

# Vielfältige Lösungsstrategien von Kindern bei Aufgaben zum räumlichen Denken

von

Meike Plath, Lüneburg

**Kurzfassung:** Die vorgestellte Untersuchung beschäftigt sich mit Aufgaben zum räumlichen Denken und den Lösungsstrategien, die Kinder im vierten Schuljahr zeigen. In leitfadengestützten Interviews wurden vier Aufgabentypen eingesetzt, welche basierend auf dem Raumvorstellungsmodell von MAIER (1999) entwickelt wurden. Mit Hilfe einer qualitativen Strategieanalyse wurden die Aussagen der Kinder strukturiert. Traditionell wird vielfach davon ausgegangen, dass durch die Aufgabenstruktur bestimmte Strategien intendiert werden. Die Ergebnisse der Untersuchung zeigen jedoch, dass die Kinder deutlich mehr und vielfältigere Strategien einsetzen als die Theorie erwarten lässt und sich bei jedem Aufgabentyp verschiedene Strategiekombinationen feststellen lassen.

**Abstract:** The presented study focuses on spatial tasks and the variety of solution strategies fourth grade children used. In guideline-based interviews four groups of tasks were presented which were constructed on the model of MAIER (1999). The answers of the children were structured with a qualitative strategy analysis. Traditionally it is assumed, that due to the structure of the task special strategies are intended. The results show that children use even more and multifarious strategies than expected. Additionally, they showed combinations of strategies in every group of tasks.

## 1 Einleitung

In Deutschland existierten lange Zeit verhältnismäßig wenige Untersuchungen zum räumlichen Denken von Kindern. Erst in den letzten Jahren sind eine Reihe Studien entstanden, welche die Thematik aus unterschiedlichen Blickwinkeln betrachten (vgl. GRÜBING 2002, 2003, 2012; LÜTHJE 2010; MERSCHMEYER-BRÜWER 2003; QUAISER-POHL 2001). Die klassischen Aufgaben zur Erfassung des Raumvorstellungsvermögens, wie sie schon von THURSTONE (1938; 1950) eingesetzt wurden, waren in Form von Paper-and-Pencil-Tests, also im zweidimensionalen Modus, gegeben. Dagegen wurden und werden zum Schulen von Raumvorstellung Aufgaben mittels realer Objekte präsentiert, also im dreidimensionalen Modus (z.B. bei „Pötz Klotz“ von GÖTZE & SPIEGEL 2006). Es ist aber fraglich, ob bei Aufgaben in einem Paper-and-Pencil-Test die gleichen Strategien wie bei Aufgaben mit realen Objekten eingesetzt werden. Ausgehend von dieser Problemlage wurde eine Studie mit folgenden Forschungsfragen konzipiert:

- Welche Strategien setzen Kinder ein, um Raumvorstellungsaufgaben (erfolgreich) zu lösen?
- Beeinflusst die Präsentationsform der Aufgaben die Strategiewahl und den Erfolg der Strategien?
- Unterscheiden sich mathematisch leistungsschwache und leistungsstarke Kinder beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben?

Dieser Artikel fokussiert auf die Beantwortung der ersten Fragestellung und präsentiert, nach der thematischen Einbettung der Untersuchung und der Vorstellung des Untersuchungsdesigns, qualitative und quantitative Ergebnisse zu den Lösungsstrategien. Die Frage nach dem Einfluss der Präsentationsformen von Aufgaben ist ebenso wie der Zusammenhang des Raumvorstellungsvermögens der Kinder und ihres mathematischen Leistungsvermögens späteren Arbeiten vorbehalten. Um diese und andere Aspekte in weiteren Veröffentlichungen thematisieren zu können, sollen zunächst die Lösungsstrategien von Kindern bei Aufgaben zum räumlichen Denken identifiziert und analysiert werden.

## 2 Theoretischer Hintergrund

### 2.1 Definition von ‚Raumvorstellung‘

In der Literatur werden synonym zu ‚Raumvorstellung‘ viele weitere Begriffe verwendet, wie beispielsweise ‚räumliches Vorstellungsvermögen‘, ‚räumliche Fähigkeiten‘, ‚spatial abilities‘, ‚spatial cognition‘, ‚Raumanschauung‘ oder ‚räumliche Intelligenz‘. Nach ROST (1977) handelt es sich bei der Raumvorstellung um die Fähigkeit, „mit zwei- und dreidimensionalen Objekten auf der Vorstellungsebene zu operieren“ (S. 20). Diese Beschreibung, welche der hier vorgestellten Untersuchung u.a. zugrunde gelegt werden soll, ist aber nur eine von vielen (vgl. ELIOT & SMITH 1983, S. 1ff.; HELLMICH 2001, S. 6ff.; LINN & PETERSEN 1985). Auch wenn die Definitionen z.T. wenig kompatibel sind, so ist man sich in der Fachliteratur dennoch weitgehend einig darüber, dass Raumvorstellung ein komplexes Konstrukt darstellt, welches aus verschiedenen Teilkomponenten besteht (vgl. HOSENFELD ET AL. 1997; LINN & PETERSEN 1985; MCGEE 1979; ROST 1977, S. 20ff.).

### 2.2 Komponenten des räumlichen Denkens

Seit den 1930er Jahren beschäftigen sich zahlreiche Studien mit der *Anzahl der Teilkomponenten von Raumvorstellung*. Dabei entstanden „Ein-Faktoren-Modelle“ (z.B. von EL KOUSSY 1935 vgl. MAIER 1999, S. 31f.), „Zwei-Faktoren-Modelle“ (z.B. von MICHAEL ET AL. 1950 oder MCGEE 1979) sowie verschiedene Modelle mit drei Faktoren. Mehrere bedeutende Untersuchungen dazu stammen von THURSTONE (1938; 1950). In seinen Arbeiten zur menschlichen Intelligenz beschreibt er den Faktor „space“ als aus den drei Subfaktoren *spatial relations* ( $S_1$ ),

*visualization* ( $S_2$ ) und *spatial orientation* ( $S_3$ ) bestehend. 1985 haben LINN & PETERSEN in einer seitdem viel zitierten Arbeit den Fokus vor allem auf die Bearbeitungsstrategien gelegt und sich damit von dem psychometrisch-faktorenanalytischen Charakter des Ansatzes von THURSTONE abgewandt. Bei ihrer Metaanalyse zur Raumvorstellung ergaben sich die drei Kategorien *spatial perception*, *mental rotation* und *spatial visualization*. Basierend auf diesen Arbeiten entwickelte MAIER (1999) eine Zusammenfassung des Konstrukts und formulierte fünf Komponenten der Raumvorstellung: *Veranschaulichung*, *mentale Rotation*, *räumliche Orientierung*, *räumliche Beziehung* und *räumliche Wahrnehmung* (vgl. S. 50ff.). Obwohl es sich bei MAIERS Zusammenfassung (s. Abb. 1) nicht um ein empirisch validiertes Modell handelt, eignet es sich dennoch heuristisch um Aufgaben zum räumlichen Denken einzuordnen. Dabei ist diese Zusammenfassung nicht als Modell mit trennscharfen Komponenten zu verstehen. Wie in Abbildung 1 zu sehen, sind die Ränder der einzelnen Zellen gegeneinander versetzt. Dadurch wird verdeutlicht, dass inhaltliche Überschneidungen und Zusammenhänge zwischen den Komponenten bestehen.

<b>Standpunkt der Person</b>	<b>Art der Denkvorgänge</b>	
	<b><i>Dynamisch</i></b> Bewegung von Objekten und Veränderung räumlicher Relationen	<b><i>Statisch</i></b> Räumliche Relationen am Objekt unveränderlich
<b><i>Außerhalb</i></b>	Veranschaulichung	Räumliche Beziehung
	Mentale Rotation	Räumliche Wahrnehmung
<b><i>Innerhalb</i></b>	Räumliche Orientierung	

Abb. 1: Die Komponenten des räumlichen Denkens nach Maier (1999)

MAIERS Schema basiert auf der Unterscheidung der zwei Dimensionen *Art der Denkvorgänge* und *Standpunkt der Person* (vgl. MAIER 1999, S. 50ff.; PLATH 2012a):

- Zum einen lassen sich *Denkvorgänge* als eher *dynamisch* oder eher *statisch* beschreiben. Dynamische Denkvorgänge zeichnen sich durch mentale Bewe-

gungen von Objekten oder Veränderungen der Relationen zwischen Objekten aus. Bei statischen Denkvorgängen finden dagegen keine mentalen Bewegungen von Objekten statt. Hier stehen die (unveränderten) räumlichen Relationen zwischen verschiedenen Objekten im Vordergrund.

- Der *Standpunkt der Person* lässt sich als *innerhalb* oder *außerhalb* der Aufgabensituation charakterisieren. Ist die Person mental innerhalb, so sieht sie sich selbst als Teil des räumlichen Problems und denkt sich in die Aufgabensituation hinein. Befindet sich die Person mental außerhalb, so nimmt sie eher die Rolle eines distanzierten Beobachters ein und schaut auf die gesamte Aufgabensituation.

Mit diesen zwei Dimensionen lassen sich die Komponenten räumlichen Denkens strukturieren. Dabei wird eine Komponente, wie in Abbildung 1 dargestellt, hauptsächlich je einer Kategorie der Dimensionen zugeordnet. Aber auch die jeweils andere Kategorie kann anteilig bei einzelnen Komponenten eine Rolle spielen.

Unter *Veranschaulichung* wird die Vorstellung mentaler Prozesse wie das Zusammenbauen, Zerlegen, Verschieben oder Falten gefasst. Dabei handelt es sich um dynamische, häufig mehrschrittige Denkprozesse, bei denen sich die Person gedanklich außerhalb der Aufgabensituation befindet (vgl. LINN & PETERSEN 1985; MAIER 1999, S. 52).

Die *mentale Rotation* beinhaltet ebenfalls dynamische Denkvorgänge, bei denen die Person sich mental außerhalb der Situation befindet. Dabei werden vor allem Objekte als Ganzes gedreht. Nach MAIER (1999) bestehen darüber hinaus enge Verbindungen zur Komponente der *räumlichen Beziehungen*, weswegen bei der *mentalen Rotation* auch Anteile statischer Denkvorgänge enthalten sind (vgl. S. 52).

Die *räumliche Orientierung* umfasst dagegen dynamische Denkprozesse, bei denen sich die Person mental innerhalb der Aufgabensituation befindet und damit selbst zu einem Teil der Aufgabensituation wird. Diese Komponente umfasst die Fähigkeit, sich im Raum zurechtzufinden und sich mental in andere Positionen zu versetzen. Wie bei der *mentalen Rotation* schließt auch hier MAIER (1999) mögliche statische Anteile an den Denkvorgängen ein, womit er sich auf die Zusammenfassung der Komponenten *räumliche Beziehung* und *räumliche Orientierung* in den Arbeiten von MICHAEL ET AL. (1957) und GUILFORD (1964) bezieht. Ebenfalls in Anlehnung an GUILFORD (1964) fasst MAIER (1999) darüber hinaus den speziellen Faktor K, die Rechts-Links-Unterscheidung, als einen Teil der *räumlichen Orientierung* auf (vgl. S. 44ff.).

Die Komponente *räumliche Beziehung* beinhaltet die Fähigkeit, Beziehungen zwischen Objekten und deren Relationen zueinander zu analysieren. Während dieser

statischen Denkvorgänge befindet die Person sich mental außerhalb der Aufgabensituation (vgl. MAIER 1999, S. 52).

Die fünfte Komponente ist die *räumliche Wahrnehmung*, welche wiederum statische Denkvorgänge beinhaltet. Anders als bei der *räumlichen Beziehung* sieht sich die Person aber als Teil der Situation. Der Fokus dieser Komponente liegt auf der Identifizierung von horizontalen und vertikalen Ausrichtungen in räumlichen Konfigurationen. Dabei spielt die Orientierung des eigenen Körpers eine wichtige Rolle (vgl. LINN & PETERSEN 1985; MAIER 1999, S. 52).

### 2.3 Strategien zum Lösen von Raumvorstellungsaufgaben

Die Zuordnung einer Raumvorstellungsaufgabe zu einer bestimmten Komponente des Modells von MAIER (1999) impliziert regelmäßig die Unterstellung, dass für den Lösungsprozess eine ganz bestimmte Strategie naheliegt, wie das auch schon in der klassischen, faktoranalytisch orientierten Forschung angenommen wurde. In anderen Worten: Es wird unterstellt, dass durch eine bestimmte Aufgabenstellung bei verschiedenen Personen die gleichen kognitiven Prozesse aktiviert werden (vgl. LOHMAN 1988; CARROLL 1993, S. 304ff.; PINKERNELL 2003, S. 20ff.). Je nachdem, wie gut diese Prozesse aktiviert werden können, kann die intendierte Strategie mehr oder weniger gut eingesetzt werden (vgl. HOSENFELD ET AL. 1997; PINKERNELL 2003, S. 20ff.).

Unter dieser Prämisse werden Strategien zur Lösung von Raumvorstellungsaufgaben vorwiegend als aufgabenabhängig und weniger als personenabhängig gefasst (vgl. PLATH 2011). Dagegen sprechen allerdings die Ergebnisse verschiedener Studien, in denen sehr wohl der Einsatz unterschiedlicher Strategien von verschiedenen Personen bei ein und derselben Aufgabe sowie Strategiewechsel innerhalb eines Aufgabentyps festgestellt wurden (vgl. BARRAT 1953; CARROLL 1993, S. 304ff.; KYLLONEN ET AL. 1984; LÜTHJE 2010, S. 251ff.). Offenbar sind Lösungsstrategien bei Raumvorstellungsaufgaben nicht nur aufgaben-, sondern durchaus auch personenabhängig (vgl. PLATH & RUWISCH 2012). Eine Eins-zu-eins-Zuordnung von Lösungsstrategie und Aufgabe ist demnach nicht möglich. Es ist zu vermuten, dass einer bestimmten Aufgabe eine Art Hauptstrategie zugeordnet werden kann, also eine dominante hauptsächlich auftretende Strategie, neben der weitere mögliche Lösungsstrategien existieren, sog. Nebenstrategien. Mit ‚Nebenstrategien‘ sollen Strategien bezeichnet werden, die entweder eine eigenständige Alternative zur Hauptstrategie darstellen können oder aber gemeinsam mit der Hauptstrategie in Kombinationen auftreten können. Nebenstrategien werden allerdings bei den jeweiligen Aufgaben nicht in dem Umfang der Hauptstrategien erwartet.

In der Literatur sind verschiedene Differenzierungen von Strategien zu finden. Häufig wird grundlegend zwischen *holistischen* und *analytischen* Strategien unterschieden (vgl. BARRAT 1953; COOPER 1976; HOSENFELD ET AL. 1997). *Holistische*

Strategien stützen sich auf das mentale Bewegen von Objekten in ihrer Ganzheit, Objektteilen oder der eigenen Person. Bei *analytischen* Strategien steht dagegen das Analysieren oder Vergleichen einzelner charakteristischer Merkmale der Objekte im Fokus. Bezogen auf das Modell von MAIER (1999) lassen sich *holistische* Strategien im Wesentlichen den dynamischen Denkvorgängen und *analytische* Strategien den statischen Denkvorgängen als Hauptstrategien zuordnen.

Eine andere Differenzierung läuft auf folgende drei Strategien hinaus: die *Key-features-* (*KF-*), die *Move-object-* (*MO-*) und die *Move-self-* (*MS-*)Strategien (vgl. BARRAT 1953; SCHULTZ 1991). Die *KF*-Strategien bezeichnen die oben beschriebenen *analytischen* Strategien. Der Fokus liegt auf der Analyse spezifischer Merkmale der Objekte, den entsprechend genannten „key features“. Die *MO-* und die *MS-*Strategien stellen Unterkategorien der *holistischen* Strategien dar. *MO-*Strategien beinhalten mentale Bewegungen von Objekten und *MS-*Strategien die mentale Bewegung der eigenen Person im Sinne von Positionswechseln.

Daneben lassen sich in der Literatur weitere interessante Einzelaspekte finden, welche je nach Aufgabenstellung eine Rolle spielen können. So stellte BARRAT (1953) fest, dass einige Versuchspersonen einzelne Objekte der Aufgabenkonfiguration mit einem *konkreten Objekt* verglichen und andere sich an den gegebenen *abstrakten* Merkmalen orientierten. In der Studie von LEONE ET AL. (1993) wurden *Doppelrotationen* (Rotation zweier Objekte nacheinander) und Kombinationen aus *MO* und *MS* festgestellt. AEBLI ET AL. (1968) identifizierten bei Perspektivaufgaben eine sog. *Notstrategie*, welche die Angabe der eigenen Perspektive als korrekte Lösung beinhaltet, wenn das mentale Hineinversetzen in eine andere Position für die Versuchsperson zu schwierig ist (vgl. S. 49).

Darüber hinaus macht GRÜBING (2001) in ihrer Studie auf den strategieunterstreichenden Aspekt der Gestik aufmerksam, welchem auch in der vorliegenden Arbeit eine bedeutende Rolle zukommt (vgl. Abschnitt 3.4). Sie stellte fest, dass vor allem leistungsschwächere Kinder ihre mentalen Denkvorgänge mit entsprechenden Gesten (z.B. Rotationsbewegungen der Hände) unterstützen. Im Hinblick auf die dritte Forschungsfrage ist diese Feststellung besonders interessant.

### 3 Untersuchungsdesign

#### 3.1 Stichprobe

An der Hauptuntersuchung nahmen insgesamt 57 Kinder des vierten Schuljahres, 28 Mädchen und 29 Jungen, im Alter zwischen neun und elf Jahren teil. Das durchschnittliche Alter lag bei zehn Jahren und einem Monat. Im Hinblick auf die dritte Forschungsfrage ging der Hauptuntersuchung ein Mathematiktest voraus. An diesem Test (HaReT 4) nahmen 117 Kinder aus fünf Klassen von drei verschiedenen Schulen in Lüneburg und Hamburg mit unterschiedlichem sozialem Einzugs-

gebiet teil. Auf der Basis dieser Ergebnisse wurden die 30 leistungsstärksten und 30 leistungsschwächsten Kinder für die Hauptuntersuchung ausgewählt (aus Krankheitsgründen konnten drei Kinder letztlich nicht an der Hauptuntersuchung teilnehmen).

### 3.2 Durchführung

Die Kinder wurden in Einzelinterviews aufgefordert, insgesamt 38 Aufgaben zur Raumvorstellung zu lösen. Die Interviews fanden neben dem regulären Unterricht in einem separaten Raum statt und dauerten 20–30 Minuten, ohne dass den Kindern zum Lösen der Aufgaben eine Zeitvorgabe gemacht wurde. Zum Zwecke der späteren Analyse wurden die Interviews mit einer Videokamera aufgezeichnet. Im Hinblick auf die zweite Forschungsfrage wurden die Kinder in zwei Gruppen geteilt: Der einen Gruppe wurden die Aufgaben anhand realer Gegenstände, der anderen in Form von Fotos der Gegenstände präsentiert. Die Gegenstände durften von den Kindern während des Lösungsprozesses nicht bewegt werden. Ebenso durften auch die Kinder sich nicht bewegen und z.B. nicht um die Gegenstände herum gehen. Direkt im Anschluss an den Lösungsprozess sollten die Kinder das Ergebnis nennen und ihr Lösungsvorgehen beschreiben.

### 3.3 Aufgaben

In einer Vorstudie wurden vor dem Hintergrund der Literatur sechs verschiedene Aufgabentypen mit insgesamt 65 Teilaufgaben konzipiert und erprobt. Auf Grundlage einer quantitativen ergebnisorientierten und einer inhaltlichen Auswertung der Interviewdaten ergaben sich zum einen die Reduzierung auf vier Aufgabentypen und zum anderen unterschiedliche Anzahlen an Teilaufgaben zu jedem Typ. Ein Aufgabentyp wurde insgesamt entfernt, da die dazugehörigen Teilaufgaben von keinem Kind in der Vorstudie adäquat gelöst werden konnten. Darüber hinaus wurden einzelne Teilaufgaben entfernt, von denen es noch eine entsprechend strukturgleiche Teilaufgabe gab, so dass jede Teilaufgabe eine eigene Struktur im Sinne verschiedener schwierigkeitsdifferenzierender Faktoren aufweist. In der Hauptstudie wurde somit ein Aufgabenset mit vier Aufgabentypen, bestehend aus 38 Teilaufgaben, eingesetzt. Mit diesen sollten, gemäß des Modells von MAIER (1999), die vier Komponenten *räumliche Orientierung*, *räumliche Beziehung*, *mentale Rotation* und *Veranschaulichung* abgedeckt werden. Die verschiedenen Komponenten waren in der Untersuchung schwerpunktmäßig in verschiedenen Aufgabentypen angesprochen, wenngleich in einem Aufgabentyp daneben auch Aspekte weiterer Komponenten involviert sein können (siehe folgende Abschnitte). Das Modell von MAIER wurde zugrunde gelegt, da es eine sinnvoll strukturierte Zusammenfassung der verschiedenen Komponenten bietet (vgl. Abschnitt 2.2) und sich zur Einordnung verschiedener Aufgabentypen schon in anderen Studien, wie z.B. LÜTHJE (2010), als geeignet erwiesen hat. Außerdem ist damit eine qualitative Charakteri-

sierung der Aufgaben mit Hilfe der zwei Dimensionen möglich. Die Komponente *räumliche Wahrnehmung* wurde aus zwei Gründen nicht abgedeckt. Mit dem eingesetzten Material lassen sich typische Aufgaben dieser Komponente wie die „Wasserspiegel“-Aufgaben von PIAGET & INHELDER (1971, S. 442ff.) nicht sinnvoll umsetzen. Darüber hinaus zeigten die Kinder in der Studie von LÜTHJE (2010) bei derartigen Aufgaben keine erkennbaren Lösungsstrategien (vgl. 233f.).

Neben dieser Einpassung der Aufgaben in das MAIERSCHE Modell galt es, besonders im Hinblick auf die dritte Forschungsfrage, die Teilaufgaben innerhalb eines Aufgabentyps auf verschiedenen Schwierigkeitsstufen anzusiedeln. Dazu wurden für jeden Aufgabentyp schwierigkeitsdifferenzierende Faktoren herausgearbeitet und diese, soweit möglich, in den einzelnen Teilaufgaben unterschiedlich kombiniert. Auch wenn in dieser Arbeit auf die dritte Forschungsfrage nicht eingegangen wird, so sind diese Faktoren für sich genommen interessant und wesentlich für die Konstruktion der Teilaufgaben. Aus diesem Grund spielen sie in den weiteren Ausführungen eine wichtige Rolle.

Als Grundmaterial für die Aufgaben wurde der 2 cm × 2 cm × 2 cm große Holzwürfel ausgewählt. Dieses Material eignet sich gut, um vielfältige Aufgaben zum räumlichen Denken zu konzipieren und darüber hinaus sind vielen Kindern die Holzwürfel aus dem eigenen Unterricht bekannt. Durch den Einsatz lediglich eines Materials sollten die verschiedenen Aufgaben möglichst vergleichbar gehalten werden. Auch wenn auf diese Weise sicherlich nicht alle Facetten der Raumvorstellung vollständig angesprochen werden und mit weiteren unterschiedlichen Aufgabenkonzeptionen das Konstrukt Raumvorstellung noch breiter abgedeckt werden könnte, wird aufgrund der dann benötigten Anzahl an Teilaufgaben die beschriebene Einschränkung und damit die Konzentration auf ein Material vorgenommen.

### 3.3.1 „Bauen mit Soma-Teilen“

Bei diesem Aufgabentyp wurden den Kindern zwei bzw. drei verschiedene Soma-Teile vorgelegt. Anschließend wurden nacheinander verschiedene Würfelgebäude dazugestellt. Die Kinder sollten entscheiden, ob sie aus den vorgegebenen Soma-Teilen das präsentierte Würfelgebäude zusammenbauen könnten. Abbildung 2 zeigt eine Beispielaufgabe, in der das Zusammenbauen möglich ist.

Da die Aufgaben vor allem mehrschrittige Lösungsprozesse des mentalen Zusammenbaus der einzelnen Soma-Teile oder des Zerlegens des Würfelgebäudes erfordern, bei denen sich die Person mental außerhalb der Aufgabensituation befindet, deckt dieser Aufgabentyp zum räumlichen Denken überwiegend die Komponente *Veranschaulichung* ab. Die Denkprozesse sind vorwiegend dynamisch, da die Materialien für den Zusammenbau mental bewegt werden müssen. Als Hauptstrategie ist also der Einsatz von (holistischen) *MO*-Strategien zu erwarten. Außerdem sind als Nebenstrategie analytische Vorgehensweisen denkbar, wenn der Fo-

kus auf den Merkmalen des Würfelgebäudes oder der Struktur der einzelnen Soma-Teile liegt.

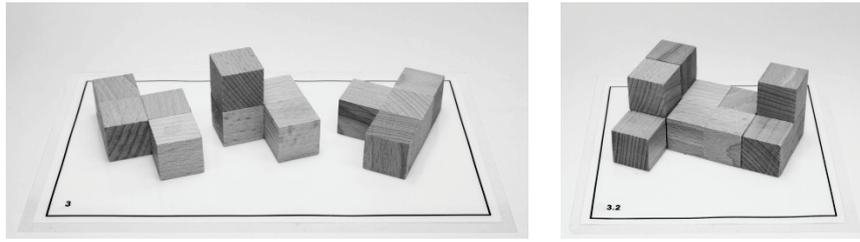


Abb. 2: Beispielaufgabe „Bauen mit Soma-Teilen“

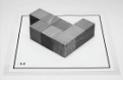
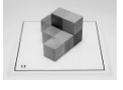
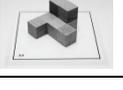
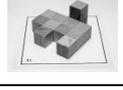
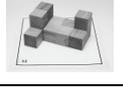
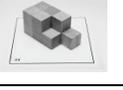
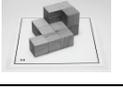
Bewegungsart		DD	DK	KK	Geht nicht
Dimensionalität und Anzahl der Teile	2D/2D 				
	2D/3D 				
		DDD	DDK	DKK	Geht nicht
	2D/3D/3D 				

Abb. 3: Struktur der Teilaufgaben zu „Bauen mit Soma-Teilen“

Bei diesem Aufgabentyp spielen drei schwierigkeitsdifferenzierende Faktoren eine Rolle. Zum einen lässt sich die Anzahl der vorgegebenen Soma-Teile variieren. In der vorliegenden Untersuchung wurden zwei bzw. drei Soma-Teile vorgegeben. Zum anderen lassen sich die Teile als „zwei-“ bzw. „dreidimensional“ auffassen („2D“ bzw. „3D“ in Abb. 3). In der Beispielaufgabe (s. Abb. 2) werden zwei „zweidimensionale“ (links und rechts) und ein „dreidimensionales“ (Mitte) Teil vorgegeben. Darüber hinaus lassen sich Typen von Bewegungen unterscheiden, welche mental durchzuführen sind, um die einzelnen Teile an die richtigen Positionen im Gebäude zu setzen. So müssen einige Teile lediglich auf der Standfläche gedreht bzw. verschoben („D“ in Abb. 3), andere Teile in den Raum hineingekippt

werden („K“ in Abb. 3). Es ist davon auszugehen, dass eine Aufgabe schwieriger zu lösen ist, wenn mehr Soma-Teile vorgegeben werden, diese größtenteils eine dreidimensionale Struktur aufweisen und eine Raumkipfung notwendig ist. Eine besonders leichte Aufgabe bestünde dagegen aus zwei zweidimensionalen Teilen, welche nur auf ihrer Standfläche zusammengeschoben werden müssen.

Insgesamt besteht dieser Aufgabentyp aus zwölf unterschiedlichen Teilaufgaben (s. Abb. 3). Drei Würfelgebäude lassen sich nicht mit den vorgegebenen Teilen bauen, wobei dies lediglich auf die Struktur der jeweiligen Würfelgebäude und nicht auf die Anzahl der Einzelwürfel zurückzuführen ist.

### 3.3.2 „Wer sieht was?“

„Wer sieht was?“ ist ein typischer Aufgabentyp zum Perspektivwechsel (vgl. HUTTENLOCHER & PRESSON 1973; PLATH 2012b). Zuerst wird den Kindern ein Würfelgebäude präsentiert. Um dieses Gebäude herum stehen vier verschiedenfarbige Spielfiguren (s. Abb. 4 links). Nacheinander werden den Kindern dann Fotografien mit unterschiedlichen Ansichten von Würfelgebäuden vorgelegt. Dabei passen einige der Ansichten zu dem Ausgangsgebäude (z.B. Abb. 4 rechts), andere dagegen nicht. Die Kinder sollen bei jeder Fotografie entscheiden, ob, und wenn ja, welche der Spielfiguren das Gebäude von ihrer Position aus so sieht. In der Beispielaufgabe in Abbildung 4 kann die Fotografie der linken Figur zugeordnet werden.

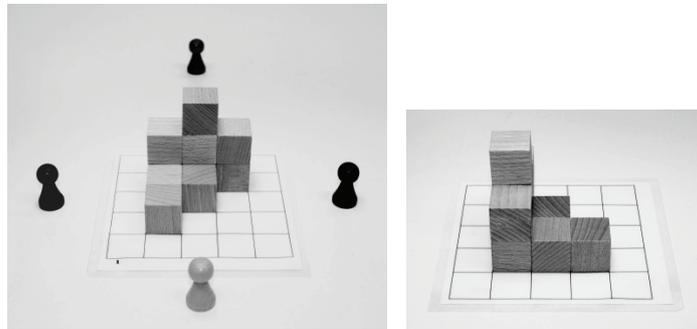


Abb. 4: Beispielaufgabe „Wer sieht was?“

Diese Aufgabe erfordert zum einen sich vorzustellen, wie die verschiedenen Seitenansichten des vorgegebenen Würfelgebäudes aus unterschiedlichen Positionen aussehen, und zum anderen den Vergleich dieser mental gespeicherten Ansichten mit den gegebenen Fotografien. Sich ein Objekt mental von unterschiedlichen Positionen aus vorzustellen, ist Teil der *räumlichen Orientierung*. Dazu begibt sich die Person mental in die Aufgabensituation hinein. Auch diese Denkprozesse lassen sich als dynamisch beschreiben. Bei diesem Aufgabentyp wird deswegen vor-

rangig ein holistisches Vorgehen erwartet, im Speziellen *MS*-Strategien. Aber auch hier könnten, wie bei „Bauen mit Soma-Teilen“, entsprechende analytische Nebenstrategien eingesetzt werden, wenn die Analyse der abgebildeten Würfelgebäude einen Anteil im Lösungsprozess darstellt. Der Vergleich spezifischer Merkmale des Ausgangsgebäudes und des Vergleichsgebäudes auf der Fotografie könnte hilfreich sein, sich für eine Perspektive zu entscheiden.

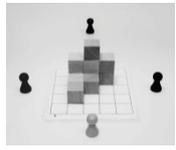
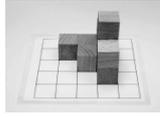
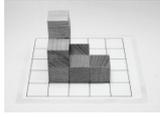
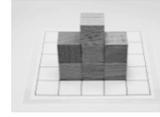
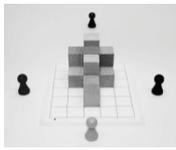
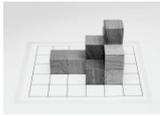
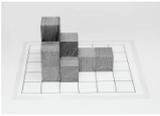
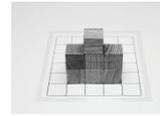
<b>Set 1 Würfelgebäude:</b>	<b>Passende Ansichten:</b>		
	Rechts Seitenansicht 	Links Seitenansicht 	Hinten Gegenüberliegend 
<b>Nicht passende Ansichten:</b>			
			
<b>Set 2 Würfelgebäude:</b>	<b>Passende Ansichten:</b>		
	Rechts Seitenansicht 	Links Seitenansicht 	Hinten Gegenüberliegend 
<b>Nicht passende Ansichten:</b>			
			

Abb. 5: Struktur der Teilaufgaben zu „Wer sieht was?“

Als schwierigkeitsdifferenzierende Faktoren dieses Aufgabentyps wurden die Komplexität der Gebäude, der Seitenansichten sowie der falschen Ansichten (inklusive der Deutlichkeit von deren „Fehlern“, d.h. Abweichung vom „richtigen“ Gebäude) identifiziert. Bezüglich der Komplexität der Gebäude kann unterschieden werden, ob mehr oder weniger Einzelwürfel verwendet werden und wie systematisch oder „wahllos“ diese zu einem Gebäude zusammengesetzt sind. Bei einem sehr systematisch aufgebauten Gebäude mit nur wenigen Würfeln kann man sich

Ansichten leichter vorstellen als bei einem Gebäude, welches aus vielen Würfeln besteht, die „wahllos“ zusammengesetzt wurden, und das keine charakteristischen Merkmale aufweist. Für dieses Aufgabenset wurden ein systematisches Gebäude mit 10 Würfeln und ein systematisches (symmetrisches) Gebäude mit 13 Würfeln konstruiert. Je nach Struktur des Gebäudes sind dann die verschiedenen Seitenansichten unterschiedlich schwierig zu erkennen.

Bei der Beispielaufgabe in Abbildung 4 ist neben der Vorderansicht (die Eigenansicht) vermutlich die Rückansicht verhältnismäßig einfach vorstellbar. Die Art der „falschen“ Ansichten lässt sich von sehr ähnlichen Gebäuden (schwieriger) bis hin zu offensichtlich falschen Gebäuden (einfacher) variieren. Zu diesem Aufgabenset wurden dem Ausgangsgebäude ähnliche „falsche“ Ansichten eingesetzt (s. Abb. 5).

### 3.3.3 „Wer berührt wen?“

Den Kindern werden bei diesem Aufgabentyp Würfelgebäude präsentiert, die aus jeweils drei Soma-Teilen zusammengesetzt sind (s. Abb. 6 rechts). Die Kinder bekommen die Gebäude so zu sehen, dass sie ein linkes, ein mittleres und ein rechtes Soma-Teil unterscheiden können. Sie sollen entscheiden, ob die beiden äußeren Teile sich berühren oder nicht. "Berühren" bedeutet dabei, dass zwei Würfel mit mindestens einer kompletten Würfelfläche aneinander liegen.

Für die Würfelgebäude werden nur die sechs Soma-Vierer (und nicht der Soma-Dreier) verwendet. Jeder Soma-Vierer hat eine eigene Farbe, und eine farbige Abbildung dieser sechs Teile steht den Kindern zum ständigen Abgleich von Struktur und Farbe zur Verfügung (s. Abb. 6 links). Bei der Beispielaufgabe in Abbildung 6 berühren sich das linke (4; blau) und das rechte Soma-Teil (2; orange) unter dem mittleren Soma-Teil (3; gelb).

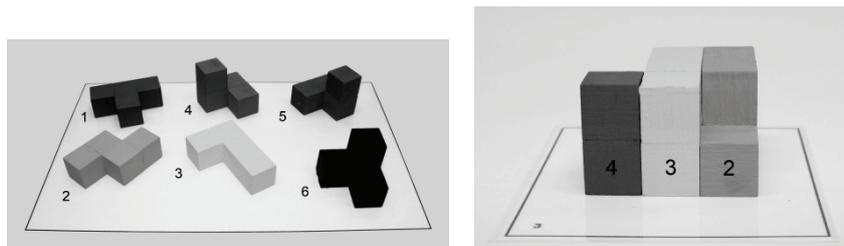


Abb. 6: Beispielaufgabe „Wer berührt wen?“

Bei derartigen Aufgaben steht die Analyse von Lagebeziehungen der verschiedenen Teile im Vordergrund. Um die Frage nach dem Berühren der äußeren Teile beantworten zu können, muss zum einen die Lage jedes einzelnen Teils im Gebäude und zum anderen die Lage der Teile zueinander analysiert werden. Dies erfordert

einen ständigen Abgleich mit den Soma-Teilen auf der Vorlage. Hier sind vor allem analytische Lösungsprozesse, d.h. *KF*-Strategien, angebracht. Aufgrund dieser statischen Denkprozesse und der Position der Person außerhalb der Aufgabensituation lässt sich dieser Aufgabentyp der Komponente *räumliche Beziehung* zuordnen. Als Nebenstrategien sind mentale Bewegungen der Soma-Teile zu erwarten, also holistische *MO*-Strategien, wenn die Soma-Teile zum Würfelgebäude mental zusammgebaut werden um ein Berühren zu überprüfen.

Auch für diese Aufgaben wurden zwei schwierigkeitsdifferenzierende Faktoren herausgearbeitet. Wie bei der Aufgabe „Bauen mit Soma-Teilen“ ist zwischen „zwei-“ und „dreidimensionalen“ Teilen zu unterscheiden. Ein weiterer Aspekt umfasst die Sichtbarkeit der Teile. Sind alle Einzelwürfel eines Soma-Teils von vorne zu sehen, so kann deren Lage im Gebäude einfach erkannt werden. Sind allerdings mehrere Würfel verdeckt, so erfordert dies einen komplexeren Analyseprozess. Insgesamt wurden sieben verschiedene Gebäude zusammengestellt (s. Abb. 7).

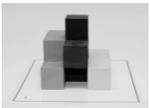
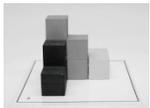
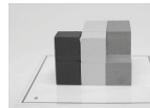
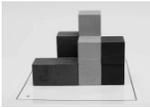
				
<b>Berührung</b>	Nein	Ja	Ja	Nein
<b>Dimensionalität</b>	2 – 2 – 2	2 – 2 – 2	3 – 2 – 2	3 – 2 – 2
<b>Versteckte Würfel</b>	3	4	3	4
				
<b>Berührung</b>	Ja	Nein	Ja	
<b>Dimensionalität</b>	3 – 2 – 3	3 – 3 – 3	3 – 3 – 3	
<b>Versteckte Würfel</b>	4	2	3	

Abb. 7: Struktur der Teilaufgaben zu „Wer berührt wen?“

### 3.3.4 „Würfelschlängen vergleichen“

Für diesen Aufgabentyp werden den Kindern zum einen die in Abbildung 8 links zu sehende Würfelschlange als Referenzschlange und zum anderen verschiedene weitere Schlangen (Alternativschlangen), wie in Abbildung 8 rechts, präsentiert. Die Kinder sollen entscheiden, ob beide Würfelschlängen identisch sind, eine Frage, die im vorliegenden Beispiel zu bejahen ist.

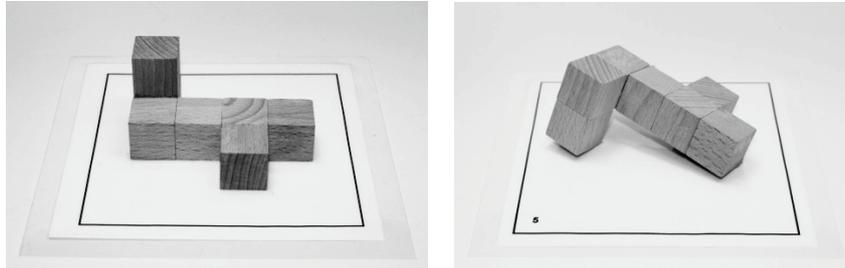


Abb. 8: Beispielaufgabe „Würfelschlängen vergleichen“

Die Aufgaben dieses Typs, wie sie in ähnlicher Form bei SHEPARD & METZLER (1971) eingesetzt wurden, erfordern die *mentale Rotation*. Wie bei „Bauen mit Soma-Teilen“ sind also vor allem holistische *MO*-Strategien als Hauptstrategien zu erwarten. Als Nebenstrategien könnte die Strukturanalyse der Würfelschlängen im Sinne der *KF*-Strategien einen Teil des Lösungsprozesses ausmachen, indem spezifische Merkmale der zwei Schlangen analysiert und verglichen werden.

Bei diesem Aufgabentyp wurden zwei schwierigkeitsdifferenzierende Faktoren identifiziert. Zum einen kann man mentale Rotationen in verschiedenen Ebenen unterscheiden:

- Eine Drehung um eine Achse vertikal zur *Tischebene*.
- Eine Drehung in der *Bildebene* um eine Frontalachse, welche in Blickrichtung des Betrachters ausgerichtet ist.
- Eine Drehung in einer *Raumebene*, d.h. um eine sonstige Raumachse.

Zum anderen stellt der Unterschied zwischen Referenz- und jeweiliger Alternativschlange einen schwierigkeitsdifferenzierenden Faktor dar. Wenn man diesen Unterschied nicht mit – leicht zu durchschauenden – unterschiedlichen Anzahlen der Einzelwürfel bei beiden Schlangen erzeugt, lassen sich drei wesentliche Aspekte identifizieren. Eine Würfelschlange kann erstens nicht mit der Referenzschlange übereinstimmen, weil ihre Gesamtstruktur deutlich anders ist. Zweitens kann eine falsche Schlange der Referenzschlange sehr ähnlich sehen, wenn lediglich ein Ein-

zelwürfel verändert wurde. Drittens kann die Alternativschlange ebenensymmetrisch zur Referenzschlange sein. Unter Beachtung dieser Aspekte wurden fünf Teilaufgaben konzipiert (s. Abb. 9).

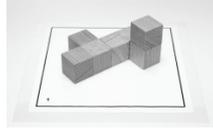
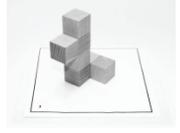
		Identisch	Nicht identisch
<b>Drehung in den verschiedenen Ebenen</b>	Tischebene		
	Bildebene		 symmetrisch
	Raumebene		 ein W. versetzt

Abb. 9: Struktur der Teilaufgaben zu „Wer sieht was?“

### 3.4 Auswertungsverfahren

Zur Beantwortung der ersten Forschungsfrage: *Welche Strategien werden von Kindern eingesetzt, um Raumvorstellungsaufgaben (erfolgreich) zu lösen?* wurde ein Auswertungsverfahren in fünf Schritten erstellt, welches alle von den Kindern eingesetzten Strategien qualitativ erfasst und den erwarteten Strategien aufgrund der Theorie gegenüberstellt. Dieses Verfahren wird anhand des Aufgabentyps „Bauen mit Soma-Teilen“ beispielhaft dargestellt.

#### 3.4.1 Zusammenfassung der Daten

Im ersten Schritt wurde das Rohmaterial, d.h. alle verbalen Aussagen und Gesten jedes Kindes, für jede Teilaufgabe basierend auf dem Videomaterial transkribiert. Dabei handelt es sich um ein einfaches Transkript, bei dem auf genaue Details z.B. der Aussprache verzichtet wurde. Die Aussagen wurden wörtlich verschriftlicht, wobei syntaktische Fehler der Kinder nicht korrigiert wurden. Für die weitere Ana-

lyse wurden Schlagwörter separat hervorgehoben, welche auf unterschiedliche Strategien hindeuten könnten. Abbildung 10 zeigt einen Ausschnitt zur ersten Teilaufgabe. Die Kinder nennen ihr Ergebnis, geben eine Begründung an und zeigen verschiedene Gesten.

Verbale Aussage	Geste	Schlagwörter
<i>Nein, weil das passt nicht, wenn diese drei hier sind, dann muss das ein L sein.</i>	Zeigt auf die drei Würfel und das L	„diese drei“, „ein L“
<i>Ja, weil hier sind 1,2,3,4,5,6,7,8.</i>	Zählt (zeigt auf) die Würfel	„1,2,3,4,5,6,7,8“
<i>Ja, wenn man die zwei zusammen tut. Ich würde dieses Teil hier hintun.</i>	Zeigt die Positionen der Teile im Gebäude	„zusammen tun“, „hintun“
<i>Ja, dieses drehe ich so, dann tu ich es hier hin und diese drehe ich so und dann ist das hier.</i>	Zeigt die Positionen der Teile im Gebäude, Drehbewegungen mit der Hand	„drehe“, „tu ich es hier hin“
<i>Nein, also wenn man das da kann man so hintun, aber ... (Pause) dann steckt das so nach oben ... (Pause) mhh ... (Pause) drei vier fünf... (Pause) ne kann ich nicht</i>	Zeigt die Positionen der Teile und die Bewegung, zählt die einzelnen Würfel	„hintun“, „drei vier fünf“, „so nach oben“

Abb. 10: Auswertungsschritt 1

### 3.4.2 Kodieren und Charakterisieren

Im zweiten Schritt wurden die Aussagen der Kinder mit Strategielabels kodiert, welche den inhaltlichen Fokus des Vorgehens deutlich machen. Die erste Aussage im Beispiel (s. Abb. 10) zeigt ein vorrangig analytisches Vorgehen, bei dem sich das Kind auf einzelne Elemente der Teile bezieht. Diese Aussage bekam das Strategielabel „Analyse der Elemente“. Das zweite Beispiel lässt ebenfalls ein analytisches Vorgehen erkennen, allerdings mit dem Schwerpunkt auf dem Abzählen der Würfel. Deswegen bekam diese Aussage das Label „Analyse der Anzahlen“. Die dritte und vierte Aussage resultieren dagegen aus einem Vorgehen, bei dem die einzelnen Teile als Ganzes betrachtet und zusammengebaut werden. Diese Aussagen erhielten das Strategielabel „Zusammenbauen“. Zusätzlich dazu wird in der

vierten Aussage eine Drehbewegung verbalisiert, weshalb das Strategielabel „Rotation“ hinzugefügt wurde. Im letzten Beispiel ist zum einen das Zusammenbauen in der Aussage zu identifizieren, weswegen auch hier das Label „Zusammenbauen“ vergeben wurde. Zum anderen wird durch die Beschreibung der Struktur und den Zählprozess auch ein analytisches Vorgehen deutlich, weswegen zusätzlich die Strategielabels „Analyse der Elemente“ und „Analyse der Anzahlen“ zugewiesen wurden. Die Gesamtheit der Labels lieferte eine Strukturierung und Charakterisierung aller identifizierten Strategien für aufgabenbezogene Strategieleitfäden.

Die beiden letzten Beispiele lassen Strategiekombinationen erkennen. Während bei den ersten Beispielen vorwiegend *eine* Strategie verbalisiert wird, zeigt die vierte Aussage eine Kombination von zwei holistischen Vorgehensweisen. Die letzte Aussage lässt eine Kombination holistischen und analytischen Lösens erkennen. Derartige Strategiekombinationen waren in einer Vielzahl von Aussagen festzustellen. In diesen Fällen wurde die als dominant herausgearbeitete Vorgehensweise als Primärstrategie des Kindes bei dieser Teilaufgabe tituliert, potenziell weitere erkennbare Vorgehensweisen als Sekundärstrategien festgehalten.

Primär- und Sekundärstrategie sind nicht gleichzusetzen mit Haupt- und Nebenstrategie, welche sich als mögliche Vorgehensweisen aus der Aufgabenanalyse aus theoretischer Perspektive ergaben. Primär- und Sekundärstrategien dagegen stellen eine interpretativ erarbeitete Strategiefestlegung für die weitere Auswertung einer Aussage dar. So kann es sich bei der Primärstrategie einer Aussage auch um die Nebenstrategie für die jeweilige Aufgabe handeln.

Im letzten Beispiel in Abbildung 10 wird das „Zusammenbauen“ als dominant markiert, da die weiteren eher analytischen Teilaussagen zur vertiefenden Begründung ‚nachgeschoben‘ werden. Dagegen wird beim vorletzten Beispiel zwar das Drehen als erstes verbalisiert und durch Gestik unterstrichen, dieses dient jedoch als Teilhandlung der übergeordneten Strategie des „Zusammenbauens“, weswegen letztere als Primärstrategie kodiert wurde.

### 3.4.3 Strategiegruppen

Aufgrund der großen Anzahl an identifizierten und mit Labels versehenen Vorgehensweisen wurden in einem dritten Schritt für jede der vier Aufgabentypen die identifizierten Primärstrategien zu Strategiegruppen zusammengefasst. Die identifizierten Primärstrategien erscheinen dann als Substrategien dieser Strategiegruppen.

Bei „Bauen mit Soma-Teilen“ z.B. kristallisieren sich so vier Strategiegruppen heraus, eine analytische mit drei Substrategien und drei holistische mit jeweils ein bis zwei Substrategien (s. Abb. 11). Die verschiedenen Substrategien werden in Abschnitt 4.1 detailliert beschrieben. Dieser Auswertungsschritt lässt sich als Bottom-up- und Top-down-Analyse beschreiben, da während dieses Prozesses immer

wieder zwischen den inhaltlich fokussierten Substrategien und den allgemeiner gefassten Strategiegruppen gewechselt wurde. So zeigte sich auf der einen Seite die Vielfalt der Vorgehensweisen der Kinder und auf der anderen Seite die relativ grobe Zuordnung zu einer Strategiegruppe. Auch die Komplexität von Strategiekombinationen wurde dabei zunächst auf die identifizierte Primärstrategie reduziert.

<b><u>Bauen mit Soma-Teilen</u></b>	
Substrategien:	Strategiegruppen:
BA: Bezug zur Anzahl	
BF: Bezug zur Form	A: Analytisch
BE: Bezug zu einzelnen Elementen	
-----	
ZU1: Zusammenbauen 1	(H) ZU: (Holistisch) Zusammenbauen
ZU2: Zusammenbauen 2	
ZE1: Zerlegen 1	(H) ZE: (Holistisch) Zerlegen
ZE2: Zerlegen 2	
B: Sonstige gedankliche Bewegungen der Teile	H: (Holistisch) Sonstige

Abb. 11: Strategiegruppen mit Substrategien bei „Bauen mit Soma-Teilen“

Insgesamt ermöglichen die Interviewdaten somit eine intensivere und qualitativ detailliertere Auswertung. Da dieser Artikel aber den Fokus auf die Beschreibung, den Einsatz und den Erfolg der Strategien auf Strategiegruppenebene legt, werden die vorgenommenen Auswertungsschritte als angemessen angesehen.

#### **3.4.4 Ausdifferenzierung und Analyse**

Im vierten Schritt wurde überprüft, ob alle empirisch aufgefundenen Strategien einer Strategie der theoretischen Charakterisierung der Aufgaben zugeordnet werden können oder inwieweit diese eine weitere Ausdifferenzierung implizieren. Für „Bauen mit Soma-Teilen“ ergab die Analyse beispielsweise eine Zerlegung der MO-Strategien in die drei holistischen Strategiegruppen in Abbildung 11.

#### **3.4.5 Kontrastierung von Theorie und Daten**

Im fünften Schritt wurden die theoriebasiert antizipierten und die tatsächlich aufgetretenen Strategien einander gegenübergestellt, um Abweichungen und Übereinstimmungen aufzuzeigen. Bei dieser rein qualitativen Betrachtung kam es zunächst weder auf die Häufigkeit des Auftretens der identifizierten Strategien noch

auf deren Erfolg an. Diese Aspekte waren Teil weiterer Auswertungen und werden in den nächsten Abschnitten für diesen Artikel nur ausschnittsweise aufgeführt.

#### 4 Ergebnisse

In der Untersuchung wurden insgesamt 38 Teilaufgaben eingesetzt, die – nach den theoretischen Überlegungen – von der inhaltlichen Struktur her vor allem mit holistischen Strategien zu lösen waren. Dieses Übergewicht der holistischen Strategien ist gut zu erkennen, wenn die Aufgabentypen in das Modell der Komponenten des räumlichen Denkens nach MAIER (1999) eingeordnet werden (s. Abb. 12). So implizieren zwei Aufgabentypen vor allem holistische *MO*-Strategien und ein weiterer vorwiegend holistische *MS*-Strategien. Lediglich ein Typ ist vorrangig mit analytischen *KF*-Strategien zu lösen.

Intendierte Strategie (Art der Denkvorgänge)	
Holistisch (Dynamisch)	Analytisch (Statisch)
Veranschaulichung / <i>move object</i> <b>„Bauen mit Soma-Teilen“</b> 12 Teilaufgaben	Räumliche Beziehung / <i>key features</i> <b>„Wer berührt wen?“</b> 7 Teilaufgaben
Mentale Rotation / <i>move object</i> <b>„Würfelschlangen vergleichen“</b> 5 Teilaufgaben	Räumliche Wahrnehmung
Räumliche Orientierung / <i>move self</i> <b>„Wer sieht was?“</b> 14 Teilaufgaben	
	Faktor K

Abb. 12: Einordnung der Aufgabentypen in die Komponenten des räumlichen Denkens

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Strategieauswertung differenziert nach den vier Aufgabentypen präsentiert. An dieser Stelle ist festzuhalten, dass nur 10,8% der gesamten Aussagen der Kinder keiner Strategie zugeordnet werden konnten. Bei diesen Aussagen konnten bzw. wollten die Kinder ihre Vorgehensweise nicht verbalisieren oder die Antworten enthielten keine entsprechenden Informationen.

#### 4.1 „Bauen mit Soma-Teilen“

Als Aufgabentyp zur *Veranschaulichung* lässt „Bauen mit Soma-Teilen“ vor allem holistische Strategien, im Speziellen *MO*-Strategien, erwarten. Die Analyse der Kinderaussagen ergab, dass neben verschiedenen *MO*-Strategien auch analytische *KF*-Strategien eingesetzt wurden. Wie in 3.4.3 ausgeführt, lassen sich die Strategien zu vier Strategiegruppen zusammenfassen, zu einer analytischen und drei holistischen.

- *Analytisch*: Bei den analytischen Vorgehensweisen konnten drei Substrategien identifiziert werden. Die Kinder analysierten im Lösungsprozess entweder die Anzahl der Würfel in den Teilen oder dem Würfelgebäude („Weil da auch mehr Steine sind, unten“), sie bezogen sich in ihren Ausführungen auf die Form der Teile („Weil das nicht hinhaut, von der Form nicht passt“) oder machten ihr Vorgehen an einzelnen Strukturelementen der Teile oder des Gebäudes fest („Weil dieses Teil da noch mal zwei hat, das würde dann abstehen“).
- *Holistisch I*: Die erste holistische Gruppe beinhaltet zwei Vorgehensweisen des Zusammenbauens. Einige Kinder erklärten, sie würden die einzelnen Soma-Teile an die entsprechenden Positionen im Gebäude setzen („Dieses Teil da hinstellen und das da so“). Andere äußerten dagegen, dass sie die verschiedenen Teile zu dem Gebäude zusammensetzen würden. Aufgrund der Ähnlichkeit der verbalen Aussagen zu beiden Vorgehensweisen lässt sich der Unterschied zwischen ihnen nur anhand der Gesten der Kinder feststellen. Beim ersten Vorgehen „nahmen“ die Kinder die einzelnen Soma-Teile und „setzten“ diese in das Gebäude. Bei dem zweiten Vorgehen „nahmen“ sie die Soma-Teile ebenfalls, „bauten“ diese aber neben dem präsentierten Gebäude zu einem identischen Würfelgebäude zusammen.
- *Holistisch II*: Die zweite holistische Gruppe stellt sozusagen die Gegenvorgehensweise dar. Zu ihr gehören zwei Zerlegungssubstrategien. Obwohl die Aufgabenstellung auf das Zusammenbauen der Teile zum Gebäude abzielt, erklärten einzelne Kinder, sie würden das Gebäude in die einzelnen Teile zerlegen („Also diese [Würfel] hier das wäre der und die hier unten wär dann der“). Andere Kinder gaben dagegen an, sie müssten einzelne Soma-Teile umbauen oder bräuchten ganz andere Teile, damit sie das Gebäude bauen könnten.
- *Holistisch III*: Die dritte holistische Gruppe umfasst sonstige holistische Vorgehensweisen. Die Kinder verbalisierten andere Bewegungen als das Zusammenbauen oder Zerlegen („Wenn ich den im Kopf so drehe“) und unterstützten dieses Vorgehen teilweise mit einer entsprechenden gestischen Drehbewegung mit den Händen. Beide Vorgehensweisen traten auch einzeln auf.

Trotz der identifizierten analytischen Strategien liegt der Schwerpunkt der eingesetzten Strategien bei diesen Aufgaben auf den *MO*-Strategien. Von den insgesamt

684 Antworten ließen 77,6% ein holistisches und nur 11,5% ein analytisches Lösungsvorgehen erkennen. An holistischen Strategien hatten die Zusammenbaustrategien der Gruppe II den größten Anteil. Die durch die Aufgabenstellung intendierte Vorgehensweise wurde demnach auch von den meisten Kindern eingesetzt. Die *MO*-Strategien führten in 67,0% zum richtigen Ergebnis. Die analytischen Strategien führten dagegen nur bei 35,4% der Antworten zur richtigen Lösung. Diese Auswertung zeigt nicht nur, dass die intendierten Hauptstrategien des Zusammenbaus bei „Bauen mit Soma-Teilen“ von den Kindern auch tatsächlich bevorzugt eingesetzt wurden, sondern dass dieses Vorgehen auch erfolgreicher ist. Darüber hinaus zeigen sich aber auch die analytischen Nebenstrategien, welche allerdings nur selten erfolgreich waren.

#### 4.2 „Wer sieht was?“

Als Aufgabentyp mit Schwerpunkt auf der *räumlichen Orientierung* lässt er holistische Strategien, vor allem *MS*-Strategien, erwarten. Auch bei diesen Aufgaben waren holistische und analytische Strategien zu erkennen. So konnten zwei analytische und zwei holistische Strategiegruppen mit jeweils zwei Substrategien herausgearbeitet werden.

- *Analytisch I*: Die erste Gruppe beinhaltet, ähnlich wie bei „Bauen mit Soma-Teilen“, zwei analytische *KF*-Strategien. Als erste Substrategie trat die Analyse der Struktur der Würfelgebäude („Weil man hier wieder die drei Steine [Würfel] sieht und die hier hinten“) auf; unter der zweiten wurden Äußerungen zur Analyse der Spiegelsymmetrie der Gebäude subsummiert („Wenn es das Spiegelbild wäre, ja“).
- *Analytisch II*: Die zweite Gruppe umfasst ebenfalls analytische Strategien, bei denen die Kinder sich jedoch auf eher unwesentliche Aspekte der Gebäude konzentrieren. Zum einen wurde die Farbgebung einzelner Würfel („Weil das hier so ein bisschen gelb ist“) und zum anderen die Karostruktur der Würfelgebäudeunterlagen („Hier nicht, weil da zwei [Karos] frei sind und hier keine frei sind“) herangezogen.
- *Holistisch I*: Die erste Substrategie dieser *MO*-Strategien umfasst das Verbalisieren mentaler Bewegungen, welche unspezifisch sind und keinem bestimmten Teil oder Gebäude zugeordnet werden. Als zweite Substrategie wurde das mentale Bewegen des Gebäudes identifiziert, welches sich in der Verbalisierung („Wenn man das [Gebäude] so umdrehen würde) oder auch gestischen Unterstützung äußerte.
- *Holistisch II*: Die zweite holistische Gruppe umfasst die *MS*-Strategien. Einzelne Kinder erklärten, nicht das Gebäude, sondern das Foto zu drehen. Andere Kinder erläuterten hingegen, was von einer anderen Position aus zu sehen sei,

nahmen mental also einen anderen Standpunkt ein („Weil man von dieser Seite aus die [Würfel] hier sieht...“).

Obwohl dieser Aufgabentyp holistische Strategien des Perspektivenwechsels (*MS*-Strategien) erwarten lässt, wurden diese verhältnismäßig selten eingesetzt. Von den 798 Antworten konnten nur 218 (27,3%) den holistischen Strategien zugeordnet werden, wovon immerhin 210 *MS*-Strategien waren. Dagegen war in 59,5% der Antworten eine analytische Strategie zu erkennen. Diese hatten eine Erfolgsquote von 78,5% richtige Lösungen, die holistischen Strategien dagegen nur eine Erfolgsquote von 66,5%. Die erwartete Hauptstrategie wird bei dieser Aufgabe daher nicht nur weniger häufig eingesetzt, sondern scheint auch etwas weniger erfolgversprechend zu sein. Die Auswertung der Interviewdaten widerspricht damit der theoretischen Charakterisierung und Zuweisung einer Strategie. Eine detaillierte Analyse der Aufgabenstruktur und der eingesetzten Strategien scheint somit sinnvoll zu sein.

### 4.3 „Wer berührt wen?“

Dieser Aufgabenblock lässt vorwiegend analytische *KF*-Strategien erwarten, da hier die Komponente *räumliche Beziehung* im Vordergrund steht. Die Auswertung der Interviewdaten bestätigt diese Erwartung. Bei der Kategorisierung der Strategien ergaben sich eine analytische und eine holistische Gruppe.

- *Analytisch*: Die analytische Gruppe beinhaltet zwei *KF*-Strategien. Zum einen wurde von den Kindern die Struktur der Würfelgebäude analysiert („Der Grüne hat da noch so eine Ecke hinten“). Zum anderen bezogen sich Kinder in ihrer Erklärung mehr auf die Lage der Teile im Gebäude („Indem das Gelbe so geht bis dahin und dann so links rüber zieht“).
- *Holistisch*: Die holistische Gruppe umfasst die *MO*-Strategien der mentalen Bewegung der Objekte und der gestischen Rotation. Einzelne Antworten verbalisierten mentale Bewegungen („Wenn man den Roten so wie jetzt drehen würde“). Einige Kinder begleiteten ihre Antwort zusätzlich mit einer entsprechenden Geste, einer Drehbewegung mit der Hand.

Wie an dieser Übersicht deutlich wird, lassen sich bei diesem Aufgabentyp weniger unterschiedliche Strategien identifizieren. Die Daten belegen außerdem die erwartete Präferenz analytischer Strategien: Von 399 Antworten zeigten sich bei 84,7% analytische Strategien. Diese hatten eine Lösungsquote von 63,6%. Lediglich in 18 Fällen konnten holistische *MO*-Strategien identifiziert werden. Mit einer Lösungsquote von 77,8% waren diese zwar erfolgreicher, allerdings ist es bei nur 18 Antworten kaum möglich, eine belastbare Aussage über den Erfolg zu treffen.

#### 4.4 „Würfelschlangen vergleichen“

Aufgrund der theoretischen Einordnung werden bei diesem Aufgabentyp zur *mental*en Rotation vorrangig holistische *MO*-Strategien erwartet. Wie bei den vorherigen Aufgabentypen sind holistische wie auch analytische Strategien zu erkennen gewesen. Es ergaben sich eine analytische und zwei holistische Strategiegruppen.

- Analytisch: Diese Gruppe umfasst drei *KF*-Strategien. Die Struktur der Würfelobjekte wurde analysiert („*Also das da ist das hier, dann geht das zwei so hoch und dann geht hier die Kurve*“). Die Spiegelsymmetrie der Schlangen wurde als Entscheidungskriterium herangezogen („*Weil das genau spiegelverkehrt ist*“). Die Anzahl der Würfel an bestimmten Stellen der Schlangen wurde gezählt („*Also ich habe das erst mal durchgezählt, hier sind das vier in der Reihe und hier vier*“).
- Holistisch I: Diese Gruppe entspricht der Holistisch-III-Gruppe beim Aufgabentyp "Bauen mit Soma-Teilen". Mentale Bewegungen der Teile wurden verbalisiert („*Wenn man das umdrehen würde*“) und teilweise mit einer entsprechenden Geste ausgedrückt.
- Holistisch II: Die zweite holistische Gruppe umfasst *MS*-Strategien. Wie schon bei „Wer sieht was?“ verbalisierten einige Kinder einen mentalen Perspektivenwechsel („*Das ist so von der anderen Seite fotografiert worden*“), andere deuteten einen solchen zusätzlich mit einer Kopfdrehung oder einer Drehung um die eigene Körperachse an („*Weil wenn ich meinen Kopf so gedreht habe, dann hab ich gesehen, dass der genauso aussieht*“).

Bei 33,7% der insgesamt 285 Antworten wurde ein analytisches Lösungsvorgehen festgestellt. Dagegen stellen die holistischen Strategien mit 61,8% den größten Anteil dar. Die theoretischen Annahmen bestätigend handelt es sich bei 169 von 176 um die Substrategien der Gruppe Holistisch I und damit um *MO*-Strategien. Die analytischen Strategien führten in 76,0%, die holistischen Strategien in 84,1% der Antworten zur richtigen Lösung.

#### 4.5 Zusammenfassung

Die Strategieanalyse hat gezeigt, dass bei allen vier Aufgabentypen analytische sowie holistische Strategien eingesetzt wurden. Der theoretisch erwartete Schwerpunkt auf vorwiegend holistischen Strategien, als Hauptstrategien eines Aufgabentyps, kann durch die Daten nicht bestätigt werden. So zeigt die Analyse der Strategien insgesamt, dass analytische und holistische Strategien etwa gleich häufig vorkamen. Auch erweisen sich beide Vorgehensweisen insgesamt als ähnlich erfolgreich.

Speziell auf die holistischen Strategien bezogen, wurden 17 Teilaufgaben als Hauptstrategien vorrangig *MO*- und 14 Teilaufgaben eher *MS*-Strategien zuge-

schrieben. Dies könnte vermuten lassen, dass beide Strategien ungefähr mit gleicher Häufigkeit auftreten müssten. Die Analyse der Kinderaussagen zeigte allerdings ein Übergewicht der *MO*-Strategien, wobei auch bei diesem Vergleich beide Vorgehensweisen ähnlich erfolgreich waren.

Aufgrund der verschiedenen Aufgabenkonstruktionen und der unterschiedlichen Anzahlen an Teilaufgaben kann eine derartige überblicksartige Auswertung lediglich Hinweise geben, welche durch eine detaillierte quantitative Analyse zu prüfen sind. Eine entsprechende Auswertung soll weiteren Veröffentlichungen vorbehalten sein.

## 5 Interpretation

Die hier beschriebenen Ergebnisse zeigen, dass die Kinder deutlich mehr unterschiedliche Strategien beim Lösen der Aufgaben eingesetzt haben als die theoretische Einordnung der Aufgaben erwarten ließ. Auch ergaben sich verschiedene Ausdifferenzierungen der Substrategien durch die Empirie. Bei jedem Aufgabentyp wurde der Einsatz analytischer sowie holistischer Strategien festgestellt, was eine Charakterisierung der Aufgaben mittels entsprechender Haupt- und Nebenstrategien bestärkt. Diese enge Kopplung wird auch durch ein gehäuftes Auftreten verschiedener Strategiekombinationen deutlich. Es ist zu vermuten, dass sogar mehr kombinierte Strategien als beschrieben eingesetzt wurden, weil die verschiedenen Strategien den Kindern vielleicht nicht bewusst sind oder nicht alle verbalisiert werden.

Die Strukturanalyse ergab für analytische und holistische Strategien verschiedene Substrategien. Dabei zeigte sich, dass die einzelnen Substrategien nicht aufgabenspezifisch waren, sondern bei mehreren Aufgabentypen auftraten. Zumeist waren sie jedoch durch den Aufgabentyp evoziert. Die intendierten Strategien konnten in allen Aufgabentypen beobachtet werden, erwiesen sich jedoch nicht durchgehend als Hauptstrategie (s. Abb. 13).

Für „Bauen mit Soma-Teilen“ und „Wer berührt wen?“ zeigten sich vorwiegend die theoretisch erwarteten Strategien als Hauptstrategie in den Ergebnissen. Sie erwiesen sich auch als erfolgreicher als andere Strategien. Ebenso wurde bei „Würfelschlangen vergleichen“ die erwartete Hauptstrategie häufig eingesetzt, allerdings verhältnismäßig weniger. Bei diesem Aufgabentyp waren außerdem auch andere Strategien erfolgreich.

Intendierte Strategie (Art der Denkvorgänge)	
Holistisch (Dynamisch)	Analytisch (Statisch)
Veranschaulichung / <i>move object</i> „Bauen mit Soma-Teilen“ → Intendierte Strategie <i>MO</i> erfolgreich → Nebenstrategie <i>KF</i> selten und wenig erfolgreich	Räumliche Beziehung / <i>key features</i> „Wer berührt wen?“ → Intendierte Strategie <i>KF</i> erfolgreich → Nebenstrategie <i>MO</i> selten, Erfolgsaussage nicht möglich
Mentale Rotation / <i>move object</i> „Würfelschlangen vergleichen“ → Intendierte Strategie <i>MO</i> erfolgreich → Nebenstrategie <i>KF</i> erfolgreich	Räumliche Wahrnehmung  Faktor K
Räumliche Orientierung / <i>move self</i> „Wer sieht was?“ → Intendierte Strategie <i>MS</i> selten aber erfolgreich → Nebenstrategie <i>KF</i> Hauptstrategie und erfolgreich	

Abb. 13: Haupt- und Nebenstrategien in den Aufgabentypen

Besonders auffällig sind die Ergebnisse des Aufgabentyps „Wer sieht was?“. Obwohl vorrangig holistische Strategien erwartet wurden, traten diese deutlich seltener auf als analytische Strategien, welche sich zudem auch noch als erfolgreicher erwiesen. Dieses Ergebnis widerspricht der klassischen Zuordnung der Aufgabe zur *räumlichen Orientierung*, unterstützt aber die Zusammenfassung der Komponenten *räumliche Beziehung* und *räumliche Orientierung*, wie sie bei MICHAEL ET AL. (1957) und GUILFORD (1964) zu finden und auch von MAIER (1999, S. 44ff.) als Möglichkeit vorgesehen ist. Allerdings scheint eine derartige Zusammenfassung nicht grundsätzlich sinnvoll, sondern aufgabenabhängig zu sein. Um dieses Phänomen genauer aufzuschlüsseln, erscheint eine Strategieberichtung der einzelnen Teilaufgaben sinnvoll. Diese könnte Aufschluss darüber geben, welche Strukturmerkmale der Teilaufgaben den Schwerpunkt auf analytische Vorgehensweisen bedingen.

Die Auswertung zeigt insgesamt, wie vielschichtig und vielfältig die Strategien zum Lösen von Raumvorstellungsaufgaben sind. Die theoretische Charakterisierung der Aufgaben und damit die Zuweisung einer Hauptstrategie scheint die ganze Komplexität der Aufgaben nicht zu repräsentieren. Eine Aufgabenanalyse mit Betrachtung von Haupt- und Nebenstrategien macht dagegen eine differenziertere

Einordnung der Aufgaben möglich. Allerdings ist nicht jede Strategie für jeden Aufgabentyp sinnvoll. Außerdem gibt die Auswertung der aufgetretenen Strategien Hinweise darauf, dass die Wahl der Strategien nicht ausschließlich aufgabenabhängig zu sein scheint. Auch wenn analytische und holistische Strategien als Haupt- bzw. Nebenstrategie bei jedem Aufgabentyp erwartet wurden, so kamen diese teilweise doch in sehr unterschiedlicher und nicht erwarteter Häufigkeit als Primärstrategien vor. Zusätzlich könnte demnach eine personenabhängige Komponente in den Lösungsprozess hineinspielen und die Strategiewahl beeinflussen. Diesbezüglich könnte eine anschließende Strategieanalyse, die von einzelnen Kindern ausgehend die individuellen Vorgehensweisen fokussiert, weitere Erkenntnisse liefern. So ließen sich z.B. kindabhängige Präferenzen in der Strategiewahl herausarbeiten. Außerdem ist zu klären, in welchem Zusammenhang die Haupt- und Nebenstrategien und deren Erfolg mit der Präsentationsform der Aufgaben und dem mathematischen Leistungsniveau stehen. Voraussichtlich lassen sich unter diesem Blickwinkel weitere Anreicherungen zu den Lösungsstrategien, den Aufgabentypen sowie den schwierigkeitsdifferenzierenden Faktoren gewinnen.

### Literatur

- Aebli, H., Montada, L. & Schneider, U. (1968): Über den Egozentrismus des Kindes. Stuttgart: Klett.
- Barrat, E.S. (1953): An analysis of verbal reports of solving spatial problems as an aid in defining spatial factors. In: *Journal of Psychology*, 36, 17–25.
- Carroll, J.B. (1993): *Human cognitive abilities: a survey of factor-analytic studies*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cooper, L. A. (1976): Individual differences in visual comparison processes. In: *Perception and Psychophysics*, 19(5), 433-444.
- Eliot, J. & Smith, I.M. (1983): *An international directory of spatial tests*. Windsor: NFER-NELSON Publishing Company.
- Götze, D. & Spiegel, H. (2006): Potz Klotz. In: *Grundschule Mathematik*, 10, 16–19.
- Grüßing, M. (2001): Räumliche Geometrie im Verständnis von Kindern des 4. Schuljahres. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, 245–248.
- Grüßing, M. (2002): Wieviel Raumvorstellung braucht man für Raumvorstellungsaufgaben? Strategien von Grundschulkindern bei der Bewältigung räumlich-geometrischer Anforderungen. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(2), 37–45.
- Grüßing, M. (2003): Räumliche Kompetenzen und Mathematikleistung – Erste Ergebnisse einer empirischen Studie mit Kindern des 4. Schuljahres. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, 261-264.
- Grüßing, M. (2012): *Räumliche Fähigkeiten und Mathematikleistung: eine empirische Studie mit Kindern im 4. Schuljahr*. Münster: Waxmann.
- Guilford, J.P. (1964): *Persönlichkeit: Logik, Methodik und Ergebnisse ihrer quantitativen Erforschung*. Weinheim: Beltz.
- Hellmich, F. (2001): *Raumvorstellung und Geometrielernen in der Schule für Lernhilfe*. Oldenburg: Zentrum für Pädagogische Berufspraxis.

- Hosenfeld, I., Strauss, B. & Köller, O. (1997): Geschlechtsdifferenzen bei Raumvorstellungsaufgaben – eine Frage der Strategie? In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 11(2), 85–94.
- Huttenlocher, J. & Presson, C.C. (1973): Mental rotation and the perspective change problem. In: Cognitive Psychology, 2, 277–299.
- Kyllonen, P.C., Lohmann, D.F. & Woltz, D.J. (1984): Componential modeling of alternative strategies for performing spatial tasks. In: Journal of Educational Psychology, 76(6), 1325–1345.
- Leone, G., Taine, M.C. & Droulez, J. (1993): The influence of long-term practice on mental rotation of 3-D objects. In: Cognitive Brain Research, 1, 241–255.
- Linn, M.C. & Petersen, A.C. (1985): Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. In: Child Development, 56, 1479–1498.
- Lohman, D.F. (1988): Spatial abilities as traits, processes, and knowledge. In: Sternberg, R.J. (Hrsg.): Advances in the psychology of human intelligence. Vol. 4. Hillsdale: Erlbaum, 181–248.
- Lüthje, L. (2010): Das räumliche Vorstellungsvermögen von Kindern im Vorschulalter. Hildesheim: Franzbecker.
- Maier, P.-H. (1999): Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Donauwörth: Auer.
- McGee, M.G. (1979): Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences. In: Psychological Bulletin, 86(5), 889–918.
- Merschmeyer-Brüwer, C. (2003): Raumvorstellungsvermögen entwickeln und fördern. In: Die Grundschulzeitschrift 167, 6–10.
- Michael, W.B., Zimmermann, W.S. & Guilford, J.P. (1950): An investigation of two hypotheses regarding the nature of the spatial-relations and visualization factors. In: Educational and Psychological Measurement, 10, 187–213.
- Michael, W.B., Guilford, J.P., Fruchter, B. & Zimmermann, W.S. (1957): The description of spatial-visualization abilities. In: Educational and Psychological Measurement, 17, 185–199.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1971): Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde. Stuttgart: Klett.
- Pinkernell, G. (2003): Räumliches Vorstellungsvermögen im Geometrieunterricht: Eine didaktische Analyse mit Fallstudien. Hildesheim: Franzbecker.
- Plath, M. (2011): Aufgaben in unterschiedlichen Präsentationsformen zum räumlichen Vorstellungsvermögen von Kindern im vierten Schuljahr. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bd. 2. Münster: WTM, 631–634.
- Plath, M. (2012a): Strategien bei Raumvorstellungsaufgaben. Erste Ergebnisse einer Untersuchung mit Kindern im vierten Schuljahr. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bd. 2. Münster: WTM, 657–660.
- Plath, M. (2012b): „Wer sieht was?“ und „Wer berührt wen?“ Raumvorstellungsaufgaben im 4. Schuljahr. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 65(4), 206–210.
- Plath, M. & Ruwisch, S. (2012): Elementary school children solve spatial tasks – A variety of strategies. In: Tso, T.-Y. (Hrsg.): Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 3. Taipei (Taiwan): PME, 305–312.

- Quaiser-Pohl, C. (2001): Räumliches Denken bei Kindern: Entwicklung, Erfassung und praktische Bedeutung. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 48, 241–245.
- Rost, D.H. (1977): *Raumvorstellung: Psychologische und pädagogische Aspekte*. Weinheim, Basel: Beltz.
- Schultz, K. (1991): The contribution of solution strategy to spatial performance. In: *Canadian Journal of Psychology*, 45(4), 474–491.
- Shepard, R. & Metzler, J. (1971): Mental Rotation of Three-Dimensional Objects. In: *Science*, 171, 701–701.
- Thurstone, L.L. (1938): *Primary mental abilities*. Chicago, Illinois: The University of Chicago Press.
- Thurstone, L.L. (1950): Some primary abilities in visual thinking. In: *The Psychometric Laboratory Research*, 59, 1–7.

**Anschrift der Verfasserin**

Meike Plath  
Leuphana Universität Lüneburg  
Institut für Mathematik und ihre Didaktik  
Scharnhorststr. 1  
21335 Lüneburg  
e-Mail: [meike.plath@uni.leuphana.de](mailto:meike.plath@uni.leuphana.de)

Eingang Manuskript: 09.09.2012  
Eingang überarbeitetes Manuskript: 29.04.2013  
Online verfügbar: 24.07.2013