

Können als Apriori des Verstehens

WIECHMANN, RALF, WOLFRATSHAUSEN

Zusammenfassung: Der einfache Zugang zu Tablets und Smartphones im Unterricht legt nahe, den ‚mechanischen‘ Umgang mit Termen, Gleichungen usw. an diese Geräte auszulagern, um Zeit für das Verstehen zu gewinnen. Der Aufsatz will dagegen zeigen, dass Verstehen auf der höheren Ebene ein ‚mechanisches‘ Können auf der niedrigeren Ebene voraussetzt. Einschlägige Erkenntnisse der philosophischen Phänomenologie zeigen, dass Begriffe, in denen wir denken, im gewohnten Umgang mit den Dingen wurzeln. Das ‚mechanische‘ Können ist nicht nur geistlose Mechanik, sondern ist das Gewohnte, auf das wir beim Verstehen der höheren Ebene unmittelbar zugreifen müssen. Sinn des Übens ist nicht Schnelligkeit, sondern wesentlich Unmittelbarkeit.

Abstract: Easy access to tablets and smartphones in class suggests outsourcing 'mechanical' handling of terms, equations, etc. to these devices to gain time for understanding. The article, however, wants to show that understanding on the higher level presupposes a 'mechanical' ability on the lower level. Relevant findings of philosophical phenomenology show that concepts by which we think are rooted in the usual way of dealing with things. The 'mechanical' skill is not only mindless mechanics, but is the habit, which we must immediately access in understanding the higher level. The meaning of the practice is not speed, but essentially immediacy.

1. Einleitung

Die Frage, ob und wie weit Lernen digital werden soll, wird ausgiebig diskutiert. Dass Computer und Technik eine immer größere Rolle in unserem Leben spielen und deshalb auch in der Schule ein größeres Gewicht bekommen müssen, liegt auf der Hand. Dabei sollte es nicht nur darum gehen, wie neue Medien das Verstehen von z. B. Mathematik erleichtern (oder überflüssig machen), sondern vor allem auch darum, wie neue Medien den Mathematikunterricht mit anspruchsvollen Inhalten bereichern können. Dass neue Medien positives wie negatives Potential bieten, stellt (indirekt) z. B. Hans-Jürgen Elschenbroich fest: „Wir sind in Zeiten, wo wir in der Tat mit der Verfügbarkeit von TR und GTR sorgfältig überlegen müssen, was sollen Schüler heutzutage noch händisch sicher können, was wirklich unverzichtbar ist. Das wird man heute anders beantworten als vor 20 oder 40 Jahren. Dies

muss dann immer wieder gemacht und geübt werden. In diese Richtung gehen ja auch die aktuellen Tendenzen zu rechnerfreien Prüfungsteilen, was ich begrüße.“ (Elschenbroich, 2017, S. 208)

Sind wir uns aber im Klaren darüber, aus welchen Gründen welches händische Können „unverzichtbar“ ist? Manches deutet darauf hin, dass der flächendeckende und allzu frühe Einsatz von Taschenrechnern in der Schule nicht nur dazu geführt hat, dass die Schüler schlechter im Kopf rechnen – warum sollte das schlimm sein, wo wir doch die Taschenrechner gerade dafür haben? –; es führt beklagenswerterweise auch dazu, dass sie in verschiedener Hinsicht Mathematik schlechter verstehen. Beispielsweise gibt es Studenten, welche die Wurzel aus 1 nicht mehr ohne Rechner angeben können, weil sie gar nicht mehr wissen, was eine Wurzel (außer einer Taste auf dem Taschenrechner) ist (vgl. Schwenk-Schellschmidt, 2013).

Dies legt nahe, dass händisches Können Bedeutung für das Verstehen weiterführender Mathematik hat und deshalb nicht beliebig an Rechner ausgelagert werden darf. Ob dies im Zeitalter der Digitalisierung aller Lebensbereiche ausreichend bedacht wird, scheint fraglich. Es besteht hier die Gefahr eines Irrtums, der bei der zu erwartenden Implementierung digitaler Lernmedien größeren Schaden anrichten kann. Der vorliegende Text will deshalb begründen, dass und warum sicheres Können für das Verstehen konstitutive Bedeutung hat.

2. Üben als Automatisieren?

Das Üben hat sicherlich verschiedene Funktionen, die z. B. Zech systematisch unterschieden hat (vgl. Zech, 2002, S. 208). Davon sollen uns hier nicht alle interessieren, sondern nur diejenige Form des Übens, die als Einüben von Techniken und Verfahren auf deren sicheres Beherrschen abzielt und die Zech das „automatisierende Üben“ genannt hat (ebd.). Zech betont, dass ein Verfahren zunächst verstanden werden müsse, bevor man zum Automatisieren schreiten dürfe. Ansonsten bestünde die Gefahr, dass im Falle des Vergessens eines Teiles des Verfahrens dieses nicht mehr rekonstruiert werden könne. Aber warum muss das Verfahren nicht nur verstanden, sondern auch geübt werden? Zech zufolge zielt das Automatisieren auf „Reiz-Reaktions-Ketten“ (ebd.), m. a. W. darauf, dass wir lernen, Verfahren, die wir kraft mühsamen Verstehens durchschaut haben, nun auch ohne Begleitung

einer verstehenden Mühe automatisch und entsprechend zügig abzuspuhlen. Der Aufbau von Reiz-Reaktions-Ketten, d. h. von Automatismen, so Zech, „betrifft in der Mathematik [...] alle jene Dinge, die im herkömmlichen Sinn [...] ‚eingeschliffen‘ werden sollen, wie z. B. das Einmaleins, die schriftlichen Rechenverfahren, Verfahren der Bruchrechnung, Termumformungen, Lösung von Gleichungen.“ (ebd., S. 164). Automatisieren ist nun nach Zech das eine, Verstehen aber ein ganz anderes: „Man sollte daran denken, daß man Verständnis durch noch so viele Automatisierungsübungen nicht ersetzen kann.“ (ebd. S. 174) Warum indes soll uns ein Verfahren auch „automatisch“ zur Verfügung stehen? Dazu Zech weiter: „Es sei hervorgehoben, dass solche Automatisierungen in der Mathematik durchaus angebracht sind, da sie das Denken für höhere Operationen entlasten können.“ (ebd.) Nun kann eine solche Entlastung natürlich auch durch den Computer geschehen, und so fügt Zech folgerichtig in Klammern hinzu: „(Man denke etwa daran, wie die Lösung von Sachaufgaben entlastet werden kann, wenn die Rechenprobleme quasi nebenbei – heute ja häufig auch mit dem Taschenrechner – zu lösen sind.“) (ebd.) Folgt man dieser Logik, so ist es nicht verwunderlich, wenn in Zeiten zunehmender technischer Möglichkeiten (Smartphone, Tablet, CAS usw.) das „automatisierende“ Üben aus Unterricht und Schulbüchern mehr und mehr verschwindet. Wozu sollten wir noch schweißtreibendes Einüben praktizieren, wenn das Ganze zu nicht mehr führt als lediglich zu einer Entlastung, welche heute jeder CAS-Rechner viel umfangreicher bewerkstelligt? Was aber, wenn das „automatisierende“ Üben noch einen ganz anderen, hier von Zech nicht einmal geahnten Sinn hat? Was, wenn der eigentliche Sinn gar nicht im Automatisieren als dem Bilden von verständnisfreien Reiz-Reaktionsketten liegt? Dass dies tatsächlich der Fall ist, soll in der vorliegenden Arbeit gezeigt werden: Einüben ist keine bloß äußere Zutat zum Verstehen, um das echte mathematische Verstehen vom bloß mechanischen Rechnen zu entlasten. Stattdessen stellt das Einüben bis zum sicheren Beherrschen eine *Bedingung* des Verstehens von Mathematik dar.

3. Verstehen und Unmittelbarkeit

Dass das Problemlösen im Mathematikunterricht heute einen höheren Stellenwert zugesprochen bekommt, darf nicht darüber hinwegtäuschen, dass dies weder die Mathematik allein ausmacht noch allein deren wesentlichen Teil darstellt. Ebenso wesentlich gehört die sichere Kalkülbeherrschung zur Mathematik, auch wenn es sich dabei um etwas handelt, das sich prinzipiell an Rechner auslagern lässt. Es genügt z. B. nicht, mathematisch verstan-

den zu haben, was die Lösung einer algebraischen Gleichung ist, ihre Rechnung aber prinzipiell nur durch Computer vornehmen zu lassen. Denn was heißt hier ‚verstehen‘? Zu wissen, dass x eine Lösung der Gleichung ist, wenn nach Einsetzen von x das Berechnen der Terme links und rechts des Gleichheitszeichens denselben Wert ergibt? Aber wann hat man verstanden, was das nun wieder heißt? Nun, wenn man diese Rechnung selbst vornehmen kann. Wer die Rechnung nämlich nicht selbst vornehmen kann, für den heiße x dann Lösung, wenn der Rechner sagt, dass es eine ist. Es genügt hier jedoch nicht, die Rechnung ‚theoretisch‘ oder ‚im Prinzip‘ zu können, sondern sie muss einem ‚von der Hand gehen‘. Warum?

Wir unterscheiden zwischen Verstehen und Schließen. Verstehen meint dabei ein unmittelbares Auffassen eines Gegebenen. Was man nicht unmittelbar zu verstehen in der Lage ist, das kann man sich immerhin noch zu erschließen versuchen. Wenn ich nicht unmittelbar weiß, dass Sokrates sterblich ist, dann kann ich es mir daraus, dass alle Menschen sterblich sind und Sokrates ein Mensch ist, erschließen. Das geht allerdings nur, wenn ich Ober- und Untersatz unmittelbar verstanden habe. Die muss ich unmittelbar parat haben. Wenn nun jemand bei einer quadratischen Gleichung nicht parat hat, was das Quadrieren bedeutet, so kann er nicht verstehen (unmittelbar auffassen), was es heißt, dass x eine Lösung ist. Entweder verlässt er sich nun verständnislos auf den Rechner, oder er beginnt das Schließen, indem er aus seinem Gedächtnis das Wissen, dass der Exponent 2 bedeutet, x mit sich selbst zu multiplizieren, und zudem sein Wissen über Multiplikation hervorkramt: wegen $x^2 = x \cdot x$ und $3 \cdot 3 = 9$ gilt: $3^2 = 9$. Wer solchermaßen erst schließen muss, weil ihm das Kalkül nicht von der Hand gehen will, von dem können wir nicht sagen, dass er versteht, was die Lösung einer quadratischen Gleichung sein soll. Wir müssten genauer sagen, dass er es sich erst erschließen muss.

Daraus lässt sich bereits Folgendes erahnen: je weniger wir sicher beherrschen, desto weniger können wir unmittelbar verstehen und desto mehr sind wir zu langwierigem Erschließen gezwungen, wo dies für den Geübten längst überflüssig ist. Dabei kann alles Schließen nur bei etwas ansetzen, das bereits unmittelbar verstanden wird. Es wäre Unsinn zu sagen, Mathematik habe verstanden, wer die Axiome versteht. Oder: wer die Eigenschaften der reellen Zahlen verstanden habe, der könne das Rechnen dem Computer überlassen. Wer sich etwas erst erschließen muss, der versteht es eben nicht. Deshalb geht es beim Üben letztlich darum, den Bereich unmittelbaren Beherrschens und Verstehens auszuweiten, um mit dem mühevollen Schließen erst im-

mer später beginnen zu müssen. Beim „automatisierenden“ Üben geht es demnach nicht um mechanische Schnelligkeit – Rechner werden immer noch schneller sein –, sondern um Unmittelbarkeit.

Die These der vorliegenden Arbeit ist, dass gewisse hartnäckige Fehler bei Schülern nicht deshalb auftreten, weil die Reiz-Reaktionskette des automatisierten Rechnens brüchig ist, noch weil sie die zugehörige Theorie nie theoretisch verstanden haben, sondern weil sie mangels Gewohnheit Entscheidendes nicht *sehen*, d. h. nicht unmittelbar auffassen, d. h. nicht verstehen. Um zu klären, was ‚unmittelbar auffassen‘ bedeutet, muss zunächst geklärt werden, was Bewusstsein und was die Leistung des Bewusstseins ist. Denn Sehen im weitesten Sinne heißt immer, sich eines Gegenstandes bewusst sein. Seit Kant wissen wir, dass Bewusstsein durch die Eigenart charakterisiert ist, zunächst selbst Strukturen des Wahrnehmens ausprägen und diese in den Gegenstand hineinlesen zu müssen, um sich überhaupt eines Gegenstandes bewusst sein zu können. Blind-Geborene, die durch Operation das Augenlicht neu gewinnen, können deshalb zunächst keinerlei Gegenstand im visuellen Feld identifizieren. Sie müssen erst gewisse Bewusstseinsstrukturen entwickeln und in das visuelle Feld hineinzulesen lernen, was Übung und Erfahrung erfordert. Wenn wir dagegen ohne bewusste Anstrengung unmittelbar Gegenstände identifizieren, so deshalb, weil uns die Erfahrung mit dem visuellen Feld bereits ‚in den Knochen‘ steckt. Wir haben die nötigen Strukturen ‚parat‘, wir lesen sie unmittelbar in das visuelle Feld herein, ohne unser Bewusstsein noch ausdrücklich auf dieses Tun richten zu müssen. Kant verortet in diesem Tun den Ursprung des Verstandes. Die Tatsache, dass wir beim einfachen Anblick von Gegenständen, uns dennoch gar nicht mehr bewusst sind, hier verstehend am Werke zu sein, motiviert die These dieser Arbeit, dass Verstehen erst dort fertig ausgebildet ist, wo es sich selbst nicht mehr bemerkt. Immer wenn wir etwas verstehend auffassen, greifen wir dabei unmittelbar auf Strukturen zurück, die nicht mehr das sind, was wir denken, sondern nun das, womit wir denken. Kant hat das **Kategorien** genannt, und man könnte die These dieser Arbeit damit auch so formulieren, dass Üben den Sinn hat, Begriffe und Verfahren in den Status von Kategorien zu überführen. Das Üben lässt Begriffe und Verfahren quasi die Seite wechseln; sind sie zunächst Gegenstände des Bewusstseins, so werden sie durch Üben zu Strukturen des Bewusstseins.

Im Folgenden gilt es also zu begreifen, dass Verstehen sich als ein unmittelbares Sehen bemerkbar macht. Dazu gehen wir zunächst auf Kant zurück. Anschließend soll eine moderne Kritik an Kant auf-

genommen werden, die Merleau-Ponty in seiner „Phänomenologie der Wahrnehmung“ (1974) formuliert hat, und die uns helfen wird, den Einfluss des Übens genauer zu bestimmen.

4. Der Ursprung des Verstandes bei Kant

Wir sind heute gewohnt, Kants berühmten Satz aus der Einleitung in die „Kritik der reinen Vernunft“ (1782) nicht mehr allzu ernst zu nehmen:

Bisher nahm man an, alle unsere Erkenntnis müsse sich nach den Gegenständen richten, aber alle Versuche über sie a priori etwas durch Begriffe auszumachen [...] gingen unter dieser Voraussetzung zu nichte. Man versuche es daher einmal, ob wir nicht [...] damit besser fortkommen, daß wir annehmen, die Gegenstände müssen sich nach unserem Erkenntnis richten. (Kant, 1787, S. XVI).

Uns klingt das nach einer idealistischen Theorie, welche die Welt aus dem Denken ableiten zu können beansprucht. Dem ziehen wir einen nüchternen Empirismus vor. Man vergisst dabei aber, dass Kant angesichts dieser Alternative selber für eine empirische Wissenschaft optiert hätte. Dass nicht wir uns nach den Dingen, sondern die Dinge sich nach uns richten müssen, bezieht Kant nur auf gewisse und ganz allgemeine Strukturen. Das wohl berühmteste Beispiel für eine solche allgemeine Struktur unserer Erfahrung ist das Kausalitätsgesetz, dass alles, was geschieht, eine Ursache hat. Wenn ein Stein im Schwerefeld der Erde an Geschwindigkeit gewinnt, dann ist nach Kant a priori klar, dass es dafür eine Ursache geben muss. Das Spezifische dieser Wirkung, z. B. ob sich Massen abstoßen oder anziehen, ob die Kraftwirkung mit $1/r$ oder $1/r^2$ abfällt usw., ist und bleibt allemal Gegenstand empirischer Untersuchungen. Hier müssen wir uns also wohl nach den Dingen richten, sodass unsere empirische Wissenschaft von Kant nichts zu befürchten braucht.

Was ist der Sinn des Kausalitätsgesetzes, und wie kommt Kant dazu, diesem eine Gültigkeit a priori zuzuweisen? Dazu müssen wir zunächst nachvollziehen, von welcher Situation des Subjekts Kant ausgeht. Wenn wir einem Kinofilm folgen und auf die Frage, was wir auf der Leinwand sehen, antworten: ein fahrendes Auto, so lässt sich mit Kant einwenden, dass diese Antwort mehr interpretiert, als dass sie beschreibt. Rein beschreibend müsste man sagen: da sind Farben auf der Leinwand, die sich bewegen. In der Tat sind dort ja nur Farben und kein Auto. Wir wollen dieses Gedankenexperiment nicht allzu ernst nehmen und nicht weitertreiben, aber Kant geht davon aus, dass es sich mit unserem Bewusstseinszustand zunächst sehr ähnlich verhält wie mit der Leinwand: da sind zunächst Farben, Geräusche, Gefühle usw. Wenn wir vor einem Baum ste-

hen und sagen: dort steht ein Baum mit rauschenden Blättern, so ist auch das weniger Beschreibung eines Faktums als vielmehr aktive Interpretation unseres Bewusstseinszustandes. Dass wir diese Mannigfaltigkeit von Empfindungen auf einen Baum jenseits unseres Bewusstseins beziehen und z. B. zwischen der grünen Farbe und dem Rauschen einen Zusammenhang sehen, ist in unserem Wahrnehmungszustand selbst nicht gegeben. Diesen Zusammenhang können wir dem Gegebenen nicht entnehmen, sondern müssen ihn selbst herstellen. Die einfache Aussage: „dort steht ein Baum“, stellt deshalb kein passives Beschreiben, sondern ein aktives Urteilen dar. Und dies erfordert Verstand.

Machen wir uns dies detaillierter am Beispiel des Kausalitätsgesetzes klar. Angenommen wir stehen so nahe an einem Baum, dass wir nur entweder seine Krone oder seine Wurzeln sehen können (vgl. für das Folgende: Kant, 1787, S. 232–256). Wir schauen nach oben und sehen seine Krone, dann schauen wir nach unten und sehen seine Wurzeln. Wir haben beides nacheinander wahrgenommen. Wie können wir nun wissen, dass trotz dieser subjektiven Reihenfolge der Wahrnehmung beides nicht auch objektiv nacheinander da war? Die Antwort, wir könnten erneut nach oben schauen und sähen dann, dass die Krone noch immer da ist, hilft nicht. Denn wie wissen wir, dass nicht zunächst die Krone, dann die Wurzel und dann erneut nur wieder die Krone da war, alles nacheinander? Auch die Antwort, man könnte ja ein paar Schritte zurückgehen, und dann sähe man ja Wurzel und Krone zugleich, hilft nicht weiter. Denn auch hier können wir nicht wissen, ob nicht zuerst nur die Krone, dann nur die Wurzel und schließlich erst beide zugleich da waren. Wie man es auch dreht und wendet, wir kommen aus der subjektiven Reihenfolge unserer Wahrnehmung niemals heraus.

Betrachten wir noch die Folge von Blitz und Donner beim Gewitter. Beides nehmen wir nacheinander wahr. Wie können wir hier sicher sein, dass unsere subjektive Reihenfolge der Wahrnehmung nun auch der objektiven Reihenfolge eines Geschehens außer uns entspricht? Nach dem Gedankenexperiment mit der Krone und Wurzel eines Baumes können wir von der subjektiven Reihenfolge auch hier nicht einfach auf die Objektivität dieser Reihenfolge schließen. Erneut lautet deshalb die Antwort, dass es keine Möglichkeit gibt, dies durch Beobachtung zu entscheiden. Was wir haben, ist allein die subjektive Reihenfolge unserer Wahrnehmungen, und unabhängig davon haben wir keinerlei Zugang zu den objektiven Abläufen außer uns.

Das hat Kant nun zu dem Schluss bewogen, dass Urteile über die Objektivität von Wahrnehmungen

nicht Sache bloß empirischen Auffassens sein können. Objektivität muss das Subjekt in seine Wahrnehmungen aktiv hineinlesen, da es ihm unmöglich ist, sie aus ihnen herauszulesen. Die Strukturen, die es also in das Wahrgenommene aktiv hineinlesen muss, sind nicht etwas, das das Bewusstsein denkt, sondern vielmehr etwas, *womit* es denkt: etwas, wodurch es das Wahrgenommene denkt. Kant nennt die Strukturen des Bewusstseins, in denen es denkt, Kategorien. Bezüglich der Objektivität der zeitlichen Reihenfolge von Wahrnehmungen spielt die Kategorie der Kausalität die entscheidende Rolle. Dass der Blitz objektiv vor dem Donner geschieht, lässt sich der Wahrnehmungsfolge, die bloß subjektiv ist, nicht entnehmen, sondern muss aktiv unterstellt werden. Genau dies ist es, was das Bewusstsein nun dadurch bewerkstelligt, dass es *unterstellt*, dass der Blitz die Ursache für den Donner sei. Es ist also nicht so, dass wir feststellen, dass Ereignis A immer Ereignis B zur Folge hat, und deshalb empirisch eine kausale Verknüpfung beider feststellen. Es ist vielmehr umgekehrt: weil wir a priori Kausalität unterstellen, nur deshalb gewinnt die wahrgenommene Reihenfolge AB überhaupt erst den Charakter einer objektiven Reihenfolge. Erst das Hineinlesen eines kausalen Zusammenhangs lässt so etwas wie Objektivität in unserem Wahrnehmungsfeld überhaupt aufscheinen. Ohne ein solches Hineinlesen gäbe es hier keine objektive Ereignisfolge AB, sondern nur einen subjektiven Wahrnehmungszustand A, gefolgt von einem subjektiven Wahrnehmungszustand B. So gilt allgemein: Dass wir es bei unserem Bewusstseinszustand aus Farben, Geräuschen usw. nicht belassen und diesen nicht schon für alles halten, sondern über ihn hinausgehen, um Bezug zu einer objektiven Welt herzustellen, verdankt sich einer aktiven Verstandestätigkeit, auch wenn wir uns dieser nicht mehr bewusst werden. Objektivität gibt es für uns ohne solche Akte des Verstandes nicht.

Als Ergebnis können wir festhalten, dass das Bewusstsein grundlegende Strukturen wie die Kausalität zunächst in sich selbst als Kategorie ausbildet, sie sodann in den Gegenstand hineinliest, um sie schließlich am Gegenstand unmittelbar zu sehen. Erst dieser Akt lässt aus dem subjektiven Wahrnehmungszustand die Wahrnehmung eines objektiven Gegenstandes werden. Zugleich stattet er den Gegenstand mit Strukturen aus, die mit den apriorischen Bewusstseinsstrukturen korrelieren. Hinter diese Einsicht können wir seit Kant nicht mehr zurück.

5. Konsequenzen für die Didaktik

Dieser Analyse Kants können wir exemplarisch entnehmen, wie das Bewusstsein a priori Strukturen wie die Kausalität ausbilden muss, um dann erst die Objektivität eines zeitlichen Vorgangs identifizieren zu können. Deshalb können Kinder zunächst nicht unterscheiden zwischen der subjektiven Reihenfolge ihres Wahrnehmens und der objektiven Reihenfolge eines Vorganges. Wenn die Wurzel des Baumes aus ihrem Blickfeld verschwindet, glauben sie zunächst, dass diese auch objektiv verschwunden ist. Wenn sie sich verstecken wollen, halten sie die Hände vor die Augen. Wenn uns dagegen das Identifizieren einer objektiven zeitlichen Reihenfolge anstrengungslos gelingt, so ist das umgekehrt ein Beispiel dafür, wie das, was dem Kind noch Gegenstand eines angestregten Denkens ist, bei uns die Seite gewechselt hat und eine Kategorie, d. h. eine Struktur des Denkens geworden ist. Unser Verstehen äußert sich darin, dass wir die Objektivität der Reihenfolge unmittelbar sehen. Ausgebildetes Verstehen äußert sich in einem unmittelbaren Sehen. Dementsprechend äußert sich, dass Verstehen noch nicht ‚bis in die Knochen‘ gelangt ist, darin, dass etwas nicht gesehen werden kann. Betrachten wir z. B. folgenden sicher häufig vorkommenden Fehler von Schülern im Umgang mit Bruchtermen:

$$\frac{2x - 4y}{x^2 - 4y^2} = \frac{2}{x - y}$$

Meine These ist, dass dem Schüler hier kein theoretisches Verständnis fehlen *muss*, um diesen Fehler hartnäckig zu begehen. Vielmehr genügt dazu, dass das Verstandene auf der Seite des Gegenstands des Bewusstseins verblieben ist; dass der Schüler theoretisches Verständnis über Brüche, Summen, Produkte, Binomische Formeln, über das Faktorisieren und Kürzen lediglich *hat*, aber über all das nicht *unmittelbar* verfügt. All das sind ihm Gegenstände des Bewusstseins, aber nicht Strukturen seines Bewusstseins. Es ist denkbar, dass der Schüler auf Nachfrage durchaus in der Lage ist, zutreffendes Wissen zumindest zu reaktivieren. Und dann erkennt er möglicherweise selbst seine Fehler. In diesem Fall läge das Problem weniger in einem theoretischen Verstehen, sondern vielmehr darin, dass der Schüler darauf in der vorliegenden Situation nicht unmittelbaren Zugriff hat. Dass der obige Bruch eine binomische Formel enthält, lässt sich nur schwer erschließen, wenn man es nicht *unmittelbar* sieht bzw. wenn die Situation nicht *unmittelbar* ein *Motiv* hergibt, nach binomischen Formeln zu suchen. Ebenso schwierig ist es, sich erst zu erschließen, dass Zähler und Nenner Summen darstellen und wie man diese in ein Produkt überführen kann, wenn man dies alles weder *unmittelbar* sieht noch

der Situation *unmittelbar* ein *Motiv* entnimmt, in diese Richtung zu reflektieren. Die Summe dieser Schwierigkeiten ergibt in der Praxis leicht die Unmöglichkeit, einen Bruchterm korrekt zu kürzen. Der Schüler, der zuverlässig richtig vorgehen soll, muss dem Bruchterm Entscheidendes *unmittelbar* ansehen. Das ‚theoretische‘ Verständnis, das ‚Verständnis im Prinzip‘ hilft nicht weiter. Es muss den Status einer Kategorie erlangen, um den Schüler etwas *unmittelbar sehen* zu lassen.

Es ist nun die weitere These dieser Arbeit, dass wir um das, was Zech „Einschleifen“ nennt, auch im Zeitalter von CAS, Smartphones und Tablets nicht herumkommen. Nicht zuletzt diese Form des Übens ist es, die mathematische Gegenstände des Bewusstseins in den Status einer Struktur des Bewusstseins überführt. Es genügt also nicht, dass Schüler mathematische Sachverhalte und Kalküle einsehen und für das Anwenden dann den Computer verwenden. Sie müssen selbst das Rechnen üben, um sich die Mathematik *einzuverleiben*. Was bedeutet das? Spätestens mit dieser Frage sind wir über Kant hinaus.

Bevor wir uns deshalb mit Merleau-Ponty auseinandersetzen, müssen wir Kants Einsicht noch weiter vertiefen. Soll das Bewusstsein nicht nur subjektiver Wahrnehmungszustand sein, wie eine Kinoleinwand nur Farbzustand ist, sondern Bewusstsein eines Gegenstandes außerhalb seiner werden, muss es seinen Gegenstand a priori vorstrukturieren. Dies haben wir am Beispiel der Kausalität verdeutlicht. Daraus ergibt sich aber eine noch viel weiter reichende Konsequenz, und zwar, dass Bewusstsein und Gegenstand Korrelate sind. Dass etwas wahrzunehmen nie nur ein passives Entnehmen sein kann, ist bereits klar. Doch was läge eigentlich vor, wenn ich beim Hören einer Melodie mich jeglicher geistiger Aktivität enthielte? Passiv könnte ich die Melodie als ganze gar nicht wahrnehmen, weil ich dazu die einzelnen Töne, insbesondere die bereits vergangenen, im Geiste aktiv festhalten und nebeneinanderhalten müsste. Was bleibt also, wenn ich dies nicht tue? Ich würde nicht einmal wahrnehmen, dass sich überhaupt ein Ton ändert, weil schon das voraussetzt, im Geiste mindestens jeweils zwei Töne aktiv nebeneinander zu halten. Ich würde also immer nur einen Ton hören, und zwar nur den gerade aktuellen, und von Veränderung nichts wissen. Was ist nun dabei aus mir selbst geworden? Ich selbst bin hier meiner Einheit verlustig gegangen. Ich bin nun eine Abfolge von Bewusstseinsfragmenten, die je nur einen Ton enthalten und voneinander nichts wissen. Folglich bin ich gar nicht mehr die Einheit des Bewusstseins, die wir Ich nennen. So wird sichtbar, dass das aktive Verbinden der Töne zu einer Melodie als Kehrseite zugleich den Effekt hat, die Einheit des Bewusstseins mit herzustellen. Das Ich kann

sich seiner selbst als einer Einheit überhaupt nur bewusst werden, indem es die Einheit des Gegenstandes konstituiert. Offensichtlich gilt aber auch umgekehrt: Nur wenn das Bewusstsein eine Einheit bildet und sich als identisches durch die Wahrnehmung der Töne hindurchzieht, kann die Melodie als Ganze zur Erscheinung kommen. So sind die Einheit der Melodie und die Einheit des wahrnehmenden Ichs korrelierende, sich gegenseitig bedingende Seiten eines einzigen Bewusstseinsprozesses. In diesem Sinne gilt, dass Gegenstand und Bewusstsein Korrelate sind. Beide kristallisieren sich nur in gegenseitiger Beziehung zueinander heraus. Der Gegenstand ist immer Gegenstand für ein Bewusstsein, und das Bewusstsein ist immer Bewusstsein seines Gegenstandes. Warum ist das für unseren Zusammenhang wichtig? Wenn die Verfasstheit des Bewusstseins mit der Verfasstheit seines Gegenstandes korreliert, dann ist es in der Tat so, dass ein auf bestimmte Weise verfasstes Bewusstsein einen nur auf bestimmte Weise verfassten Gegenstand sieht. Anderes kann es nicht sehen. Wenn Schüler Entscheidendes übersehen, muss es ihnen nicht an Aufmerksamkeit mangeln. Vielmehr muss sich ihr Bewusstsein neu strukturieren oder „artikulieren“, wie Merleau-Ponty sagen würde.

6. Üben als Einverleiben – Merleau-Ponty

Maurice Merleau-Ponty hat in seiner „Phänomenologie der Wahrnehmung“ (1974) u. a. eine Kritik an Kants intellektualistischer Auffassung von Wahrnehmung ausgearbeitet. Nach Kant kann es ohne aktives Urteilen des Verstandes keine objektive Wahrnehmung geben, weil wir sonst nicht aus dem subjektiven Wahrnehmungszustand herauskämen. Merleau-Ponty hält an der wesentlichen Einsicht Kants zwar fest, nämlich der Einsicht, dass Wahrnehmung apriorische Strukturen voraussetzt, stellt diese jedoch auf eine andere Grundlage. Dass das Apriori der Wahrnehmung nicht auf einer Leistung des Verstandes beruhen kann, zeigt beispielsweise das Phänomen, dass uns eine Landschaft unkenntlich wird, wenn wir sie auf dem Kopf stehend betrachten (vgl. ebd., S. 70). Dem bloßen Verstand sollte dieser einfache „Vorzeichenwechsel“ ja keinerlei Schwierigkeiten bereiten. Das Apriori des Wahrnehmens, so zeigt Merleau-Ponty, ist weder bloß intellektueller noch bloß physiologischer Natur.

Kommen wir zunächst aber auf unseren Schüler zurück und fragen einmal, wie es überhaupt möglich ist, dass ein Schüler (nach Voraussetzung) trotz korrekten theoretischen Wissens systematisch Fehler begeht.

6.1 Aufmerksamkeit

Gewöhnlich neigen wir zu der Ansicht, dass der Schüler den Sachverhalt entweder falsch verstanden hat oder er mit zu geringer Aufmerksamkeit zu Werke gegangen ist. Schließen wir das falsche Verständnis aus (nach Voraussetzung), so stellt sich die Frage, worauf er aufmerksamer hätte achten sollen. Schließen wir ebenso den trivialen Fall aus, dass er etwas nicht registriert, z. B. ein x überlesen hat, so bleibt nur, dass er nicht aufmerksam genug das Wissen, das er hat, mit dem abgeglichen hat, was vor ihm auf dem Papier steht. Er war demnach nicht mit vollem Bewusstsein da. Wir unterstellen so dem Schüler, sich in einer Art „Halbschlaf“ (ebd., S. 48) befunden zu haben. Wir legen damit ein Denken an den Tag, welches dem Bewusstsein des Schülers nicht in vollem Sinne zuspricht, Bewusstsein zu sein. Seine Unaufmerksamkeit fassen wir als Negation von Bewusstheit. Die Gegenstände des unaufmerksamen Bewusstseins halten wir für nichts; sie sind Täuschung, Irrtum. Der unaufmerksame Schüler nimmt im Nenner eines Bruches ein kürzbares Produkt wahr, das schlicht nicht vorhanden ist. Damit unterliegen wir aber einem „Vorurteil der [objektiven] Welt“ (ebd., S. 77). Die objektive Welt denken wir als fertig gegeben und das wache Bewusstsein lediglich als Spiegel dieser Welt. Seit Kant wissen wir aber, dass das Bewusstsein Objektivität der Welt nicht entnimmt und passiv abbildet, sondern in sie hineinliert. Und dass deshalb die Strukturen des Bewusstseins mit den Strukturen seines Gegenstandes korrelieren, ja Bewusstsein und Gegenstand Korrelate sind. Was folgt daraus? Dem Bewusstsein gegebener Struktur können nur die entsprechenden Strukturen des Gegenstandes erscheinen. Darüber hinaus kann es bei größter „Aufmerksamkeit“ nichts bemerken. Der Schüler, bei dem das mathematische Wissen noch nicht die Seite gewechselt und zu einer Struktur seines Bewusstseins geworden ist, kann das Entscheidende nicht *sehen*. Ihm unterläuft keine Unaufmerksamkeit; sein Bewusstsein ist volles Bewusstsein, nur eben weniger artikuliert, als es sein müsste. Um das Entscheidende zu sehen, muss es nicht wacher, sondern artikulierter werden. Es muss Wissen nicht lediglich haben, sondern es sich als eigene Struktur einverleiben. Merleau-Ponty erläutert diesen Sachverhalt am Beispiel der Farbwahrnehmung bei Kindern. Obwohl die Psychologie schon lange weiß, dass Kinder zunächst nicht einzelne Farben, sondern nur Farbiges und Farbloses unterscheiden, hat sie dies als Phänomen lange nicht ernst genommen (vgl. ebd., S. 51). Wo Farben vorhanden sind, müsse das Kind sie doch sehen, und nur die dazu nötige Aufmerksamkeit gelinge dem Kind nicht (so die Psychologie in ihrem Vorurteil der objektiven Welt). „Die Psy-

chologie war außerstande, sich eine Welt unbestimmter Farben und Farben ohne genaue Qualitätsbestimmungen vorzustellen.“ (ebd.) Wenn sich das schließliche Ausbilden der Farbwahrnehmung einer Aufmerksamkeit verdankt, dann nur insofern Aufmerksamkeit einen produktiven Akt darstellt, der die noch unbestimmten Horizonte eines Wahrnehmungsfeldes erst artikuliert: „Aufmerken ist nicht lediglich, zuvor schon Gegebenes klarer ins Licht setzen; vielmehr ist es die Leistung der Aufmerksamkeit, solches Gegebene ursprünglich gestalthaft zu artikulieren.“ (ebd.) Die Gestalt des Gegebenen muss nicht ‚aufmerksam‘, doch letztlich rezeptiv bloß registriert werden, sondern sie muss zunächst vom Bewusstsein *erworben* werden. Wenn unser Schüler falsch mit Bruchtermen umgeht, dann (nach Voraussetzung) nicht, weil ihm theoretisches Wissen fehlt, noch weil er ‚unaufmerksam‘ etwas am Bruch nicht registriert, was er bei größerer Aufmerksamkeit registriert hätte (Vorurteil der objektiven Welt), sondern weil die entscheidenden Strukturen in seiner Wahrnehmung nur unartikuliert als unbestimmter Horizont gegenwärtig sind. Auch bei angestrengtester ‚Aufmerksamkeit‘ sieht er nicht, was er sehen müsste. Der Übergang von der weniger artikulierten zur genauer artikulierten Wahrnehmung verdankt sich weder einer theoretischen Besinnung auf vorhandenes Wissen, noch einem genaueren Hinsehen; vielmehr stellt er eine Neustrukturierung des Bewusstseins dar. Einem ursprünglichen *Erwerben* verdankt der Schüler es dann, dass er nun etwas sieht, was er zuvor nicht sehen konnte. „Ist einmal die Farbe als Qualität zum Erwerb geworden, erscheint das zuvor gegeben Gewesene als Vorform der Qualität. Einmal die Idee der Gleichung erworben, erscheinen sodann arithmetische Gleichheiten als Abwandlung ein und derselben Gleichung.“ (ebd.) Ein zur Struktur des Bewusstseins gewordener Erwerb lässt dem Bewusstsein nun unmittelbar etwas *erscheinen*. Es wird noch zu diskutieren sein, was „Erwerben“ hier bedeutet. Soviel ist schon hier klar, dass die „Erwerbe“ nicht auf das theoretische Verstehen von Sachverhalten beschränkt sein können, weil sich der Fehler des Schülers dann wieder auf bloße Nachlässigkeit reduzierte, indem er lediglich versäumt, das bereits Verstandene sich „aufmerksamer“ in Erinnerung zu rufen. Der Punkt ist aber, dass er am Bruchterm selbst bereits etwas *sehen* muss; ihm muss etwas unmittelbar erscheinen, um dadurch allererst ein Motiv zu haben, hier auf gewisse Theoriebestände zuzugreifen.

6.2 Motive

Wir neigen dazu, Verstehen und gewohnheitsmäßiges Können strikt zu trennen und das eine dem „sinnvollen“, das andere dem „mechanischen“ Lernen (vgl. Zech, 2002, S. 128) zuzuordnen. Beim ersten soll es um das Aneignen und Verstehen von Begriffen gehen, beim zweiten um das Ausbilden von Reiz-Reaktionsketten. Dem Schüler stehen, wenn man so denkt, dann zwei Wege offen, einen Bruchterm erfolgreich zu meistern: Entweder er macht das „automatisch“ und kommt dann quasi zu der richtigen Lösung wie Pawlows Hund zum Speichel. Oder die Situation bietet keinen solchen kausalen Reiz dar, sodass er die Situation kraft bewusster Anstrengung des Verstehens bemeistern muss. Entweder wirkt die mathematische Situation auf den Schüler kausal ein, während dieser passiv ganz Reaktion ist; oder der Schüler entnimmt ihr aktiv und bewusst Grund für Grund seines Vorgehens. Es dürfte jeder einräumen, dass diese Disjunktion so nicht stimmen kann, vor allem weil die erste der beiden Alternativen befremdlich erscheint. Nichtsdestoweniger spricht Zech vom „mechanischen Lernen“ und dem Ausbilden von „Reiz-Reaktionsketten“. Offenbar gibt es dazu irgendeinen Anlass, und das zeigt, dass dann auch mit der zweiten Alternative etwas nicht stimmen kann: Wenn wir tatsächlich über das Vermögen rein begrifflicher Auffassung verfügten, warum müssten dann noch Reiz-Reaktionsketten ausgebildet werden? Wozu braucht der, der die Situation ganz durchschaut, noch einen gewohnheitsmäßigen Zugang zu ihr? In Wahrheit handelt es sich bei dieser Alternative um eine falsche Abstraktion. Der mathematische Sachverhalt ist für uns weder rein rationaler Grund noch rein kausaler Reiz für unser Vorgehen. Folgen wir Merleau-Ponty, so ist das, was hier vorliegt, vielmehr ein *Motiv*.

Was ein Motiv ist, erläutert er an dem Beispiel der Wahrnehmung eines entfernten Turmes (vgl. ebd. S. 72). Dessen Entfernung entnehme ich, nicht indem ich sie aus zwischen mir und dem Turm liegenden Gegenständen erschließe noch indem die dazwischenliegenden Gegenstände die Entfernungswahrnehmung kausal verursachen. Denn kein logischer Grund ist ersichtlich, warum mir der Turm entfernter erscheinen sollte, je nachdem ich die dazwischenliegenden Gegenstände mit wahrnehme oder nicht. Da ich andererseits mit zunehmender Anzahl dazwischenliegender Gegenstände ein Anwachsen der Entfernung förmlich beobachten kann, fungieren sie ebenso wenig als blinde Ursachen, die mein Sehen ohne jedes Bewusstsein determinieren. Die dazwischenliegenden Gegenstände sind weder rationaler Grund noch kausale Ursache der Entfer-

nungswahrnehmung, sondern etwas, das Merleau-Ponty **Motiv** nennt. Die Gegenstände motivieren die Abstandswahrnehmung. Ihnen sehe ich die Entfernung unmittelbar an, ohne sie erst erschließen zu müssen. In ähnlicher Weise muss ein Schüler einem Bruchterm etwas unmittelbar ansehen, um dahin gelangen zu können, welche Umformung möglich oder günstig ist. Was den Schüler auf die richtige Spur bringt, agiert weder als bloß kausaler Reiz, noch ist es ihm als rational durchsichtiger Grund gegenwärtig, sondern der Bruchterm bietet dem Schüler zunächst ein Motiv dar. Hier geht eine verstehensorientierte Didaktik, wenn sie davon ausgeht, dass der Schüler sich die Umformung abstrakt erschließen muss, ebenso fehl wie eine kalkülorientierte Didaktik, wenn sie davon ausgeht, dass der Anblick des Terms quasi automatisch in Form von Reiz-Reaktionsketten (Zech) gewisse Umformungsaktionen des Schülers blind auslösen muss. Das Subjekt ist weder eine physische Rechenmaschine, vollständiges Objekt, das durch blinde Ursachen determiniert wäre; noch ein absolutes Bewusstsein, dem beim Anblick der Aufgabe schon Grund für Grund seines Vorgehens gegenwärtig ist. Die Sicherheit, die ein geübter Mathematiker im Umgang mit Bruchtermen erlebt, dürfen wir nicht auf die zweite Weise fehlinterpretieren. Richtiger wäre sie mit der Sicherheit des geübten Fahrers zu vergleichen, der ohne rationales Abschätzen unmittelbar weiß, ob er mit seinem Wagen in eine Parklücke passt oder nicht (s. u.). Ebenso wenig ist das Subjekt eine unerklärliche Verbindung aus beiden, ein absolutes Bewusstsein, das über einen Körper samt Gehirn (Rechenmaschine) verfügt. So wird erkennbar, dass das Scheitern obiger Disjunktion auch die Disjunktion von Geist und Körper infrage stellt. Merleau-Ponty hat daraus den Schluss gezogen, dass das Subjekt weder rein geistiger noch rein körperlicher Natur sein kann. Das Subjekt, so Merleau-Ponty, ist *leibliches* Subjekt, das durch eine Situation weder kausal bloß determiniert ist noch sie geistig einfach beherrscht, sondern in sie über Motive verflochten ist, und zwar auf eine Weise, die es nie völlig zu durchschauen vermag. Auch das wird noch zu diskutieren sein.

Motive liegen in der Regel nicht einfach vor, sondern sie bilden sich im Umgang des Subjektes mit den Dingen erst aus. Dass beispielsweise dazwischenliegende Gegenstände eine Abstandswahrnehmung motivieren, dem liegen Erfahrungen zugrunde, die das Kind vermittelt des eigenen Leibes mit den Gegenständen und deren räumlichen Beziehungen erst machen muss. Motive müssen erworben werden.

6.3 Gewohnheit

Hier wäre nun zu klären, was es heißt, ein Motiv zu erwerben, und was es überhaupt heißt, dass das Subjekt zu Erwerbungen gelangt, die dann als ein Apriori seiner Wahrnehmung es neue Strukturen sehen und beherrschen lassen. Klar dürfte sein, dass ein solches Erwerben mit dem Ausbilden von Gewohnheiten zusammenhängt. Aber was sind Gewohnheiten? Wir neigen dazu, Gewohnheiten mit dem gleichzusetzen, was bei Zech Reiz-Reaktionsketten heißt. Dem entgegen Merleau-Ponty:

Gewiß ist es freilich keine äußere Assoziation, die in der Gewohnheit elementare Bewegungen, Reaktionen und Stimuli in Zusammenhang bringt. Jede mechanistische Theorie scheitert hier an der Tatsache, daß die lernende Gewöhnung systematisch vor sich geht; das Subjekt verknüpft nicht individuelle Bewegungen mit individuellen Stimuli, sondern erwirbt das Vermögen, Situationen gewisser Gestalt in Lösungen eines gewissen Typs zu entsprechen, wobei die Situationen von einem Fall zum anderen sehr verschieden sein und die ihnen entsprechenden Bewegungen bald diesem, bald jenem Organ zur Ausführung überlassen werden können, Situationen und entsprechende Bewegungen sich also in den verschiedenen Fällen weit weniger durch partielle Identität der Elemente als durch Gemeinsamkeit des Sinnes ähneln. (ebd., S. 172)

Andererseits handelt es sich bei dieser Integration ebenso wenig um eine intellektuelle Leistung des Verstandes. Sowenig wie die Gewohnheit ein Automatismus ist, sowenig ist sie eine Kenntnis (vgl. ebd., S. 174). Als typisches Beispiel einer Gewohnheit, die Wahrnehmungsmotive im Gefolge hat, nennt Merleau-Ponty den Umgang des Blinden mit seinem Stock (vgl. ebd.). Wenn dieser sich an das Führen seines Stockes gewöhnt hat, nimmt er schließlich den Stock selbst nicht mehr wahr; der Stock ist nicht länger Gegenstand seiner Wahrnehmung, sondern nun Werkzeug seiner Wahrnehmung, über das er unmittelbar so verfügt, wie wir über unserem Arm verfügen, wenn wir uns am Kopf kratzen. Was der Stock ihm meldet, ist weder objektive Ursache, die das entsprechende Verhalten des Blinden mechanisch verursacht, noch Grund, aus dem der Blinde Schlüsse über den Gegenstand ziehen muss; es ist Motiv, dem der Blinde die Gestalt des Gegenstandes unmittelbar entnimmt. Die These dieser Arbeit ist in etwa die, dass unser händisches Können, das „Parat-Haben“ mathematischer Kalküle eine ähnliche Funktion hat wie der Stock für den Blinden. Wer eine mathematische Methode sicher beherrscht, den lässt dieses Können etwas unmittelbar sehen, so wie der Stock des Blinden diesen die Gegenstände unmittelbar erkennen lässt. Durch

Üben wechselt die Methode die Seite, ist nicht mehr Gegenstand, sondern Struktur des Bewusstseins.

Dass der Erwerb von Gewohnheiten das Apriori unserer Wahrnehmung, d. h. unser Wahrnehmungsbewusstsein umstrukturiert, erkennt man z. B. auch daran, dass der erfahrene Autofahrer ohne messendes Abschätzen unmittelbar sieht, ob er mit seinem Fahrzeug in eine Parklücke oder durch eine enge Gasse hindurch passt (vgl. ebd.). Nur für den geübten Autofahrer gewinnt die Gasse dabei den Charakter eines Motivs als Engstelle, das eine gewisse Entsprechung im Handeln evoziert. Bei einem eskalierenden Streit in einem Gasthaus sieht der erfahrene Kampfsportler an der Körperhaltung des anderen unmittelbar, dass dieser ihm nicht gefährlich werden kann; oder er sieht unmittelbar, dass ein herumliegender Gegenstand sich als Waffe eignet (vgl. Crawford, 2016, S. 90). Die Wahrnehmung einer Situation hängt also entscheidend davon ab, was wir gewohnheitsmäßig können. Die These dieser Arbeit ist, dass eine Didaktik, die es dabei belassen wollte, dass Schüler das Lösen von quadratischen Gleichungen zwar im Prinzip verstehen, das Einschleifen (Zech) des Lösens aber als stupide vermeiden und an den Rechner auslagern wollte, wie jemand wäre, der dem Blinden die Funktion des Stockes zwar verständlich macht, ihm das langwierige Eingewöhnen jedoch vorenthält und den Blinden damit in der Lage gefangen hält, mit dem Bewusstsein immer angestrengt auf den Stock selbst gerichtet bleiben zu müssen und für die Dinge, die der Stock ihn eigentlich sehen lassen soll, so gerade blind zu bleiben.

6.4 Phänomenologie des Leibes

Merleau-Ponty setzt also das Subjekt weder als selbstmächtigen Geist an, noch reduziert er unseren Körper auf ein objektives Ding im Raum. Vielmehr setzt er ein Mittleres an, und zwar unseren Leib selbst. Unser Leib, so zeigt Merleau-Ponty, ist der Ursprung allen Wahrnehmens, Denkens, Wollens und Handelns. Was wir den physischen Körper nennen, ist davon nur die naturalistische Abstraktion, genau wie das absolute Erkenntnissubjekt davon nur die spiritualistische Abstraktion darstellt. Merleau-Ponty entnimmt unseren Erfahrungen mit dem Eigenleib die Phänomene und versucht so auf ganz andere Weise als Kant die Frage zu klären, um die es auch diesem ging: Wie gelangen wir über uns selbst hinaus in Beziehung zur Welt? Wenn er dabei zu dem Ergebnis kommt, dass es unser Leib ist, der im Erwerb einer Gewohnheit versteht (ebd., S. 174), so muss man sich dabei vor Augen halten, dass unser Leib kein Ding im Raum ist, der durch psychophysische Kausalzusammenhänge auf die objektive Situation reagiert. Vielmehr ist der Leib unsere ur-

sprüngliche „Verankerung in der Welt“, kein „Nachrichtenübermittler“, sondern ursprünglich auf „Sinn“ gerichtet (ebd., S. 28 f.). Von Geburt an sagt uns die Welt etwas, bietet uns Motive (Sinn) dar, weil wir einen Leib haben, der auf die Welt gerichtet ist. Der Leib ist eine Art impliziten Wissens, das wir über die Welt noch vor jedem expliziten Wissen haben. Das objektive Wissen der empirischen Wissenschaft kann hier zunächst nicht zurate gezogen werden, weil umgekehrt dieses objektive Wissen fundiert ist im impliziten Wissen, das unser Leib ist. So können wir zwar wissenschaftlich feststellen, dass der Blitz die Ursache des Donners ist, aber wir können das nur, weil wir a priori ein Wissen davon haben, was es überhaupt heißt, Ursache von etwas zu sein. Dies jedoch wissen wir nur, weil wir als Leib diese Erfahrung selbst machen, indem wir selbst Ursache von etwas werden: „Wie der Raum gründet sich auch die Kausalität, ehe sie noch eine Beziehung zwischen den Gegenständen ist, auf meinen Bezug zu den Dingen.“ (ebd., S. 333) Dabei handelt es sich um ein Wissen, das wir nie vollständig in objektives Wissen überführen können. Zwar können wir sagen, wie wir beim Tennis Ursache eines Aufschlags werden, nämlich indem wir den Schläger nehmen und einen Aufschlag ausführen. Aber wie wir mit unserem Arm den Schläger heben, wissen wir schon nicht mehr zu sagen: „Ich bewege äußere Gegenstände mit Hilfe meines eigenen Leibes, der sie an einem Ort erfaßt, um sie an einen anderen zu versetzen. Doch ihn selbst bewege ich unmittelbar.“ (ebd., S. 119) Wer nicht weiß, wie er seinen Arm heben soll, dem kann es auf keine Weise erklärt werden. Es zu wissen heißt hier nichts anderes als, es zu können. Unser Wissen, auch das wissenschaftliche, gründet in einem unmittelbaren Können unseres Leibes, weshalb Merleau-Ponty sagen kann: Das Bewusstsein ist ursprünglich kein Ich-denke, sondern ein Ich-kann (vgl. ebd., S. 166).

Die Funktion, die Kant den Kategorien des Verstandes zugeordnet hatte, ist also eigentlich die des Leibes. Beispielsweise verstehen wir Analogien wie: „Das Fell ist für die Katze, was das Gefieder für den Vogel ist.“ (ebd., S. 155), nicht indem wir Fell und Gefieder einem gemeinsamen Oberbegriff (etwa „natürliche Kleidung“) subsumieren, sondern weil beide Sätze für uns als leibliche Wesen eine unmittelbare Bedeutung haben. Es fällt uns deshalb auch leichter, die Analogie zu verstehen, als sie logisch zu analysieren. Merleau-Ponty zeigt am Beispiel eines durch eine Gehirnverletzung kognitiv Eingeschränkten, dass es dieser und nicht der Normale ist, der Analogien nur sehr mühsam kraft des abstrakten Verstandes zu verstehen gezwungen ist (vgl. ebd., S. 156). Dass das Auge sich zu den Farben verhält wie das Ohr zu den Tönen, versteht er zunächst

überhaupt nicht und schließlich nur, indem er sich folgenden Gedanken zurechtlegt: „Das Auge und das Ohr sind beides Sinnesorgane, also muss es wohl etwas Ähnliches sein, was sie leisten.“ (ebd.) Da er offenbar nicht unmittelbar versteht, muss er auf einen Syllogismus, d. h. auf das Schließen zurückgreifen: So wie Sokrates unter den Begriff des Menschen subsumiert und so auf dessen Sterblichkeit geschlossen wird, so werden hier Auge und Ohr unter den Begriff des Sinnesorganes subsumiert, um auf die Ähnlichkeit ihrer Leistungen zu schließen. Der Gesunde versteht hingegen die Analogie als leibliches Wesen unmittelbar. „Das lebendige Denken besteht mithin nicht im Subsumieren unter Kategorien.“ (ebd.)

Was aber ist unser Leib, wenn er kein Gegenstand im Raum wie die anderen Gegenstände ist? Er ist die Sphäre, mit der wir unmittelbar vertraut sind; die Sphäre, über die wir unmittelbar verfügen und über die wir unmittelbar Zugang zur Welt haben. Der Leib ist kein natürliches Ding, das uns von Natur aus mitgegeben ist. Zwar verfügen wir über ihn von Geburt an, aber nicht als über etwas Fixiertes. Wir müssen Erfahrungen sammeln. Genau genommen sollten wir nicht sagen, dass wir Erfahrungen *mit* unserem Leib machen. Wir sind unser Leib, sodass richtiger wäre zu sagen, dass wir *als* Leib Erfahrungen machen müssen. Wir machen Erfahrungen und erwerben Gewohnheiten und dehnen die Sphäre unseres Leibes mit der Zeit immer weiter aus, so wie der Blinde durch Gewöhnung an seinen Stock die Sphäre seines unmittelbaren Tastraumes ausdehnt. Es zeigt sich, dass das für alles Tun gilt: „daß alles Tun, auf das ich gewohnheitsmäßig mich einlasse, seinerseits seine Werkzeuge sich einverleibt und sie also an der originalen Struktur des Eigenleibes teilhaben läßt.“ (ebd., S. 116) Deshalb kann Merleau-Ponty auch von der „spezifische[n] Vergangenheit, die unser Leib ist“ (ebd., 110) sprechen. Der Leib ist die Spur dessen, worauf wir uns gewohnheitsmäßig eingelassen haben.

Der Leib mit seinen gewohnheitsmäßigen Erwerben ist das, was alles Verstehen erst ermöglicht, und deshalb hat das „Einschleifen“ (Zech) im Mathematikunterricht konstitutive Bedeutung für das Verstehen auch der weiterführenden Mathematik. Wer höhere Mathematik verstehen soll, der darf nicht jedes ihm begegnende mathematische Objekt erst kraft einer Anstrengung des abstrakten Verstandes immer erneut analysieren müssen; er muss vertraut sein mit ihnen, sich in ihnen einrichten. Ich kann, schreibt Merleau-Ponty, „durch das Mittel meines Leibes als Vermögen einer Anzahl vertrauter Handlungen in meiner Umgebung als Sammlung von manipulanda mich einrichten, ohne Leib und Umgebung erst als Objekte im Kantischen Sinn zu

nehmen“ (ebd., S. 130). Dem Geübten begegnen die Gegenstände „als Pole seines Tuns, definieren durch ihre verbundenen Sinne eine bestimmte, und zwar offene Situation, die eine gewisse Art von Entschluß, eine bestimmte Arbeit verlangen.“ (ebd., S. 132). Der Geübte steht nicht vor denselben Gegenständen wie der Ungeübte, mit denen er nur deshalb mehr anfangen kann, weil er ein größeres theoretisches Wissen abgespeichert hat. Vielmehr erscheinen sie ihm anders; sie bieten ihm, ohne dass er noch theoretische Schlüsse ziehen müsste, unmittelbar Möglichkeiten an. Sie fordern ihn auf. Der Geübte *sieht* den Sachverhalt anders; er steht in einer anderen Situation.

Auch wenn Merleau-Ponty sich vorwiegend damit beschäftigt, wie es möglich ist und was es heißt, dass wir die wirklichen Dinge der Welt verstehen, lässt er doch keinen Zweifel daran, dass auch das Verstehen geistiger Gebilde leiblicher Natur ist: „In gleicher Weise gibt es so etwas wie eine ‚Gedankenwelt‘, als eine Sedimentation unserer geistigen Leistungen, die uns gestattet, mit unseren erworbenen Begriffen und Urteilen zu rechnen wie mit daseienden und global gegebenen Dingen, ohne daß wir in jedem Augenblick deren Synthese aufs neue vollziehen müßten.“ (ebd., S. 158) Mit dem Handhaben geistiger Begriffe und Methoden verhält es sich wie mit dem Blindenstock. Der Ungeübte muss sie zum Gegenstand bewussten Begreifens machen, während der Geübte auf sie unmittelbar zugreifen kann und sie nun als Werkzeug des Begreifens gebrauchen kann. Das stellt ein leibliches Phänomen dar. Was unterscheidet meinen Leib von anderen Körpern im Raum? Vom Hammer dadurch, dass ich den Hammer nur vermittels meines Leibes beherrsche, meinen Leib aber unmittelbar. Vom Fernrohr dadurch, dass mir das Fernrohr die Welt nur vermittels meines Auges erschließt, mein Auge aber unmittelbar. Der Leib ist die Sphäre, über die ich handelnd und auffassend unmittelbar verfüge. Wenn es nun stimmt, dass etwas verstehen immer heißt, es auf etwas beziehen, das ich unmittelbar beherrsche (kann, mir klar ist etc.), so bedeutet Verstehen also, den Gegenstand auf die Sphäre zu beziehen, die ich mir bereits einverleibt habe. Üben, Gewohnheit, Können, kurz: das Einverleiben hat damit konstitutive Bedeutung für jedes Verstehen.

7. Implizites Wissen – Polanyi

Verblüffenderweise ist Michael Polanyi unabhängig von Merleau-Ponty und unter Verwendung ganz anderer Begrifflichkeit zu teilweise identischen Einsichten gelangt wie dieser. Es beginnt schon damit, dass für ihn die Widersprüchlichkeit, welche das Vorurteil der objektiven Welt nach sich zieht, der Anlass war, das Phänomen des impliziten Wissens

zu untersuchen: Polanyi wunderte sich, dass im Sozialismus „die Idee einer um ihrer selbst willen betriebenen Wissenschaft“ in Verruf geraten konnte zugunsten einer nur noch funktionalen ‚Wissenschaft‘ deren Interesse sich allein „auf die anstehenden Probleme des laufenden Fünfjahresplanes richten“ sollte (vgl. Polanyi, 2016, S. 13). Wie konnte der Sozialismus, der sich selbst als Resultat reinsten Wissenschaft versteht, eben diese Wissenschaft verunglimpfen?¹ Wenn so das objektive Wissen offensichtlich nicht taugt, sein eigenes Zustandekommen zu begreifen, dann ist entweder jedes Wissen überhaupt nur Illusion, oder aber man muss das Zustandekommen des objektiven Wissens von einer anderen Form des Wissens her zu verstehen versuchen. Wie Kant und Merleau-Ponty nimmt auch Polanyi aus diesem Grund eine Umkehr der Erklärungsrichtung vor. Die ursprüngliche Form von Wissen ist nicht das explizite Wissen der Wissenschaft, sondern, so Polanyi, ein implizites Wissen.

Polanyi geht von dem einfachen Phänomen aus, „daß wir mehr wissen, als wir zu sagen wissen“ (Polanyi, 2016, S. 14). Wir erkennen z. B. ein Gesicht unter tausenden ohne Probleme wieder, ohne jedoch sagen zu können, an welchen Merkmalen wir das Gesicht genau identifiziert haben. Dennoch sind es diese Merkmale, die das Gesicht von anderen unterscheiden. Wir haben von ihnen also offenbar ein Wissen, allerdings kein explizites, sondern nur ein implizites Wissen (ebd.). Er berichtet ferner von einem Experiment, in dem Probanden eine große Zahl sinnloser Silben gezeigt wurde,

wobei auf das Erscheinen einiger davon ein elektrischer Schlag erfolgte. Bald zeigte die Person Symptome der Antizipation des Stromstoßes beim Anblick der ‚Schocksilben‘; auf Befragen vermochte sie diese Silben gleichwohl nicht anzugeben (ebd., S. 17).

Hier entnimmt der Proband den Silben unmittelbar, wann der Stromstoß erfolgt. Als Silben werden sie ihm dabei nicht bewusst. Oder genauer ist er sich der Silben, wie Polanyi an anderer Stelle schreibt, nicht „fokal“, sondern nur „subsidiär“ bewusst (Polanyi 1962, S. 88). Er sieht die Silben nicht als Silben, sondern unmittelbar als die Bedeutung, die sie als Indikator für den Stromstoß haben. Und nur von dieser Bedeutung her, wird er sich der Silben implizit bewusst. Ein solches Phänomen nennt Polanyi „implizites Wissen“.

Das implizite Wissen verändert die Wahrnehmung. Der Proband nimmt die Silben nicht als Silben wahr, sondern sie sind für ihn unmittelbar die Bedeutung eines bevorstehenden Stromstoßes. Wie Merleau-Ponty erläutert auch Polanyi dies an dem Blinden mit seinem Stock (vgl. Polanyi, 2016, S. 21): Dieser nimmt die „Sensationen“ seiner Hand

nur implizit wahr, und zwar nicht als diese Sensationen selbst, sondern unmittelbar als die Bedeutung, die sie für das haben, worauf die Aufmerksamkeit des Blinden gerichtet ist; d. h. er nimmt sie unmittelbar als den ertasteten Gegenstand wahr. Das lässt sich direkt auf das beziehen, was wir oben über Kant erarbeitet haben: Das mit seinen Empfindungszuständen geübte Subjekt nimmt diese nur noch implizit wahr, und zwar nicht als Empfindungszustände, sondern unmittelbar in der Bedeutung, die sie haben, d. h. als äußere Gegenstände. Es sagt nicht, ich finde grün und braun in mir vor, sondern: dort steht ein Baum. Das lässt erkennen, wie sehr die Redeweise hier gerechtfertigt ist, dass der Blinde sich den Stock *einverleibe*. Er geht mit den vom Stock gelieferten Empfindungen genau so um, wie mit den vom eigenen Leib gelieferten Sinnesempfindungen.

Etwas verstehen bedeutet nach Polanyi nun nichts anderes, als ein Gegebenes unmittelbar in der Bedeutung zu erfassen, die es für das hat, worauf die Aufmerksamkeit gerichtet ist (ebd.). Damit haben wir Anschluss an das eingangs bereits Festgestellte: Einen Bruchterm verstehen heißt, dessen Bestandteile unmittelbar im Lichte z. B. einer möglichen Umformung aufzufassen. In dem Term $x^2 - 4y^2$ die Binomische Formel sicher zu identifizieren setzt voraus, die Bestandteile schon in dieser Bedeutung, d. h. schon als Bestandteile der Binomischen Formel aufzufassen. Es ist eine Fehldeutung zu glauben, dass man zunächst die einzelnen Bestandteile an sich bewusst auffassen und aus ihnen dann auf das Vorliegen einer Binomischen Formel schließen müsse. Der Geübte nimmt die Binomische Formel vor den Bestandteilen wahr und versteht die einzelnen Bestandteile umgekehrt als Glieder einer Binomischen Formel. Was der geübte Leser zuerst sieht, ist die Binomische Formel. Diese steht im fokalen Bewusstsein, während uns die einzelnen Bestandteile zunächst nur subsidiär bewusst sind. Sie sind Motive (Merleau-Ponty), denen wir die Binomische Formel unmittelbar entnehmen. Das setzt aber den Erwerb einer Gewohnheit, d. h. eine Neustrukturierung des Bewusstseins voraus bzw. dessen Artikulation. Und dazu bedarf es des übenden Umgangs. Ohne Übung sind die Variablen und Zahlen für den Schüler nichts als bloß dieses: Variablen und Zahlen. So wie für den ungeübten Blinden die „Sensationen“ nichts als diese Sensationen, für den Probanden die Silben nichts als diese Silben; für das Subjekt seine Wahrnehmungsempfindungen (grün, braun) nicht der Baum sind. Eine verstehensorientierte Didaktik irrt, wenn sie das schließende Denken des Mathematikers als Vorbild des Verstehens nimmt. Das Schließen ist nur der Notnagel der Mathematik dort, wo sie noch nicht versteht. Ver-

stehen fußt hingegen auf einem gewohnten Umgang mit den Dingen, d. h. auf einem gewohnheitsmäßigen Können.

Ebenso wie Merleau-Ponty wird auch Polanyi in diesem Zusammenhang auf die Sonderstellung des eigenen Körpers aufmerksam:

Unser Körper ist das grundlegende Instrument, über das wir sämtliche intellektuellen oder praktischen Kenntnisse von der äußeren Welt gewinnen. [...] Unser Körper ist das einzige Ding in der Welt, das wir gewöhnlich nie als Gegenstand, sondern als die Welt erfahren, auf die wir von unserem Körper aus unsere Aufmerksamkeit richten. (ebd., S. 23)².

Dass das Üben, der gewohnheitsmäßige Umgang, zur Veränderung der Wahrnehmung führt, hat auch für Polanyi mit der leiblichen Verfasstheit des Subjekts zu tun:

Wann immer wir bestimmte Dinge gebrauchen, um von ihnen aus auf andere Dinge zu achten, - also so wie wir unseren Körper stets gebrauchen -, verändern diese Dinge ihr Aussehen. Sie erscheinen uns *als* diejenigen Entitäten, auf die wir von jenen aus unsere Aufmerksamkeit richten [...]. In diesem Sinne könnten wir sagen, daß wir uns die Dinge einverleiben, wenn wir sie als [...] Terme eines impliziten Wissens fungieren lassen – oder umgekehrt, daß wir unseren Körper soweit ausdehnen, bis er sie einschließt und sie uns innewohnen.“ (ebd., S. 23 f.)

Dabei werden wir der veränderten Bedeutung der Dinge, die wir als „Glieder eines impliziten Wissens fungieren lassen“ (ebd., S. 25) nicht durch den „bloßen Blick“ (ebd.) auf diese Dinge gewahr; d. h. nicht, indem wir einfach „aufmerksamer“ (vgl. Abschnitt 6.1) auf die Einzelheiten hinblicken. Was hier stattdessen erfordert ist, nennt Polanyi „Einfühlung“ (ebd.) in den Bedeutungszusammenhang. Das entspricht etwa dem, was Merleau-Ponty mit seinem Motivbegriff zu fassen versucht. Die Silben, die der Proband nicht als Silben, sondern unmittelbar in ihrer Bedeutung erfasst, bieten nach Merleau-Ponty ein Motiv, den Stromstoß unmittelbar zu erwarten. Beide betonen durch die Wahl ihres Ausdruckes die Unmittelbarkeit dieses Vorgangs. Das Erfassen der Bedeutung ist kein Akt theoretischen Schließens, und deshalb gelingt er nur auf dem Boden erworbener Erfahrung (natürlich gehört der Akt ebenso wenig in die Kategorie des Pawlow'schen Speichelflusses).

Polanyi weist auf die Gefahr hin, dass die bewusste Konzentration auf die einzelnen Glieder eines impliziten Wissens, dieses Wissen selbst zerstört (vgl. ebd., S. 25 ff.). Konzentrieren wir uns auf einzelne Merkmale eines Gesichts, verliert dieses seine uns bekannte Identität. Machen wir uns durch mehrmaliges Wiederholen den Laut eines Wortes bewusst, verliert es seine Bedeutung und ist nur noch Laut.

Um also die Bedeutung des komplexen Ganzen erfassen zu können, dürfen die Glieder des Komplexes nur „subsidiär“ bewusst bleiben und nicht in den Fokus des Bewusstseins rücken. Das zu gewährleisten, ist der eigentliche Sinn des Übens im Mathematikunterricht, so die These dieser Arbeit. Eine Didaktik, die sich darauf beschränkt, dass die Kinder die Buchstaben zwar verstehen, aber nicht mehr „parat haben“, führt zwar zu der Fähigkeit, die Buchstaben eines Wortes zu identifizieren und nachzustottern; sie kann aber nicht zur Fähigkeit sinnverstehenden Lesens führen. Dazu müssen die Buchstaben so geläufig werden, dass sie aus dem fokalen ins subsidiäre Bewusstsein zurücktreten können. Sie müssen die Seite wechseln und nicht mehr das sein, was wir bewusst fokussieren, sondern das werden, womit wir anderes, nämlich den Sinn des Textes, fokussieren.

Der gewohnheitsmäßige Umgang mit den Dingen lässt ihnen eine neue Bedeutung zukommen und verändert ihre Wahrnehmung. Diese Dinge in ihrer veränderten Wahrnehmung bilden nun die Grundlage für das Verstehen einer mathematischen Theorie: „Eine mathematische Theorie kann nur so errichtet werden, daß sie sich dabei auf ein früheres implizites Wissen stützt, und sie kann nur in einem Akt impliziten Wissens als Theorie fungieren, nämlich so, daß wir uns von ihr aus der früher erworbenen Erfahrung, auf die sie bezogen ist, zuwenden.“ (ebd., S. 28)³ Eine Theorie bleibt leer, wenn wir über keine Erfahrung verfügen, auf die wir sie beziehen können. Mathematische Verfahren und Begriffe können also gar nicht verstanden werden, ohne dass man über Erfahrung im Umgang mit dem verfügt, worauf sie sich beziehen. Den Begriff der Lösung einer Gleichung versteht nur der, der erfahren im Lösen von Gleichungen ist.

8. Konsequenzen für die Didaktik

Der Fehler unseres Schülers von oben muss – das war unsere These – seine Ursache nicht darin haben, dass er zu wenig verstehensorientierte Mathematik genossen hat, sondern darin, dass ihm die Gewohnheit fehlt und als Folge der Bruch ihm nichts sagt. Ihm fehlt das gewohnheitsmäßige Können, und deshalb fordert der Bruch ihn nicht zu den entsprechenden Operationen auf. Mit der fehlenden Gewohnheit fehlen der mathematischen Situation auch die entsprechenden Motive. Der Schüler vermag es nicht, die Bestandteile des Bruches als Glieder eines impliziten Wissens fungieren zu lassen, sodass sie keine über sich selbst hinausweisende Bedeutung für ihn erlangen. Er sieht nicht, und da er aufgefordert ist, sich irgendwie zu der gestellten Aufgabe zu verhalten, geht er sie an, wie jener Kranke die Analogie von Auge und Ohr angeht: Er kramt abstrakt

nach Wissen über Produkte und Brüche und vergreift sich. Mathematische Ausdrücke müssen also zum konkreten Motiv werden und dürfen nicht bloß Anlass einer abstrakten Interpretation bleiben, wenn der Schüler sich sicher in ihnen bewegen können soll. Sie dürfen nicht im Stadium nur prinzipiell verstandener Theorie bleiben, sondern müssen in ein gewohnheitsmäßiges Können überführt werden, sodass sie selbst zu Strukturen des Bewusstseins werden, wie der Blindenstock zu einer Art zusätzlichem körperlichen Glied wird. Erst dann kann der Schüler die entscheidenden Strukturen am Bruch überhaupt *sehen*.

So sind z. B. Zahlen nie ein reiner Begriff (vgl. Merleau-Ponty, 1974, S. 162), sondern eine „Bewußtseinsstruktur“ (ebd.), d. h. sie stellen einen Erwerb dar, der durch einen früheren Umgang erworben wurde. Eine Handlung wie das flüssige Zählen ist dem Subjekt nur dann möglich, wenn gewisse Operationen ablaufen, ohne dabei im Zentrum des Bewusstseins stehen zu müssen, sondern diese vielmehr „den Boden bilden, auf dem die weiteren Operationen beruhen können.“ (ebd.) Oder mit Polanyi gesprochen: Nur wenn gewisse Operationen dabei im subsidiären Bewusstsein bleiben können, kann das fokale Bewusstsein auf das Zählen gerichtet werden. Üben und Gewohnheit sind aber das, was uns in die Lage versetzt, gewisse Operationen als subsidiäre Glieder eines impliziten Wissens fungieren zu lassen. Das Üben hat also bei weitem nicht nur den Sinn, Rechnungen mechanisch, d. h. schneller bewältigen zu können, sondern vor allem den, einen Boden zu liefern für darüber hinaus gehende mathematische Operationen.

Üben, „Einschleifen“ führt zu einem Einverleiben von Begriffen und Verfahren. Weil wir über sie dann unmittelbar verfügen, sind sie nicht mehr Gegenstand, sondern Mittel des Verstehens. Sie sind dann der neue Boden, von dem aus wir verstehen. Wir können daher auf das Einschleifen nur sehr bedingt verzichten, auch wenn neue Medien immer effektiver das Rechnen für uns übernehmen können. Denn im Ausbilden eines gewohnheitsmäßigen Könnens auf der einen Ebene schaffen wir die Voraussetzung dafür, die nächst höhere Ebene verstehen zu können.

Schließlich dürfte die konstitutive Funktion des Eigenleibes dem digitalen Lernen noch in anderer Hinsicht Grenzen setzen. Erlangt beispielsweise ein Blind-Geborener durch Operation plötzlich das Augenlicht, so ist, was er sieht, zunächst nur ein verschwommenes Chaos. Erst nach und nach gelangt Bestimmtheit in sein visuelles Feld. Dass das Blaue des Himmels nicht mit dem Grün des Baumes verbunden ist, ist dem visuellen Feld nicht zu entneh-

men, sondern setzt eine Raumvorstellung voraus. Der Blindgeborene muss deshalb die räumliche Struktur in das visuelle Feld erst hineinzulesen lernen, um Himmel und Baum als getrennt wahrnehmen zu können. Die Tiefe des Raumes lässt sich aber nicht einfach sehen. Das lässt sich daran erkennen, dass wir die Tiefe auf Fotos sehen, obwohl das Fotopapier gar keine Tiefe enthält, sondern nur eine zweidimensionale Farbverteilung darstellt. Die Tiefe des Raumes ist dem visuellen Feld folglich nicht einfach entnommen, sondern sie wird von uns in das visuelle Feld hineingelesen. Deshalb können wir Raum auch dort sehen, wo keiner ist, nämlich auf Fotos. Der Blind-Geborene muss das erst lernen, was er nur kann, indem er tastet und sich selbst im Raum bewegt und gleichzeitig die Veränderungen im visuellen Feld damit abgleicht. Nur indem wir als Leib Erfahrungen mit der räumlichen Beziehung zwischen uns und den Gegenständen machen und uns dadurch Wahrnehmungsgewohnheiten zulegen, lernen wir, den Raum zu sehen. Würde man dem Blind-Geborenen eine Virtual-Reality-Brille aufsetzen und ihm 3D-Filme zeigen, würde er zu keiner visuellen Raumvorstellung gelangen können. Ohne leibliche Gewohnheiten erworben zu haben, könnten wir keine Fotos oder Filme verstehen. Nicht alles, was wir digital genießen können, können wir also auch digital erlernen. Dafür ist die Raumvorstellung ein schlagendes Beispiel. Auf der Raumvorstellung beruht aber die gesamte Geometrie. Ohne leibliche Erfahrungen mit dem Raum der realen Welt gibt es keine Geometrie. Nur aufgrund von leiblichen Erfahrungen artikulieren sich im Bewusstsein räumliche Strukturen. Wo der Geometer meint, reines Denken zu praktizieren, ist es in Wahrheit ein Apriori leiblicher Gewohnheit, das ihn räumliche Beziehungen überhaupt erst sehen lässt. So weist Merleau-Ponty nach, dass das formale Denken mathematischer Geometrie immer aufrucht auf einem intuitiven Denken, das leiblichen Ursprungs ist. Beispielsweise könnten wir keinerlei formalen Begriff einer Linie bilden, wenn wir nicht intuitiv, d. h. unmittelbar mit dem Finger eine Linie durch den Raum zu zeichnen wüssten. Solchen leiblichen Intuitionen sind die geometrischen Formalismen allesamt erst nachträglich abgewonnen (vgl. ebd., S. 437 ff.). Deshalb dürfte auch in der Geometrie das sichere Verständnis davon abhängen, dass ein gewohnheitsmäßiges Können im Zeichnen per Hand ausgebildet wird. Das heißt nicht, dass Geometrie per Smartphone oder Tablet nicht den Unterricht bereichern kann, aber man muss hier genau wissen, was man in welcher Jahrgangsstufe tut.

Schließlich sei noch angemerkt, dass das „Schocksilben“-Experiment, von dem Polanyi berichtet, auch zeigt, dass der Proband dabei ein implizites

Wissen erwirbt, das zu keinem Zeitpunkt ein explizites Wissen war. Was bedeutet das? Dass der Proband mehr lernt als ihm bewusst ist. Die Sache, mit der er befasst ist, vermittelt ihm mehr Wissen, als er explizit benennen kann. Auch das sollte bei der Frage des Übens mitbedacht werden: Das Üben lässt den Schüler immer mehr verstehen, als dieser und auch als der Lehrer selbst mitteilen kann. Der übende Umgang mit den Dingen ist immer produktiver als wir je explizit wissen können. Es ist nicht der Schüler, der sich selbst bildet, und auch nicht der Lehrer, der den Schüler bildet. Es sind die Sachen, auf die wir uns übend immer wieder einlassen, die uns bilden.

Fazit

Wir können wie folgt zusammenfassen: Lernen ist kein rein geistiger Vorgang im Unterschied zu einem rein körperlichen. Lernen ist ein leiblicher Vorgang. Geist als absolute Spontaneität kennt keine Gewohnheiten, und Reiz-Reaktionsketten bleiben letztlich immer auf der Ebene des speichelnden Hundes von Pawlow. Verstehen ist weder in vollkommen geistigem Selbstbesitz noch eine bewusste Reaktion auf einen Reiz. Verstehen ist bewusstes Wissen, aber bedingt durch ein Wissen, das implizit bleibt. Es ist bedingt durch leibliche Gewohnheiten. Wie wir nichts anheben können, ohne unmittelbar unseren Arm anzuheben, so können wir auch nichts verstehen, ohne uns dabei auf Wahrnehmungsgewohnheiten zu stützen, über die wir als leibliche Wesen unmittelbar verfügen. Etwas verstehen heißt, es auf etwas zu beziehen, über das wir unmittelbar verfügen. Der Leib ist die Sphäre, über die wir unmittelbar verfügen. Üben hat deshalb vor allem den Sinn, die leibliche Sphäre unmittelbaren Verfügens auf immer weitere Sphären auszudehnen. Beim Üben bis zum sicheren Können geht es nicht um das Erwerben von Schnelligkeit, sondern von Unmittelbarkeit. Können hat für das Verstehen konstitutive Bedeutung.

Anmerkungen

¹ Übrigens eine interessante Parallele zu der Tatsache, dass der Psychologe Weinert (auch wissenschaftliche) Kompetenz nicht mehr an Wahrheit misst, sondern allein an dem Nutzen, welche Probleme auch immer zu lösen.

² Im Vergleich zu Merleau-Ponty scheint Polanyi zwar einfacher zu verstehen zu sein, sodass man empfehlen kann, sich zunächst über ihn in den Sachverhalt hineinzufinden. Das liegt aber auch daran, dass er seine Begriffe nicht so sorgsam abwägt wie Merleau-Ponty. Wenn er unseren Körper als „Ding in der Welt“ beschreibt oder als „Instrument“, dann ist Vorsicht geboten, weil diese Begriffe bereits der objektiven Welt entstammen und er auf sie streng genommen hier noch nicht zugreifen dürfte.

Merleau-Ponty dagegen vermeidet bewusst die Begrifflichkeit der objektiven Welt und ist deshalb schwerer zu verstehen. Polanyi ist also zwar leichter, aber auch leichter falsch zu verstehen.

³ Polanyi denkt hierbei allerdings nicht an die Mathematik. Wenn er hier von mathematischer Theorie spricht, so hat er eher die Theorien der mathematischen Physik über die Natur vor Augen.

Danksagung

Ich danke herzlich Wolfram Meyerhöfer für die offene Diskussion und das aufmerksame und kritische Lesen. Ohne seine Hilfe wäre dieser Aufsatz sicher so nicht erschienen.

Literatur

- Crawford, M. B. (2016). *Die Wiedergewinnung des Wirklichen. Eine Philosophie des Ichs im Zeitalter der Zerstreuung*. Berlin: Ullstein.
- Elschenbroich, H.-J. (2017). Ein Brandbrief kommt selten allein. *NU Journal* 3/2017, 207-209.
- Kant, I. (1787). *Kritik der reinen Vernunft*. Ausgabe B.
- Merleau-Ponty, M. (1974). *Phänomenologie der Wahrnehmung*. Berlin: de Gruyter.
- Polanyi, M. (1962). *Personal Knowledge*. London: Routledge.
- Polanyi, M. (2016). *Implizites Wissen*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Schwenk-Schellschmidt, A. (2013). Mathematische Fähigkeiten zu Studienbeginn. *Die neue Hochschule*, 1/2013, 26-29.
- Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik*. Weinheim und Basel: Beltz.

Anschrift der Verfasser

Ralf Wiechmann
 Beuerberger Str. 17
 82515 Wolfkratshausen
ralf.wiechmann@uni-dortmund.de