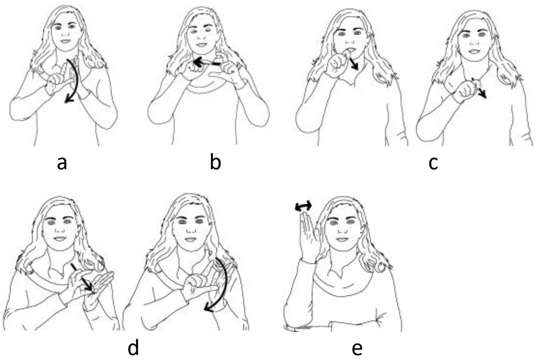


Abb. 2: Gebärden RADIUS (a), RAGGIO (b), VEREINFACHEN (Bruch) (c), PUNKTSYMMETRIE (d), DRACHEN (e)

Die Ikonizität scheint insofern eine wesentliche Rolle im Unterricht für gehörlose Lernende zu spielen, als sie beeinflussen könnte, wie Mathematik gelernt wird und inwiefern dies ein Potenzial oder eine Hürde sein kann (Kurz & Pagliaro, 2020). Der Einfluss von Ikonizität auf Konzeptualisierungsprozesse kann sich beispielsweise daraus ergeben, dass sie „zu einer exponierten Stellung des Objektmerkmals [führt, das] durch das ikonische Moment der Gebärde reflektiert wird" (Grote, 2001, S. 47). Ein Beispiel ist die ÖGS-Gebärde RADIUS (Abb. 2a), die das Merkmal eines Radius hervorhebt, durch Rotation um einen Punkt einen Kreis zu bilden. Die Gebärde RAGGIO (Abb. 2b) der italienischen Gebärdensprache hebt das Merkmal hervor, dass der Radius das Segment vom Mittelpunkt des Kreises zum Kreisbogen ist. Die Ikonizität mathematischer Gebärden hebt also bestimmte Aspekte hervor und lässt andere in den Hintergrund rücken, sodass die einen Aspekte als wichtiger als die anderen resultieren könnten (Krause, 2023).

Die Ikonizität mathematischer Gebärden wurde anhand von Gesprächen in DGS über Bruchrechnung von Krause (2017b) und über Symmetrie von Krause (2019) untersucht. Dabei unterscheidet sie die Kategorien *iconic-symbolic reference* und *iconic-physical reference* nach Edwards (2009) und identifiziert zudem die Kategorie der *innerlinguistischen Ikonizität*. Die iconic-symbolic reference betrifft Gebärden mit einer Ähnlichkeit zu einer Inskription, welche wiederum mathematische Objekte oder Verfahren repräsentiert. Die iconic-physical reference betrifft Gebärden mit einer Ähnlichkeit zu realen Objekten oder physikalischen Handlungen (Krause, 2019). In Krause (2019) wird hierzu das Beispiel der Punktsymmetrie gegeben (Abb. 2d). Es ist nicht immer möglich, mathematische Gebärden eindeutig einer Kategorie zuzuordnen. In Krause (2017b) ist das Beispiel einer Gebärde für das Vereinfachen eines Bruches gegeben, die in Abbildung 2c dargestellt ist: Sie hebt eine Handlung, das Durchstreichen der Zahlen beim Kürzen, (iconic-physical) hervor, die innerhalb einer symbolischen Darstellung des Bruches (iconic-symbolic) stattfindet. Daran ist die Handlung des Durchstreichens des Zählers und des Nenners zu erkennen, wie dies beim realen Kürzen mit einem Stift erfolgen würde. Die innerlinguistische Ikonizität umfasst mathematische Gebärden, die ihren Ursprung in einem nicht-mathematischen Bereich, zum Beispiel in der Alltagssprache, haben: Diese Gebärden ähneln einer nicht-mathematischen Gebärde in der Handform, Bewegung und Ausführungsstelle. Ein Beispiel hierfür kann DRACHEN (Abb. 2e) aus Wille (2020) sein, die für das Deltoid, auch Drachenviereck genannt, verwendet wird, obwohl sie Drachen im Sinnen des Lenkdrachen, den man bei Wind aufsteigen lässt, bedeutet. Die innerlinguistische Ikonizität soll bei der Einführung mathematischer Gebärden etwa hinsichtlich ihrer Passung mit der jeweiligen mathematischen Idee ebenso berücksichtigt werden. Dies lässt sich aus der Annahme ableiten, dass Ikonizität eine stärkere Verbindung zur Idee fördert, auf die sich eine Gebärde in ihrem ikonischen Moment bezieht (Krause, 2017b). Eine solche Unterscheidung ikonischer Gebärden geht mit der semiotischen Betrachtung eines Ikons nach Peirce einher, demnach ein Ikon „die relationale Struktur innerhalb eines Objektes abbildet", wodurch es „einen Eindruck der Ähnlichkeit zwischen Zeichen und Bezeichnetem wachruft" (Hoffmann, 2001, S. 12). Eine weniger statische Betrachtung von Gebärden findet sich in Wille (2020): Erst der Gebrauch einer Gebärde ist für die Klassifizierung als Ikon, Symbol oder Index entscheidend. Der Gebrauch bezieht sich auf die Konventionen der ÖGS. Eine trennscharfe Klassifizierung ist nicht immer möglich, denn ein Zeichen, also auch eine Gebärde, kann ikonische, indexikalische sowie symbolische Eigenschaften innehaben (Ferrara & Hodge, 2018). Die vorangegangenen Arbeiten von Angeloni et al. (2023, 2024) über ikonische mathematische Gebärden im Zusammenhang mit dem Variablenkonzept und die hier vorgestellte Entwicklung eines gebärdensprachorientierten Unterrichts dazu beruhen auf dieser Betrachtung von Ikonizität, die im Folgenden näher erläutert wird.

In ihrer Beschreibung mathematischer ÖGS-Gebärden geht Wille (2020) von den Kategorien nach Kutscher (2010) aus, die sich ebenso aus der zeichentheoretischen Perspektive nach Peirce auf Gebärdensprachen allgemein, mit besonderer Berücksichtigung der DGS, bezieht: Es werden zuerst die beiden Kategorien *„bildhafte Ikone"* und *„schematische Ikone"* eingeführt.

a b c d

Abb. 3: Gebärden Y_2 (a), KUH (b), BALKENDIAGRAMM (c), EINSETZEN (d)

(Quelle: Abbildung 3d aus Angeloni & Hausch (2025))

Bildhafte Ikone sind solche, die eine direkte Ähnlichkeit (Kutscher, 2010) zwischen Repräsentamen und Objekt (Wille, 2020) aufweisen. Bei Gebärden können solche Ikone mathematische Inhalte „inskriptional darstellen" (Schreiber & Wille, 2020), sie können dem Schriftbild direkt ähneln. Es werden zwei Typen bildhaft ikonischer Gebärden unterschieden: 1) Gebärden, die die Ähnlichkeit vollständig oder über eine Beziehung Teil-Ganzes (meronymisch) herstellen (Kutscher, 2010). Im ersten Fall ähnelt die Handform der Gebärde einem Formaspekt des Objektes. Ein Beispiel ist die Gebärde Y_2 (Abb. 3a) aus dem alten ÖGS-Fingeralphabet. Eine Meronymie bezeichnet eine Teil-zum-Ganzen-Beziehung eines Wortes bzw. einer Gebärde zum Objekt. Demnach würde eine Gebärde einen Teil des Objektes bezeichnen, aber das ganze Objekt referenzieren. Ein Beispiel ist die Gebärde KUH für das Tier Kuh (Abb. 3b), deren Handform aber nur den Hörnern ähnelt. 2) Gebärden, bei denen die Ähnlichkeit mit der Bewegung hergestellt wird. Hier ähnelt der Bewegungspfad der Hände dem Formaspekt des Objektes oder eines Teils dessen. Ein Beispiel einer vollständigen Abbildung ist die Gebärde BALKENDIAGRAMM (Abb. 3c, gezeichnet nach Wille (2020, S. 201)): Die Hände bewegen sich entlang der vertikalen Balken. Zu diesen beiden Typen ergänzt Wille (2020) den Typ 3 mathematischer Gebärden, „bei denen der Bewegungspfad einer Handlung [an] mathematischen Inskriptionen ähnelt". Ein Beispiel ist die Gebärde in Abbildung 3d für das Einsetzen einer Zahl in eine Gleichung: Die Hand bewegt sich so, als würde die Zahl von der Tabelle, in der sie sich befindet, mit den Fingern gefasst und in die Gleichung gebracht werden.

a b c

Abb. 4: TASCHENRECHNER (a), BRUCH (b), Flugbahn (c)

Bei *schematischen Ikonen* besteht die Ähnlichkeit zum Objekt indirekt. Für Gebärden bedeutet dies, dass sie weder durch ihre Handform noch durch ihre Bewegung eine Ähnlichkeit zum Referenzierten herstellen (Kutscher, 2010). Um eine solche indirekte Ähnlichkeit zu erfassen, stützt sich Kutscher auf die Auffassung von Schemata als „Wissensstrukturen im menschlichen Geist, die es ermöglichen, Erfahrungen gemäß kognitiv verankerter Standardmuster von Objekten, Ereignissen, Situationen oder Handlungsabläufen zu interpretieren und sprachliche Ausdrücke in ihrer Bedeutung zu erfassen" (Kutscher, 2010, S. 96). Schemata umfassen demnach das Wissen über das Referenzierte, Abläufe mit ihm und Beziehungen zu oder in ihm. Daraus hat Kutscher drei Unterkategorien schematisch ikonischer Gebärden identifiziert: 1) Gebärden, die „ein Objekt nachahmen, das in metonymischer Beziehung zum Referenzierten steht" (Kutscher, 2010, S. 96). Dies bedeutet, dass die Gebärde etwas nachahmt, das typischerweise für das Objekt steht (Metonymie). Ein Beispiel ist die Gebärde MATHEMATIK (Abb. 1d): Nachgeahmt wird hier das Zählen, also das Handeln mit Zahlen, was typischerweise in Zusammenhang mit Mathematik gebracht wird. 2) Gebärden können aber auch eine Handlung nachahmen, die in metonymischer Beziehung zum Objekt steht. Ein Beispiel ist TASCHENRECHNER (Abb. 4a). Diese Gebärde ahmt das Tippen an einem Taschenrechner nach und somit referenziert sie ihn (Wille, 2020). Diese Gebärden können jedoch auch die Handlung selbst referenzieren, sodass die Gebärde TASCHENRECHNER auch das Eingeben in einen Taschenrechner bedeuten kann. 3) Gebärden, die eine Handlung nachahmen, die das Objekt erzeugt. Dies ist der Fall der Gebärde ZAHL (Abb. 1c): Die vibrierende Bewegung der Finger ahmt das Zählen nach und eine Zahl kann „als das Ergebnis eines Zählprozesses“ (Wille, 2020, S. 202) betrachtet werden. Gebärden lassen manchmal mehrere Interpretationen zu (Langer, 2005), sodass die Beschreibung mancher mathematischer Gebärden auch durch mehrere Unterkategorien erfolgen kann (Wille, 2020). Als Beispiel hierfür führt Wille (2020) die Gebärde RADIUS (Abb. 2a) an, welche sie den bildhaften Ikonen zuordnet, „da die Form von Daumen und Zeigefinger durch ihren Abstand einen Radius beschreibt“ (S. 211), und der Kategorie der schematischen Ikonen, denn sie erkennt eine Metonymie zwischen Radius und Halbkreis, da „ikonische Merkmale der Gebärde dem Ganzen, also einem Halbkreis, ähneln, dessen Teil der Radius ist“ (S. 211). Bei der Gebärde BRUCH (Abb. 4b) kann eine innerlinguistische Ikonizität erkannt werden, denn diese Gebärde wird in der ÖGS für „Knochenbruch“ verwendet. Sie kann aber auch als schematisch ikonisch eingeordnet werden, wenn der mathematische Bruch mit dem Brechen der Einheit in Verbindung gebracht wird (Angeloni & Wille, 2025).

2.3 Simultanität und syntagmatische Relationen

Gebärdensprachen werden in einem vierdimensionalen *Gebärdenraum*, bestehend aus drei räumlichen Dimensionen und einer zeitlichen Dimension, realisiert: Gebärden können in diesem Raum an verschiedenen Orten und mit unterschiedlich schnellen Bewegungen gebärdet werden. Bei einer Kugel, die entlang einer parabelförmigen Bahn fliegt, kann zum Beispiel nicht nur die Bahn, sondern auch die Änderung der Geschwindigkeit und somit, dass die Kugel zum Hochpunkt der Bahn hin langsamer wird, gebärdet werden (Abb. 4c). In Gebärdensprachen werden einzelne Elemente eines Diskurses oder singuläre Aspekte vorzugsweise in dessen Mittelpunkt gestellt sowie in einen Kontext eingebettet und entsprechend im Gebärdenraum verortet (Grote, 2016, S. 144). Diese Verortung entspricht jedoch nicht zwingend der tatsächlichen Verortung in einem realen, durch den visuellen Kanal wahrnehmbaren Raum, sondern dient dazu, sich im Verlauf des Diskurses wieder auf die Elemente beziehen zu können. Erfolgt nun ein Wechsel des singulären Diskurselementes, d. h. ein *Perspektivwechsel*, so können Aspekte dieses Elements mit jenen des anderen zueinander in Relation gesetzt werden (Grote, 2016, S. 144).

a b

Abb. 5: Gebärden mit syntagmatischen Relationen (a, b)

Abbildung 5 zeigt zwei Beispiele, wie Simultanität und die Konstruktion eines solchen Kontextes erfolgen können: 1) Die Gebärde 5a drückt aus, dass ein Auto auf einer kurvigen schwierigen Strecke, die nach oben verläuft, fährt. Das Fahren auf einen Berg wird also als anspruchsvolle Strecke, langsam und kurvig betrachtet. 2) Die Gebärde 5b bedeutet, dass ein Bruch so weit wie möglich gekürzt wird. Dabei werden die Informationen vermittelt, dass zwei Zahlen gleichzeitig kleiner werden, wo die Zahlen sind und dass sich der mathematische Ausdruck nach rechts entwickelt. Das Kürzen (eines positiven Bruches) wird also in Relation mit „Zähler und Nenner werden kleiner“ und „die Rechnung entwickelt sich nach rechts“ gesetzt. Wird ein Perspektivwechsel mehrfach wiederholt, so entsteht und erweitert sich der Kontext. Ein solcher Kontext wird auch *syntagmatischer* Kontext genannt (Grote, 2016).

Ein syntagmatischer Kontext besteht aus Diskurselementen, die syntagmatisch in Relation zueinander stehen. Eine solche Relation besteht, wenn die Elemente zusammen verwendet werden und syntaktisch zusammengehören können – ein Beispiel sind die folgenden mathematischen Begriffe: Gleichung, Variable, „ist gleich“, „zwei Seiten“, lösen. Die syntaktische Zusammengehörigkeit würde sich in der Möglichkeit widerspiegeln, solche Elemente gebärdensprachlich simultan äußern zu können, welche auch nur bei syntagmatischen Relationen möglich ist (Grote, 2010). Dabei ist dies ein allen Gebärdensprachen gemeines Phänomen (Grote, 2016). Syntagmatische Relationen im gebärdensprachlichen mathematischen Diskurs über Variablen wurden in Angeloni & Wille (2025) untersucht.

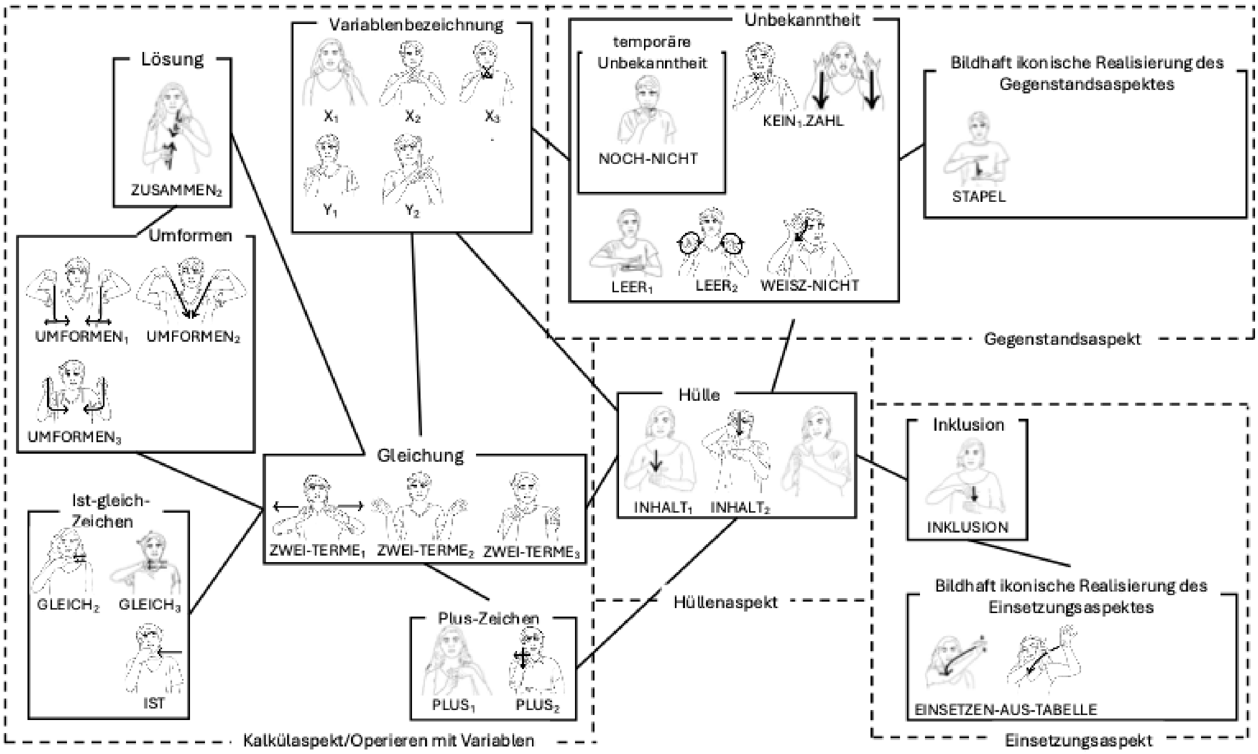


Abb. 6: Syntagmatisches Netz nach Angeloni & Wille (2025)

Für die Feststellung syntagmatischer Relationen haben sie zwei Kriterien formuliert: K1) Die Diskurselemente werden zusammen verwendet (notwendiges Kriterium zur syntaktischen Zusammengehörigkeit). K2) Die Gebärden zu den Diskurselementen weisen Simultanität auf (hinreichendes Kriterium). Eine Manifestierung von Simultanität ist, dass mehrere Informationen auch aufgrund der Stelle im Gebärdenraum, an der die betrachteten Gebärden gebärdet werden, vermittelt werden können. Im Gegensatz zu syntagmatischen Relationen stehen paradigmatische Relationen, bei denen die Diskurselemente hierarchisch organisiert sind, etwa in Ober- und Unterbegriffen. Die Abbildung 6 zeigt diese Relationen zwischen verschiedenen Gebärden in der Algebra: Gebärden in paradigmatischer Relation sind in Kästen gruppiert. Syntagmatische Relationen sind durch Verbindungslinien dargestellt. Grote (2013) zeigte anhand von Reaktionszeitexperimenten, dass gebärdensprachorientierte Menschen (z. B. Gehörlose) schnellere Reaktionszeiten bei syntagmatisch zueinander in Relation stehenden Konzepten aufweisen. Desweiteren wird in einem gebärdensprachlichen Diskurs präferiert bei einem spezifischen Inhaltsaspekt begonnen, der zentral positioniert wird. Zu diesem spezifischen Inhaltsaspekt werden im Laufe des Diskurses zusätzliche Informationen zirkulär gebärdet, sodass alle Elemente des Diskurses in Relation zueinander stehen (Grote, 2013).

Die Bevorzugung einer syntagmatischen Organisation verschiedener Aspekte oder Diskurselemente um einen zentralen Inhalt oder Aspekt und die Bevorzugung einer simultanen Vermittlung mehrerer Einheiten eines Diskurses bedeutet für den Unterricht in einer Gebärdensprache, dass um ein bestimmtes zentrales Thema – oder konkret um einen bestimmten Aspekt des zu unterrichtenden Inhaltes – „detailreiche sinnlich erfahrbare Wissenseinheiten platziert werden sollten“ (Grote et al., 2018, S. 430). Als zentrales Thema versteht sich hier nicht zwingend ein wichtiges Thema, sondern jenes, das im mathematischen gebärdensprachlichen Diskurs in den Mittelpunkt des syntagmatischen Kontextes gestellt wird. Der dabei entstehende Kontext soll im Laufe des Unterrichts immer weiter zu einer netzartigen Organisation der Inhalte ausgebaut werden. Die verwendeten Unterrichtsmaterialien und die Art der Erklärungen sollen des Weiteren kohärent mit simultan und ikonisch im gebärdensprachlichen Diskurs vermittelten Inhalten sein. Ein Kontrast hierbei würde laut Grote et al. (2018) zu Dissonanzen bei den Lernenden führen.

2.4 Variablenaspekte aus der Perspektive der Österreichischen Gebärdensprache

Um den Unterricht über Variablen allgemein syntagmatisch strukturieren zu können, sind Erkenntnisse über eine mögliche syntagmatische Struktur des gebärdensprachlichen mathematischen Diskurses über Variablen grundlegend. Um Erklärungen und Materialien ikonisch kohärent mit dieser Struktur darbieten zu können, soll betrachtet werden, welche Aspekte einer mathematischen Idee ikonisch in einer Gebärde widergespiegelt werden (Krause, 2017a). Variablen weisen verschiedene Aspekte auf, die in einer Gebärdensprache mit unterschiedlichen Gebärden ausgedrückt werden könnten. In den Untersuchungen von Angeloni et al. (2023, 2024) und Angeloni & Wille (2025) wurden der Gegenstandsaspekt, der Einsetzungsaspekt, der Kalkülaspekt (Malle, 1993) und der Hüllenaspekt (Wille, 2008) in der ÖGS untersucht. Dabei wurden verschiedene Gebärden dokumentiert, die die unterschiedlichen Aspekte der Variablen aus verschiedenen Perspektiven zum Ausdruck bringen.

a b c

Abb. 7: Gebärden LEER$_1$ (a), NOCH-NICHT (b) und WEISZ-NICHT (c) zu Variablen unter dem Gegenstandsaspekt.

(Quelle: Abbildungen 7a und 7b aus Angeloni (2023))

Ein Beispiel für den Gegenstandsaspekt, nach dem eine „Variable als unbekannte oder nicht näher bestimmte Zahl […]“ (Malle, 1993, S. 46) gilt, sind die Gebärden in Abbildung 7: Die Gebärde LEER$_1$ (Abb. 7a) drückt aus, dass die Zahl nicht gegeben und in weiterer Folge nicht bekannt ist. Die Gebärde NOCH-NICHT (Abb. 7b) vermittelt zusätzlich, dass dies (möglicherweise) nur vorläufig ist, dass die Zahl also zu einem späteren Zeitpunkt bekannt werden wird (Angeloni, 2023). Eine weitere Gebärde ist WEISZ-NICHT (Abb. 7c), welche – in diesem Fall mit der Glosse übereinstimmend – bedeutet, dass man nicht weiß, welchen Wert die Variable hat.

a b c d

Abb. 8: Gebärden INHALT$_1$ (a), INHALT$_2$ (b), Gebärden für Einsetzen (c) und (d)

(Quelle: Abbildungen 8b bis 8d aus Angeloni & Hausch (2025))

Beim Gebärden über eine Variable als „Platzhalter für Zahlen bzw. Leerstelle, in die man Zahlen […] einsetzen darf“ (Malle, 1993, S. 46), (Einsetzungsaspekt), beschreibt Angeloni (2024) verschiedene bildhaft ikonische Gebärden. Es wurden Gebärden erfasst, bei denen die Bewegung der Hände (z. B. Abb. 8c) die Handlung nachahmt, eine Zahl aus einer Tabelle zu entnehmen und in die Gleichung an die passende Stelle zu setzen. Losgelöst vom Kontext der Tabelle wurden auch Gebärdenkonstrukte wie in Abbildung 8d festgestellt: Die Zeigegebärde in der rechten Hand zeigt auf die Stelle, an die die Zahl (in der linken Hand) gesetzt werden soll.

a b c

Abb. 9: Gebärde EINSETZEN (a), SEGREDO (b), INKLUSION (c)

(Quelle: Abbildungen 9a und 9c aus Angeloni & Hausch (2025))

Angeloni und Wille (2025) beschreiben weitere Gebärden für das Einsetzen einer Zahl in eine Variable: Eine Hand hält die Buchstabengebärde fest und die andere positioniert sich mit der Zahlgebärde dahinter (Abb. 9a). Dabei bleibt die Variable im Gegensatz zu den vorherigen Fällen bestehen, was auf den Hüllenaspekt hindeutet: Der Platzhalter ist wie „eine Hülle […] oder eine Schachtel für die Zahl, die bestehen bleibt“ (Wille, 2008, S. 422, übersetzt). Der ikonische Aspekt einer Variable als Behälter wird in der Gebärde INHALT$_1$ (Abb. 8a) ausgedrückt. Dieser ikonische Aspekt des Behälters lässt sich auch in der Gebärde SEGREDO (dt. *Geheim*, Abb. 9b) aus der brasilianischen Gebärdensprache (Libras) feststellen, welche von Fernandes und Healy (2014, S. 53) in einer Studie zu algebraischen Ausdrücken gehörloser Schülerinnen und Schüler beschrieben wurde. Die Gebärde SEGREDO vermittelt simultan auch, dass die Variable eine „geheime Zahl“, also eine unbestimmte Zahl ist, sodass (in der Libras) eine syntagmatische Relation zwischen dem Gegenstandsaspekt und dem Hüllenaspekt abgeleitet werden kann. Die ÖGS-Gebärde INKLUSION in Abbildung 9c (Angeloni & Hausch, 2025) greift diesen ikonischen Aspekt des Behälters auf und drückt das Einsetzen in den „Behälter“ (in die Variable) aus.

a b c d

Abb. 10: ZWEI-TERME (a), GLEICHUNG$_6$ (b), GLEICHUNG$_5$ (c), GLEICH$_3$ (d)

Unter dem Kalkülaspekt ist eine Variable nach Malle (1993) ein bedeutungsloses Zeichen, „mit dem nach bestimmten Regeln operiert werden darf“ (S. 46). In Angeloni und Wille (2025) wurde dieser Aspekt beim Operieren mit Variablen in Gleichungen untersucht. Mehrere Gebärden für Variablen, Gleichungen und das Operieren damit wurden dokumentiert. Beispiele dafür sind die Gebärde in Abbildung 10a für eine Gleichung, die Gebärde in Abbildung 10b für das Lösen einer Gleichung, die Gebärde in Abbildung 10c für das Gleich-Sein zweier Zahlen oder Terme, verschiedene Gebärden wie GLEICH_3 (Abb. 10d) für das Ist-Gleich-Zeichen und weitere Gebärden für weitere mathematische Symbole.

Die unterschiedlichen erfassten Gebärden und damit die entsprechenden Variablenaspekte wurden in Angeloni und Wille (2025) hinsichtlich syntagmatischer Relationen und auf Basis der Kriterien K1 und K2 untersucht. Ein syntagmatisches Netz wurde erstellt, das in Abbildung 6 dargestellt ist: Die Gebärden sind mit einem dicken Rahmen zu paradigmatischen Gruppen zusammengefasst. Diese Gruppen sind mit einer Linie verbunden, wenn zwischen mindestens einer der Gebärden jeder der verbundenen Gruppen eine syntagmatische Relation festgestellt wurde. Im Mittelpunkt dieses Netzes steht der Hüllenaspekt: Der gebärdensprachliche Diskurs über Variablen hat sich vom Hüllenaspekt aus mittels wiederholter Perspektivwechsel innerhalb des dargestellten syntagmatischen Kontextes entwickelt. Dabei werden die verschiedenen Variablenaspekte zu einer holistischen Betrachtung dessen, wie Variablen angesehen werden können und was mit ihnen möglich ist, zueinander in Relation gesetzt. Das Netz wird im Zusammenhang der Studie in Angeloni und Wille (2025) nicht als ein statisches Konstrukt, sondern als dynamisches Gefüge, in das weitere Perspektiven auf die Variablen und ihre Aspekte mittels anderer Gebärden integriert werden können. Diese Organisation der Variablenaspekte und der ikonische Aspekt einer Variable als Behälter werden im Folgenden als Grundlage für die Entwicklung einer Unterrichtsreihe und des Materials verwendet.

3. Entwicklung und Forschungsinteresse

Basierend auf dem vorgestellten syntagmatischen Netz (Abb. 6) wurde eine Unterrichtsreihe mit besonderer Berücksichtigung des ikonischen Aspektes einer Variable als Behälter und der Zentralität des Hüllenaspektes entworfen. Die Orientierung am syntagmatischen Netz hat das Potenzial, eine durchgängige (Holzäpfel et al., 2024) Entwicklung der Unterrichtsreihe zu unterstützen, indem sie auf Aspekte und Relationen zwischen diesen fokussiert, die im Umgang mit Variablen in mehreren mathematischen Bereichen relevant sind, und den Lernenden eine Grundlage bietet, die sie selbstständig um weitere Perspektiven und Relationen erweitern können.

Für die Unterrichtssequenz wurde das Modell mit Schachteln als Darstellung von Variablen und Hölzchen als Darstellung von Zahlen, wie zum Beispiel in Affolter et al. (2011) als Knack-die-Box bekannt, gewählt. Der Grund für die Wahl dieses Modells liegt in der primären Ausrichtung an einer Gebärdensprache, bei der die ikonischen Aspekte einer mathematischen Idee, die durch die Gebärden vermittelt werden, bei der Entwicklung des Unterrichtsmaterials primär zu berücksichtigen sind. Kohärent mit dem Aspekt einer Variable als Behälter sind die Schachteln, welche per Konstruktion als Behälter fungieren, sodass nahe an einer Vorstellung der Lernenden angeknüpft werden kann. Das Modell bietet zudem die Möglichkeit, sich von der konkreten Situation der Schachteln mit den Hölzchen stufenweise loszulösen. Diese Möglichkeit besteht zum Beispiel darin, dass in die Schachteln Zahlen ebenso eingesetzt werden können, obgleich dies auf eine vorwiegend metaphorische Weise erfolgt. Hierbei würde die Gebärde INHALT_1 in jedem Fall verwendet werden, denn diese kann sich auf mehr als nur einen realen Behälter, wie z. B. auf eine Schachtel, beziehen – ein Beispiel: JÄNNER INHALT_1 No.EINS-DREISSIG TAG (dt. *Der Jänner hat 31 Tage*). INHALT_1 kann sich also auch auf den Wert einer Variable beziehen, wenn diese mit x bezeichnet wird. In diesem Fall würde etwa die Sequenz X_1 INHALT No.FÜNF (x hat den Wert „fünf“) gebärdet. Mit Schachteln verschiedener Farben können verschiedene Variablen adressiert werden. Hierbei gilt jedoch, dass Schachteln mit der gleichen Farbe auch die gleiche Anzahl an Hölzchen beinhalten. Mit diesem Modell können somit von Anfang an zwei Variablen eingeführt werden, ohne die Symbolik hierfür zu verwenden. In einem solchen Modell nenne man eine beliebige Anordnung von Schachteln und Hölzchen Schachtel-Term und zwei gleichgesetzte Schachtel-Terme mögen Schachtel-Gleichungen heißen. Der Aufbau zumindest eines Teils des syntagmatischen Netzes könnte von einem solchen Modell unterstützt werden, da die Adressierung verschiedener im Netz vorkommender Variablenaspekte möglich ist: 1) Die Darstellung mit den Schachteln adressiert den Hüllenaspekt. 2) Der Gegenstandsaspekt kann insofern adressiert werden, als der „Inhalt“ unbekannt ist – zum Beispiel dann, wenn eine Schachtel geschlossen ist. 3) Das Einsetzen von Hölzchen in eine Schachtel spiegelt den Einsetzungsaspekt wider. Der Hüllenaspekt würde im gebärdensprachlichen Diskurs immer simultan zu den anderen Aspekten vermittelt und die Relationen aufgebaut werden. In den nächsten Abschnitten werden die Lernziele der Unterrichtsreihe und die Forschungsfrage der Studie formuliert. Das entwickelte Material wird vorgestellt.

3.1 Lernziele

Am Ende der Unterrichtsreihe sollen die folgenden Lernziele erreicht worden sein: Die Schülerinnen und Schüler können

LZ 1 – unter Verwendung entsprechender ÖGS-Gebärden erklären, wie eine Variable betrachtet werden kann.

LZ 2 – zu einer Schachtel-Gleichung eine lineare Gleichung mit zwei Variablen aufstellen.

LZ 3 – Lösungen von Schachtel-Gleichungen und linearen Gleichungen mit höchstens zwei Variablen durch Einsetzen finden.

LZ 4 – Lösungen linearer Gleichungen mit einer Variable durch Umkehren von Rechenoperationen erstellen.

Das Lernziel 1 zielt auf die (gebärdensprachliche) Kommunikationsförderung im Sinne von Holzäpfel et al. (2024) und wird daher gesondert betrachtet. Hinsichtlich der unterrichtspraktischen Anwendung der Ergebnisse aus den vorherigen Studien (Angeloni et al., 2023, 2024) soll untersucht werden, inwiefern die Lernziele in der entwickelten Unterrichtsreihe erreicht werden.

3.2 Forschungsfrage

Die Notwendigkeit der Untersuchung gebärdensprachlicher Kommunikation in der Mathematik wurde in Studien wie Fernandes & Healy (2014) bereits betont. Desweiteren wurden syntagmatische Relationen als ein zentraler Aspekt von Kommunikation erörtert, der Einfluss auf das Lernen von Mathematik haben kann (s. Sektion 2.3). Nun werden syntagmatische Relationen in der hier vorgestellten Studie aufbauend auf Angeloni et al. (2023, 2024) bei Schülerinnen und Schülern untersucht:

Welche syntagmatischen Relationen lassen sich beim Gebärden über Variablen bei den Schülerinnen und Schülern feststellen?

4. Entwicklung der Unterrichtsreihe

Die Österreichische Gebärdensprache war die Unterrichtssprache und die Sprache des wissenschaftlichen Austausches im Rahmen der Studie: Die Ergebnisse aus Vorstudien und weitere mathematikdidaktische Themen, auf welchen die Entwicklung der Unterrichtsreihe basiert, sowie die Skizzen für den Unterricht wurden in ÖGS mit einem gehörlosen Kollegen diskutiert und evaluiert. Damit sollen die Limitationen einer laut- oder schriftsprachorientierten Entwicklung überwunden werden (Unterhitzenberger et al., 2024).

Das syntagmatische Netz (Abb. 6) ist sowohl Grundlage für die Entwicklung des Unterrichtsmaterials in ÖGS im Spezifischen als auch für die Entwicklung der aus sechs Einheiten bestehenden Unterrichtsreihe im Allgemeinen. Das Unterrichtsmaterial und der Unterricht wurden monomodal umgesetzt, sodass die deutsche Schriftsprache lediglich zur kurzen Bezeichnung der Abschnitte (z. B. „Aufgabe 1“) diente. Die Gebärden im Netz sollen im Sinne des Lernziels 1 in das Material entsprechend der adressierten Variablenaspekte integriert und in der Durchführung der Unterrichtssequenz verwendet werden.

Sämtliche Aufgabenstellungen sind in den Materialien daher in Form von Videos auf ÖGS vorhanden. In einem Projekt von Wille (2018) zu Materialien für den Mathematikunterricht Gehörloser zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler bei den Textaufgaben mit einem Video als Aufgabenstellung „deutlich aktiver“ (Wille, 2018, S. 1989) als bei anderen Textaufgaben ohne solche Videos waren, sodass ein solcher Effekt hier ebenso erwartet wird. Die in der vorgestellten Studie eingesetzten Videos sind im Weiteren mittels Ausschnitten der einzelnen Gebärden wiedergegeben. Die Originalvideos können vom Autor auf Nachfrage zur Verfügung gestellt werden.

Bei der Entwicklung des Unterrichts und der Videos wurde berücksichtigt, dass wiederholte Perspektivwechsel gefördert werden sollen, um den syntagmatischen Kontext um den zentralen Hüllenaspekt aufzubauen. Hierfür wurden die Aktivitäten der einzelnen Einheiten so konzipiert, dass der singuläre Aspekt einer Variable als Behälter in den Mittelpunkt des Diskurses gestellt wird und also die Variablen aus der Perspektive des Hüllenaspektes eingeführt werden. In der Kommunikation im Unterricht und in den Videos des Unterrichtsmaterials erfolgten die Perspektivwechsel durch die gezielte Einführung und Verwendung der Gebärden aus dem syntagmatischen Netz (Abb. 6): Über eine Variable wurde zuerst als Behälter (Hüllenaspekt) mit der Gebärde IN-HALT$_1$ gebärdet, danach wurde gebärdet, dass der Inhalt leer ist (Gegenstandsaspekt), später, dass darin Zahlen gelegt werden können (Einsetzungsaspekt), schließlich, dass mit diesem Inhalt auch gerechnet werden kann (Kalkülaspekt). Der Prozess des syntagmatischen Aufbaus erfolgte nicht innerhalb eines einzelnen Durchlaufs wie etwa gerade beschrieben, sondern durch mehrfache solcher Durchläufe. Dabei wurden jeweils die Perspektive zwischen den Bereichen mehrfach gewechselt und immer mehr Gebärden daraus eingeführt.

Die Unterrichtsreihe umfasst sechs Einheiten und drei Arbeitsblätter mit Aufgabenstellungen und Erklärvideos, die die verschiedenen Bereiche des syntagmatischen Netzes adressieren. Eine Übersicht davon ist in Tabelle 1.

EH	AB	adressierte Bereiche
1	1	Hüllenaspekt, Gegenstandsaspekt
2	1	Hüllenaspekt, Gegenstandsaspekt
3	2	Hüllen-, Einsetzungs-, Gegenstandsaspekt
4	2	Einsetzungs-, Kalkül-, Hüllenaspekt
5	3	Hüllen-, Gegenstands-, Kalkülaspekt
6	3	Alle vier Bereiche

Tab. 1: Aufteilung der adressierten Bereiche auf die Arbeitsblätter (AB) und Unterrichtseinheiten (EH).

Die Einheiten 1 bis 4 waren Einzeleinheiten, die Einheiten 5 und 6 war eine Doppeleinheit. Das Material wurde in ÖGS verfasst und Videos dienen als Aufgabenstellungen. Die Videos sind online gespeichert und können durch Scannen des entsprechenden QR-Codes auf dem Arbeitsblatt auch außerhalb der Unterrichtssituation angesehen werden. Schreiber & Wille (2020) haben in einer semiotischen Untersuchung von Erklärvideos in deutscher Lautsprache bzw. in ÖGS Unterschiede derart festgestellt, die darauf hindeuten, dass das Dolmetschen gebärdensprachorientieren Lernenden nicht gerecht wird. Dies ließe sich in weiterer Folge auf die Übersetzung eines zuerst in der deutschen Lautsprache entwickelten Erklärvideos übertragen, sodass die Erklärvideos hier nicht zuerst als Drehbuch auf Deutsch, sondern von Beginn an in ÖGS konzipiert wurden. Der Fokus wurde auf Wie- und Warum-Erklärungen (Wagner & Wörn, 2011) gelegt.

In Libras wurde festgestellt, dass Gebärden für mathematische Objekte teilweise fehlen und dass diese in dem jeweiligen Fall im Unterricht ausgehandelt werden (Healy, 2012). Ein solches Phänomen ist in anderen Gebärdensprachen ebenso zu beobachten. Sowohl bei der Erstellung der Videos als auch für die Lehrkräfte in der Durchführung des Unterrichts wurde vorgesehen, dass nur die in der Sektion zur Theorie vorgestellten Gebärden verwendet wurden. Entgegen der beobachteten Praxis sollen somit – zumindest von Seiten der involvierten Lehrkräfte – keine neuen Gebärden spontan ausgehandelt oder entwickelt, sondern nur jene verwendet werden, die empirisch ermittelt wurden. In den folgenden Abschnitten werden die drei Arbeitsblätter vorgestellt.

4.1 Arbeitsblatt 1: Einführung in die Variablen

Das Arbeitsblatt adressiert die Lernziele LZ 1, 2 und 3, den Hüllen- und den Gegenstandsaspekt.

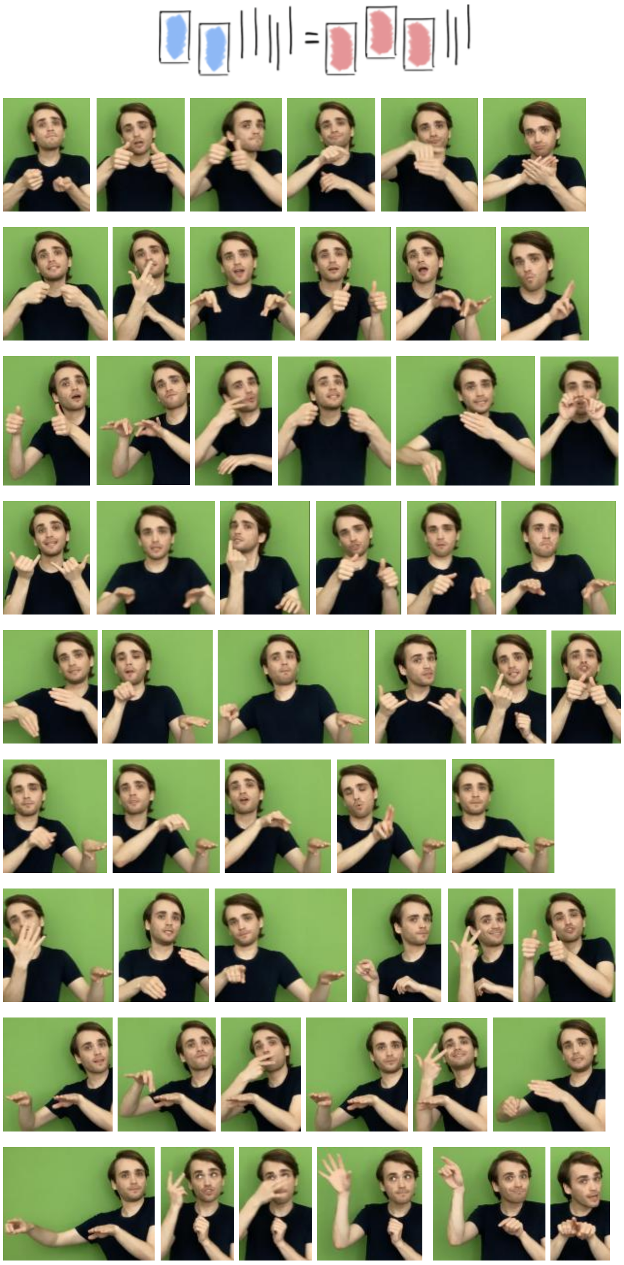


Abb. 11: Schachtel-Gleichung und Ausschnitt aus dem Video zu Aufgabe 1, Teil 1.

In Aufgabe 1 (Abb. 11) wird der Aspekt des Behälters hervorgehoben: Das Modell mit den Schachteln und Hölzchen wird vorgestellt, indem (Teil 1) eine

Schachtel-Gleichung gebärdet und dabei die Gebärde INHALT$_1$ (Abb. 8a) verwendet wird. Somit werden Variablen aus der Perspektive des Hüllenaspektes eingeführt. Diese wechselt dann mit der Gebärde LEER$_1$ (Abb. 7a) aus der Gruppe „Unbekanntheit“ zum Bereich „Gegenstandsaspekt“. Es wird somit vorgestellt, dass es Schachteln mit einem unbekannten Inhalt gibt. Ein Beispielsatz aus dem Video zur Aufgabenstellung (Abb. 11, erste Reihe): GIBT SCHACHTEL SCHACHTEL++ *(Bewegung der flachen Handform von links nach rechts)* IX-IX INHALT$_1$ LEER$_1$ (dt. *Es gibt Schachteln mit einem unbekannten Inhalt*). LEER$_1$ greift den Aspekt des Behälters wieder auf und eine erste Relation zwischen den zugehörigen Gruppen wird erstellt.

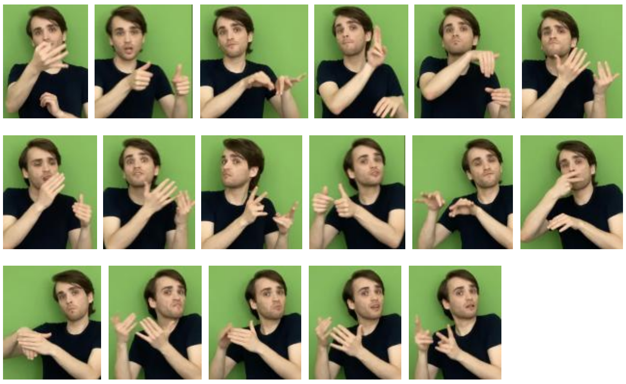


Abb. 12: Ausschnitt des Videos zu Aufgabe 1, Teil 2.

Im zweiten Teil der Aufgabe sollen die Teilnehmenden das Modell erkunden, indem sie die Schachtel-Gleichung selbst legen. Hierfür wurde die Gleichung im Video zu Teil 1 (Abb. 11, ab Reihe 5, Bild 5) antizipierend topographisch – d. h. so wie sie auf dem Tisch auszusehen hat – gebärdet. In Teil 2 (Abb. 12) sollen die Teilnehmenden selbst bestimmen, wie viele Hölzchen in den Schachteln liegen können.

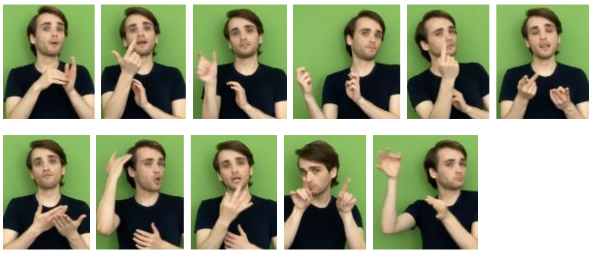


Abb. 13: Ausschnitt aus dem Video zu Aufgabe 1, Teil 3.

In Teil 3 (Abb. 13) sollen die Teilnehmenden selbst eine Aufgabe überlegen und sich gegenseitig stellen. Da in Aufgabe 1 Variablen als Behälter, der leer sein kann, betrachtet werden, wird das Lernziel LZ 1 adressiert. Mit der Aufforderung zum Finden der passenden Anzahl von Hölzchen wird LZ 3 adressiert, obgleich dies nur im Kontext des Modells erfolgt. Die Variablen (Schachteln), bleiben bei den Aktivitäten der Aufgabe stets bestehen, wenn Hölzchen eingesetzt werden, sodass sie hier unter dem Hüllenaspekt betrachtet werden.

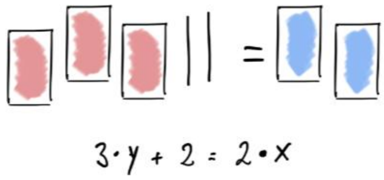


Abb. 14: Ausschnitt des Videos zu Erklärvideo 1.

Im Erklärvideo 1 (Abb. 14) wird die symbolische Darstellung von Variablen eingeführt. Ein weiterer Perspektivwechsel findet zum Bereich „Kalkülaspekt/Operieren mit Variablen“ statt: Bisher waren Variablen nur Behälter mit einem Inhalt, nun werden diese Behälter mit x und y bezeichnet und zu einer Schachtel-Gleichung kann nun eine lineare Gleichung aufgestellt werden. Die Nutzung des Gebärdenraums wird hier beim Erstellen von Relationen zum neuen Bereich umso wichtiger, da die Gebärden INHALT$_1$ und LEER$_1$ an den gleichen Stellen gebärdet werden, an denen die Buchstaben zuvor gebärdet worden waren. Damit werden Simultanität und ikonische Kohärenz zur mathematischen Inskription erreicht. Nach dem Gebärden der Schachtelgleichung werden x und die blaue Schachtel neu im Raum verortet: x links und die Schachtel rechts. Diese Verortung dient der Referenzierung im Diskurs, erfüllt primär eine grammatikalische Funktion, und somit der Erklärung des allgemeinen Zusammenhanges zwischen x und einer blauen Schachtel, also der Transition vom definiten zum indefiniten Fall (Wille & Schreiber, 2019): Es geht hier nicht mehr nur um „die“ blaue Schachtel, sondern um „eine“ blaue Schachtel. Dies wird am folgenden Beispiel erläutert (Abb. 14, Reihen 4 bis 7): SCHACHTEL BLAU INHALT$_1$ WIEVIEL HOLZ WIEVIEL WEISZ-NICHT *(Oberkörper nach rechts geneigt)*. DARUM BRAUCHEN X$_1$. X$_1$ INHALT$_1$ WAS. IX X INHALT$_1$ *(Oberkörper nach links geneigt)*. ZUSAMMENHANG SCHACHTEL BLAU SEIN INHALT$_1$ WIEVIEL HOLZ WIEVIEL. WIEVIEL WEISZ-NICHT *(Oberkörper nach rechts geneigt)*. DARUM X. IX X INHALT$_1$ KEIN$_1$ ZAHL LEER$_1$ *(Oberkörper nach links geneigt)*. Die Sequenz kann wie folgt übersetzt werden: *Da wir nicht wissen, wie viele Hölzchen in einer blauen Schachtel enthalten sind, setzen wir x für die unbekannte Anzahl an Hölzchen in dieser Schachtel. x steht also für die Anzahl von Hölzchen in einer blauen Schachtel.* Da *wir aber nicht wissen, wie viel das ist, wissen wir auch nicht wie groß x ist.* In dieser Sequenz ist der Körper der gebärdenden Person nach rechts geneigt, wenn über eine blaue Schachtel gebärdet wird, und nach links geneigt, wenn über x gebärdet wird. Diese Art der Nutzung des Gebärdenraums ist keine eigene Entwicklung, sondern durch die Grammatik der ÖGS bedingt.

Die Schachteln liegen in einer bestimmten Anordnung (auf dem Tisch): Es ist eine Verortung notwendig, die den realen Schachteln entspricht, um ikonische Kohärenz zu bewahren. Im Video wird dies durch das Gebärden von X$_1$ und Y$_1$ an den Stellen der entsprechenden Schachteln umgesetzt (Abb. 14, ab Reihe 16). Die Perspektive wird ergänzt, indem eine Variable auch in Form eines Buchstaben in einer Gleichung betrachtet wird (Lernziel 1). Der Kalkülaspekt nach Malle (1993) findet sich hier nicht wieder, denn die Variablen fungieren nicht nur als bedeutungslose Zeichen, mit denen nach bestimmten Regeln operiert wird, sondern sie sind noch am Kontext der Schachteln gebunden. Die Erklärung zum Aufstellen der linearen Gleichung adressiert LZ 2.

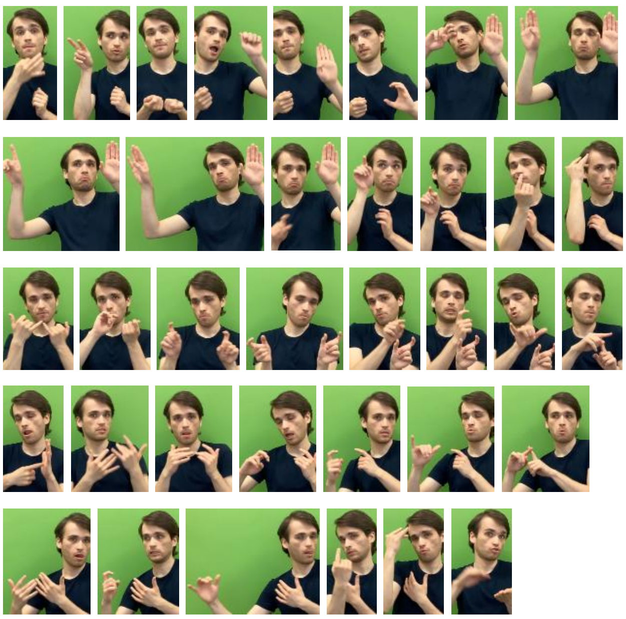


Abb. 15: Ausschnitt des Videos zu Aufgabe 2, Teil 1.

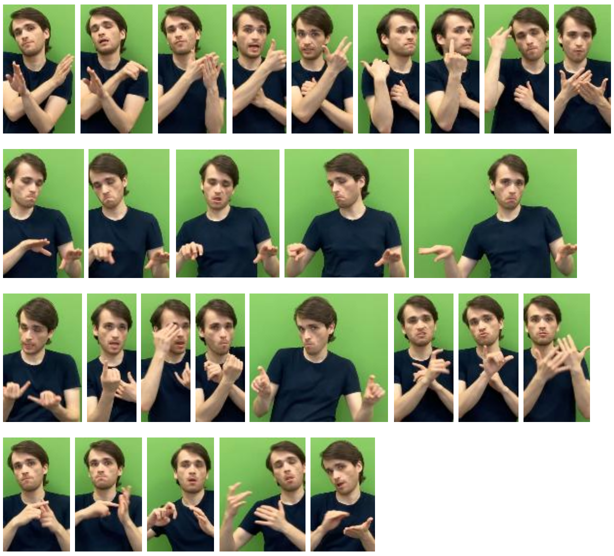
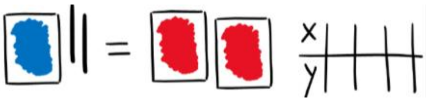


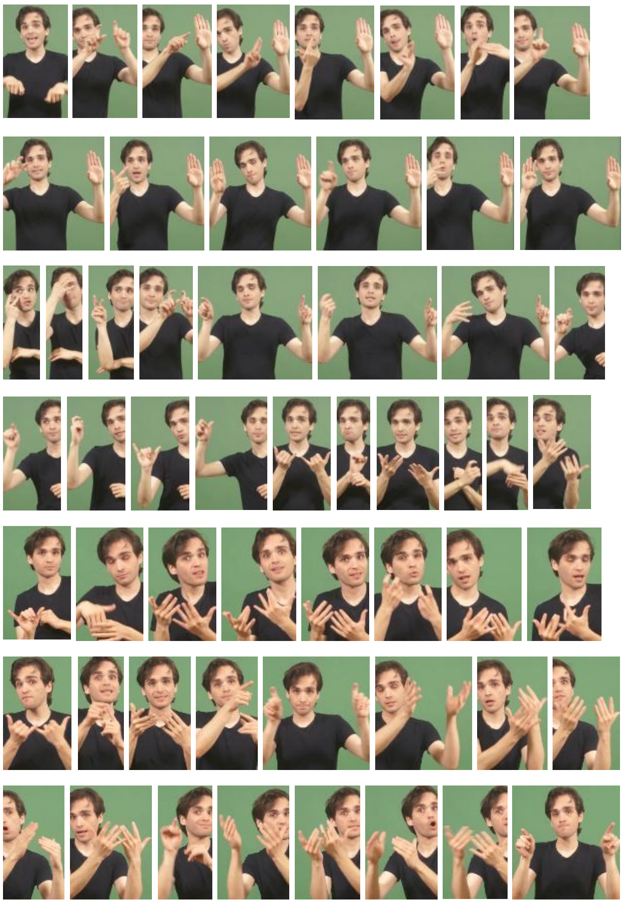
Abb. 16 Ausschnitt des Videos zu Aufgabe 2, Teil 2.

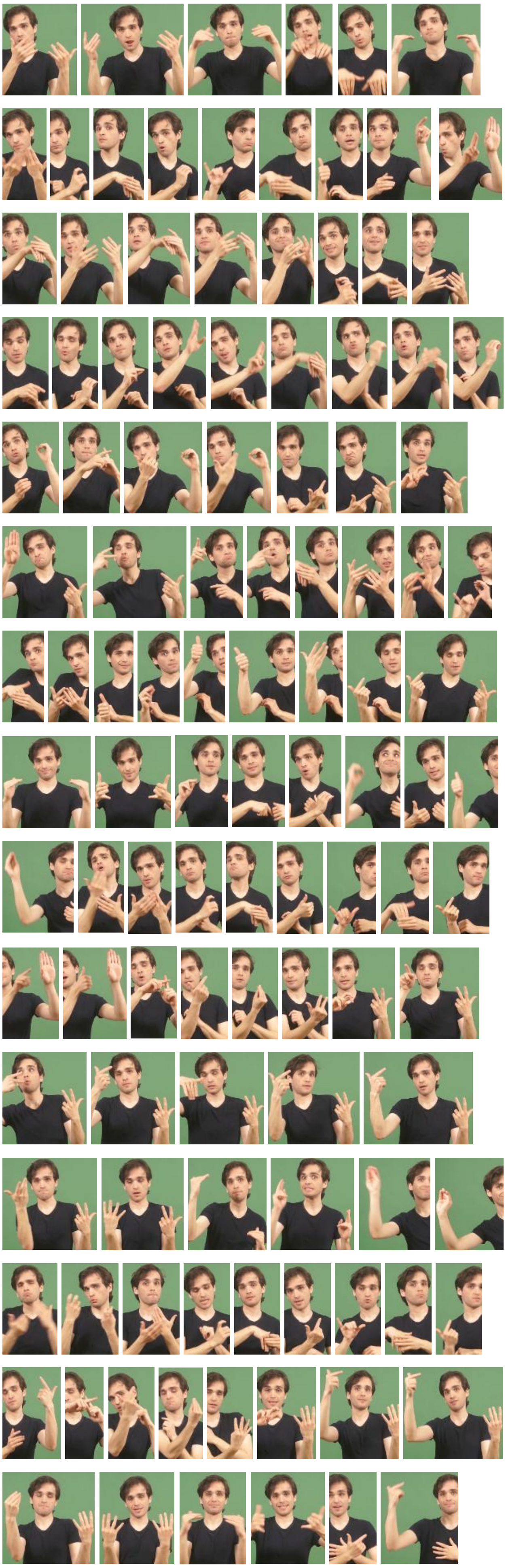
LZ 2 wird in Aufgabe 2 adressiert (Abb. 15, 16), in der die Lernenden selbst lineare Gleichungen zu den gegebenen Schachtel-Gleichungen aufstellen sollen.

4.2 Arbeitsblatt 2

Das Arbeitsblatt 2 fokussiert auf LZ 2, LZ 3 sowie dem Einsetzungs-, Gegenstands- und Hüllenaspekt.







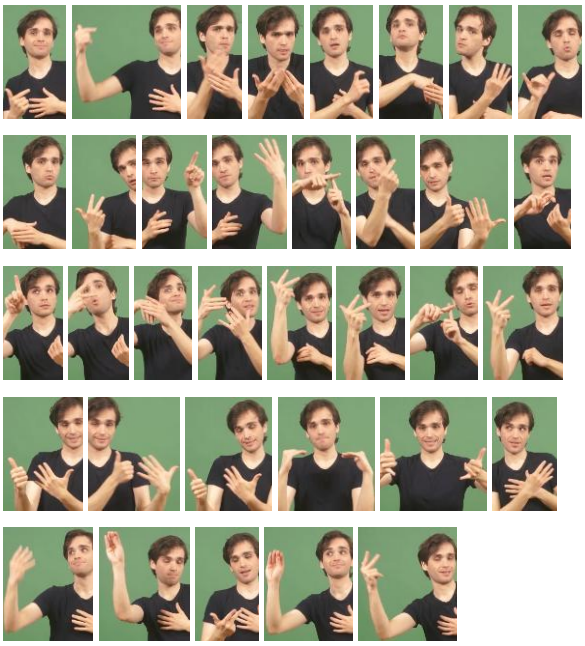
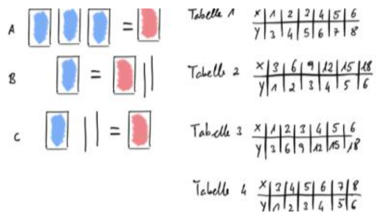


Abb. 17: Arbeitsblatt 2, Erklärvideo 2.

Im Erklärvideo 2 (Abb. 17) wird LZ 3 im Kontext der Schachtel-Gleichungen adressiert: Lösungen werden durch Einsetzen bestimmt. Zur Schachtel-Gleichung wird keine lineare Gleichung aufgestellt, sondern nur die Tabelle in Abbildung 17 am Anfang der Gebärdensequenz gegeben. Ein Perspektivwechsel findet statt: Vom Hüllenaspekt, der sich in der Verwendung von INHALT$_1$ – sowohl in Bezug auf die Schachteln als auch auf x und y – wiederfindet, wechselt die Perspektive zum Einsetzungsaspekt, indem anstelle der Schachteln die eingesetzten Zahlen gebärdet werden. Der Diskurs fokussiert nun auf diesen Aspekt: Verschiedene Zahlen werden eingesetzt, es wird jeweils vereinfacht und bei einer Lösung der Gleichung werden die Zahlen in die Tabelle eingetragen (Abb. 17, ab Reihe 9). Der Diskurs fokussiert aber auch auf den Prozess des Einsetzens, um die Details dieses Aspektes hervorzuheben. Die Variablen dienen nur als Platzhalter, der schwindet, wenn die Zahl eingesetzt wird. Variablen sind also Behälter, die durch die beinhaltete Zahl ersetzt werden können. Der Zusammenhang zwischen den Schachteln, x und y wird ähnlich zum Erklärvideo 1 mit der passenden Nutzung des Gebärdenraums aufgegriffen.



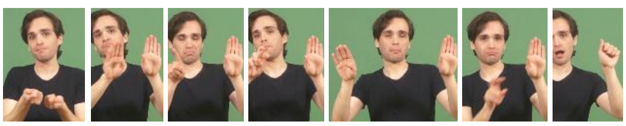


Abb. 18: Ausschnitt aus Arbeitsblatt 2, Aufgabe 3, Teil 1.

Abb. 19: Ausschnitt aus Arbeitsblatt 2, Aufgabe 3, Teil 2.

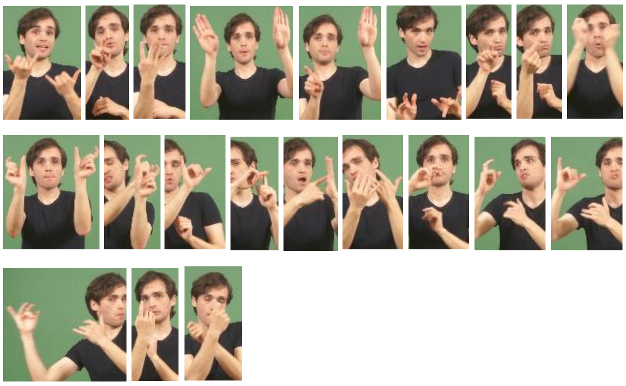


Abb. 20: Ausschnitt aus Arbeitsblatt 2, Aufgabe 3, Teil 3.

Aufgabe 3 fokussiert auf den Einsetzungs-, den Hüllenaspekt sowie auf LZ 2 und 3. In Teil 1 (Abb. 18) sollen die Schülerinnen und Schüler zu jeder Schachtel-Gleichung die passende Tabelle finden (LZ 3) – d. h. jene, die nur Lösungen der betrachteten Schachtel-Gleichung beinhaltet. Beim Gebärden der Aufgabenstellung wird die Topographie des Bildes zur Aufgabe betrachtet (Abb. 18): Die Schachtel-Gleichungen werden links, die Tabellen rechts gebärdet. Zu der einen Tabelle, die nicht zugeordnet werden kann, sollen die Teilnehmenden in Teil 2 (Abb. 19) eine passende Schachtel-Gleichung aufstellen. In dieser Aufgabe können im Unterricht die

Gebärden aus der Gruppe „Bildhaft ikonische Realisierung des Einsetzungsaspektes“ verwendet werden. Ein Beispiel stellen die Gebärden zum Einsetzen aus einer Tabelle dar, wobei hier die Topographie – d. h. an welchem Ort sich die Tabelle und die Gleichung befinden – in der konkreten Unterrichtssituation berücksichtigt werden soll. In Teil 3 (Abb. 20) sollen zu den Schachtel-Gleichungen lineare Gleichungen aufgestellt werden (LZ 2). Im gebärdensprachlichen Diskurs ist es nun im Rahmen der Aufgabe möglich, mehrfach zwischen den bisher eingeführten Aspekten zu wechseln.

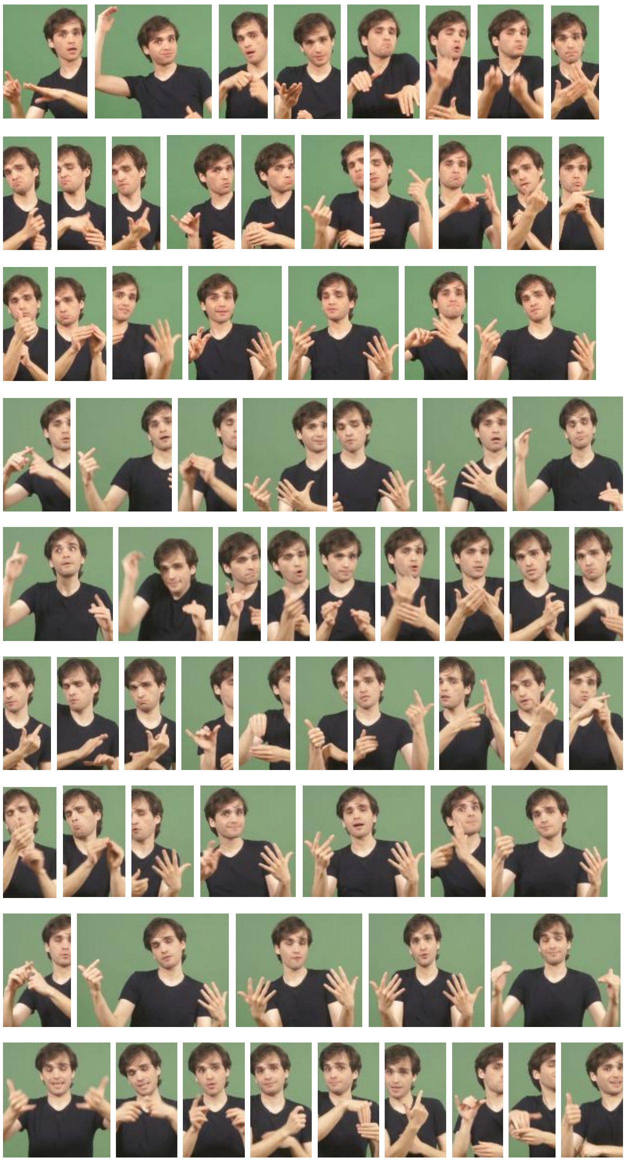


Abb. 21: Ausschnitt Erklärvideo 3.

Im Erklärvideo 3 (Abb. 21) wird LZ 3 im Kontext linearer Gleichungen adressiert, indem Lösungen der Gleichung durch Einsetzen bestimmt werden. Die Darstellung mit den Schachtel-Gleichungen wird nicht mehr verwendet. Die Perspektive ist hier jene aus dem Bereich des Kalkülaspektes, da Variablen nun auch mit den Symbolen x und y dargestellt und mit den entsprechenden Gebärden aus diesem Bereich referenziert werden. Vordergründig ist hier jedoch der Einsetzungsaspekt, weil diese Variablen nur als Platzhalter fungieren. Der Hüllenaspekt ist weiterhin in der Gebärde INHALT_1 präsent.

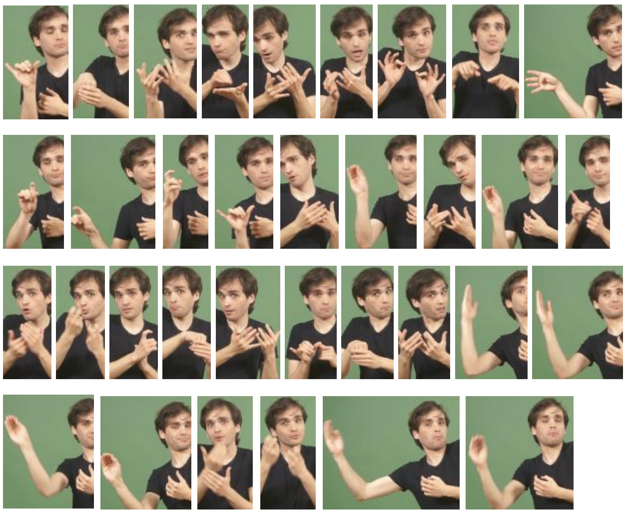


Abb. 22: Ausschnitt Aufgabe 4, Teil 1.

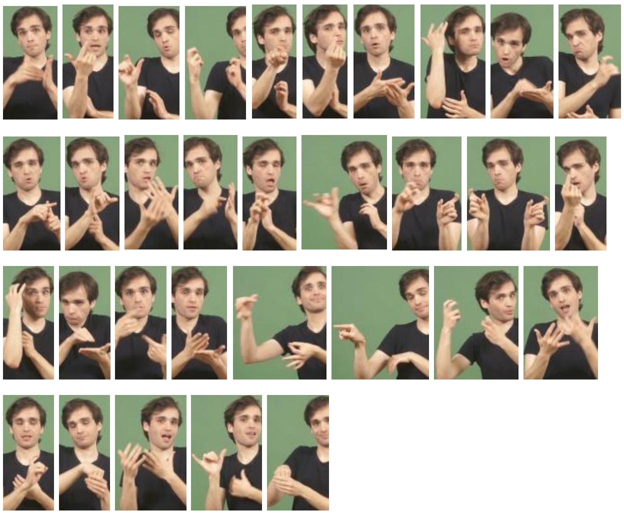


Abb. 23: Ausschnitt Aufgabe 4, Teil 2.

Aufgabe 4 (Abb. 22, 23) adressiert LZ 3: Lösungen der Gleichungen

$$x + 3 = 2 + y \text{ und } 3x = y + 2$$

sollen durch Einsetzen bestimmt werden.

4.3 Arbeitsblatt 3

Hier wird das Lernziel 4 adressiert: In beiden Erklärvideos und Aufgaben werden lineare Gleichungen durch Umkehren von Rechenoperationen gelöst. Im Erklärvideo 4 werden Variablen zuerst unter dem Kalkülaspekt betrachtet: Die Gleichung

$$x + 2 = y - 1$$

wird nur unter Anwendung der herkömmlichen Regeln nach y umgeformt. Hierbei wird die Schrift zusätzlich zum Gebärdeten verwendet, um der Flüchtigkeit der Gebärden zu entgegnen und die Entsprechung zwischen Gebärdetem und der mathematischen Inskription hervorzuheben. Von nun an wird beim Gebärden die Ähnlichkeit zu dieser Inskription berücksichtigt.

Abb. 24: Ausschnitt aus dem Erklärvideo 4

Die Gebärde INHALT$_1$ wird hier ebenso verwendet, denn die Buchstaben sind ebenfalls Behälter für Zahlen. Mit den entsprechenden Gebärden ist hier nun möglich, die Perspektive mehrfach zwischen den Bereichen „Hülle“, „Gegenstandsaspekt“ und „Kalkülaspekt“ zu wechseln – ein Beispielsatz aus dem Video in Abbildung 24: X$_1$ (a) INHALT$_1$ (b) WIEVIEL (c) LEER$_1$ (d) KEIN$_1$ (e) ZAHL (f) WEISZ-NICHT (g) LEER$_1$ (h) *(Oberkörper nach links geneigt).* Y$_1$ (i) INHALT$_1$ (j) LEER$_1$ (k) KEIN$_1$ (l) ZAHL (m) *(Oberkörper nach rechts geneigt).* ABER (n) ZWEI-TERME$_1$ (o) KANN (p) VEREINFACHEN$_1$ (q) (Abb. 22). Die Sequenz kann wie folgt übersetzt werden: *Der Wert von x ist unbekannt und der Wert von y ist auch unbekannt, aber wir können die Gleichung so umformen, dass sie „kürzer“ wird.* An den Gebärden in der glossierten Sequenz wird ersichtlich, dass von der Perspektive des Hüllenaspektes ausgegangen wird: Eine Variable beinhaltet etwas – INHALT$_1$ (*der Wert von*). Diese Perspektive wechselt zum Bereich des Gegenstandsaspektes, von dem verschiedene Facetten zum Ausdruck gebracht werden: Die Variable ist leer (LEER$_1$), es gibt keine Zahl dafür (KEIN$_1$ ZAHL), den Inhalt kennt man nicht (WEISZ-NICHT). Die Perspektive wechselt weiter zum Bereich des Kalkülaspektes, denn es ist möglich, mit den Variablen etwas zu tun, sodass die Gleichung (ZWEI-TERME$_1$) kürzer (VEREINFACHEN$_1$) wird. In weiterer Folge wechselt die Perspektive wieder zum Bereich „Hülle“ und weiter zum Einsetzungsaspekt, wenn die Variablen als

Platzhalter für Zahlen, die dafür eingesetzt werden, betrachtet werden. Das Einsetzen erfolgt im Gebärdeten teilweise topographisch, indem mit Gebärden ähnlich zu jener in Abbildung 8c die Zahl aus der Tabelle „gefasst“ und dorthin in die Gleichung versetzt wird, wo die entsprechende Variable steht. Dabei wird die Variable wie im Geschriebenen ersetzt oder sie bleibt bestehen (Abb. 9a). Teilweise erfolgt das Einsetzen mit der Gebärde INKLUSION (Abb. 9c). Diese Gebärde greift noch einmal den Aspekt des Behälters auf, indem sie eine Handlung nachahmt, mit der etwas in einen Behälter (gleiche Handform der linken Hand wie bei INHALT_1) gesteckt wird.

Abb. 25: Ausschnitt Aufgabe 5.

In Aufgabe 5 (Abb. 25) sollen die Gleichungen

$$y + 5 = x + 9 \text{ und } y - 2x = 3 + x$$

nach einer Variablen umgeformt und Lösungen durch Einsetzen bestimmt werden. Im Erklärvideo 5 und in Aufgabe 6 werden Gleichungen mit nur einer Variablen gelöst, sodass das Umformen zu einer Lösung führt, ohne anschließendes Einsetzen. Mehrfache Perspektivwechsel und die Berücksichtigung ikonischer Eigenschaften sollten es ermöglichen, die unterschiedlichen singulären Aspekte dessen, wie eine Variable betrachtet werden kann, in Relation zu setzen. Damit soll es für die Lernenden auch möglich werden, flexibel zwischen den untersuchten Variablenaspekten zu wechseln.

5. Methode

Zur Untersuchung der Forschungsfrage wurde in mehreren österreichischen Bundesländern versucht, Kontakt mit Schulen und potenziellen Teilnehmenden aufzunehmen. Das Ziel war, mehrere Gruppen gehörloser Schülerinnen und Schüler zu bilden. Es konnte jedoch nur eine Schule erreicht werden, sodass die Untersuchung als Fallstudie durchgeführt wurde. Drei gehörlose Schülerinnen und Schüler nahmen teil. Zwei von ihnen besuchten die achte, die dritte Person besuchte die sechste Schulstufe. Der reguläre Mathematikunterricht ist lautsprachorientiert und begleitet von einer sonderpädagogischen Lehrkraft, die keine Fachlehrkraft für Mathematik ist. Diese fasst üblicherweise die Inhalte des Unterrichts für die gehörlosen Lernenden (in ÖGS) zusammen. Die Fallstudie soll es ermöglichen, erste Erkenntnisse zur Nutzung empirischer Ergebnisse zur Strukturierung mathematischer Begriffe mit paradigmatischen und syntagmatischen Relationen in einem gebärdensprachlichen Kontext zu erlangen.

5.1 Datenerhebung

Die drei Schülerinnen und Schüler nahmen im Rahmen der Studie an den sechs 50-minütigen Unterrichtseinheiten (übliche Länge einer Unterrichtsstunde an österreichischen Schulen) teil. Die Unterrichtsreihe bestand aus vier Einzeleinheiten und einer Doppeleinheit und fand an ihrer Schule während der Regelunterrichtszeit statt. Die Durchführung fand in einem eigenen Klassenraum statt, wurde in ÖGS gehalten und videografiert. Dabei war das Forschungsteam bestehend aus dem Autor, einer ÖGS-muttersprachlichen Person und einer technischen Kraft für die Aufnahme der Videos begleitet von einer sonderpädagogischen Lehrkraft mit Aufsichtsfunktion anwesend. Die Teilnehmenden waren mit Tablets mit Internetzugang, Stiften, Papierblättern, dem entwickelten Unterrichtsmaterial, Streichholzschachteln mit einer roten oder blauen Markierung und Hölzchen ausgestattet. Um ihnen die Möglichkeit zu geben, gebärdensprachlich möglichst aktiv zu werden, wurden die Aufgaben nach dem Ich-Du-Wir-Prinzip bearbeitet. Das Forschungsteam hatte die Aufgabe, den Ablauf des Unterrichts zu moderieren, Rückmeldungen zu den bearbeiteten Aktivitäten zu geben und den gebärdensprachlichen Austausch über die Aufgaben zu fördern und fordern.

In der Studie wurde das Vorwissen der Teilnehmenden über Variablen nicht erhoben, da der reguläre Mathematikunterricht lautsprachorientiert ist und daher keine valide gebärdensprachorientierte Erhebung des Vorwissens möglich gewesen wäre: Ein negatives Ergebnis einer solchen Überprüfung müsse nicht auf fehlendes Vorwissen über Variablen schließen lassen, sondern könnte vom Modalitätswechsel zwischen Laut- und Gebärdensprache bedingt sein. Aufgrund des lautsprachorientierten Unterrichts, der Gebärdensprachen nicht berücksichtigt, wurde angenommen, dass die Teilnehmenden über grundlegende Kenntnisse zu Variablen verfügten.

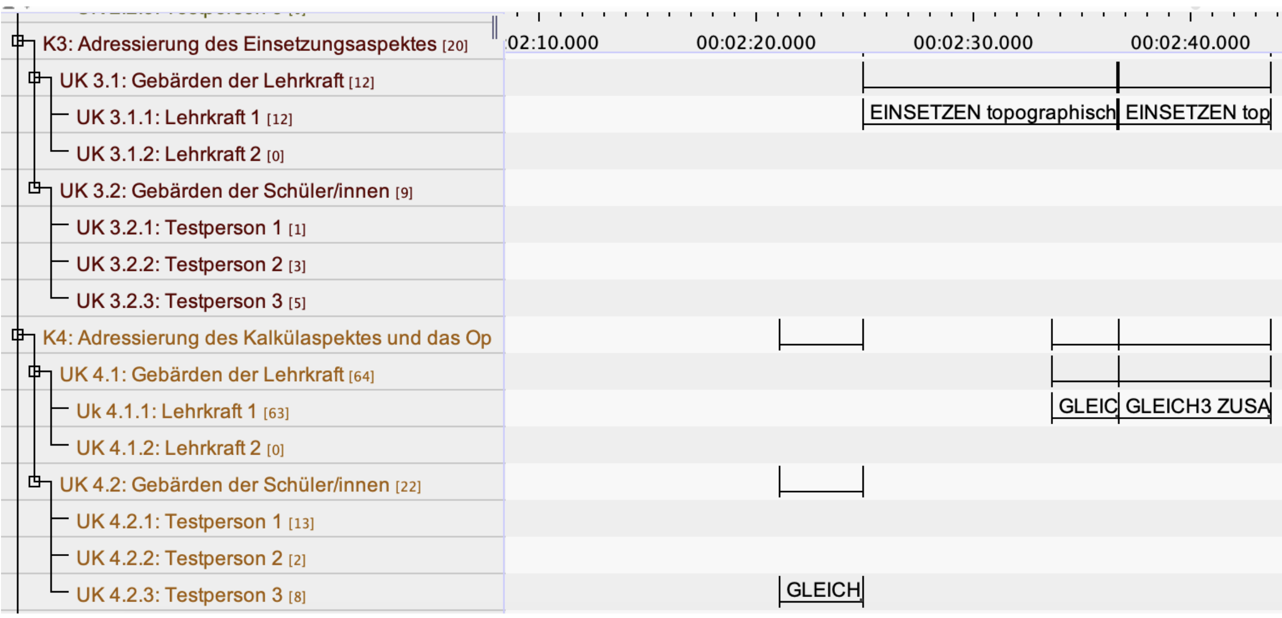


Abb. 26: Ausschnitt der Implementierung des Kategoriensystems in ELAN

Im Rahmen der Studie wurden die Videoaufnahmen aus dem durchgeführten Unterricht, die Mitschriften der Schülerinnen und Schüler und ein Interview mit ihnen erhoben. Das Interview wurde am Ende der Unterrichtsreihe mit dem Ziel durchgeführt, zu erfahren, (1) welche Gebärden in der Unterrichtsreihe sie bereits kannten und (2) wie sie mit dem Material umgehen konnten. Es wurden zum Beispiel die folgenden Fragen gestellt: „Welche Gebärden hast du im Unterricht davor schon gesehen?“ und „Wie hat dir das Material gefallen?“.

5.2 Auswertung

Zur Evaluierung der Lernzielerreichung wurden die Daten mit der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2014) mit dem Annotationsprogramm ELAN (2024) ausgewertet. ELAN ermöglicht die Aufschlüsselung der Videos in den verschiedenen Komponenten der Gebärdensprachen und es ist möglich, aus einem Kategoriensystem Hierarchien anzulegen. Das Kategoriensystem wurde auf Basis des syntagmatischen Netzes in Abbildung 6 deduktiv erstellt. Zu jedem Bereich wurde eine Hauptkategorie definiert. Der Hauptkategorie „Adressierung des Kalkülaspektes und des Operierens mit Variablen“ wurden zum Beispiel Sequenzen aus den Videodaten zugeordnet, in denen über Variablen als Symbole, mit denen nach Regeln operiert wird, gebärdet wurde.

Ein Ausschnitt der Implementierung in ELAN ist in Abbildung 26. In der Abbildung sind links die Kategorien farblich und die zugeordneten Videosequenzen mit der Annotation rechts mit den schwarzen Segmenten zu erkennen. Die Annotation erfolgte nach einer Anpassung an das Ziel der Studie des Systems von Lackner et al. (2019) und beschränkt sich auf die Annotation der Glossen, denn für die Auswertung dienen weiterhin die Videosequenzen als Hauptdatenquelle. Lehrkraft 1 und 2 sind aus dem Forschungsteam. Zur Beantwortung der Forschungsfrage 3 wurden die Videosequenzen zusätzlich nach den Kriterien K1 und K2 ausgewertet. Die Interpretation vor allem der ikonischen Gebärden kann nicht immer auf vorhandenen Daten und kaum auf historischen Quellen basiert werden, sodass in der Auswertung die „Intuition von Muttersprachlern“ (Langer, 2005, S. 268), im Fall dieser Studie des gehörlosen Kollegen Christian Hausch, berücksichtigt wurde. Bei der Darstellung der Ergebnisse reicht eine Transkription oder Übersetzung nicht aus, um die gebärdensprachlichen Diskurssequenzen adäquat wiederzugeben. Daher wurden Videoausschnitte verwendet. Um die Anonymität der Teilnehmenden zu bewahren, wurden die Sequenzen für die Ergebnisdarstellung von erwachsenen Personen nachgebärdet. Dies ist als „copy sign“ bekannt.

6. Ergebnisse

Im Abschnitt 6.1 werden die Lernziele adressiert. Im Abschnitt 6.2 wird die Forschungsfrage zu den syntagmatischen Relationen in der Kommunikation der Schülerinnen und Schüler erörtert. Im Abschnitt 6.3 werden zudem die Ergebnisse aus dem Interview zusammengefasst.

6.1 Erreichung der Lernziele

Die Ergebnisse zu den Lernzielen sind in Tabelle 2 zusammengefasst: Die Teilnehmenden wurden als

Testpersonen (TP) notiert. Ein voller Kreis bedeutet, dass das Lernziel erreicht wurde, ein leerer Kreis bedeutet, dass das Lernziel teilweise erreicht wurde.

TP	LZ1	LZ2	LZ3	LZ4
1	○	•	•	•
2	○	○	•	○
3	•	•	•	○

Tab. 2: Übersicht der Erreichung der Lernziele (LZ) nach Testpersonen (TP): erreicht (•), teilweise erreicht (○).

Lernziel LZ 1 zum Gebärden über Variablen unter Verwendung entsprechender ÖGS-Gebärden wurde von einer Testperson erreicht: Sie verwendete mehrere Gebärden aus allen vier Bereichen des Netzes und wechselte die Perspektive mehrfach. Der Hüllenaspekt äußerte sich dabei nicht nur in der Gebärde INHALT$_1$, sondern auch im indexikalischen Gebärden des Einsetzens von Zahlen: Die Zahlgebärden wurden dorthin gebärdet, wo die entsprechenden Schachteln auf dem Tisch oder Buchstaben in der geschriebenen Gleichung waren. Die anderen Teilnehmenden haben das LZ 1 teilweise erreicht: Bei ihnen ließen sich keine Gebärden aus dem Bereich „Gegenstandaspekt" feststellen. Sie haben mehrfach die Perspektive zwischen den Bereichen „Hülle", „Einsetzungsaspekt" und „Kalkülaspekt" gewechselt, aber nicht zum „Gegenstandsaspekt".

Abb. 27: GLEICH$_4$ (a), zwei gleiche Zahlen (b) und eine Gebärde für „Variable" (c)

Die Teilnehmenden verwendeten zudem Gebärden, die in den Studien von Angeloni et al. (2023, 2024) sowie Angeloni und Wille (2025) nicht erfasst wurden. Ein Beispiel ist die Gebärde in Abbildung 27a. Bei allen Teilnehmenden wurde beobachtet, dass die Gleichungen meistens bildhaft ikonisch gebärdet wurden – d. h., so wie sie geschrieben aussehen bzw. aussehen würden. Dies wurde auch für das Umformen oder Vereinfachen einer Gleichung nach Einsetzen von Zahlen beobachtet: Es wurde auf der vertikalen Ebene von oben nach unten gebärdet. Unter dem Einsetzungsaspekt wurden die Variablen im Gebärdeten in beiden Darstellungen (mit Schachteln und mit Buchstaben) bedingt durch die Flüchtigkeit der Gebärden durch Zahlen ersetzt. Zum Beispiel wurde zuerst x gebärdet und dann an der gleichen Stelle eine Zahl.

Lernziel LZ 2 zum Aufstellen einer linearen Gleichung wurde in Aufgabe 2 und Aufgabe 3 Teil 3 adressiert. In Aufgabe 2 haben die Teilnehmenden in der Durchführung zusätzlich selbst weitere Schachtel-Gleichungen überlegt und gebärdet. Hat die Testperson die Aufgaben richtig gelöst, so gilt das Lernziel als erreicht. Dies ist der Fall für zwei der drei Testpersonen. Testperson 2 hat LZ 2 insofern teilweise erreicht, als sie eine Erklärung für den Zusammenhang zwischen den Schachteln und den Variablen x und y liefern konnte, die Gleichungen aber konnte sie nicht immer richtig aufstellen. Lernziel 3 zum Lösen einer Gleichung durch Einsetzen wurde in den Aufgaben 1 und 3 (Schachtel-Gleichungen) und in Aufgabe 4 (lineare Gleichungen) adressiert. Da die Testpersonen diese Aufgaben richtig gelöst haben, gilt das Lernziel für alle als erreicht. Eine Testperson erklärte zudem den Zusammenhang zwischen x und y ($y = x + 1$). Lernziel 4 zum Lösen linearer Gleichungen durch Umkehren von Rechenoperationen wurde im Arbeitsblatt 3 adressiert. Da in der Durchführung das Arbeitsblatt zeitlich nur bis zur Aufgabe 5 bearbeitetet werden konnte, beschränkt sich die Auswertung auf diese Aufgabe. Hat die Testperson die Aufgabe richtig gelöst, so gilt das Lernziel als erreicht. Dies trifft nur für eine Testperson zu. Die anderen beiden Testpersonen haben die erste Gleichung unter Anleitung der Lehrkraft richtig gelöst. Die zweite Gleichung wurde nicht richtig umgeformt. Deswegen wurde das Lernziel für diese beiden Personen als teilweise erreicht eingestuft.

6.2 Syntagmatische Relationen

Die Frage nach den syntagmatischen Relationen der Gebärden über Variablen bei den Schülerinnen und Schülern wird mit dem syntagmatischen Netz in Abbildung 28 adressiert. Dieses ergibt sich wie folgt aus dem Netz in Abbildung 6: Wurden die in den vorherigen Studien bereits erfassten syntagmatischen Relationen auch bei den Schülerinnen und Schülern festgestellt, dann wurden die entsprechenden Verbindungslinien schwarz belassen. Hat die Analyse der Fallstudie eine syntagmatische Relation nicht ergeben, so ist die Verbindungslinien hellgrau. Neu festgestellte syntagmatische Relationen sind mit strichlierten Linien angegeben. Eine neue Gruppe wurde kursiv hervorgehoben.

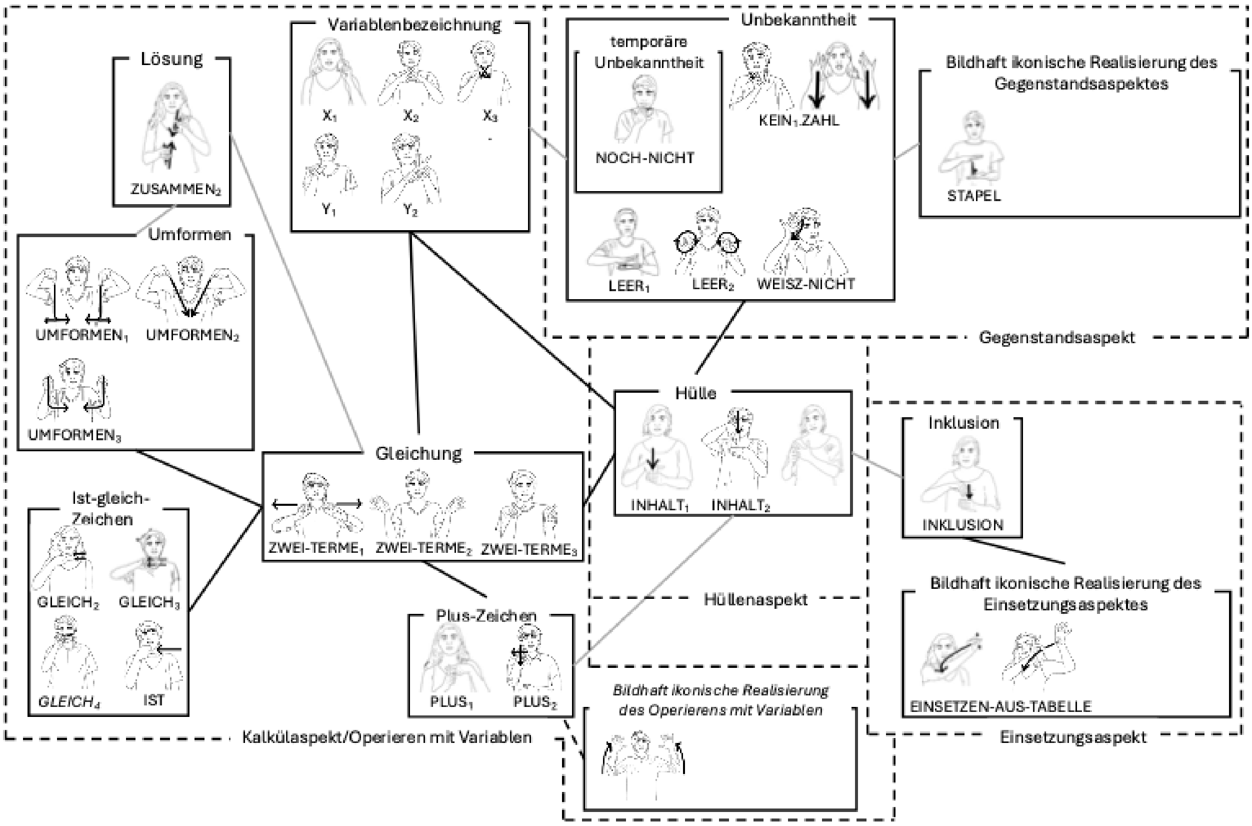


Abb. 28: Syntagmatisches Netz, das aus der Analyse der Daten erstellt wurde.

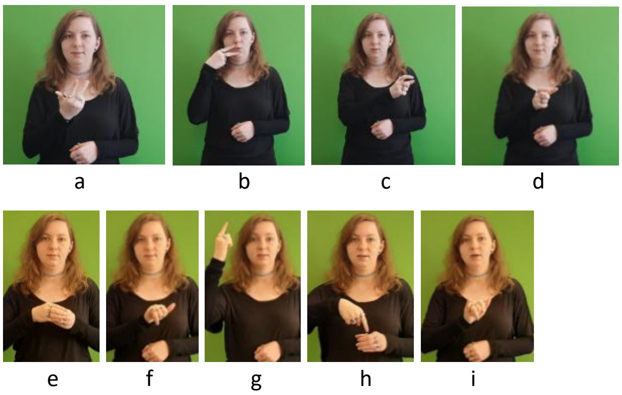


Abb. 29: Beispiel einer Sequenz mit syntagmatischer Relation zwischen „Variablenbezeichnung“ und „Hülle“

Die syntagmatische Relation zwischen den Gruppen „Variablenbezeichnung“ und „Hülle“ zeigt die Sequenz in Abbildung 29 exemplarisch, die nach dem copy sign nachgebärdet wurde: No.DREI (a) ROT (b) SCHACHTEL (c) SCHACHTEL (d) ZUSAMMEN (e) Y_1 (f) WEISS (g) INHALT$_2$ (h) Y_1 (i) (*y entspricht dem Inhalt einer jeder der drei roten Schachteln*). Das Kriterium K1 ist erfüllt, weil Y_1 (Gruppe „Variablenbezeichnung“) und INHALT$_2$ (Gruppe „Hülle“) im selben Syntagma vorkommen. Das Kriterium K2 ist aufgrund topographischer Aspekte erfüllt: Y_1 wird dort im Gebärdenraum gebärdet, wo INHALT$_1$ davor gebärdet worden war. Diese Gebärde wurde wiederum an der Stelle gebärdet, wo sich die entsprechende (rote) Schachtel in der Gleichung befindet. Somit werden die Informationen, dass y im Zusammenhang mit dem Inhalt der roten Schachtel steht und wo es sich in der Gleichung befindet, simultan vermittelt. Analog kann die Relation zwischen „Unbekanntheit“ und „Hülle“ in der Sequenz WEISZ-NICHT INHALT$_1$ (*ich weiß nicht, wie viel es ist*) begründet werden.

Abb. 30: Sequenz mit syntagmatischer Relation zwischen „Variablenbezeichnung“ und „Bildhaft ikonischer Realisierung des Einsetzungsaspektes“

Die Relationen zwischen den Gruppen „Variablenbezeichnung“, „Gleichung“, „Ist-gleich-Zeichen“ und „Plus-Zeichen“ wurden ebenfalls aufgrund topographischer Aspekte belegt. Die Relation zwischen „Variablenbezeichnung“ und „Bildhaft ikonische Realisierung des Einsetzungsaspektes“ wurde in Abbildung 30 dokumentiert: No.DREI (a) X_1 (b) IX (Bewegung nach unten) (c) No.DREI (d) (*Für x setze ich 3 ein. Wir haben also 3*). K1 ist erfüllt, da die Zahlgebärde der Gruppe „Bildhaft ikonische Realisierung des Einsetzungsaspektes“ im selben Gebärdensatz wie die Variablenbezeichnung vorkommt. Die

Erfüllung von K2 lässt sich ähnlich zu den vorherigen Fällen topographisch begründen, denn X_1 und No.DREI an der gleichen Stelle gebärdet werden.

Abb. 31: Gebärde mit syntagmatischer Relation zwischen „Gleichung“ und „Bildhaft ikonischer Realisierung des Operierens mit Variablen“

Mit der Gebärde in Abbildung 31 haben die Teilnehmenden simultan vermittelt, wie groß der Wert der zwei Seiten der Gleichung ist und dass es zwei Seiten gibt (Kriterium K2). Zusammen im Gebärdensatz über eine Gleichung liefert sie die syntagmatische Relation zwischen „Gleichung“ und „Bildhaft ikonischer Realisierung des Operierens mit Variablen“.

6.3 Interview

Die Teilnehmenden gaben im Interview an, dass sie das Thema der Variablen im Schulunterricht bereits behandelt und dass sie damit gerechnet haben. Jedoch war ihnen die Lernumgebung mit den Schachteln und Hölzchen neu. Eine Testperson gab an, dass sie dadurch mehr verstanden hätte, wie mit Variablen gerechnet wird. Über Variablen aus den anderen Perspektiven lassen sich im Interview keine Aussagen feststellen. Es wurde auch angegeben, dass die Videos in ÖGS wichtig für das Verständnis seien. Eine Testperson gab an, dass es für Gehörlose manchmal schwierig sei, geschriebene Texte zu verstehen und die gebärdeten Erklärungen in den Videos so einen besseren Zugang zu den Informationen liefern würden. Allerdings waren die Videos für sie vor allem am Anfang der Unterrichtsreihe schwer verständlich.

7. Diskussion

In der vorliegenden Studie wurde untersucht, wie sich im gebärdensprachlichen Diskurs der gehörlosen teilnehmenden Schülerinnen und Schüler ein syntagmatischer Kontext zu Variablen zeigt. Eine Unterrichtsreihe wurde ausgehend von einem Netz mit Relationen zwischen Gebärden im Zusammenhang mit verschiedenen Variablenaspekten und auf Basis von vier Lernzielen in ÖGS entwickelt und erprobt. Aufgrund der offenen Forschungsfrage wurde ein explorativer Ansatz mit dem Ziel umgesetzt, Erkenntnisse über die gebärdensprachliche Kommunikation der Schülerinnen und Schüler im Bereich der elementaren Algebra zu gewinnen. Um die gebärdensprachliche Kommunikation im betrachteten Bereich der elementaren Algebra detailliert zu erfassen und zu beschreiben sowie um eine mögliche syntagmatische Organisation der involvierten Begriffe zu erheben, wurde ein qualitativer Ansatz gewählt und das Datenmaterial mit der qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2014) ausgewertet. Im Weiteren werden methodische Aspekte der Studie reflektiert und die Ergebnisse diskutiert.

Der Fokus der Unterrichtsreihe sollte nicht nur auf der Aneignung von Fertigkeiten etwa im Umgang mit dem Kalkül bei linearen Gleichungen liegen, sondern im Sinne der Verstehensorientierung (Holzäpfel et al., 2024) auch auf dem Aufbau eines weiteren syntagmatischen Netzes (Abb. 6). Die Unterrichtsreihe mit der Einführung anhand des Streichholzmodells und der entsprechenden Gebärden aus dem Zentrum des Netzes berücksichtigt die gebärdensprachliche Bedingungen (der ikonischen Kohärenz und der syntagmatischen Organisation) der Zielgruppe und knüpft an Vorstellungen eines Behälters. Sie bietet damit aber auch die Möglichkeit einer stufenweise Loslösung von der konkreten Situation der Schachteln. Dies kann zwar als lernendenorientiert, jedoch nicht adaptiv im Sinne von Holzäpfel et al. (2024, S. 3 f.) betrachtet werden: Die direkte Berücksichtigung individueller Bedingungen der Teilnehmenden wurde für den Forschungszweck außer Acht gelassen. Eine entsprechende Erweiterung des Materials und der Planung sollte daher für eine unterrichtspraktische Umsetzung vorgenommen werden.

Holzäpfel et al. (2024) fassen zudem unter kognitiver Aktivierung ein weiteres wichtiges Kriterium für guten Mathematikunterricht zusammen. Die Unterrichtssequenz erfüllt im Ansatz dieses Kriterium. Das Herausfordern entsprechender kognitiver Aktivitäten bei den Teilnehmenden war in der Studie notwendig: Die Aufgaben des Materials (z. B. Aufgabe 1 zum Lösen der Schachtelgleichung) verlangen von den Lernenden, dass sie eigene Ideen und Verfahren entwickeln und untereinander austauschen. Die Moderierenden des Forschungsteams unterstützten die Lernenden dabei. Eine unterrichtspraktische Umsetzung des vorgestellten Konzeptes müsste jedoch weitere Aspekte wie Begründen, Vergleichen, die Auseinandersetzung mit reichhaltigeren Situationen und weiteren Darstellungsformen berücksichtigen.

Der Vergleich mit dem in den vorherigen Studien von Angeloni et al. (2023, 2024) mit erwachsenen gehörlosen Teilnehmenden beschriebenen syntagmatischen Netz hat ergeben, dass die Gebärde INHALT_1 (Abbildung 8a) und damit der Hüllenaspekt wieder als zentrales Diskurselement betrachtet werden kann, aber auch dass eine neue Gebärdengruppe ergänzt werden musste. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler haben viele der intendierten syntagmatischen Relationen aufgebaut. Das Streichholzschachtelmodell könnte daher die Lernenden unterstützen, diese Relationen herzustellen und zu reflektieren. Diese Erkenntnis relativiert sich dadurch, dass die meisten festgestellten Relationen im Bereich des Kalkülaspektes sowie zwischen diesem und dem Hüllenaspekt hergestellt wurden. Diese Beobachtung kann in Zusammenhang mit dem Interview gebracht werden: Die Teilnehmenden gaben dort an, dass sie im Mathematikunterricht bereits mit Variablen gerechnet haben und dass sie dies hier in der Unterrichtsreihe besser verstanden hätten. Da im Interview keine weiteren Angaben über Variablen aus anderen Perspektiven festgestellt wurden, scheint es so zu sein, dass die Testpersonen den Kontext stärker zum und um den Kalkülaspekt aufgebaut haben. Eine mögliche Erklärung kann der Einfluss des regulären Unterrichts sein, in dem möglicherweise der Kalkülapsekt eine dominante Rolle einnimmt. Dies könnte jedoch nur für diese Befragten spezifisch sein, denn Vergleiche mit anderen Gruppen waren nicht möglich. Wenngleich der Hüllenaspekt als zentral betrachtet werden kann, lässt die Zusammensetzung und Auswahl der Befragten die Erkenntnisse über mögliche syntagmatische Relationen nicht gesättigt herleiten: Eine Erweiterung der Untersuchung um mehrere Gruppen und verschiedene soziale und zeit-räumliche Kontexte könnte weitere oder andere syntagmatische Relationen hervorbringen. Ein Hinweis darauf liefert die Beobachtung, dass die Teilnehmenden teilweise Gebärden verwendet haben, die nicht in dem Material oder im Gebärden der Lehrkräfte – und damit auch nicht als Gebärden aus dem Netz in Abbildung 6 – vorkamen. Ein Beispiel ist die Gebärde GLEICH$_4$ (Abb. 27a) für das Ist-gleich-Zeichen. Einerseits haben die Studien von Angeloni et al. (2023, 2024), auf denen die hier vorgestellte Untersuchung basiert, nur einzelne Fokusgruppendiskussionen analysiert.

Da Gebärdensprachen lebendige Sprachen im ständigen Wandel sind, seien Unterschiede zwischen dem Gebärden erwachsener Gehörloser und jenem gehörloser Kinder und Jugendlicher anzunehmen. In der Studie wurde angenommen, dass die Ergebnisse aus den Fokusgruppendiskussionen – z. B. in Angeloni et al. (2023, 2024) – auf die Gruppe der Schülerinnen und Schüler übertragen werden könnten. In diesem Zusammenhang sollten jedoch auch innermodale Unterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern und Erwachsenen berücksichtigt und untersucht werden.

Im Gegensatz zu einer Gebärde wie GLEICH$_4$ steht GLEICH$_1$, die häufig anstelle einer ikonisch kohärenteren Gebärde verwendet wurde. Dies war der Fall des Ist-gleich-Zeichens bei Ausdrücken wie „$x = 4$“. GLEICH$_1$ wurde hierbei anstelle von Gebärden wie GLEICH$_3$ (Abb. 10d) oder GLEICH-vertikal (Abb. 27b) von den Schülerinnen und Schülern gebärdet, die jedoch bestimmte Aspekte des Gleich-Seins hervorgehoben hätten: GLEICH$_3$ hebt hervor, dass es sich um das Symbol handelt. GLEICH-vertikal hebt hervor, dass der Inhalt von x und die Zahl 4 gleich groß sind. Dieses Ergebnis könnte am lautsprachorientierten Mathematikunterricht liegen, der meistens übersetzt oder zusammengefasst wird und in dem solche weniger kohärenten Gebärden möglicherweise verwendet werden. In einem solchem Fall könnte die Ikonizität – wie von Kurz und Pagliaro (2020) beschrieben – nicht zum Potenzial, sondern zu einer Hürde werden. Von einem ähnlichen Beispiel berichtet Healy (2012): In ihrer Studie wurde versucht, eine Libras-Gebärde für Symmetrie auszuhandeln. Dabei wurde eine Gebärde, die zu sehr das Gleich-Sein im kongruenten Sinne hervorhebt, abgelehnt. Wille (2020) hat in diesem Zusammenhang die Gebärde in Abbildung 27c dokumentiert: Das Wackeln des Fingerbuchstaben V soll für Variable stehen. Sie merkt an, dass eine solche Gebärde, die lediglich auf den Anfangsbuchstaben des Wortes in der Kontaktsprache verweist, nicht unbedingt zu einer Verstärkung innermathematischer Relationen führt. Dessbesel et. al (2023) zitieren aus der Studie von Silva (2016) über Funktionen, dass aufgrund fehlender Kenntnisse über Gebärden, oftmals daktyliert, also mit den Fingern buchstabiert, wird und dass dies zu Schwierigkeiten beim Verstehen von Erklärungen führt. Dies lässt somit die Notwendigkeit weiterführender Untersuchungen mit Fokus auf bestimmte Eigenschaften gebärdensprachlicher Kommunikation und insbesondere einer erweiterten Sicht auf Ikonizität ableiten. Das heißt, dass die Ikonizität nicht nur im Zusammenhang mit dem Bild (bildhafte Ikonizität), sondern auch mit den Relationen innerhalb des referenzierten Objektes (diagrammatische Ikonizität) betrachtet wird sowie indexikalische (die Aufmerksamkeit wird auf etwas gelenkt) und symbolische Aspekte (Konventionen aufgrund von Regeln oder Gewohnheiten) untersucht werden. Dies würde eine erweiterte Perspektive auf den Forschungsgegenstand eröffnen und damit eine breitere Erfassung des gebärdensprachlichen Diskurses in der Mathematik ermöglichen, die didaktisch effizienter genutzt werden könnte.

Das Lernziel 1 zur Kommunikation über Variablen in ÖGS wurde von nur einer Testperson erreicht. Zudem haben die Teilnehmenden in den Interviews angegeben, dass die Videos des Materials vor allem am Anfang der Unterrichtsreihe schwer waren. Betrachtet man zumindest das schulische Umfeld der Teilnehmenden, so lässt sich feststellen, dass dieses vorwiegend lautsprachorientiert ist. Dies kann für sie zu einer systematischen Verminderung der Möglichkeiten führen, einen umfangreichen Gebärdenspracherwerb, auch im Sinne einer Gebärdensprache als Bildungssprache, zu erfahren. Aufgrund eines lautsprachorientierten Umfeldes schon im Kindergarten, in der Schule und teilweise auch in der Familie bringen nicht immer alle gehörlosen Schülerinnen und Schüler die entsprechende Gebärdensprachkompetenz (Unterhitzenberger et al., 2024) in den Mathematikunterricht mit. Dies könnte eine mögliche Erklärung dafür sein, weshalb die Teilnehmenden die Videos des Materials als schwer beurteilt haben. Dies bedeutet für die Praxis einerseits, dass solche Faktoren bei der Entwicklung von Mathematikunterricht und des Materials dafür berücksichtigt werden müssen. Andererseits zeigt sich dabei die Wichtigkeit der nationalen Gebärdensprachen als Unterrichtsgegenstand im jeweiligen Land, aber auch als Bildungssprachen allgemein. Hierfür sollte die jeweilige Gebärdensprache auch für den wissenschaftlichen Austausch mit gehörlosen Expertinnen und Experten genutzt und innovative linguistische Forschungsfragen über mathematisches Gebärden sollen betrachtet werden (Unterhitzenberger, et al. 2024). Hierbei ist es für Forschende wichtig, die jeweilige Gebärdensprachkompetenz zu besitzen. Ebenso wichtig ist dies für Lehrkräfte in der Unterrichtspraxis, um verstehen zu können, wie die Lernenden mit mathematischen Fragestellungen umgehen (Dessbesel, et al. 2023). Gebärdensprachen sind als natürliche Sprachen Bestandteil einer Kultur (Leven, 2018) und Kenntnisse dieser Kultur können notwendig für das Verständnis von Gebärdensprachen (Braem, 1995) sein. In der gebärdensprachlichen mathematikdidaktischen Forschung kann ein kulturell orientierter Ansatz in weiterer Folge grundlegend sein. Die Analyse der Erreichung der weiteren Lernziele basiert vorwiegend auf der Korrektheit der Lösungen der jeweiligen Aufgaben. Damit sollten Indizien dafür geliefert werden, dass das Netz in Abbildung 6, also der Aufbau von syntagmatischen Relationen, in der Praxis des gebärdensprachlichen Unterrichts über Variablen effizient genutzt werden kann. Die Erweiterung der Analyse auf die modalitätsbedingten Strategien, die von den Lernenden beim Lösen der Aufgaben eingesetzt werden, könnte in diesem Zusammenhang ein größeres methodisches Potenzial haben und eine umfassendere Diskussion intermodaler Gemeinsamkeiten und Unterschiede fördern. Die unterrichtspraktische Relevanz wäre vor allem in einem bilingualen-bimodalen Kontext mit Lernenden, die gebärdensprachorientiert sind, und Lernenden, die lautsprachorientiert und ohne Kenntnisse einer Gebärdensprache sind, aber auch für einen gebärdensprachlichen Unterricht begründet, in dem Schriftsprache inkludiert ist.

Gebärdensprachen können Einfluss auf das Lernen von Mathematik haben. Die syntagmatische Organisation von Inhalten und die Ikonizität mathematischer Gebärden sind relevant für den Mathematikunterricht in einer Gebärdensprache. In den vorherigen Studien und der hier vorgestellten fallbasierten Studie wurde eine Möglichkeit einer solchen Organisation untersucht. Untersuchungen der gebärdensprachlichen Kommunikation auch in anderen mathematischen Bereichen bleiben jedoch notwendig, um so den Mathematikunterricht umfassend gebärdensprachorientiert anbieten zu können. Auf einer themenübergreifenden Ebene stellt sich ebenfalls die Frage, ob und wie mathematische Ideen, Konzepte und unterschiedliche Themenbereiche in Relation zueinander gesetzt werden können.

8. Literatur

Affolter, W., Amstad, H., Beerli, G., Doebli, M., Hurschler, H., Jaggi, B., Jundt, W., Krummenacher, R., Nydegger, A., Wälti, B. & Wieland, G. (2011). *Das Mathematikbuch 7*. Ernst Klett Verlag.

Angeloni, F., & Wille, A. M. (2025). *The relations between aspects of variables in a Sign Language: On the centrality of a variable as a shell* [Manuskript eingereicht zur Publikation].

Angeloni, F. & Hausch, C. (2025). Signing about variables and equations. *STEMSiL. STEM methodologies in Sign Languages.*

Angeloni, F., Hausch, C. & Wille, A. M. (2025). Boxes and matches as a model for introducing variables in a sign language-oriented mathematics class. In *Proceedings of the Fourteenth Congress of European Research Society in Mathematics Teaching (CERME14).* Free University of Bozen-Bolzano and ERME.

Angeloni, F., Wille, A. M. & Hausch, C. (2023). Signing about elementary algebra in Austrian Sign Language: What signs of the notion of variable can represent. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti. (Hrsg.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research Society in Mathematics Teaching (CERME12)*, Bolzano-Bozen, Italien (S. 4218–4225). Free University of Bozen-Bolzano and ERME.

Angeloni, F. (2023). Gebärden über Variablen unter dem Gegenstandsaspekt. In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt

(Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022*. (S. 529–533). WTM. https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Angeloni, F., Wille, A. M. & Hausch, C. (2024). Representation of numbers and variables in Austrian Sign Language. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi & E. Kónya (Hrsg.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*, Budapest, Ungarn. (S. 4385–4392). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.

Angeloni, F. (2024). Die Ikonizität der Gebärden über Variablen unter dem Einsetzungsaspekt. In P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024*. (S. 541–544) WTM. https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

Beecken, A., Keller, J., Prillwitz, S. & Zienert, H. (2014). Grundkurs Deutsche Gebärdensprache: Stufe I; Arbeitsbuch. Gebärdensprachelehre, 3. Signum Verlag.

Braem, P. B. (1995). Einführung in die Gebärdensprache und ihre Erforschung. In *Internationale Arbeiten zur Gebärdensprache und Kommunikation Gehörloser, 11*. Signum-Verlag.

Dessbesel, R., Da Silva, S. & Shimazaki, E. (2023). Mediation in Mathematics Teaching and Learning in Deaf Education. *Acta Scientiae,* 25(4), 192–218. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7666

ELAN (Version 6.9) [Software]. (2024). Max Planck Institute for Psycholinguistics, The Language Archive. https://archive.mpi.nl/tla/elan

Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics, 70*(2), 127–141. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9124-6

Fernandes, S. H. A. A. & Healy, L. (2014). Algebraic expressions of deaf students: connecting visuo-gestural and dynamic digital representations. In S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol & D. Allan (Hrsg.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA*., *3* (S. 49–56).

Ferrara, L. & Hodge, G. (2018). Language as description, indication, and depiction. In W. Sandler (Hrsg.), *Frontiers in Psychology*, *9*(716).

Goldin-Meadow, S., Shield, A., Lenzen, D., Herzig, M. & Padden, C. (2012). The gestures ASL signers use tell us when they are ready to learn math. *Cognition, 123(3)*, 448–453.

Grote, K. (2001). Modalitätsabhängige Semantik. Evidenzen aus der Gebärdensprachforschung. *Gebärdensprache. Themenheft der Zeitschrift „Sprache und Literatur“ (SUL), 32(88)*, 31–52.

Grote, K. & Linz, E. (2003). The Influence of Sign Language Iconicity on Semantic Conceptualization. In: Müller, W. G., Fischer, O. (Hrsg.), *From Sign to Signing* (S. 23–40). John Benjamins Publishing Company. https://doi.org/10.1075/ill.3.05gro

Grote, K. (2010). Denken Gehörlose anders? Auswirkungen der gestisch-visuellen Gebärdensprache auf die Begriffsbildung. *DAS ZEICHEN. Zeitschrift für Sprache und Kultur Gehörloser, 85*, 310–319.

Grote, K. (2013). „Modality Relativity?“ The influence of Sign Language and Spoken Language on Semantic Categorization. RWTH Aachen.

Grote, K. (2016). Der Einfluss von Sprachmodalität auf Konzeptualisierungsprozesse und daraus abgeleitete Konsequenzen für die Hörgeschädigtenpädagogik. *Hörgeschädigtenpädagogik, 4*, 140–146.

Grote, K., Sieprath, H. & Staudt, B. (2018). Deaf Didaktik? Weshalb wir eine spezielle Didaktik für den Unterricht in Gebärdensprache benötigen. *DAS ZEICHEN. Zeitschrift für Sprache und Kultur Gehörloser, 11*, 426–437.

Healy, L. (2012). Hands that see, hands that speak: Investigating relationships between sensory activity, forms of communicating and mathematical cognition. In Cho Sung Je (Hrsg.), *Selected regular lectures from ICME 12*. New York, USA (S. 298–316).

Healy, L., Ramos, E. B., Fernandes, S. H. A. A. & Peixoto, J. L. B. (2016). Mathematics in the hands of deaf learners and blind learners: visual-gestural-somatic means of doing and expressing mathematics. In R. Barwell (Hrsg.), *Mathematics education and language diversity: The 21st ICMI study* (S. 141–162). Springer.

Hoffmann, M. H. G. (2001). Peirces Zeichenbegriff: seine Funktion, seine phänomenologische Grundlegung und seine Differenzierung. http://works.bepress.com/michael_hoffmann/18/

Holzäpfel, L., Prediger, S., Götze, D., Rösken-Winter, B. & Selter, C. (2024). Qualitätsvoll Mathematik unterrichten: Fünf Prinzipien. *Mathematik Lehren*, 242, S. 2–9. www.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/veroeff/24-ML-Basisartikel-QuaMath-Holzaepfel-etal.pdf

Krause, C. (2017a). DeafMath: Exploring the influence of sign language on mathematical conceptualization. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10).* Dublin, Ireland (S. 1316–1323). https://hal.science/hal-01937152v1

Krause, C. (2017b). Iconicity in signed fraction talk of hearing-impaired sixth graders. In B. Kaur, B., W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Hrsg.). *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*. Singapore (S. 89–96). PME.

Krause, C. (2019). What you see is what you get? Sign language in the mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education, 50*(1), 84–97. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.50.1.0084

Krause, C. & Wille, A. M. (2021). Sign language in light of mathematics education: an exploration within semiotic theories of learning mathematics. *American Annals of the Deaf*, *166*(3), 352–377. https://doi.org/10.1353/aad.2021.0025

Krause, C. (2023). Facing and challenging language ideologies towards a more inclusive understanding of language in mathematics education research–the case of sign languages. *ZDM – Mathematics Education 55,* 1173–1185. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01526-y

Kurz, C. & Pagliaro, C. M. (2020). Using L1 sign language to teach mathematics. In R. S. Rosen (Hrsg.), *The Routledge handbook of sign language pedagogy* (S. 85–99). Routledge.

Kutscher, S. (2010). Ikonizität und Indexikalität im gebärdensprachlichen Lexikon – Zur Typologie sprachlicher Zeichen. In *Zeitschrift für Sprachwissenschaft., 29*(1), 79–109. Walter de Gruyter GmbH. https://doi.org/10.1515/zfsw.2010.003

Lackner, A., Graf, I., Raffer, L., Scharfetter, E., Riemer-Kankkonen, N., Stalzer, C., Hausch, C., Unterberger, N. & Bergmeister, E. (2019). *Austrian Sign Language (ÖGS) Corpus Annotation: Annotation des ÖGS-Korpus, 25*. Eigenverlag.

Langer, G. (2005). Bilderzeugungstechniken in der Deutschen Gebärdensprache. *DAS ZEICHEN. Zeitschrift für Sprache und Kultur Gehörloser, 70*, 254–270.

Leven, R. (2018). Gehörlose und schwerhörige Menschen mit psychischen Störungen. Loeper Literaturverlag.

Malle, G. (1993). Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Springer.

Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*. gesis Leibniz Institut für Sozialwissenschaften.

Nordheimer, S., Marlow, A. & Scholz, J. (2024). Fostering mathematical creativity and talents with mathematical problems and competitions in German Sign Language. In *The 13th IMCGC Bloemfontein*.

Schreiber, C., & Wille, A. M. (2020). Semiotische Perspektive auf das Erklären von Mathematik in Laut- und Gebärdensprache. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht*, S. 171–192. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-61194-4_8

Silva, I. B. da. (2016). *Libras como interface no ensino de funções matemáticas para surdos: uma abordagem a partir das narrativas* [Dissertation, Universidade Federal de Sergipe].

Skant, A., Dotter, F., Bergmeister, E., Hilzensauer, M. M. D. E., Hobel, M., Krammer, K., Okorn, I., Orasche, C., Orter, & R., Unterberger, N. (2002). *Grammatik der Österreichischen Gebärdensprache, 4*. Eigenverlag.

Steinbach, M., Albert, R., Girnth, H., Hohenberger, A., Kümmerling-Meibauer, B., Meibauer, J., Rothweiler, M. & Schwarz-Friesel, M. (2007). *Schnittstellen der germanistischen Linguistik*. Verlag J. B. Metzler Stuttgart – Weimar.

Vermeerbergen, M. (2006). Past and current trends in sign language research. *Language and Communication, 26*, 168–192. https://doi.org/10.1016/j.langcom.2005.10.004

Unterhitzenberger, G., Beyer, M., Nordheimer, S, Rathmann, C. (2024). Math competitions developed by deaf experts. In *The 15th International Congress on Mathematical Education.*

Wagner A., & Wörn C. (2011). Erklären lernen – Mathematik verstehen. ein Praxisbuch mit Lernangeboten. Kallmeyer, Seelze.

Werner, V. (2010). Zum numerischen Zahlenverständnis von gehörlosen Grundschülern (Teil I). *DAS ZEICHEN. Zeitschrift für Sprache und Kultur Gehörloser*, *84,* 98–105.

Wille, A. M. (2008). Aspects of the concept of a variable in imaginary dialogues written by students. In O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (Hrsg.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME32), 4*, 417–424. Cinvestav-UMSNH, Mexico: PME.

Wille, A. M. (2018). Materialien für den Mathematikunterricht gehörloser Schülerinnen und Schüler. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1987–1990). WTM, Münster.

Wille, A. M. & Schreiber, C. (2019). Explaining geometrical concepts in sign language and in spoken language – a comparison. In Jankvist, U. T., Van den Heuvel-Pannhuizen, M. & Veldhuis, M. (Hrsg.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11)*. Utrecht, Niederlande (S. 4609–4616.). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. https://hal.science/hal-02435340v1

Wille, A. M. (2020). Mathematische Gebärden der Österreichischen Gebärdensprache aus semiotischer Sicht. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht*, S. 193–214. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-61194-4_9

Anschrift des Verfassers

Flavio Angeloni
Leibniz Universität Hannover
Institut für Didaktik der Mathematik und Physik
Welfengarten 1
30167 Hannover
angeloni@idmp.uni-hannover.de