

# Ko-konstruktive Lerngespräche unter Grundschulkindern

## Ergebnisse einer empirischen Studie zur sozialen Interaktion im Mathematikunterricht

von

**Daniela Götze, Dortmund**

*Hartmut Spiegel zum 70. Geburtstag gewidmet*

**Kurzfassung:** In den letzten Jahren sind die Forderungen nach einem Mathematikunterricht, in dem Kinder mehr Spielraum für die Verständigung über ihre Lösungswege untereinander haben, immer lauter geworden. Derartige ko-konstruktive Aushandlungsprozesse gelten als Indikator guten Unterrichts. Die in diesem Artikel vorgestellte Studie analysiert die empirisch erhobenen Daten zum ko-konstruktiven Lernen von Drittklässlern in sogenannten „Mathekonferenzen“. Dabei liegt der Fokus auf der Analyse der Effektivität und der spezifischen Beschaffenheit dieser ko-konstruktiven Kleingruppengespräche. Zudem werden auf der Entwicklungsebene Einblicke in mögliche Ansätze zur gelingenden Implementation dieser Methode im Grundschulmathematikunterricht gegeben.

**Abstract:** In the last years the demands that children should have more opportunities to discuss and reflect their solutions of a mathematical task with each other become louder and louder. Many current researches highlight the central importance of student participation in social interaction and call for student-centred, peer-based methods in mathematics classrooms. Consequently knowledge co-construction seems to be an important factor for individual learning. This article explores the nature of helping behaviour of third graders within co-constructive peer-directed small groups called „Mathekonferenz“ that may be effective for learning. Furthermore this paper gives hints to create the conditions to implement this method in mathematics learning and teaching in primary school.

### 1 Über mathematische Entdeckungen sprechen

Es ist hinreichend akzeptiert, dass das Lernen nicht nur ein individueller Prozess ist, sondern in Anlehnung an Vygotsky (1978) immens durch den sozialen Kontakt mit anderen beeinflusst wird. So gehören nach Brophy (2000) „aktivierende Gespräche“ sowie „kooperative Lernformen“ zu den möglichen Schlüsselvariablen für qualitativ vollen Unterricht (für Details hierzu vgl. Brophy 2000; Helmke & Schrader 2008). Dementsprechend haben die Bildungsstandards das Kommunizieren als eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen gesondert herausge-

stellt und verlangen in diesem Bereich u.a., dass die Kinder „eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren“ und zudem „Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten“ (vgl. KMK 2005, S. 8). Bauersfeld (2002, S. 12) hat diesbezüglich die Forderung konstatiert, dass im Mathematikunterricht eine „Kultur des wechselseitigen Bemühens um Verstehen und Verstanden werden“ (ebd., S. 12) entwickelt werden sollte. Diese durch soziale Interaktion geprägte Form des Lernens wird in der aktuellen Unterrichtsforschung als „ko-konstruktiv“ bezeichnet (vgl. Brandt & Höck 2011) und verlangt nach einem kommunikativen Austausch unter den Schülerinnen und Schülern aber auch zwischen Lehrkräften und den Schülerinnen und Schülern (vgl. ebd.). Ko-Konstruktion findet demnach im sozialen Austausch von mindestens zwei Personen statt. Über diese recht allgemein gehaltene Definition hinausgehend, finden sich in der Literatur eine Vielzahl an unterschiedlichen Ausprägungen und Interpretationen des Begriffs „Ko-Konstruktion“ (für einen Überblick der verschiedenen Ausrichtungen vgl. Brandt & Höck 2011). In diesem Beitrag soll Ko-Konstruktion im Sinne einer symmetrischen Konstellation verstanden werden, d.h. der Austausch findet unter gleichberechtigten Teilnehmern des Diskurses statt:

„Problembewältigung als Ko-Konstruktion erfolgt damit nicht arbeitsteilig durch eine Zerlegung in Teilprobleme oder durch den Austausch von Expertenwissen, sondern gemeinsam und weitgehend in Face-To-Face-Interaktion. [...] [D]ie gemeinsam ausgehandelte Ko-Konstruktion sollte also für alle Beteiligten neue Deutungsaspekte bei der gemeinsamen Problembewältigung beinhalten und damit auch individuelle Lernprozesse eröffnen“ (ebd., S. 250).

Hengartner (1992) verdeutlicht mögliche Potentiale solcher symmetrischen Ko-Konstruktionen, denn er stellt die Hypothese auf, dass in einer durch reichhaltige Aufgaben ausgelösten Interaktion unter Kindern in *Kleingruppen* der wohl wirkungsvollste Weg zum produktiven Denken liege, den wir im Mathematikunterricht anbieten können (vgl. Hengartner 1992, S. 15). Vor diesem Hintergrund haben Sundermann und Selter (1995) in Anlehnung an das Ich-Du-Wir-Prinzip nach Gallin und Ruf (1995) die Methode der „Rechen-/Mathekonferenzen“ als eine mögliche Form des sozialen Austausches über mathematische Inhalte unter Kindern entwickelt. Hierbei treffen sich drei bis vier Kinder in einer Kleingruppe zusammen und tauschen sich über ihre unterschiedlichen Strategien und/oder Entdeckungen zu einer mathematischen Aufgabe aus. Diese Methode des sozialen Austausches unter Schülerinnen und Schülern kann durch die (zeitlich versetzte) sprachliche Aktivierung aller Kinder in einem Setting, das auf soziale Interaktion unter Kindern abzielt, sowohl individuelles als auch soziales Lernen unterstützen und damit ko-konstruktive Lernprozesse initiieren. Die hierbei stattfindenden Gespräche lassen sich in Anlehnung an Miller (2006) als mathematischer Diskurs bezeichnen, denn verschiedene Herangehensweisen und Lösungswege müssen aus-

gehandelt werden (vgl. Nührenbörger 2009; Nührenbörger & Steinbring 2009), d.h. es werden

„Differenzen in Bezug auf einen zentralen inhaltlichen Aspekt ausgemacht. [...] Letztlich bewegt sich der Diskurs im Spannungsfeld zwischen dem Dissens über die strittige Frage und dem gemeinsam angestrebten Konsens mit Hilfe von Argumenten“ (Nührenbörger 2009, S. 112).

Die in diesem Beitrag vorgestellte Studie betrachtet hierbei aber die möglichen diskursiven Aushandlungen der Schülerinnen und Schüler allenfalls implizit. Es soll also nicht darum gehen, in einer Turn-by-Turn-Analyse die Aushandlung differenter Deutungen in den Blick zu nehmen. Explizit setzt die Studie bei einer (sinngemäßen) Typenbildung (vgl. Kelle & Kluge 1999) auslösender Momente und Gelingensbedingungen der Ko-Konstruktion von geteiltem Wissen in leistungsheterogen zusammengesetzten Mathekonferenzen an, und will damit zeigen, welche Formen der ko-konstruktiven Kommunikation in diesen Mathekonferenzen lernprozessauslösende Effekte bei den Kindern haben können.

## 2 Kommunikation und Lernerfolg

### 2.1 Konstruktion von Wissen durch Erklären

Dass das Verbalisieren von eigenen Lösungs- und Gedankengängen als eine konstruktive Tätigkeit eng mit einem Lernerfolg verbunden sein kann, ist in den letzten Jahrzehnten aus unterschiedlichen Forschungsperspektiven vielfach erforscht worden. Hierbei sind für die in diesem Beitrag beschriebene Studie insbesondere zwei Forschungsstränge von besonderer Relevanz: den der Effekte von *Selbsterklärungen* auf den eigenen Lernprozess sowie den bzgl. der Lerneffekte in *kollaborativen Arbeitsphasen* unter Schülerinnen und Schülern.

#### 2.1.1 Selbsterklärungen

Der kommunikative Akt von Selbsterklärungen richtet sich im eigentlichen Sinne immer an den Erklärenden selbst. Es geht also vordergründig darum, seine eigenen Gedanken in Worte zu fassen, um durch diesen konstruktiven Akt des Verbalisierens neue Lerninhalte zu verinnerlichen sowie Fehlkonzepte zu entdecken (vgl. Chi 2000, S. 165). Renkl (1999) erweitert die Bedeutung von Selbsterklärungen auf das schulische Lernen. Erklärungen für andere können nach Renkl (1999) auch Erklärungen für einen selbst sein (vgl. ebd., S. 480). Tauschen sich Schüler ko-konstruktiv über einen Lerninhalt aus, so können die für die Mitschüler formulierten Erklärungen auch den eigenen Prozess des Verstehens vorantreiben (vgl. ebd.).

Die Forschungen um die Effekte des Selbsterklärens haben sich in den letzten Jahren deutlich spezifiziert. Waren Anfangs die Forschungsergebnisse hinsichtlich der Effektivität von Selbsterklärungen noch sehr heterogen, so hat ein zunehmend dif-

ferenzierterer Blick auf die Art der Selbsterklärungen und die Gelingensbedingungen von individuellen Lernprozessen große Erkenntnisfortschritte gebracht.

In den vordergründig quantitativ angelegten Pre-Posttest-Studien mit Kontrollgruppen müssen Probanden (meist Sekundarstufenschüler oder Studenten) wissenschaftliche Texte oder auch Musterlösungen zu Problemlöseaufgaben entweder sich selbst (vgl. z.B. Chi et al. 1994) oder auch anderen Probanden (vgl. z.B. Renkl 1999) laut erklären. Die Forschungsergebnisse differieren dabei recht stark und zeigen signifikante (vgl. z.B. Chi et al. 1994) oder aber auch gar keine (vgl. z.B. Renkl 1996) Unterschiede in der Anzahl korrekt beantworteter Fragen von Pre- und Posttest der Probanden der Experimental- und Kontrollgruppe. Das laute Erklären an sich scheint angesichts der differenten Forschungsergebnisse noch kein Garant für mögliche individuelle Lernprozesse zu sein. Hausmann und van Lehn (2007) haben hierfür folgenden Erklärungsansatz:

„During self-explaining, the student is engaged in an active learning process, which includes accessing prior knowledge from long-term memory, using common-sense reasoning, employing sense-making strategies, and doing so from their own background knowledge. Therefore, there may be something special about the activity of explaining that is important for learning“ (Hausmann & van Lehn 2007, S. 1068).

Zur Analyse der spezifischen Besonderheit einer lernprozessauslösenden (Selbst-) Erklärung werden in neueren Forschungen entweder Gesprächsstrategien von Probanden mit individuellem Lernzuwachs und denen ohne miteinander verglichen, mit dem Ziel, unterschiedliche Typen („Typenbildung“ nach Kelle & Kluge 1999) von Selbsterklärern zu identifizieren (vgl. z.B. Renkl 1999). Oder es wird jede einzelne Selbsterklärung eines Probanden dahingehend kodiert, ob sie als qualitativ hochwertig oder weniger hochwertig für den individuellen Lernprozess eingestuft werden kann (vgl. z.B. Roy & Chi 2005), um daraus Rückschlüsse auf einen möglichen individuellen Lernprozess ziehen zu können.

Entsprechend stellt Renkl (1999) beim qualitativen Vergleich der Probanden mit Lernzuwachsen im Posttest und denen ohne je zwei Typen vielversprechender und weniger vielversprechender Selbsterklärer heraus. Die vielversprechenden Selbsterklärer versuchen entweder jeden einzelnen Rechenschritt des Lösungsweges möglichst genau zu erklären („principle-based explainers“; vgl. ebd., S. 480) oder versuchen sogar zu erklären, warum dieser Rechenschritt für den Lösungsprozess der Aufgabe von Bedeutung ist („anticipative reasoners“; vgl. ebd.). Dagegen sind die weniger vielversprechenden Selbsterklärer meist viel zu passiv und erklären wenig („passive explainers“; vgl. ebd.), oder sie nehmen die Musterlösungen zu den einzelnen Aufgaben nur sehr oberflächlich wahr und gehen viel zu schnell zu einer neuen Aufgabe über („superficial explainers“; vgl. ebd.). Je intensiver die Interaktion mit dem neuen Lerninhalt ausfällt, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass gelernt wird.

Bei Roy & Chi (2005) werden die unterschiedlichen Selbsterklärungen gemäß ihrer Qualität kodiert. Dabei wird zwischen „high quality self-explanations“ – wie Generieren von Schlussfolgerungen, Selbstreflexion, tiefe Analyse der Lerninhalte – und „low quality self-explanations“ – wie wiederholtes Lesen – unterschieden (vgl. Roy & Chi 2005, S. 273).

„[...] it was found that students who spontaneously generated a larger number of high quality self-explanations while studying incomplete worked out examples scored twice as high on a post-test than students who generated many fewer high quality self-explanations“ (Roy & Chi 2005, S. 73).

Die Detailanalysen zeigen daher, dass nicht jede Form von (Selbst-)Erklärung zu einem Erkenntnisfortschritt führt. Vielmehr scheint die Art bzw. die Qualität der (Selbst-)Erklärung einen signifikanten Einfluss auf den Erkenntnisfortschritt zu haben. In neueren Studien (vgl. Chi 2009) wird vermutet, dass z.B. ein Feedback über die Güte der gemachten Erklärungen die Lerneffekte noch deutlich steigern könne, denn

„[a]lthough self-explaining may be a powerful constructive activity, it may not be as powerful as jointly explaining with a partner, an interactive activity. There is suggestive evidence that jointly explaining either with an expert (Chi et al., 2008) or with a peer (Hausmann & VanLehn, 2007) is more beneficial to learning than self-explaining alone“ (Chi 2009, S. 97).

Für die Erforschung von Lernprozessen im Mathematikunterricht stellt sich daher die Frage, ob Grundschulkindern über derartige Strategien für „high quality self-explanations“ (Roy & Chi 2005) überhaupt verfügen resp. wie diese Strategien den Kindern im Mathematikunterricht als mögliche Kommunikationsstrategien näher gebracht werden können. Ebenso ist unklar, ob und wie das Feedback der Mitschülerinnen und Mitschüler einen Einfluss auf die Art der Erklärungen sowie die Identifikation von Fehlern haben kann. Ebenso scheint es bedeutsam zu erforschen, ob auch in Mathekonferenzen typische Gesprächsstrategien (vgl. Renkl 1999) identifizierbar sind.

### 2.1.2 Kollaboratives Lernen

Die Begriffe „kollaboratives Lernen“ und „kooperatives Lernen“ werden in der deutschsprachigen Literatur oftmals synonym verwendet, meinen allerdings im englischsprachigen und auch in diesem Beitrag etwas Differentes: Während das kooperative Lernen mehr auf die Erarbeitung eines gemeinsamen *Ergebnisses* fokussiert, steht beim kollaborativen Lernen der *gemeinsame Lernprozess* und die *geteilte Wissensbasis* im Vordergrund (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 1999). Von daher spielen in der Forschung zum kollaborativen Lernen diskursauslösende oder auch -verdichtende Gesprächsformen eine zentrale Rolle, die von Barnes und Todd (1977; vgl. auch Barnes 1992) als „exploratory talk“ bezeichnet werden. Sie gelten als Schlüsselkomponente für effektives kollaboratives Lernen (vgl. z.B.

Mercer & Littleton 2007) und werden in neueren Studien als eine Form ko-konstruktiver Gespräche angesehen (vgl. Rojas-Drummond et al. 2008).

Die Gründe für das von- und miteinander Lernen während eines „exploratory talk“ liegen laut Howe und Mercer in der Interaktionsverdichtung („verdichtete Interaktion“ vgl. Krummheuer & Brandt 2001) denn

„it involves partners in a purposeful, critical and constructive engagement with each other’s ideas. Statements and suggestions are offered for joint consideration. These may be challenged and counterchallenged, but challenges are justified and alternative hypotheses are offered. Partners all actively participate, and opinions are sought and considered before decisions are jointly made“ (Howe & Mercer 2007, S. 6).

Was allerdings genau „exploratory talk“ kennzeichnet, ist relativ weit gefasst. Eine grobe Definition ist bei Mercer (2000) zu finden:

„Exploratory talk is that in which partners engage critically but constructively with each other’s ideas. Relevant information is offered for joint consideration. Proposals may be challenged and counter-challenged, but if so reasons are given and alternatives are offered. Agreement is sought as a basis for joint progress. Knowledge is made publicly accountable and reasoning is visible in the talk“ (Mercer 2000, S. 98).

Durchaus differenzierter betrachten Keefer et al. (2000) diesen Begriff, indem sie zwei wesentlich unterschiedliche Gesprächsmerkmale eines „exploratory talk“ definieren. Das eine Merkmal wird als „critical discussion“ bezeichnet, welches sich dadurch kennzeichnet, dass aus unterschiedlichen Ansichten und Argumenten geteiltes Wissen hergestellt werden muss. Zum anderen können aber auch Wissenslücken Bestandteil eines lernförderlichen kollaborativen Gespräches sein, was als „explanatory enquiry“ bezeichnet wird (vgl. Keefer et al. 2000). Allerdings sind beide Merkmale nicht wirklich trennscharf (vgl. Littleton & Howe 2010, S. 280). Ebenso können laut Teasley (1995) „metacognitive statements“ („Was wissen wir bereits? Was fehlt noch?“) als „exploratory talk“ angesehen werden, da dadurch der Diskurs unter den Kindern aufrecht gehalten wird. Übereinstimmend ist in kollaborativen Phasen im Sinne des „exploratory talk“ unter Schülerinnen und Schülern von großer Bedeutung, dass die Kinder nicht nur als Gruppe zusammensitzen (kein „social loafing“ oder „individuals working“ vgl. Howe & Mercer 2007, S. 10), vielmehr scheint die Art der Kommunikation und die Dichte der Interaktion ein ausschlaggebendes Kriterium für „exploratory talk“ zu sein (vgl. z.B. Alexander 2006; Blatchford & Kutnick 2003).

Darüber hinaus haben aber auch äußere Randbedingungen wie die Notwendigkeit der Zieltransparenz für die Gruppenarbeit („Warum zusammenarbeiten?“; vgl. z.B. Meyers 1997), die Auswahl der Aufgaben (vgl. z.B. Cohen 1994; Röhr 1995) oder auch die beständige Evaluation der kollaborativen Arbeitsphasen (vgl. z.B. Borsch et al. 2007) einen Einfluss auf die Intensität der Gespräche im Sinne eines „exploratory talk“.

Ebenso können kollaborative Lernprozesse zum Erwerb resp. Ausbau von Strategien der Selbstregulation im individuellen Lernprozess wie z.B. die Anwendung adäquater Lern- und Bearbeitungsstrategien sowie eine gewissenhafte Beobachtung des eigenen Lernprozesses beitragen (vgl. Edelmann 2000). Schließlich verfügen viele Schülerinnen und Schüler nicht von sich aus über derartige Strategien der Selbstregulation. Sie benötigen zu deren Entwicklung Anregungen und Anleitung im Sinne eines Lernens am Modell (vgl. Edelmann 2000) – in diesem Fall das Lernen anhand der Herangehensweise von anderen Kindern.

### 2.1.3 Zwischenfazit

Die Forschungsarbeiten zu den Effekten der (Selbst-)Erklärungen und des kollaborativen Lernens zeigen somit, dass das Verbalisieren von Gedanken zu einem Lernerfolg führen kann, dieser aber auch von der Qualität der gemachten Erklärungen sowie von den gesetzten Rahmenbedingungen und Unterstützungen abhängig ist. Fraglich bleibt allerdings, ob und wie derartige Befunde für den Mathematikunterricht nutzbar gemacht werden können.

Der Unterschied zur Erforschung der Effektivität von Mathekonferenzen liegt im Wesentlichen darin, dass die Mathekonferenz zum einen keine Reinform des lauten Denkens zum anderen eine sehr spezielle Form des kollaborativen Lernens darstellt. Das Ziel einer Mathekonferenz liegt in einem ko-konstruktiven, sozialen Austausch von zuvor individuell erarbeiteten Lösungswegen oder -strategien, d.h. es werden einerseits individuelle Lösungswege *zeitversetzt* laut verbalisiert (und somit nicht *während* des individuellen Lösungsprozesses laut gesprochen). Andererseits werden individuelle Lösungswege im Sinne des sozialen Lernens unter den Kindern *vermittelt* – in der Regel aber nicht gemeinsam gelöst. Es ist genau diese *Lerninhalte vermittelnde* Art der Ko-Konstruktion von Wissen *unter Kindern*, die aktuell noch wenig untersucht ist. Studien von Borsch et al. (2007) zeigen bei der Erforschung der Methode des Gruppenpuzzles, in der die Schülerinnen und Schüler zwischen kooperativen und rein vermittelnden Phasen wechseln, dass die Kinder aus den kooperativen Phasen durchaus, aus den rein vermittelnden Phasen kaum lernen (vgl. Borsch et al. 2007, S. 210). Laut Borsch et al. (2007) müssten insbesondere die zuhörenden Kinder anspruchsvollere Fragen stellen, um elaborative Prozesse im Sinne eines „exploratory talk“ zu befördern (vgl. ebd., S. 211), was aber nachgewiesenerweise jungen Lernern nicht leicht falle (vgl. hierzu Kronenberger & Souvignier 2005; Souvignier & Kronenberger 2007).

## 2.2 Homogenität oder Heterogenität in ko-konstruktiven Lerngesprächen?

In der Diskursforschung wird Leistungsheterogenität unter Kindern als eine Voraussetzung für einen guten Diskurs angenommen. Laut Nührenböcker (2010)

„schafft Heterogenität eine Garantie für unterschiedliche Sichtweisen, eine Grundlage für die Konstruktion von Differenzen und ein Potential für kooperative Kommunikation und fundamentales Lernen“ (Nührenbörger 2010, S. 643).

Die Wirksamkeit solcher ko-konstruktiven Lernprozesse in leistungsheterogen zusammengesetzten Gruppen wird z.B. im Projekt DISUM (vgl. Leiss et al. 2008; Krämer et al. 2011) am Beispiel mathematischer Modellierungskompetenzen von Sekundarstufenschülerinnen und -schülern erforscht (vgl. Krämer et al. 2011, S. 479). Hierbei bedient man sich u.a. der Methode des ko-konstruktiven Lernens in leistungsheterogen zusammengesetzten Gruppen in Kombination mit einem operativ-strategischen Unterricht (Details hierzu vgl. ebd., S. 480). Die Datenanalyse zeigt, dass diese Form des Lehrens und Lernens bei verschiedenen Modellierungsaufgaben zu signifikanten Leistungssteigerungen und zu einem erhöhten Strategiewissen führt (vgl. ebd., S. 481).

Ergänzend hierzu zeigt eine Grundschulstudie von Bezold (2012), dass sich die Beschreibungs- und Begründungskompetenzen von Grundschulkindern verbessern, wenn sie die Gelegenheiten bekommen, an einem ko-konstruktiven Aushandlungsprozess in leistungsheterogen zusammengesetzten Kleingruppen im Sinne einer Mathekonferenz nach Sundermann und Selter (1995) teilzunehmen. 46% der Kinder können in dieser Studie einen Lernzuwachs verzeichnen (vgl. Bezold 2012, S. 98).

Allerdings zeigen diese beiden Studien auch auf, dass in ko-konstruktiven Gesprächen in leistungsheterogen zusammengesetzten Lerngruppen nicht per se gelernt wird, denn in beiden Studien profitieren zwar die Mehrheit aber längst nicht alle Kinder von diesem Austausch. Diskursiv-heterogene Lernprozesse können ebenso blockiert werden, wenn die Kinder einen voreiligen Konsens eingehen, einem strittigen Diskurs ausweichen oder auch bestimmte Ansichten vorschnell verfolgen (vgl. Nührenbörger 2010, S. 643f.). Peter-Koop (2003) spricht in diesem Zusammenhang in Anlehnung an ein Modell von Jones und Gerard (1967) von einer sogenannten asymmetrischen Interaktion (vgl. Peter-Koop 2003, S. 124), die tendenziell zulasten der leistungsschwächeren Kinder gehe, denn diese werden in diesen asymmetrischen Gesprächen oftmals überhaupt nicht beteiligt und bleiben zu passiv (vgl. ebd., S. 125).

Dahingegen kann man in leistungshomogenen Gruppen mit überwiegend leistungsstarken und begabten Kindern beobachten, dass diese sich mit nur sehr wenigen, knappen Äußerungen verständigen und ohne Aufzeichnung des Lösungsprozesses sehr schnell zu einem Ergebnis kommen können (vgl. ebd.). Dieses Phänomen wird in der Begabtenforschung als nichtverbaler und oftmals unbewusster „Denkakt“ (vgl. z.B. Käpnick 2013) bezeichnet, der für mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler typisch zu sein scheint. Sie können mathematische Problemlöseaufgaben allein über ein Abgleichen von visuellen Vorstellungsbildern lösen. Die



Stärke dieses Verfahrens liegt in einem rein mentalen Operieren mit visuellen Vorstellungsbildern, ohne die im Kopf durchgeführten Operationen in Worte fassen zu müssen (vgl. ebd., S. 145). Die damit einhergehende Komplexitätsreduktion führt damit zu schnell durchführbaren und kaum fehleranfälligen Lösungen (vgl. Käpnick 2013, S. 147), die in ihrem Entstehungsprozess aber kaum sprachlich beschrieben werden können, so dass es den mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern oftmals sehr schwer fällt, im Nachgang über ihren Lösungsprozess zu sprechen (vgl. ebd.).

Hieraus kann allerdings nicht zwangsläufig geschlossen werden, dass mathematisch begabte Kinder per se nicht in einen sozialen Austausch mit ihren Mitschülerinnen und Mitschülern treten können resp. wollen. Laut Benölken (2011) sind mathematisch begabte resp. potentiell begabte Kinder kollaborativen Arbeitsphasen durchaus positiv gegenüber eingestellt, auch wenn mathematisch begabte resp. potentiell begabte Mädchen eher zu kollaborativen Arbeitsformen tendieren als mathematisch begabte Jungen (vgl. ebd., S. 279). Aufgrund der grundsätzlichen Bereitschaft dieser Kinder zum kollaborativen Arbeiten und aufgrund der Tatsache, dass es den mathematisch begabten Kindern oftmals schwer fällt, über ihre Lösungswege zu sprechen, kann den begabten Kindern ein zeitversetzter Austausch in Mathekonferenzen möglicherweise durchaus entgegenkommen: einerseits können sie in ihrem individuellen Denkstil die Aufgabe zunächst selbst durchdringen, andererseits stehen sie zeitversetzt vor der Herausforderung, ihren Lösungsweg in der Mathekonferenz zu verbalisieren.

### 2.3 Forschungsdesiderat

Die zentralen Befunde der beschriebenen Forschungen zeigen, dass ein sozialer Austausch unter Kindern über unterschiedliche Lösungswege oder auch -ansätze einer mathematischen Aufgabe dazu führen kann, dass Denkinhalte neu strukturiert, neue Ansätze mit den eigenen abgeglichen oder auch Fehlervorstellungen gemeinsam ausdiskutiert werden können. Die Methode der Mathekonferenzen kann hier als eine Art „Bindeglied“ der Forschungszweige des lauten Denkens und kollaborativen Lernens angesehen werden, denn nach einer individuellen Bearbeitungsphase werden die eigenen Lösungsgedanken den Mitschülerinnen und Mitschülern nochmals laut erklärt. Die Rückmeldungen der Gruppe können dazu beitragen, dass die eigenen Denkinhalte neu formuliert und damit vertieft werden. Als eine spezielle Form des kollaborativen Lernens findet in einer Mathekonferenz keine gemeinschaftliche Lösungsbearbeitung statt. Die Kinder tauschen sich lediglich über die zuvor selbst gefundenen Lösungswege und -strategien aus. Die Gefahr des „social loafing“ oder „individuals working“ in der Gruppe ist tendenziell eher gering, da jedes Kind im Zuge der Vorstellrunde den gesprächsleitenden Part übernimmt. Zugleich können die Gespräche der Kinder möglicherweise den Gesprächsmerkmalen „critical discussion“, „explanatory enquiry“ (Keefer et al. 2000)

oder auch „metacognitive statements“ (Teasley 1995) zugeordnet werden. Allerdings zeigt die Forschungslage, dass insbesondere in ko-konstruktiven *Austausch*-phasen unter Grundschulkindern diese Gesprächsmerkmale selten zu finden sind (vgl. Borsch et al. 2007), und auch ein Training von Fragestämmen sich nicht positiv auf die Intensität der Gespräche der Kinder auswirkt (vgl. Kronenberger & Souvignier 2005; Souvignier & Kronenberger 2007).

Ausgehend von diesen Befunden stellt sich daher die Frage, ob und unter welchen Bedingungen mathematische Gespräche unter Kindern im Zuge einer Mathekonferenz lernförderlich sein können. Damit einhergehend stellt sich die Frage nach einer gelingenden Implementation dieser Methode im Mathematikunterricht der Grundschule, denn kollaborative Methoden wie z.B. die Mathekonferenz können laut Borsch et al. (2007) nur im Zuge einer *Folge* von *Unterrichtsaktivitäten* sinnstiftend für die Kinder sein.

Zudem stellt sich die Frage, ob die Leistungsheterogenität der Kinder in den Mathekonferenzen möglicherweise ein Hindernis oder auch eine Bereicherung darstellen könnte. Für einen gelingenden *austauschenden* Diskurs ist die Leistungsheterogenität laut Nührenbörger (2010) eine durchaus begünstigende wenn auch nicht alleinige Voraussetzung, um ko-konstruktive Lernprozesse stattfinden zu lassen. Allerdings wurden diese Prozesse zwischen Schülerinnen und Schülern bisher lediglich in Partnerinterviews näher betrachtet (vgl. Nührenbörger & Steinbring 2009). Ähnliches gilt für Lernpatenschaften zwischen mathematisch begabten und unbegabten Kindern (vgl. Benölken 2011; Bardy & Bardy 2013). Auch hier können sowohl mathematisch fachliche als auch soziale Lernzuwächse bei den Kindern verzeichnet werden (vgl. ebd.). Ob sich diese Lerneffekte ebenso in leistungsheterogen zusammengesetzten Mathekonferenzen wiederfinden lassen, ist allerdings noch offen.

### **3 Soziale Interaktion unter Grundschulkindern – Design einer Studie**

Um die Effektivität des ko-konstruktiven Lernens näher zu betrachten, wurden zwei dritte Grundschulklassen (im Folgenden als Josefschule (N = 25) und Marienschule (N = 23) bezeichnet) im Zuge von drei zeitlich parallelisierten Lernumgebungen (der Begriff „Lernumgebung“ ist in Anlehnung an Hirt & Wälti 2008; Wittmann 2001 zu verstehen) mehrfach aufgefordert, sich über die Lösungsstrategien problemhaltiger Aufgaben in Mathekonferenzen auszutauschen (vgl. Götze 2007). Das empirische Vorgehen kann hierbei als iterativ bezeichnet werden und lehnt sich an die Entwicklungsforschung der „design research“ (vgl. Gravemeijer & Cobb 2006) respektive der „Fachdidaktischen Entwicklungsforschung“ (vgl. Prediger & Link 2012) an. Der Fokus dieses Forschungszugangs liegt auf der kon-

sequenten Verzahnung von Forschung und Entwicklung, so dass einerseits fundierte, praxisnahe Produkte entstehen und andererseits empirisch belegte Einsichten in die initiierten Lehr-Lernprozesse und ihre typischen Verläufe, Hürden und Bedingungen erworben werden (vgl. ebd.).

In der vorliegenden Pilotstudie (vgl. Götze 2007) wurden drei Zyklen, d.h. konkret drei Lernumgebungen mit jeder der beiden Klassen durchlaufen. Dabei diente die erste Lernumgebung dazu, spezifische Schwierigkeiten bei der Implementation der Methode „Mathekonferenz“ sowie bei der Initiierung ko-konstruktiver Lernprozessen herauszustellen. Diese Erfahrungen wurden konstruktiv zur Verbesserung der Bedingungen in der zweiten Lernumgebung und nach einem weiteren Analyseschritt in der dritten Lernumgebung genutzt. Das wesentliche Forschungsinteresse hat daher auf der empirischen Forschungsebene bei folgenden Hauptforschungsfragen gelegen:

- Inwiefern können Grundschul Kinder in ko-konstruktiven Mathekonferenzen lernen?
- Welche spezifischen Formen der sozialen Interaktion scheinen hierbei förderlich für den Erkenntnisgewinn zu sein?

Ebenso sollten aufgrund des gewählten Forschungszugangs (vgl. Gravemeijer & Cobb 2006; Prediger & Link 2012) praxisnahe Aussagen zur Implementation dieser Methode im Mathematikunterricht getroffen werden können, so dass sich folgende Forschungsfrage auf der empirischen Praxisebene ergeben hat:

- Unter welchen Rahmenbedingungen kann ko-konstruktives Lernen unter Kindern in Mathekonferenzen stattfinden?

Selbstredend spielt die Auswahl der Aufgaben für die Mathekonferenzen eine sehr entscheidende Rolle, denn es eignet sich nicht jede Aufgabe zu Initiierung ko-konstruktiver Lernprozesse unter Kindern. Es ist offensichtlich, dass die Kinder einen Gewinn in diesem sozialen Austausch sehen müssen. Daher müssen die Aufgaben in Übereinstimmung mit Cohen (1994), Howe und Mercer (2007, vgl. auch Abschnitt 2.1), Röhr (1995) oder auch Walther et al. (2008) folgende Kriterien erfüllen:

Die Aufgaben sollten

- eine Vielfalt unterschiedlicher Lösungswege zulassen,
- auf sehr unterschiedlichem Niveau gelöst werden können,
- angemessen komplex sein, so dass die Kinder ihren Weg zur Lösung bzw. ihre Probleme mit der Aufgabe den Mitschülern in der Mathekonferenz schildern können,
- herausfordernd sein, so dass die Kinder einen Sinn darin sehen, mit anderen Kindern die Lösungen der Aufgaben zu diskutieren und zu überprüfen.

Um herauszufinden, ob die Kinder im Zuge der Gruppengespräche voneinander gelernt haben, sollten die Aufgaben darüber hinaus leicht abwandelbar sein, damit ggf. ein Lernzuwachs bei den Kindern anhand einer individuell gelösten Transferaufgabe überprüft werden kann (vgl. auch Spiegel & Götze 2006).

## 4 Mathekonferenzen in der Grundschule

### 4.1 Gelingensbedingungen

In der ersten Lernumgebung – der Voruntersuchung – wurden die Drittklässler dazu aufgefordert, problemhaltige Zahlenmaueraufgaben (vgl. Abb. 1) zu lösen und die unterschiedlichen Strategien zur Lösung der Zahlenmaueraufgabe zu diskutieren (zur Strategieanalyse dieser Aufgabe vgl. Götze 2007, S. 70ff.).

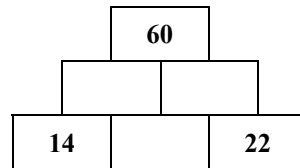


Abb. 1: Eine problemhaltige Zahlenmaueraufgabe

Die Drittklässler Kim, Kai, Fabian und Leo sitzen gemeinsam am Gruppentisch. Sie sollen zunächst die Aufgabe selbst lösen und anschließend in einen sozialen Austausch übergehen. Es entsteht folgendes Gespräch:

1. Fabian: Ich finde eh nie eine Lösung.
2. Leo: Eh, schreib doch einfach überall die gleiche Zahl hin.
3. Fabian: Okay, 60 plus null macht nullzig.
4. Leo: Kim, klappt die Acht?
5. Kim: Nein.
6. Leo: Och.
7. Kim: Aber gleich klappt was.
8. Fabian: (singt) Und ich, ich schaff das nie, ich schaff das nie, ich schaaaaf es nicht, nicht, nicht.
9. Kim: Doch, das sind 50, das sind 60. Ich hab die Lösung.
10. Kai: Geil, schreib ich jetzt hin.
11. Leo: Kim ja und wie heißt sie. Kim sag mal die Zahl. (schlägt das Heft auf) Unten in der Mitte?
12. Kim: Hier. (gibt Leo das eigene AB)
13. Fabian: ch brauchte nur noch eine Zahl. Guck, Kim. Hier unten, brauchte ich nur noch eine Zahl.
14. Kai: Fertig ich hab auch die Lösung.
15. Lehrerin: (kommt an den Tisch)
16. Kim: Ich hab die Lösung gefunden.

17. Lehrerin: Hast du sie den anderen erklärt, wie du darauf gekommen bist?  
 18. Kim: Ja, eh nein. Das schreib ich noch. (Setzt sich wieder an den Tisch, nimmt eine Stift) Soll ich wir oder ich schreiben?  
 19. Alle: Wir.  
 20. Kai: Du bist ja nicht drauf gekommen (lacht). (...)  
 30. Leo: Warte mal, wir schreiben ... Kim und ... ich, Fabi und Kai hatten keinen Bock zu rechnen, da haben wir Kim einfach einen Zettel gegeben und haben sie rechnen lassen. So war es.  
 31. Fabian: (empört) Nein!  
 32. Kai: Ich weiß was.  
 33. Leo: Wir ehm ...  
 34. Fabian: Ich hab gerechnet.  
 35. Leo: ... haben einfach gerechnet.  
 36. Kim: Ja, wir haben gerechnet. Schreib's.

Dieser Ausschnitt stellt nur ein Beispiel von vielen weiteren ähnlich ablaufenden Aushandlungsprozessen unter Kindern dar (vgl. Götze 2007, S. 156ff.). Das Gespräch unter den Kindern sowie die einzelnen Aussagen der Kinder können weder als „exploratory talk“ (in Anlehnung an Mercer & Littleton 2007) noch als „high quality (self-)explanation“ (in Anlehnung an Roy & Chi 2005) interpretiert werden, denn es fehlt eine kritisch konstruktive Auseinandersetzung mit unterschiedlichen mathematischen Lösungsideen. Vielmehr ist eine Tendenz zur vorschnellen Lösungsfindung zu erkennen, die dazu führt, dass der mathematische Diskurs unter den Kindern erst gar nicht entsteht (vgl. Nührenböcker 2010). Ergebnisorientiert suchen die Kinder nach „der Lösung“ (z.B. 9. und 14.). Es wird weder deutlich, wie Kim vorgegangen ist, noch werden Lösungsansätze der anderen drei Jungen besprochen. Fabians Äußerungen zu Beginn (1. und 8.) könnte einerseits als ein motivationsloser Hinweis an seine Mitschüler und Mitschülerin interpretiert werden, dass er selbst nicht aktiv bei der Lösungsfindung mithelfen möchte oder auch aufgrund seiner Leistungsschwäche gar nicht kann („social loafing“; Howe & Mercer 2007). Andererseits könnte es eine Art „Hilferuf“ sein, dass er dringend Unterstützung bei der Lösung der Aufgabe benötigt. Gleichwohl welchen Effekt Fabian mit seinen Äußerungen erzeugen will, keines der anderen Kinder geht auf ihn ein. Ebenso wird sein Hinweis an Kim in Aussage 13, er habe schon „fast“ eine Lösung gefunden, vollkommen ignoriert. Vielleicht will er einen inhaltlichen Beitrag zum Lösungsprozess geben oder erneut aufgrund möglicher Versagensängste nicht am Lösungsprozess beteiligt werden, so dass er von Kim die richtige Lösung abschreiben möchte. Diese Gruppendynamik wird auch nicht durch die Aufforderung der Lehrerin zum erklärenden Austausch (17.) durchbrochen. Den Kindern bleibt letztlich beim Versuch einen Lösungsweg zu notieren gar nichts anderes übrig, als die inhaltsleere Aussage „Wir haben gerechnet!“ aufzuschreiben. Möglicherweise versuchen die Kinder erwartungskonform auszudrücken, was von ihnen bei Gruppenarbeiten erwartet wird: Sie wissen, dass es im Unterricht positiv gewertet wird,

wenn sie zusammenarbeiten und wollen in ihrem Forscherheft nicht preisgeben, dass Kim die Aufgabe allein gelöst hat.

Ähnlich wie in der oben bereits erwähnten Studie von Borsch et al. (2007) scheint die Aufforderung zum bloßen Austausch von Lösungswegen auch in diesem Kontext zu keiner lernförderlichen Kommunikation unter den Kindern zu führen. Es sind Tendenzen zum „social loafing“ (Howe & Mercer 2007, S. 10) zu erkennen.

Welche Konsequenzen sind hieraus zu schließen? Mit Blick auf die Leistungsheterogenität der Kinder muss man feststellen, dass derartig organisierte Mathekonferenzen für die leistungsschwächeren Kinder wie z.B. Kai und Fabian absolut frustrierend und demotivierend sein können. Sie haben gar keine Chance in ihrem Lern-tempo einen Zugang zur Aufgabe zu finden und werden von den schnelleren Kindern geradezu überrumpelt (vgl. Fabian in 13.). Dass ein – laut Aussage der Klassenlehrerin – mathematisch potentiell begabtes Kind wie Leo in dieser Gruppendiskussion eher abwesend erscheint und seine Potentiale nicht nutzt, mag möglicherweise an einem für begabte Jungen typische Tendenz zur Stillarbeit liegen. Hier treffen unterschiedliche Lerntypen aufeinander, die aufgrund ihrer Individualität viel stärker bei der Implementation der Methode „Mathekonferenz“ im Unterricht berücksichtigt werden müssen.

Weiterhin fehlt es den Kindern an Zieltransparenz, die aber laut Borsch et al. (2007) ein auslösendes Potential für selbstregulierende Strategien beim selbstständigen Lernen haben kann und sich als sehr lernförderlich für Gruppenarbeiten erwiesen hat (vgl. auch Huber 2005, S. 202).

Aus diesen und weiteren ähnlich verlaufenden Mathekonferenzen in der ersten Lernumgebung (vgl. Götze 2007, S. 156ff.), können qualitative Verbesserungen zur Ausgestaltung zukünftiger Mathekonferenzen und für die Implementation dieser Methode in der Praxis geschlussfolgert werden (vgl. Götze 2007):

- Jedes Kind arbeitet zunächst allein an der Aufgabe (Ich-Phase), so dass jedes Kind auf seinem Niveau und in seinem Tempo die Aufgabe lösen kann. Gleichzeitig kommt diese Phase des alleinigen Arbeitens den mathematisch begabten Jungen zugute (vgl. Käpnick 2013). Erst wenn ein Kind bereit für eine Mathekonferenz ist, wird diese begonnen. Im Unterricht kann dies auf zwei unterschiedliche Weisen geschehen:
  - a) Die Kinder haben einen gewissen Zeitrahmen, in dem sie die zur Diskussion in Mathekonferenzen bestimmte Aufgabe individuell bearbeitet haben sollten (z.B. bis zum Mittwoch). Nach diesem Zeitrahmen (z.B. am nächsten Tag) hängt die Lehrerin eine vorbereitete Namensliste der jeweiligen Kleingruppen für die Mathekonferenzen aus.

- b) Wenn ein Kind fertig ist, trägt es sich an der Tafel in einer Liste ein. Stehen drei/ vier Namen in dieser Liste, setzen sich diese drei/ vier Kinder zu einer Mathekonferenz zusammen.

Der Nachteil des ersten Vorgehens besteht in einer relativen großen zeitlichen Verzögerung von Ich- und Du-Phase, der Vorteil aber in einer gut überlegten Zusammensetzung der Kinder durch die Lehrkraft (z.B. nach unterschiedlichen Lösungswegen in der Ich-Phase). Dahingegen führt das zweite Verfahren zu tendenziell leistungshomogenen Gruppen, Vorteile liegen bei einer zügigen, fließenden Gruppenbildung im direkten Anschluss an die Ich-Phase.

- Die Kinder brauchen zur Strukturierung ihrer Gespräche in den Mathekonferenzen eine Art „Ablaufplan“ im Sinne einer „Vorgabe sinnvoller Lernstrategien“ (Huber 2005, S. 208ff.). Reihum erklärt jedes Kind seinen Lösungsweg oder auch -ansatz (Du-Phase).
- Die Lehrperson muss insbesondere bei der Implementation der Methode eine behutsam moderierende Rolle einnehmen und zwischen Eingreifen und Gewähren lassen abwägen. Zur Verdeutlichung der aktiven Teilnahme an derartigen Mathekonferenzen sollte sie möglichst eingreifen (in Anlehnung an Huber 2005, S. 206; vgl. auch Götze 2007, S. 166ff.).
- Die Ergebnisse der Mathekonferenz werden von jeder Gruppe als Gruppe kurz vor der ganzen Klasse präsentiert bzw. bereits Präsentiertes ergänzt, so dass Vorgehensweisen aber auch Irr- und Sonderwege diskutiert werden können (Wir-Phase).
- In Anlehnung an die Befunde von Huber (2005) oder auch Borsch et al. (2007) werden die Mathekonferenzen von den Kindern in Form eines Lernberichtes evaluiert.

## 4.2 Lerneffekte in Mathekonferenzen

### 4.2.1 Globaler Überblick

In der Hauptstudie wurden Sachaufgaben in Anlehnung an den für Viertklässler konzipierten Aufgabenpool des Projektes AMI (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2001) entwickelt. Zunächst wurden Aufgaben im Kontext „Gegenseitig bezahlen“ thematisiert (vgl. Abb. 2). Der Reiz dieses Aufgabentypus besteht darin, dass je nach eingeschlagenem Lösungsweg ganz unterschiedliche Lösungszahlen korrekt sein können. So können z.B. vier Rückzahlvorgänge vorgenommen werden: Tim bekommt von Anna und Felix je zwei Euro; Anna bekommt von Tim und Felix je sieben Euro. Ebenso können die Gesamtsumme des Kinobesuchs (27 Euro) und die Kosten pro Kind (9 Euro) berechnet werden. Tim hat bisher sechs Euro, Anna 21 Euro und Felix gar nichts bezahlt, so dass Felix neun und Tim drei Euro an Anna

bezahlen (zwei Zahlvorgänge). Darüber hinaus sind noch einige weitere Vorgehensweisen denkbar (für Details vgl. Götze 2007, S. 74ff).

Dieser Aufgabentypus wurde in der Lernumgebung neben der in Abb. 2 ersichtlichen noch in zwei anderen Varianten eingesetzt. Bei diesen wurden z.B. die einzelnen Teilbeträge als Gesamtsumme angegeben, die Anzahl der Teilbeträge erhöht, irrelevante Zahlangaben gemacht sowie Teilbeträge als nicht durch die Anzahl der Kinder teilbar eingebaut. Dadurch waren die Kinder oftmals gefordert, ihre anfänglichen Strategien zu modifizieren und ihr Repertoire an Strategien durch neue zu erweitern.

**Kino**

Tim, Anna und Felix wollen ins Kino.

Gemeinsam fahren sie mit dem Bus. Tim zahlt für alle die Busfahrt. Eine Fahrkarte für Hin- und Rückfahrt kostet 2,00 €.

Die Kinokarten zahlt Anna. Eine Karte kostet 7,00 €.

Am Ende des Tages wollen die Kinder die Kosten für die Busfahrt und für das Kino gleichmäßig aufteilen.

Wie viel müssen sich die Kinder noch gegenseitig bezahlen?

Abb. 2: Aufgabe „Gegenseitig bezahlen I“

In der Erhebung haben alle Kinder der Marienschule (N = 23) und alle Kinder der Josefschule (N = 25) die Aufgaben „Kino“ (vgl. Abb. 2) zunächst allein bearbeitet. Elf Kinder der Marienschule konnten diese Aufgabe korrekt lösen, während sieben Kinder einen sinnvollen Lösungsansatz formulierten und fünf Kinder keine Lösung fanden. In der Josefschule haben 19 Kinder die Aufgabe korrekt gelöst. Zudem konnte ein Kind einen Lösungsansatz finden, während fünf Kinder zu keiner Lösung kamen.

Nach dieser individuellen Arbeitsphase durften die Kinder der Marienschule ihre Lösungswege oder -ansätze in von der Lehrperson nach unterschiedlichen Lösungswegen und Leistungsstand der Kinder zusammengesetzten Mathekonferenzen diskutieren, wobei selbstredend auch die Kinder ohne einen Lösungsansatz auf die leistungsheterogen zusammengesetzten Gruppen verteilt wurden.

Die Schülerinnen und Schüler der Josefschule haben an einer gemeinschaftlichen Reflexionsphase im Sitzkreis vor der ganzen Klasse teilgenommen, in der unterschiedliche Lösungswege gemeinsam an der Tafel festgehalten und besprochen wurden.



Demnach fand in der Marienschule das ko-konstruktive Lernen in Kleingruppen unter Kindern, in der Josefschule das ko-konstruktive Lernen im Klassenverband mit der Lehrkraft statt. Anschließend wurden die Kinder beider Klassen aufgefordert, eine komplexere aber strukturähnliche Sachaufgabe (Gegenseitig bezahlen II) zu bearbeiten, bei der die diskutierten Strategien zwar angewendet, aber leicht modifiziert werden mussten. Bei der Auswertung dieser Dokumente konnten erste Eindrücke über mögliche Unterschiede in den individuellen Lernzuwächsen beider Klassen erhoben werden.

Im Anschluss an diese individuelle Bearbeitungsphase der zweiten Aufgabe (Gegenseitig bezahlen II) haben die Kinder beider Klassen eine Mathekonferenz über ihre Strategien oder Lösungsansätze abgehalten. Anschließend wurde erneut von jedem Kind individuell eine Transferaufgabe bearbeitet. Die Ergebnisse der Bearbeitung im Hinblick auf Anzahl korrekter Lösungen in der individuellen Arbeit sind in Abbildung 3 ersichtlich.

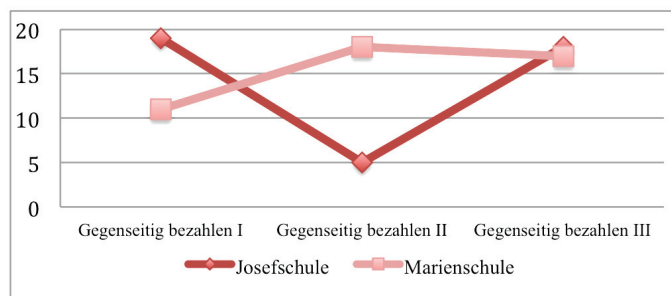


Abb. 3: Anzahl individuell korrekt gelöster Aufgaben des Typs „Gegenseitig bezahlen“; die Kinder der Marienschule haben zwischen I und II und zwischen II und III eine Mathekonferenz abgehalten, die der Josefschule nur zwischen II und III

Betrachtet man die unterschiedliche Entwicklung beider Klassen, so ist bei der Klasse der Marienschule vom ersten zum zweiten Erhebungspunkt ein leichter Zuwachs bei der Anzahl individuell korrekt gelöster Aufgaben zu verzeichnen (von 11 zu 18 korrekten Lösungen), der vom zweiten zum dritten Erhebungspunkt nahezu stagniert (von 18 zu 17). Bei den Kindern der Josefschule hingegen ist ein Abfall von anfangs 19 korrekten zu fünf korrekten und ein anschließender Anstieg auf 18 korrekte individuelle Bearbeitungen zu verzeichnen.

Dass die Kinder der Josefschule große Schwierigkeiten hatten, ihre individuelle Strategie von I auf II zu übertragen, lag vermutlich daran, dass diese zur Lösung der Aufgabe II leicht modifiziert werden mussten. Vielleicht waren sich die Kinder ihrer Strategie nicht mehr sicher. Umso erstaunlicher ist es, dass eine Übertragung von II auf III anscheinend problemlos gelang, obwohl Aufgabe III im Hinblick auf

die anzuwendenden Strategien erneut komplexer war als II. Ebenso erstaunt es, dass die Lösungshäufigkeiten bei den Kindern der Marienschule von I auf II zunehmen und von II auf III nahezu stagnierten.

Möglicherweise hat die Interaktionsverdichtung in den Mathekonferenzen dazu geführt, dass sie ihr vorhandenes Wissen bzgl. ihrer Lösungsstrategie im Zuge der Diskussion gefestigt haben, so dass für sie eine Übertragung der Strategie auf neue Aufgaben möglich erschien.

In der dritten Lernumgebung wurde anschließend innerhalb der Klasse geteilt, d.h. ein Teil jeder Klasse durfte nach der Ich-Phase in Mathekonferenzen arbeiten während der andere Teil lediglich an der Präsentation und Diskussion der Ergebnisse der Mathekonferenzen vor der ganzen Klasse teilnahm. Folglich haben einige Kinder der Klasse alle drei Phasen durchlaufen dürfen (Ich-Du-Wir), während andere Kinder nur an der Ich- und Wir-Phase beteiligt waren. In der Wir-Phase wurden stets alle Kinder aufgefordert, Fragen zu stellen oder weitere Lösungsideen einzubringen.



Abb. 4: Aufgabentyp aus der dritten Lernumgebung

Für die Lernumgebung wurden Sachaufgaben ebenso in Anlehnung an die Aufgaben des Projektes AMI (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2001) entwickelt (vgl. Abb. 4). Bei diesem Aufgabentypen kann unter Ausnutzung der spezifischen Zahlbeziehungen eine Lösung gefunden werden, oftmals mit der Zielperspektive, das kleinste gemeinsame Vielfache der Anzahlen resp. der Geldbeträge zu finden oder auch mit ungefähren Preisangaben zu rechnen (für weitere Lösungsstrategien vgl. Götze 2007, S. 80). In dieser Lernumgebung konnten die Kinder in einem ersten Schritt bis zu drei Aufgaben dieses Typs wählen und mit ihren individuellen Strategien bearbeiten. Je 22 Kinder haben keine bzw. eine, drei Kinder haben zwei und nur ein Kind hat alle drei von drei möglichen Aufgaben individuell korrekt gelöst (vgl. Abb. 5). Zwölf Kinder der Marienschule und 14 Kinder der Josefschule durften nach dieser individuellen Bearbeitung die Lösungsstrategien zu allen drei Aufgaben in Mathekonferenzen diskutieren, die übrigen 22 Kinder konnten nur in der gemeinschaftlichen Reflexionsphase Nachfragen stellen oder eigene Lösungen einbringen. Anschließend mussten alle Kinder vier Transferaufgaben individuell bearbeiten.

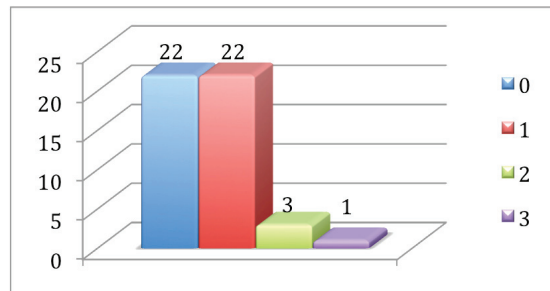


Abb. 5: Anzahl individuell korrekter Lösungen in der Ich-Phase (N = 48)

Wie Abb. 6 im Vergleich zu Abb. 5 zeigt, haben einige der 48 Kinder dazugelernt, denn 38 von ihnen sind in der Lage, mindestens eine der Aufgaben korrekt zu bearbeiten. Interessant erscheint aber, dass es Unterschiede zwischen den beiden Gruppen gibt, d.h. die Kinder, die in Mathekonferenzen gearbeitet haben, lösten mehr Aufgaben korrekt, als die Kinder ohne Mathekonferenzen. 25 Kinder, die an einer Mathekonferenz teilgenommen haben (N = 26), lösten zwei oder mehr Aufgaben. Bei den Kindern, die lediglich an der Reflexionsphase im Klassenverband beteiligt waren (N = 22), haben nur zehn Kinder zwei oder mehr Aufgaben individuell korrekt lösen können, während zehn weitere Kinder individuell keine der Aufgaben lösen konnten.

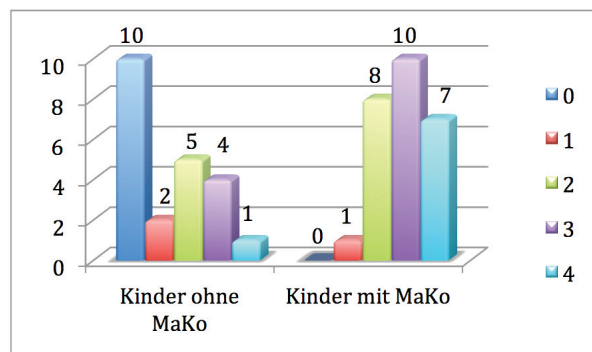


Abb. 6: Anzahl korrekter Lösungen im Anschluss an die MaKo in Abhängigkeit der Teilnahme an einer MaKo (ohne MaKo N = 22, mit MaKo N = 26)

Die Vermutung, dass das Lernen in ko-konstruktiven Phasen unter Kindern in kleinen Gruppen mit einem Lernzuwachs einhergeht, der anscheinend größer ausfällt, als in ko-konstruktiven Klassengesprächen, kann durch die Auswertung der dritten

Lernumgebung gestärkt werden. Dennoch sind die Befunde, aufgrund der kleinen Stichprobe, sehr vorsichtig zu interpretieren. Zu erkennen ist aber, dass stets die Kinder, die in Mathekonferenzen gearbeitet haben, bei der Bearbeitung der Transferaufgaben besser abgeschnitten haben. Worin die genaue Ursache liegt, ist nicht zu beantworten. Die Frage, ob es die fehlende Anregung für neue Lösungsideen durch die Mitschülerinnen und Mitschüler war oder ob das fehlende eigene Verbalisieren die Denkinhalte nicht neu strukturieren konnte, bleibt unbeantwortet. Ebenso könnten motivationale Faktoren die Lerneffekte in den Mathekonferenzen deutlich gesteigert haben. Was die weiteren qualitativen Daten der Studie allerdings erlauben, ist eine Analyse nach lernprozessauslösenden, interaktionsverdichtenden Gesprächsmerkmalen im Sinne eines „exploratory talk“ (Mercer & Littleton 2007, vgl. Abschnitt 2.1) resp. einer „high quality (self-)explanantion“ (Roy & Chi 2005).

### 4.3 Lernprozessauslösende Gesprächsmerkmale

Bei der Detailanalyse der Mathekonferenzen unter den Kindern können wiederholt typische Gesprächsmerkmale identifiziert werden, die zu einer „verdichteten Interaktion“ (Krummheuer & Brandt 2001) führen. Unter einem Gesprächsmerkmal wird in diesem Beitrag ein *auslösender Moment* verstanden, der zu einer Aktivierung möglichst aller an der Mathekonferenz beteiligten führt. Diese auslösenden Momente führen dann wiederum zu sehr individuellen und situationsgebundenen weiteren Gesprächsverläufen, wie die folgenden Beispiele zeigen werden. D.h. findet ein solcher auslösender Moment statt, kann nicht zwangsläufig darauf geschlossen werden, wie das Gespräch unter den Kindern individuell weiterverläuft. Ihnen ist aber gemeinsam, dass sie zu einer „verdichteten Interaktion“ (ebd.) führen. Folgende Gesprächsmerkmale tauchten wiederholt auf:

- Kollaboratives Vervollständigen
- Thematisierung von Fehlern
- Interaktiver Einbezug in Erklärungen anderer
- Paraphrasieren von Lösungswegen (vgl. ebd.)

Im Folgenden wird ein exemplarischer Einblick in die ersten beiden Gesprächsmerkmale gegeben. Weitere Beispiele sowie eine Detailanalyse der anderen beiden Gesprächsmerkmale sind in Götze (2007) zu finden.

#### 4.3.1 Kollaboratives Vervollständigen

Das kollaborative Vervollständigen fand in der Regel dann statt, wenn keines der Kinder eine komplett richtige Lösung zu Diskussion stellen konnte und die Kinder sich dessen auch bewusst waren, so dass die Kinder in den Mathekonferenzen gezwungen waren, diese Lösungsansätze gemeinschaftlich zu vervollständigen, wie der folgende Ausschnitt zeigt.

Die Drittklässler Katharina, Kathi, Marcel und Sofia haben in der individuellen Bearbeitungsphase (Ich-Phase) keinen Lösungsweg für die Aufgaben „Euroland-Preisladen“ (vgl. Abb. 4) finden können. Das Problem bei ihren Bearbeitungen lag z.B. darin, dass versucht wurde, die Preise und Anzahlen beider Angebote zu verdoppeln und somit kein direkter Vergleich möglich war. Alle Kinder waren davon überzeugt, dass ihre Lösungswege nicht korrekt sein könnten und dass sie nun gemeinschaftlich nach einem Lösungsweg suchen müssten.

Der folgende Transkriptausschnitt setzt genau an dieser Stelle ein:

59. Marcel: (an alle) Das sind drei, das sind sechs Eis, dann kosten die...
60. Sofia: Zehn Euro sechs.
61. Katharina: Die kosten zehn Euro.
62. Marcel: Ja genau, das sind mehr Eis und die kosten...
63. Katharina: Ach, ganz einfach. Hier kosten sechs Eis zehn Euro und hier sieben Eis zehn Euro.
64. Marcel: Ja.
65. Katharina: Ja, also ist der Preisladen billiger.
66. L.: Erklär es den anderen.
67. Katharina: (an alle) Weil hier sind sechs Eis, zehn Euro und hier sind halt sieben Eis zehn Euro. Also ist das hier billiger.
68. Sofia: Weil da ein, weil da ein Eis mehr bei ist und weil das genauso genau der gleiche Preis ist.
69. Marcel: Ich hatte es irgendwie eher, aber anders also verglichen.
70. Katharina: Weil wenn du hier das jetzt wieder verdoppelst. Dann sind es hier sechs und da zehn. Also sechs Eis zehn Euro. Und hier sieben Eis zehn Euro. Also ist das billiger.
71. Sofia: Ja das meinte ich vorhin auch damit, also wenn man beides auch verdoppelt, dann merkt man den Unterschied, weil dazwischen ...
72. Kathi: Hä? (fragend) Dann muss es da billiger sein. („Euroland“)
73. Katharina: (zu Kathi) Nein.
74. Kathi: Weil da doch sechs und da sieben ist.
75. Katharina: (an Kathi) Ja, sechs Eis kosten da aber zehn Euro und sieben Eis da zehn Euro.


Marcel erwähnt, dass er das eine Angebot verdoppelt habe (59.). Er wird allerdings unmittelbar von Sofia unterbrochen, die den Gedankengang von ihm aufgreift und zu Ende führt (60.). Während Katharina die zuvor getätigte Rechnung bestätigt (61.), kommt Marcel zur korrekten Schlussfolgerung (62.). Diese kann er aber nicht zu Ende führen, da Katharina ihn unterbricht, um selber den Gedankengang der Gruppe zu beenden (63.). Sofia und Marcel können Katharina folgen und bestätigen ihre Aussage (68., 69., 71.). Kathi scheint dieser kollaborativen Kleingruppenarbeit nicht wirklich folgen zu können. Sie interveniert (72.), was dazu führt, dass Katharina mit Rückbezug auf Kathis Äußerung (in 72.) den zuvor gemeinsam erarbeiteten Lösungsweg erneut erklärt.

Die Notwendigkeit des kollaborativen Vervollständigens scheint somit ein auslösender Moment für diese verdichtete Interaktion zu sein. Die Kinder lösen die Aufgabe tendenziell gemeinsam. Typischerweise werden dabei die Lösungswege von mehreren Kindern durchdrungen, Gedankengänge anderer fortgesetzt, Lösungsideen weitergedacht oder auch Verständnisprobleme behoben, was der „explanatory enquiry“ (vgl. Keefer et al. 2000) zugeordnet werden kann, denn ein fehlender individueller Lösungsansatz der einzelnen Kinder für die betreffende Aufgabe führt zur intensiven Diskussion unter den Kindern.

Dass die vier Kinder dazugelernt haben, was möglicherweise durch die zuvor stattgefundenen verdichteten Interaktion begünstigt oder sogar befördert wurde, zeigen die individuellen Bearbeitungen der Transferaufgabe, bei der alle vier Kinder einen korrekten Lösungsweg unter Anwendung der zuvor in der Mathekonferenz diskutierten Strategie haben finden können (vgl. Abb. 7).

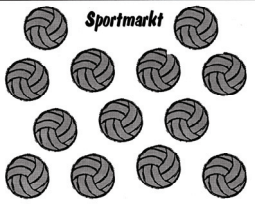
**Ein Sportverein möchte einige neue Sportbälle kaufen.  
In welchem Geschäft würdest du die Bälle kaufen? Wo ist ein Ball billiger?**

**Ball-Laden**



6 Bälle kosten 55 Euro

**Sportmarkt**



13 Bälle kosten 110 Euro

**Schmierzettel**  
Hier hast du Platz für deine Zeichnungen und Überlegungen!

*Sportmarkt ist am billigsten!  
Ball-laden kosten 12 Bälle 110 €*

**Schmierzettel**  
Hier hast du Platz für deine Zeichnungen und Überlegungen!

*Sportmarkt ist billiger,  
weil wenn man Ball-Laden  
doppelt nimmt kosten 12 Bälle 110€*

**Schmierzettel**  
Hier hast du Platz für deine Zeichnungen und Überlegungen!

*Sportmarkt ist billiger.  
Bei Sportmarkt ist ein Ball man  
wen man die Anzahl von Ball-  
Laden verdoppelt sind das 12 und  
110 €.*

*Darum ist Sportmarkt billiger*

**Schmierzettel**  
Hier hast du Platz für deine Zeichnungen und Überlegungen!

*Sportmarkt ist billiger weil man  
Das fühle ich.  
Wenn man im Ballladen die doppelten  
Bälle nimmt das wären dann 110 Euro,  
ein Ball weniger.*

Abb. 7: Individuelle Lösungen der Transferaufgabe „Ball-Laden – Sportmarkt“  
der vier Kinder Kathi, Marcel, Sofia und Katharina

Bei insgesamt acht Kleingruppen konnte dieser auslösende Moment beobachtet werden. Fast alle Kinder, die sich an solchen Gesprächen beteiligt haben, waren anschließend in der Lage, die Transferaufgaben mit Hilfe der gemeinsam erarbeiteten Strategien zu lösen (vgl. Götze 2007, S. 152).

#### 4.3.2 Thematisierung von Fehlern

Während der Durchführung der Mathekonferenzen in den beiden dritten Klassen konnte wiederholt beobachtet werden, dass die Kinder Fehllösungen der Mitschülerinnen und Mitschüler als solche erkannten, die betreffenden Mitschüler darauf aufmerksam machten sowie gemeinsam Fehlvorstellungen beseitigten. Dieser konstruktive Umgang mit Fehlern und darüber hinaus der intime Gesprächskreis in der Mathekonferenz führten oftmals zu besonders intensiven oftmals kontroversen Diskussionen unter den Kindern, die der „critical discussion“ nach Keefer et al. (2000) zugeordnet werden können. Meist ereigneten sich diese zwischen einem Kind, welches seine Fehllösung vorgestellt hat und von der Korrektheit der eigenen Lösung überzeugt war sowie den übrigen Gruppemitgliedern.



Abb. 8: Aufgabe „Günstiger – Marktpreis“

So besprechen Kim, Christof, Christine, Robin und Leo im folgenden Ausschnitt die Aufgabe „Günstiger – Marktpreis“ (vgl. Abb. 8). Lediglich Leo und Christine haben diese individuell korrekt lösen können. Christine vertritt dabei eine zeit- und rechenaufwendige Strategie. Sie hat ungefähre Preisangaben berechnet und diese miteinander verglichen. Leo dagegen hat mit der geschickten Strategie des Erzeugens des kleinsten gemeinsamen Vielfachen ein Angebot verdoppelt und damit die Preisangaben vergleichen können. Robin, ein Kind mit Französisch als Erstsprache, kommt allerdings zu dem Schluss, dass beide Angebote gleich teuer seien, denn er hat die Differenz aus den Kosten und der Anzahl gebildet, die jeweils Eis beträgt. Daher seien, laut seiner Ansicht, beide Angebote gleich teuer, denn jedes Eis koste ein Euro (vgl. 527.).

527. Robin: Drei Eis von der Günstiger ist gleich teuer wie der Marktpreis. (...) Drei Eis kostet vier, ein Euro minus kostet ein Euro für jeder Eis. Sechs Eis von der andere, kostet se...sieben Euro. Ein Euro minus kostet auch ein Euro für jedes, jeder Eis.
528. Kim: Das hab ich auch.

Kim ist im ersten Moment davon überzeugt, dass Robins Rechnung richtig sei. Leo allerdings greift wenig später ein. Der folgende Ausschnitt setzt nach einer etwas hitzigen Diskussion unter den beiden Jungen ein, denn Robin ist von der Korrektheit seiner Lösung überzeugt.

555. Leo: Robin, aber warum meinst du, dass meine Rechnung falsch wäre, Robin?
556. Robin: Weil, ehm, weil deins ist geschrieben, dass der Marktpreis billiger.
557. Leo: Billiger.
558. Robin: Nein!
559. Leo: Das ist doch ...
560. Robin: Das ist aber falsch!
561. Leo: Das kann nicht falsch sein! Robin, hier (zeigt auf Marktpreis) kosten sechs Eis sieben Euro. Aber wenn du hiervon (zeigt auf Günstiger) zwei Pakete kaufst, hast du sechs Eis, aber acht Euro bezahlt. Und dann, für mich ist das billiger. (zeigt auf Marktpreis)
562. Kim: (nicht zustimmend) Okay.
563. Robin: (zu Leo) Guck mal ...
564. Christof: (an alle) Das stimmt auch! Leos stimmt!
565. Robin: Drei Eis kostet ...
566. Christof: Nein Robin, das stimmt. Das ist schon richtig.
567. Robin: Meins auch stimmt!

Da Robin vehement der Meinung ist, seine Lösung sei richtig, fragt Leo nach stichhaltigen Argumenten (555.). Robin liefert zunächst keine Argumente, sondern konstatiert ohne eine Angabe von Gründen, dass Leos Rechnung nicht richtig sei (560.). Leo versucht nun der hitzigen Diskussion beizukommen, indem er erneut seinen Lösungsweg vorstellt (561.). Robins mögliche Versuche in 563. und 565. Gegenargumente zu liefern, werden von Christof unterdrückt. Sowohl Kim als auch Christof stimmen Leo zu (562., 564., 566.). Robin verdeutlicht nochmals, dass er nach wie vor der Meinung ist, seine Lösung stimme auch (567.).

Die Kinder brechen an dieser Stelle das Gespräch ab und besprechen zunächst eine andere Aufgabe („Euroland – Preisladen“, vgl. Abb. 4). Anschließend greift Leo das Gespräch über die Aufgabe „Günstiger – Marktpreis“ erneut auf.

622. Leo: ...hier. Weil das was wir eben hatten. Genauso wie da. Das ist alles das Gleiche nur mit anderen, nur mit anderen Summen.
623. Robin: Bei das gibt es ein Eis...Eis mehrer und eh, und es kostet das gleiches, die gleichen Euro. (...)
628. Leo: Genau wie hier (zeigt auf die Aufgabe „Günstiger – Marktpreis“).
629. Robin: Ja.
630. Leo: Ein Eis...ich, ich, ich bekommen genauso viel Eis, aber spare ein Euro dafür.

Leo verdeutlicht, dass man die Lösungswege prinzipiell miteinander vergleichen kann, da ihnen ähnliche Überlegungen zu Grunde liegen (622.). Das scheint eine für Robin ausschlaggebende Anmerkung zu sein, denn er fasst zunächst die Lö-



sungsidee der Aufgabe „Euroland – Preisladen“ in wenigen Worten zusammen (623., 625.), während Leo in einer vergleichbaren Wortwahl die Lösungsidee der Aufgabe „Günstiger – Marktpreis“ wiedergibt. Erst danach stimmt Robin Leo zu (629.).

Die Präsentation von fehlerhaften Lösungen führt oftmals – wie oben bereits erwähnt – zu einer intensiven Diskussion unter den Kinder. Es werden Argumente und Gegenargumente gefordert resp. gegeben. Im obigen Beispiel z.B. durch den Rückbezug zu bereits besprochenen Aufgaben (622.-630.), durch die direkte Aufforderung zur Argumentation (555.), durch das Liefern von Argumenten (561.) oder dem Versuch Argumente zu liefern (563., 565.). Diese Gespräche sind im Anschluss an den auslösenden Moment „Präsentation eines fehlerhaften Lösungsweges“ gekennzeichnet durch den wechselseitigen Rückbezug auf vorherige Aussagen (im Sinne einer „high quality (self-)explanation“ nach Roy & Chi 2005) und durch den „hitzen Diskurs“ (Nührenböcker 2010) unter den Kindern, wobei – wie im obigen Beispiel – nicht zwangsläufig die fehlerhafte Lösung an sich intensiv diskutiert wird. Sie ist auslösender Moment aber nicht zwangsläufig selbst zentraler Gegenstand des „hitzen Diskurses“ (ebd.).

Die „verdichtete Interaktion“ (Krummheuer & Brandt 2001) mag dazu führen, dass alle Kinder die entsprechende Transferaufgabe korrekt lösen können. Bemerkenswert ist, dass auch Christine, die dem ganzen Gespräch nur zugehört hat, den von Leo vorgestellten Lösungsweg als sinnvoll zu empfinden scheint. Sie wendet bei der Transferaufgabe nicht mehr ihre alte Strategie der ungefähren Preisangaben an, sondern benutzt den in der Gruppe diskutierten Weg (vgl. Abb. 9).

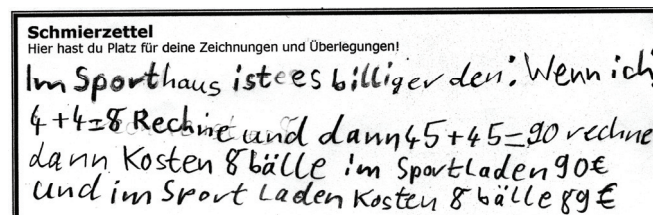


Abb. 9: Christines individuelle Lösung der Transferaufgabe

Insgesamt konnte sechsmal beobachtet werden, dass ein Vorstellen einer fehlerhaften Lösung als auslösender Moment zu einer Interaktionsverdichtung geführt hat. Bei den daran beteiligten 21 Kindern waren 20 Kinder anschließend in der Lage, die entsprechende Transferaufgabe individuell zu lösen (vgl. Götze 2007).

Ähnliche Entwicklungen waren bei den beiden verbleibenden Gesprächsmerkmalen („Interaktiver Einbezug in Erklärungen anderer“ sowie „Paraphrasieren von Lösungswegen“) zu beobachten (für Details vgl. Götze 2007). Bei allen vier Ge-

sprächsmerkmalen zeichnete sich der durch den auslösenden Moment hervorgerachte ko-konstruktive Aushandlungsprozess als sehr intensiv ab.

In nur wenigen Mathekonferenzen war eine derartige Interaktionsverdichtung allerdings nicht zu beobachten. Im Kontrast zu den obigen Beispielen wiesen diese wenig interaktionsdichten Gesprächen eher Züge einer „low quality (self-)explanation“ (vgl. Roy & Chi 2005) auf, wie im Folgenden gezeigt wird.

#### 4.4 Vortragendes Gesprächsverhalten

Insbesondere in den anfänglichen Mathekonferenzen tendierten die Kinder dazu, ihre Lösungswege nur vorzutragen. Es fehlte dann oftmals der ko-konstruktive Austausch über die jeweilige Strategie, wie das folgende Beispiel zeigt.



Abb. 10: Aufgabe „Kaufgut – Billigmarkt“

Maximilian erklärt seinen Mitschülerinnen Johanna und Chantal sowie seinem Mitschüler Janik, seine Lösung zur Aufgabe „Kaufgut – Billigmarkt“ (vgl. Abb. 10). Zuvor hat Maximilian bereits erklärt, dass er den Preis für ein Eis im Billigmarkt ausrechnen kann und dieser zwei Euro betrage (vgl. Götze 2007, S. 114).

413. Maximilian: Mmh bei Kaufgut ist es billiger, weil wenn man...
414. L.: (zu Johanna, die abwesend wirkt) Hör gut zu! (entfernt sich vom Tisch)
415. Maximilian: ... bei Kaufgut sechs Eis kauft, sind's zehn Euro. Und bei mmh Billigmarkt kosten sechs Eis sogar zwölf Euro das sind ganze zwei Euro mehr.
416. Janik: Ja stimmt.
417. Maximilian: Und deshalb sind's dann bei Kaufgut drei Eis und wenn ich vier Eis kostet, nehme, dann kosten die keine acht Euro.
418. Janik: Stimmt, jetzt hab ich's kapiert.
419. Maximilian: (zu allen) Kapito?
420. Chantal: Ich auch.
421. Maximilian: Kapito?
422. Janik: Ich hab's geschnallt.
423. Maximilian: Kapito? (...)
424. Chantal: Ich hab das eben auch schon ein bisschen geschnallt.
425. Janik: (an alle) Also wenn man ja da, dann auch...
426. Johanna: (flüstert) Ich hab's gar nicht geschnallt.

Maximilian verdoppelt das Angebot im Kaufgut, so dass er feststellt, dass dort sechs Eis zehn Euro kosten. Da er den genauen Preis für ein Eis im Billigmarkt kennt, kann er schlussfolgern, dass sechs Eis im Billigmarkt aber zwölf Euro kosten (415.). Ebenso verdeutlicht er, dass vier Eis vom Kaufgut keine acht Euro kosten, so dass das Angebot günstiger sein muss (417.). Im Prinzip führt er zwei unterschiedliche Argumente zur Lösung an. Maximilians rhetorische Fragen in 419., 421. und 423. mögen dazu geführt haben, dass von den anderen Kindern keinerlei Nachfragen gestellt werden. Zudem führen möglicherweise die bestätigenden Antworten von Chantal (420.) und Janik (422.) vorerst zu einem Abbruch des Gespräches, den Nührenböcker (2010) als „voreiligen Konsens“ einstufen würde. Lediglich Johanna gibt zu, dass sie den Rechenweg nicht verstanden habe (428.), was möglicherweise zu einer erneuten Entfaltung der Interaktion unter den Kindern hätte führen können (im Sinne eines „explanatory enquiry“ nach Keefer et al. 2000). Auf ihren Einwand gehen allerdings weder Maximilian noch die beiden anderen Kinder ein. Das Gespräch bricht an dieser Stelle gänzlich ab, eine Interaktionsverdichtung findet nicht statt.

Was haben diese Kinder aus dieser Mathekonferenz lernen können? Sowohl Maximilian als auch Chantal haben die individuell zu lösende Transferaufgabe korrekt bearbeitet. Janik und Johanna sind allerdings nicht in der Lage, die Transferaufgabe individuell zu lösen (vgl. Abb. 11).

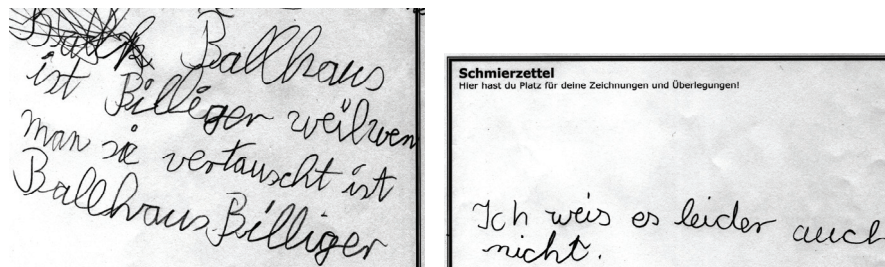


Abb. 11: Janiks und Johannas individuelle Lösung der Transferaufgabe

In vier Mathekonferenzen konnte beobachtet werden, dass die Kinder einen voreiligen Konsens eingingen und damit keine ko-konstruktiven Aushandlungsprozesse stattfanden resp. nicht ausgelöst wurden. Die Hälfte der daran beteiligten Kinder konnte die anschließende Transferaufgabe nicht individuell bearbeiten (vgl. Götze 2007, S. 152). Dabei waren es tendenziell eher die Kinder des mittleren oder unteren Leistungsniveaus, die aus einem Vortrag des Lösungsweges anscheinend weniger lernen konnten (für weitere Beispiele vgl. Götze 2007, S. 110ff.). Am obigen Beispiel wird exemplarisch der Grund hierfür deutlich: Ein *Vortragen* eines Lösungsweges scheint zu keiner fruchtbaren Interaktion unter den Kinder zu führen.

Ein wechselseitiges Bemühen um Verstehen und Verstanden werden (vgl. Bauersfeld 2002) ist hier nur schwerlich erkennbar, ein „exploratory talk“ (Mercer & Littleton 2007) entsteht nicht. Diese Erkenntnisse stehen in Einklang zu den geringen Lerneffekte in den Vermittlungsphasen des Gruppenpuzzles (vgl. Borsch et al. 2007; vgl. Abschnitt 2.1).

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Die in diesem Beitrag beschriebene Pilotstudie hat erste Erkenntnisse bzgl. der Effekte ko-konstruktiver Gespräche unter Kindern in sogenannten Mathekonferenzen liefern können. Es hat sich gezeigt, dass die Kinder aufgrund der Diskussion von unterschiedlichen Lösungswegen innerhalb einer Kleingruppe die besprochenen Strategien in der Regel selbstständig bei Transferaufgaben anwenden können. Die vorliegende Studie hat ebenso gezeigt, dass es spezifische interaktionsverdichtende Momente gibt, die zu einer kognitiven Aktivierung nahezu aller Kinder sowie einer Interaktionsverdichtung im Sinne eines „exploratory talk“ (Mercer & Littleton 2007) und zu „high quality (self-)explanations“ (Roy & Chi 2005) führen. Dabei ist anzumerken, dass aufgrund des Auftretens eines interaktionsverdichtenden Gesprächsmerkmals nicht vorhergesagt werden kann, wie sich der weitere ko-konstruktive Austausch unter den Kindern im Einzelfall entwickelt. Ziel der Pilotstudie war es, die unterschiedlichen auslösenden Schlüsselmomente, die die Entstehung eines ko-konstruktiven Gespräches begünstigen, herauszustellen. Der weitere Verlauf dieser Gespräche wurde nicht explizit sondern allenfalls implizit betrachtet und ist gekennzeichnet von Überschneidungen in den individuellen Gesprächsstrategien der Kinder. So wurden z.B. Lösungsstrategien anderer bereits besprochener Aufgaben sowohl nach der Notwendigkeit des kollaborativen Vervollständigens als auch aufgrund der Präsentation von fehlerhaften Lösungen als mögliche Gesprächsstrategie zur Klärung eines Lösungsweges herangezogen.

Die hier beschriebene Pilotstudie hat somit erste Erkenntnisse über die Effektivität und Beschaffenheit ko-konstruktiver Mathekonferenzen geliefert. Sie weist aber auch deutliche Grenzen auf: eine Quantifizierung ist aufgrund der geringen Stichprobe, der sehr reduzierten angesprochenen mathematischen Themenbereiche und der Durchführung in einem offenen Unterrichtsetting, in dem individuell auf die Beiträge der Kinder reagiert wird, nicht möglich. In Folgeprojekten müssten somit mehrere Klassen über Schuljahre hin begleitet werden, um die Effektivität dieser Methode zu belegen, die identifizierten Gesprächsmerkmale weiter zu prüfen, den weiteren Gesprächsverlauf nach einem auslösenden Moment in den Blick zu nehmen oder auch langfristige Entwicklungen des Interaktionsverhaltens der Kinder sowie den dabei entstehenden mathematischen Lernzuwachs in unterschiedlichen inhalts- wie auch prozessbezogenen Kompetenzen weiter zu erforschen. Ebenso könnte dem Einfluss gruppenspezifischer Prozesse z.B. im Hinblick auf das Ein-

gehen oder Nichteingehen auf einen Einwand eines Kindes oder auf den Umgang mit „Nichtverstehen“ noch näher nachgegangen werden.

### Literatur

- Alexander, R.J. (2006). *Towards Dialogic Teaching: Rethinking Classroom Talk*. York: Dialogos.
- Bardy, P. & Bardy, T. (2013). „Meine Leistungen in Mathematik und mein Interesse sind um 100 Prozent gesunken“ – eine Längsschnittstudie zu zwei als „mathematisch begabt“ eingeschätzten Kindern. In T. Fritzlär & F. Käpnick (Hrsg.), *Mathematische Begabungen. Denksätze zu einem komplexen Themenfeld aus verschiedenen Perspektiven* (S. 61–92). Münster: WTM-Verlag.
- Barnes, D. (1992). The role of talk in learning. In K. Norman (Ed.), *Thinking Voices: the work of the National Oracy Project* (pp. 123–128). London: Hodder and Stoughton.
- Barnes, D. & Todd, F. (1977). *Communication and Learning in Small Groups*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Bauersfeld, H. (2002). Interaktion und Kommunikation. *Grundschule*, 34(3), 10–14.
- Benölken, R. (2011). *Mathematisch begabte Mädchen – Untersuchungen zu geschlechts- und begabungsspezifischen Besonderheiten im Grundschulalter*. Münster: WTM-Verlag.
- Bezold, A. (2012). Förderung von Argumentationskompetenzen auf der Grundlage von Forscheraufgaben. Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule. *mathematica didactica*, 35, 73–102.
- Blatchford, P. & Kutnick, P. (2003). Developing Groupwork in Everyday Classrooms: An Introduction to the Special Issue. *International Journal of Educational Research*, 39(1–2), 1–7.
- Borsch, F., Gold, A., Kronenberger, J. & Souvignier, E. (2007). Der Experteneffekt: Grenzen kooperativen Lernens in der Primarstufe? *Unterrichtswissenschaft*, 35, 202–213.
- Brandt, B. & Höck, G. (2011). Ko-Konstruktion in mathematischen Problemlöseprozessen – partizipationstheoretische Überlegungen. In B. Brandt, R. Vogel & G. Krummheuer (Hrsg.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA)* (S. 245–284). Münster: Waxmann.
- Brophy, J. E. (2000). *Teaching*. Brüssel, Genf: International Academy of Education (IAE)/ International Bureau of Education.
- Chi, M. (2000). Self-Explaining Expository Texts: The Dual Processes of Generating Inferences and Repairing Mental Model. In R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology* (pp. 161–238). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Chi, M. (2009). Active-Constructive-Interactive: A Conceptual Framework for Differentiating Learning Activities. *Topics in Cognitive Science*, 1, 73–105.
- Chi, M. T. H., Roy, M. & Hausmann, R. G. M. (2008). Observing Tutorial Dialogues Collaboratively: Insights about Human Tutoring Effectiveness from Vicarious Learning. *Cognitive Science*, 32, 301–341.
- Chi, M., Chiu, M.-H., deLeeuw, N. & La Vancher, Ch. (1994). Eliciting Self-Explanations Improves Understanding. *Cognitive Science*, 18, 439–477.
- Cohen, E.G. (1994). Restructuring the Classroom: Conditions for Productive Small Groups. *Review of Educational Research*, 64, 1–35.

- Edelmann, W. (2000). *Lernpsychologie* (6. vollst. überarb. Aufl.). Weinheim: Psychologie Verlags Union.
- Gallin, P., & Ruf, U. (1995). *Ich Du Wir. Unterstufe 1 2 3 Schülerbuch*. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.
- Götze, D. (2007). *Mathematische Gespräche unter Kindern. Zum Einfluss sozialer Interaktion von Grundschulkindern auf das Lösen komplexer Aufgaben*. Hildesheim: Franzbecker.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 17–51). London: Routledge.
- Hausmann, R., VanLehn, K. (2007). Self-explaining in the Classroom: Learning Curve Evidence. In D.S. McNamara & J.G. Trafton (Eds.), *Proceedings of the 29th Annual Cognitive Science Society*. 1067–1072.
- Helmke, A. & Schrader, F. W. (2008). Merkmale der Unterrichtsqualität: Potential, Reichweite und Grenzen. *BAK-Vierteljahresschrift*, 14, 17–47.
- Hengartner, E. (1992). Für ein Recht der Kinder auf eigenes Denken. *Die neue Schulpraxis*, 18(7/8), 15–27.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2008). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Seelze-Velber: Klett & Kallmeyer.
- Howe, C. & Mercer, N. (2007). *Children's Social Development. Peer Interaction and Classroom Learning*. Cambridge: University of Cambridge, Faculty of Education.
- Huber, A. A. (2005): Förderung fachlicher und überfachlicher Kompetenzen durch wechselseitiges Lehren und Lernen. In A. A. Huber (Hrsg.), *Vom Wissen zum Handeln. Ansätze zur Überwindung der Theorie-Praxis-Kluft in Schule und Erwachsenenbildung* (S. 201–216). Tübingen: Huber.
- Jones, E. E. & Gerard, H. B. (1967). *Foundations of Social Psychology*. New York: John Wiley & Sons.
- Käpnick, F. (2013). Besondere visuelle Vorstellungskompetenzen – ein markantes Merkmal mathematischer Begabungen? In T. Fritzlar & F. Käpnick (Hrsg.), *Mathematische Begabungen – Denkansätze zu einem komplexen Themenfeld aus verschiedenen Perspektiven* (S. 131–152). Münster: WTM-Verlag.
- Keefer, M., Zeitz, C. & Resnick, L. (2000). Judging the Quality of Peer-Led Student Dialogues. *Cognition and Instruction*, 18, 53–81.
- Kelle, U. & Kluge, S. (1999). *Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung*. Opladen: Leske und Budrich.
- KMK (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Beschluss vom 15.10.2004. München, Neuwied: Wolters-Kluwer/Luchterhand
- Krämer, J., Schukajlow, S., Blum W., Messner, R. & Pekrun, R. (2011). Strategische Unterstützung von Lernenden in einem methoden-integrativen Unterricht mit Modellierungsaufgaben. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 479–483). Münster: WTM Verlag.
- Kronenberger, J. & Souvignier, E. (2005). Fragen und Erklärungen beim kooperativen Lernen in Grundschulklassen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 37, 91-100.
- Krummheuer, G. & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Weinheim u. a.: Beltz Verlag.

- Leiss, D., Blum, W., Messner, R., Müller, M., Schukajlow, S. & Pekrun, R. (2008), Modellieren lehren und lernen in der Realschule. In E. Vásárhelyi (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008* (S. 77–80). Münster: WTM Verlag.
- Littleton, K. & Howe, C. (2010). *Educational dialogues: understanding and promoting productive interaction*. London: Routledge.
- Mercer, N. (2000). *The Guided Construction of Knowledge. Talk amongst teachers and learners*. Clevedon: Multilingual Matters Ltd.
- Mercer, N. & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the Development of Children's Thinking: A Sociocultural Approach*. London: Routledge.
- Meyers, S.A. (1997). *Increasing student participation and productivity on small-group activities for psychology classes*. *Teaching of Psychology*, 24, 105–115.
- Miller, M. (2006): *Dissens. Zur Theorie diskursiven und systemischen Lernens*. Bielefeld: transcript verlag.
- Nührenböcker, M. (2009). Diskursives Lernen im Mathematikunterricht – Interaktive Wissenskonstruktionen von und mit Kindern im jahrgangsgemischtem Anfangsunterricht. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (S. 111–114). Münster: WTM-Verlag.
- Nührenböcker, M. (2010). Einsichtsvolles Mathematiklernen im Kontext von Heterogenität. In A. Lindmeier & S. Ufer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 641–644). Münster: WTM-Verlag.
- Nührenböcker, M. & Steinbring, H. (2009). Forms of mathematical interaction in different social settings – Examples from students', teachers' and teacher-students' communication about mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(2), 111–132.
- Peter-Koop, A. (2003). „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen. In S. Ruwisch & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 111–130). Offenburg: Mildenerger.
- Prediger, S. & Link, M. (2012). Fachdidaktische Entwicklungsforschung – Ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. In H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B., Ralle, M. Rothgangel, L. H. Schön, H. J. Vollmer & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Formate Fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen*. Fachdidaktische Forschungen, Band 2 (S. 29–46). Münster u. a.: Waxmann.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (1999). Teamlüge oder Individualisierungsfalle? Eine Analyse kollaborativen Lernens und deren Bedeutung für die Förderung von Lernprozessen in virtuellen Gruppen. Forschungsbericht Nr. 115, München, Ludwig-Maximilians-Universität, Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie.
- Renkl, A. (1996). Lernen durch Erklären – oder besser doch durch Zuhören? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 28(2), 148–168.
- Renkl, A. (1999). Learning Mathematics from Worked-Out Examples. Analyzing and Fostering Self-Explanations. *European Journal of Psychology of Education*, 14, 477–488.
- Röhr, M. (1995). *Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Entwicklung und Evaluation eines fachdidaktischen Konzepts zur Förderung der Kooperationsfähigkeit von Schülern*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

- Rojas-Drummond, S. M., Albarrán, C. D. & Littleton, K. (2008). Collaboration, creativity and the co-construction of oral and written texts. *Thinking Skills and Creativity*, 3(3), 177–191.
- Roy, M. & Chi, M. (2005). Self-explanation in a multi-media context. In R.E. Mayer (Ed.), *Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (pp. 271–286). Cambridge: Cambridge Press.
- Souvignier, E. & Kronenberger, J. (2007). Cooperative learning in third graders' jigsaw groups for mathematics and science with and without questioning training. *British Journal of Educational Psychology*, 77, 755–771.
- Spiegel, H. & Götze, D. (2006). Von der Verfertigung mathematischer Gedanken beim Reden. In R. Rapp, P. Sedlmeier & G. Zunker-Rapp (Eds.), *Perspectives on Cognition. A Festschrift for Manfred Wettler* (pp. 215–230). Lengerich: Pabst.
- Sundermann, B. & Selter, Ch. (1995). Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In G. N. Müller & E. Ch. Wittmann (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (S. 165–178). Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule.
- Teasley, S. D. (1995). Communication and collaboration: The role of talk in children's peer interactions. *Developmental Psychology*, 31(2), 207–220.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic Mathematics Education as Work in Progress. In F. L. Lin (Ed.), *Common Sense in Mathematics Education, Proceedings of 2001. The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education* (pp. 1–43). Taipei, Taiwan.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Walther, G., Selter, Ch. & Neubrand, J. (2008). Die Bildungsstandards Mathematik. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (pp. 15–39). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Wittmann, E. Ch. (2001). Mathematics in Designing Substantial Learning Environments. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *PME 25. Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 103–197). Utrecht: Freudenthal Institute.

#### **Anschrift der Verfasserin**

Dr. Daniela Götze  
Technische Universität Dortmund  
Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts  
44221 Dortmund  
daniela.goetze@tu-dortmund.de

Eingang Manuskript: 04.10.2013  
Eingang überarbeitetes Manuskript: 08.04.2014  
Online verfügbar: 29.04.2014