Förderung von Argumentationskompetenzen auf der Grundlage von Forscheraufgaben

Eine empirische Studie im Mathematikunterricht der Grundschule

von

Angela Bezold, Würzburg

Kurzfassung: Aufbauend auf einer kritischen Analyse des Argumentationsbegriffs werden im vorliegenden Artikel ein Kompetenzmodell für das Argumentieren und ein Unterrichtskonzept zur Förderung des Argumentierens entwickelt. Das Unterrichtskonzept basiert auf sog. Forscheraufgaben und dem für die Untersuchung entwickelten Vier-Phasen-Unterrichtsmodell. Anschließend wird eine viermonatige empirische Studie vorgestellt, in der das Unterrichtskonzept evaluiert und das Kompetenzmodell eingesetzt wurde. Die Studie gibt u. a. Aufschluss darüber, welche Anforderungen Kinder hinsichtlich des schriftlichen Argumentierens erfüllen.

Abstract: Based on a critical analysis of the term argumentation in the following article an argumentation competence model as well as a teaching concept for the improvement of argumentation skills will be developed. The teaching concept is based on so called "Forscheraufgaben" and the especially for these study developed "4-Phasen-Unterrichtsmodell". Furthermore an empiric study which was done for a period of 4 month will be presented, in which the teaching concept was evaluated and the competence model was used. One of the results of the study is to show how the requirements of written argumentations are fulfilled by children.

1 Forschungsanlass und Hauptziele der Studie

Internationale (TIMSS, PISA) und nationale (IGLU-E, Orientierungsarbeiten/Bayern, VERA) Studien weisen einerseits auf Defizite beim Argumentieren in der Sekundarstufe und andererseits auf eine fehlende umfassende Standortbestimmung in der Primarstufe hin. Ausgangspunkt der vorliegenden Studie waren die Fragen, wie argumentative Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern gefördert werden können und welchen argumentativen Anforderungen bereits Grundschulkinder genügen können. Für diese Standortbestimmung sowie für eine gezielte Förderung bedarf es detaillierter Anforderungsbeschreibungen für das Argumentieren. Eine

Untersuchung bestehender Kompetenzmodelle erwies sich jedoch nur teilweise als tragfähig.[1]

Hieraus ergaben sich die wesentlichen Ziele für die Forschungsarbeit:

- Entwicklung eines Kompetenzmodells für das Argumentieren, das eine Grundlage für ein Beurteilungsinstrument in der Praxis liefern soll
- Erstellung eines Unterrichtskonzeptes zur Entwicklung von Argumentationskompetenzen

Das Unterrichtskonzept wurde 2007 während eines Zeitraumes von vier Monaten in einer Vor- und Hauptstudie in insgesamt 6 Klassen der 3. Jahrgangsstufe erprobt (ca. 20 Unterrichtsstunden zu 8 Forscheraufgaben). Der Fokus richtete sich – zur Eingrenzung der Forschungsfragen – auf schriftliche Argumentationen von Kindern. Das theoretisch entwickelte Kompetenzmodell wurde bei diesen schriftlichen Schülerdokumenten als Beurteilungsinstrument eingesetzt und auf diese Weise evaluiert.

2 Argumentieren in der Grundschule

2.1 Begriffsklärung

In der mathematikdidaktischen Diskussion tritt das Argumentieren häufig im Sinne des Begründens auf (Vollrath 1980). Gleichzeitig wird zum Ausdruck gebracht, „dass man das Begründen nicht auf die mathematisch eingeengte Form des Beweisens beschränken möchte.“ (ebd., S. 28) Argumentieren meint sowohl „das Verbinden mathematischer Aussagen zu logischen Argumentationsketten als auch das Verstehen und kritische Bewerten verschiedener Formen mathematischer Argumentationen.“ (Blum et al. 2006, S. 36) Es geht also um logische Schlussfolgerungen, die Schritt für Schritt gezogen werden. Diese Sichtweise lässt einen breiten Spielraum argumentativer Aktivitäten zu, der auch in den Bildungsstandards der Grundschule zum Ausdruck kommt. Argumentieren bedeutet hier „mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen, mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln, Begründungen suchen und nachvollziehen“ (KMK 2005, S. 8). Eine tragende Rolle spielt das Argumentieren in den NCTM („The National Council of Teachers of Mathematics“) Standards. Dort wird neben anderen prozessbezogenen Kompetenzen das Argumentieren – Reasoning

[1] In Kapitel 3.1 werden die Kompetenzmodelle des COAKTIV-Projektes (Jordan et al. 2006), der Orientierungsarbeiten (ISB/OA, 2009) und der Vergleichsarbeiten VERA (Universität Landau/ VERA, 2009) hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit für das Argumentieren untersucht.

and Proof – als *ein* wesentlicher Aspekt im Mathematikunterricht hervorgehoben (NCTM 2000, S. 56f).

Auf die Bedeutung der prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen für den Mathematikunterricht weist u. a. bereits Winter durch die von ihm entwickelten allgemeinen Lernziele hin (1975). Auch Winter betrachtet das Argumentieren als ein zentrales Lernziel des Mathematikunterrichts (1975, S. 109). Sein Katalog von Aktivitäten für diese Lernziele erweist sich nach wie vor als fruchtbar für die Grundschule.

Winter betont, dass die Kompetenzen (Lernziele) Argumentieren und Problemlösen natürlicherweise aufeinander bezogen sind (1975, S. 109, vgl. Bruder & Weigand 2005) Daher werden nun sowohl Winters argumentative als auch problemlösende Aktivitäten auf ihre Relevanz für den eigenen Argumentationsbegriff untersucht.[2]

Bei den Aktivitäten „*Entwickeln von Lösungsideen*“ sowie „*Planung von Lösungswegen oder komplexer Handlungsabläufe*“ handelt es sich um Problemlösevorgänge, die mehr oder weniger ein schöpferisches bzw. kreatives Element beinhalten. „Jeder schöpferische Mathematiker bestätigt, dass diese heuristischen, von Intuition getragenen Aktivitäten fundamental sind.“ (Winter 1975, S. 107) In dem Fall, dass zunächst Lösungen für eine Argumentationsgrundlage entwickelt werden müssen, dienen diese Aktivitäten des Problemlösens als unabdingbare Voraussetzungen für das Argumentieren.

Die Aktivität „*Äußern von Entdeckungen über Besonderheiten*“ betrachtet Winter ebenfalls als eine problemlösende Aktivität. Die Bewältigung dieses Schrittes erfordert zunächst das Entdecken von (relevanten) mathematischen Sachverhalten. Anschließend werden Vermutungen[3] über mathematische Besonderheiten – Gesetzmäßigkeiten, Beziehungen, Spezialfälle – aufgestellt. Die geäußerten Vermutungen sollten auf einer gewissen Grundlage – in der Grundschule in der Regel durch Entdeckungen an Einzelbeilspielen – getroffen werden. Sobald Vermutungen über mathematische Auffälligkeiten bzw. Strukturen sprachlich geäußert werden, beginnt im eigenen Verständnis – im Gegensatz zu Winters Verständnis – die Argumentationskette. Auf diese Weise werden bereits erste Schritte, die zu argumentativen Tätigkeiten führen, in den Katalog der Argumentationsaktivitäten aufgenommen. Es entsteht ein komplexerer Argumentationsbegriff.

---

2 Winters Aktivitäten bzw. Lernziele stehen in Anführungszeichen und werden kursiv gedruckt.

3 Da der Zugang zu mathematischen Strukturen in der Regel heuristischer Art ist, werden Entdeckungen zunächst als Vermutungen eingestuft (vgl. Steinweg 2001, S. 25).

Durch die argumentative Tätigkeit „*Begründen*“ des entdeckten mathematischen Phänomens wird die Vermutung auf ihren Wahrheitsgehalt untersucht; die Vermutung kann nun bestätigt oder widerlegt werden. Voraussetzung für eine nähere Untersuchung der Vermutung ist das Hinterfragen von Entdeckungen. Das „*Hinterfragen von mathematischen Aussagen*“ meint, dass eine Begründungsnotwendigkeit erkannt wird („Warum stimmt das?“) bzw. mathematische Aussagen bewusst zunächst als Vermutung betrachtet werden („Stimmt das wirklich?“).

Aus den bisher geschilderten Überlegungen resultiert die nun folgende Definition für das Argumentieren: Argumentieren bedeutet Vermutungen über mathematische Eigenschaften und Zusammenhänge (kurz: Entdeckungen) zu beschreiben (zu formulieren), diese zu hinterfragen sowie zu begründen bzw. hierfür eine Begründungsidee zu liefern.

Insbesondere lassen sich also für die Primarstufe drei Bausteine für das Argumentieren herausstellen (Abbildung 1).

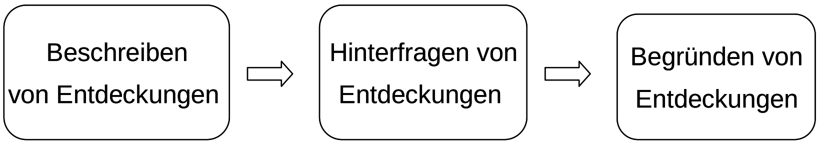

Abbildung 1: Argumentationsbegriff

In weiten Teilen stimmt die Definition mit der Kompetenzbeschreibung des Argumentierens in den Bildungsstandards überein (vgl. KMK 2005, S. 8). Jedoch ist das Argumentieren – wie bereits erwähnt – im eigenen Begriffsverständnis untrennbar mit Sprache verbunden; somit wird das Formulieren als unverzichtbare argumentative Tätigkeit angesehen.[4]

Eine mathematische Entdeckung zu formulieren stellt insbesondere bei komplexeren mathematischen Hintergründen für nicht wenige Kinder in der Grundschule eine anspruchsvolle Aufgabe dar. Wenn dann darüber hinaus eine (komplexere) Entdeckung auch noch begründet werden soll, ist dies eine Anforderung, die nicht alle

[4] Daneben existiert noch ein anderes Argumentationsverständnis, bei dem Vermutungen und Begründungen hierfür nicht explizit sprachlich geäußert werden; es handelt sich um das sog. „innere Argumentieren“. Allein durch die Lösung einer Aufgabe schließt man auf Argumentationsvorgänge, die sich „im Verborgenen“ abgespielt haben (könnten). Nach Blum et al. (2006, S. 36) hat eine Aufgabe „auch dann Argumentationspotential, wenn ein Schüler bei deren Bearbeitung für sich selbst, also in einem intern ablaufenden mentalen Prozess, ein Lösungsverfahren oder ein Ergebnis erklären, rechtfertigen und überprüfen muss.“ Der hier verwendete Argumentationsbegriff schließt das „innere Argumentieren“ nicht mit ein.

Kinder erfüllen können. Dies zeigen insbesondere die Analysen der Ergebnisse verschiedener standardisierter Tests (TIMSS, PISA, IGLU-E, Orientierungsarbeiten/ Bayern, VERA)[5]. Vor diesem Hintergrund sehe ich es als sinnvoll an, bereits erste Schritte auf dem Weg zum Argumentieren – das Formulieren einer Hypothese bzw. einer erkannten oder entdeckten mathematischen Aussage – als eine argumentative mathematische Tätigkeit zu betrachten. Man könnte dieses Definitionsverständnis als rein begriffliche Entscheidung betrachten, jedoch bringt diese Interpretation von Argumentieren auch eine Wertschätzung und Würdigung eines ersten „Bausteins" zum Ausdruck und berücksichtigt darüber hinaus grundschulspezifische Gegebenheiten.

2.2 Bausteine des Argumentierens

Entdecken (Baustein 1) und Hinterfragen (Baustein 2)

Im Zusammenhang mit dem Argumentationsbegriff stellt sich die Frage „Wie kommt es zu Entdeckungen von mathematischen Besonderheiten?"

Entdeckungen können aus Erfahrungen heraus entstehen. Dabei können Verbindungen zu bereits erlernten Inhalten hergestellt oder neue Strukturen erkannt werden. Unentbehrliche Elemente für das Entdecken von mathematischen Besonderheiten sind Kreativität, Intuition und Phantasie (vgl. Bauer 1988, S. 40). „Man denkt gemeinhin, dass mathematische Wahrheiten durch logische Denkprozesse gewonnen werden. Das ist aber keineswegs immer der Fall. Gerade die größten und auf lange Sicht richtungweisenden mathematischen Entdeckungen sind zuerst mit dem geistigen Auge erschaut worden […]." (Hasse 1952, S. 19) Auch durch ein Gefühl für Ästhetik keimen erste Ideen, die im Idealfall zur Erkenntnisgewinnung führen (vgl. Steinweg 2001, S. 20). Nach Devlin liegt die Schönheit der Mathematik in den Mustern und „der Art und Weise, wie sich das gleiche abstrakte Muster hinter immer wieder neuen Verkleidungen verbergen kann." (Devlin 2001, S. 172) Heintz vertritt eine analoge Sichtweise: „In der Mathematik meint Schönheit Ordnung und ist in diesem Sinne ein Kürzel für Kohärenz. […] Die Entdeckung ist jener Moment, in dem sich die ursprünglich disparaten Elemente zu einer Ordnung fügen." (Heintz 2000, S. 146)

Die Frage „Was bedeutet Schönheit in der Mathematik?" kann letztendlich nur subjektiv beantwortet werden. Daraus lässt sich schließen, dass auch Entdeckungen von Schülern als unterschiedlich wertvoll betrachtet werden. Jedoch sollte der Schüler – ist er schließlich geübt in dieser „Disziplin" – ein Gefühl dafür bekommen, welche Entdeckungen als wesentlich eingestuft werden können und für weiterführende Argumentationen bedeutend sind. Dennoch darf das subjektive Mo-

---

5 Eine ausführliche Analyse und Beispiele einiger Testaufgaben findet man bei Bezold (2009, S. 40-49)

ment von wertvollen Entdeckungen bei einer Wertschätzung bzw. Beurteilung nicht aus den Augen verloren werden.

Ein „ins Auge springen“ einer arithmetischen Entdeckung wird mehr oder weniger durch ein Gefühl für Zahlen und ihrer Eigenschaften beeinflusst. Dabei können sich die ersten Vermutungen (u. a. in Abhängigkeit des Leistungsniveaus des Kindes oder in Abhängigkeit der Komplexität der mathematischen Hintergründe) zunächst auf Einzelfälle beziehen, die Grundlagen für das Erkennen von allgemeinen Zusammenhängen liefern oder von Anfang an in allgemeiner Weise formuliert werden. Die begriffliche Wahl „Vermutung“ von Besonderheiten drückt aus, dass diese Entdeckungen in diesem Stadium des Argumentationsprozesses erst noch näher erforscht werden sollten. Mit Hilfe weiterer repräsentativer Einzelfälle sowie der Einordnung in das (bekannte) mathematische Gesamtgefüge gelingt es, diese auf ihren Wahrheitsgehalt hin zu überprüfen. Bei dieser Einordnung handelt es sich beispielsweise um die Einbeziehung bekannter Rechengesetze in argumentative Überlegungen. Sobald auf dieser Argumentationsgrundlage verallgemeinernde Aussagen über Eigenschaften und Zusammenhänge getroffen werden, erfolgt eine vollständige oder teilweise Ablösung von rein empirisch gewonnenen Theorien.

Steinweg (2001, S. 262) konnte bei ihren Untersuchungen über das Zahlenmusterverständnis kein natürliches Begründungsbedürfnis bei Grundschülern feststellen. Aus diesem Ergebnis schloss die Autorin, „dass sich ein vertieftes Verständnis für Zahlenmuster, das auch Begründungen einschließt, erst in einer durch den Unterricht angeleiteten Auseinandersetzung mit Zahlenmustern entwickelt.“ (ebd.) Es wäre nun sicherlich zu gewagt aus diesen Ergebnissen auf ein generell fehlendes Begründungsbedürfnis von Kindern zu schließen. Vergessen werden darf in diesem Zusammenhang auch nicht die Tatsache, dass Kinder in der Regel vor Schuleintritt über ein natürliches Begründungsbedürfnis verfügen. So muss es im Mathematikunterricht darum gehen, eine sich fragende Grundhaltung durch gezielte Maßnahmen vom ersten Schultag an zu erhalten bzw. neu zu entfachen. Dabei haben Lehrende „Initiations- und Vorbildfunktion darin, dass und wie man sich selbst Fragen stellt: ‚Warum ist das so?‘ oder ‚Ist das immer so?‘“ (Krauthausen 2001, S. 6). Der Erwerb eines subjektiven Begründungsbedürfnisses lässt sich jedoch nicht so einfach vermitteln. „Kinder brauchen a) hinreichend Zeit, um ihren Weg ohne Lehrerunterstützung zu gehen. Sie suchen b) auch nicht spontan nach einer Begründung für die Gültigkeit einer Lösung; häufig wird die vorgefundene Lösung per se schon für eine evidente Begründung gehalten. Und c) hinterfragen Kinder untereinander nicht unbedingt die Argumente ihrer Mitschüler in detaillierter Weise.“(ebd.) Dies bedeutet, dass das Hinterfragen und Begründen (soweit erforderlich) zunächst von außen – durch die Lehrkraft bzw. adäquate Arbeitsaufträge – initiiert werden sollte. „Ziel des Mathematikunterrichts sollte es sein, dass die Lernenden (zunehmend) einen impliziten Begründungsansporn verinnerlichen und aus der Sache heraus eine Selbstverständlichkeit empfinden, gewonnene Einsichten sich selbst oder Anderen gegenüber zu begründen – und nicht erst nach Aufforderung durch Lehrende in einer künstlich geschaffenen Begründungssituation.“ (ebd.) Wenn gewonnene Entdeckungen zu mathematischen Auseinandersetzungen veranlassen, „dann spricht Freudenthal vom Schematisieren und Reflektieren. Schemata können jedoch nur gefunden werden, wenn die mathematische Tätigkeit Möglichkeiten zu Entdeckungen bereithält.“ (Steinweg 2001, S. 24, siehe Freudenthal 1973, S. 558–565)

Begründen (Baustein 3)

Die argumentativen Tätigkeiten Entdecken und Begründen sind als eine Einheit zu sehen. „Einer Entdeckung fehlt es ohne Begründung an Sicherheit. Begründungen ohne Entdeckung hingegen verfehlen den Kern des aktiven Lernens.“ (Meyer 2007, S. 29) Meyer bringt hier die in der Mathematik „notwendige Verbindung von Strenge und Kreativität“ (ebd.) zum Ausdruck.

Da die Begriffe Begründen und Beweisen in der Literatur wenig trennscharf verwendet werden, sollen diese in Anlehnung an Bardy unterschieden werden; Überschneidungen lassen sich jedoch nicht vermeiden. Unter dem Begründen wird eine „schlüssige Argumentation für *eine* Aussage“ verstanden (Bardy 2006, S. 162). Dagegen soll das Beweisen als eine Kette von Begründungen bzw. korrekten Schlüssen betrachtet werden (ebd.). Zum Beweisstatus gehört, dass einerseits weitestgehend[6] ein Anspruch an eine logische Strenge gestellt wird und andererseits eine *allgemeine* mathematische Aussage *vollständig* begründet wird (vgl. ebd., S. 162f). Gerade durch die Tatsache, dass Beweise auf Allgemeingültigkeit abzielen, unterscheidet sich das Beweisen vom Begründen. Dadurch beinhaltet das Beweisen in der Regel eine höhere Komplexität als das Begründen. Oftmals wird der Beweisbegriff in der Literatur im Sinne von streng deduktiven Beweisen verwendet. Daneben existieren anschaulich-inhaltliche Beweise, sog. operative Beweise (Müller et al. 2004).

Stein zeigt auf, „dass auch jüngere Kinder zu Argumentationen fähig sind, die auch nach sehr strengen Kriterien Beweis-Charakter haben:“ (Stein 1999, S. 3, zitiert nach Krauthausen 2001, S. 4) In eigenen Voruntersuchungen kamen Beweise in *schriftlicher* Form äußerst selten vor. Da in der Untersuchung der Fokus auf schriftlichen Argumentationen liegt, bestand daher kein Anlass, Begründungs- und Beweisvorgänge explizit zu unterscheiden bzw. den Argumentationsbegriff um den Beweisbegriff zu erweitern.

---

6 In der Schulmathematik bestimmen auch die Kenntnis mathematischer Gesetze bzw. Axiome den Anspruch an die logische Strenge; auch können Beweise in der Schule nicht an den Ansprüchen der Hochschulmathematik gemessen werden. Ein subjektives Moment bei der Anerkennung eines Beweises lässt sich darüber hinaus nicht ausschließen.

Letztendlich muss es in der Grundschule darum gehen, das Beweisen anzubahnen. Dies bedeutet vor allem Begründungen mit Allgemeingültigkeit zu entwickeln bzw. Begründungen auf ihre Allgemeingültigkeit zu untersuchen. Es soll „die Einsicht, dass bestimmte Begründungsmuster unabhängig vom Inhalt eine gewisse Allgemeingültigkeit haben“, vermittelt werden (Blum et al. 2006, S. 36).

Begründungsvorgänge zielen darauf ab, den Wahrheitsgehalt der gewonnenen Vermutungen zu untersuchen und damit auch zu einem tieferen Verständnis von Mathematik beizutragen. (vgl. Malle 2002, S. 4, Vollrath 1980, S. 30f). Zunächst sollte die Vermutung auf der Grundlage des plausiblen Schließens vernünftig erscheinen. Erst dann lohnen sich Begründungsvorgänge. In den Bereich des plausiblen Schließens gehören vorwiegend nicht deduktive Verfahren, sondern „vor allem induktive und analogisierende Schlussweisen, die den Mathematikern dazu verhelfen, Vertrauen in ihre Hypothesen zu gewinnen.“ (Heintz 2000, S. 144) Eine wichtige Rolle spielen „quasi-empirische Bestätigungen“ d.h. die Vermutung kann an zahlreichen Beispielen positiv getestet werden (ebd., S. 145). Hinweise auf der Grundlage von Beobachtungen, Berechnungen oder auch Intuition können in die Irre führen und somit von der mathematischen Wahrheit abweichen. „Mathematisches Wissen ist […] sicheres Wissen, da es nicht auf Erfahrung, sondern auf Denken beruht.“ (ebd. , S. 52) Erst eine Begründung und letztendlich erst der Beweis ermöglicht es zwischen einer Vermutung und einer mathematischen Sicherheit zu unterscheiden.

2.3 Aufgaben mit Argumentationspotential – Forscheraufgaben

Welche Aufgaben eignen sich Argumentationskompetenzen gezielt zu entwickeln? Folgende Aspekte sollen in diesem Zusammenhang eine besondere Beachtung finden:

Ein Verständnis von Mathematik als „*die Wissenschaft von den Mustern*“ (Devlin 1998) harmoniert mit der Zielsetzung Entwicklung von Argumentationskompetenzen. Dieser spezifische Blick auf die Mathematik lässt unzählige Muster und Strukturen erkennen, die es zu entdecken, hinterfragen und begründen gilt. Der Begriff Muster ist hier nicht auf geometrische Muster oder Zahlenfolgen beschränkt, sondern bezieht sich auf Begriffe wie Strukturen, Ordnungen, Zusammenhänge und Beziehungen. Steinweg führt aus, welche Herausforderungen sich insbesondere für argumentative Fähigkeiten durch verstärkte Berücksichtigung von Mustern ergeben (Steinweg 2001, 2003). Daher sollen Aufgaben gewählt werden, in denen mathematische Muster und Strukturen sowie Zahlbeziehungen entdeckt werden und als Argumentationsanlässe fungieren können.

Die Aufgaben sollen der natürlichen Heterogenität der Schüler in einer Klasse Rechnung tragen, indem sie trotz des gleichen inhaltlichen Kontextes Anforderungen unterschiedlicher Komplexität bzw. unterschiedlichen Niveaus hinsichtlich des

Argumentierens stellen (vgl. KMK 2005). Diese Eigenschaft einer Aufgabe soll mit dem Begriff *anforderungsdifferenziert* bzw. *selbstdifferenzierend* bezeichnet werden. „Die Aufgaben sollten für alle Kinder einen Einstieg ermöglichen, aber auch „Rampen“ für besonders Begabte bereithalten (vgl. Hengartner 2006, S. 11).

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen stößt man in der neueren Literatur insbesondere auf den Aufgabentyp *Forscheraufgabe*[7] (u. a. Nührenbörger & Verboom 2005, Selter 2004). Nührenbörger & Verboom erläutern Forscheraufgaben als „Aufgabenstellungen, die zum Untersuchen von mathematischen Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten auffordern. In der Auseinandersetzung mit derartigen Aufträgen sollen die Kinder Muster und Gesetzmäßigkeiten finden, beschreiben und begründen.“ (2005, S. 39) Diese Erläuterung von Forscheraufgaben unterstreicht eine Sicht der Mathematik im Sinne von Devlin und Steinweg. Darüber hinaus werden die einzelnen Bausteine des Argumentierens (Entdecken – Beschreiben – Begründen) explizit hervorgehoben. Durch die Auseinandersetzungen mit Forscheraufgaben eröffnet sich „allen Kindern die Chance, entsprechend ihrer Lernpotentiale zu handeln und zu interagieren sowie selbstständiger zu werden.“ (Nührenbörger & Verboom 2005, S. 4) Forscheraufgaben sind im Verständnis von Nührenbörger & Verboom anforderungsdifferenziert bzw. selbstdifferenzierend.[8]

Aufgrund der Zielsetzung der Untersuchung erfolgt eine Fokussierung auf das Argumentieren. Um die Fülle geeigneter Aufgaben einzugrenzen, sollen sich in der Studie die Besonderheiten schwerpunktmäßig aus den speziellen Rechenvorschriften des Aufgabenformates und der zur Anwendung kommenden Rechengesetze ergeben (siehe folgende Definition Merkmal 1). Auf dieser Grundlage und dem Begriffsverständnis von Nührenbörger & Verboom entsteht nun eine eigene Definition für diesen „Aufgabentyp“: Forscheraufgaben geben vielfältige Anlässe für Entdeckungen von mathematischen Zahl- und Rechenphänomenen – kurz Besonderheiten genannt (Merkmal 1). Sie weisen darüber hinaus ein Argumentations- bzw. Begründungspotential auf (Merkmal 2) und ermöglichen eine natürliche innere Differenzierung, indem sie Anforderungen unterschiedlicher Niveaus an die Kinder stellen (Merkmal 3).

Es gibt Aufgaben, die an sich bereits ein hohes Argumentationspotential besitzen, andere können durch veränderte bzw. ergänzende Fragestellungen zu einer For-

---

[7] Die Begriffe *gute Aufgaben* (u. a. Ruwisch & Peter-Koop 2003) und substanzielle Aufgaben (u. a. Verboom 2004) werden in der Literatur ähnlich verwendet; eine begriffliche Abgrenzung erscheint daher nicht sinnvoll.

[8] Die Fokussierung auf *Forscheraufgaben* wird für die Arbeit als bedeutsam angesehen; dennoch wird kein Ausschließlichkeitsanspruch erhoben, denn natürlich besitzen auch „schlichte Aufgaben“ wie beispielsweise ein „Vergleich von Rechenwegen“ Argumentationspotential.

scheraufgabe werden. Die folgenden Aufgabenstellungen zum Aufgabenformat *Zahlengitter*[9] verdeutlichen, dass im Grunde (fast) jede Aufgabe in eine Forscheraufgabe verwandelt werden kann (Abb. 2). Dieses Aufgabenformat aus dem Bereich der Arithmetik wurde u. a. in der Studie eingesetzt.[10]

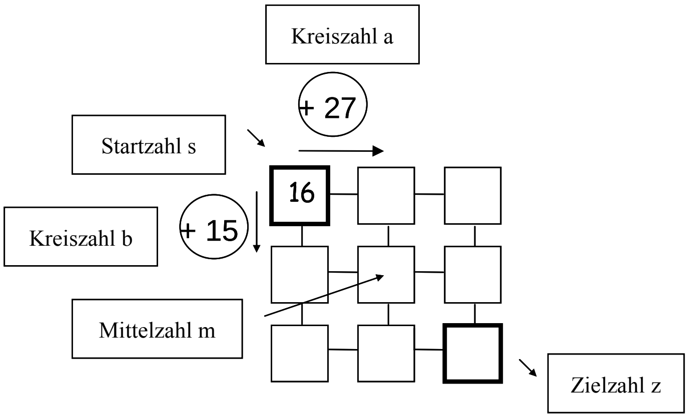

Abbildung 2: Aufgabenformat Zahlengitter

Das Rechnen beginnt bei der „Startzahl". Die restlichen Kästchen werden gefüllt, indem auf waagrechten und auf senkrechten Wegen jeweils eine bestimmte „Kreiszahl" addiert wird. Die „Zielzahl" des Zahlengitters kann auf beliebigen „Gitterwegen" in vier Rechenschritten erreicht werden.

Das Aufgabenformat Zahlengitter eröffnet verschiedene Möglichkeiten für Forscherfragen: Was fällt dir auf? Welche Besonderheiten entdeckst du? Warum ist das so? Beim „Forschen", d. h. beim Entdecken und Hinterfragen der Besonderheiten des Zahlengitters ist es hilfreich, zunächst Zahlengitter mit der Startzahl Null zu betrachten, und hierbei gewonnene Erkenntnisse anschließend auf Zahlengitter mit beliebiger Startzahl zu übertragen.

Besonderheiten ergeben sich sowohl aus der Einzelbetrachtung eines Zahlengitters als auch aus dem Vergleich mehrerer Beispiele. Aufgrund der Wahl des Zahlenmaterials wird bei Beispielen in Abbildung 3 die gleiche Zielzahl und Mittelzahl erreicht. Die Mittelzahl ergibt sich aus der Summe der Kreiszahlen $a+b$, die bei

---

9 Das Aufgabenformat Zahlengitter wird u. a. bei Selter vorgestellt (2004). Hier wird auf eine frühere Quelle bei Moor verwiesen (Moor, Edde: Wiskobas bulletin. Leerplanpublikatie 11. Utrecht 1980).

10 Weitere Beispiele aus der Geometrie und der sachbezogenen Mathematik finden sich u. a. bei Bezold (2009).

beiden Zahlengittern identisch ist. Die Zielzahl wiederum errechnet sich aus $2 \cdot (a+b)$. Somit kann man die Zielzahl berechnen, indem man die Mittelzahl verdoppelt ($2 \cdot m = z$, falls $s = 0$).

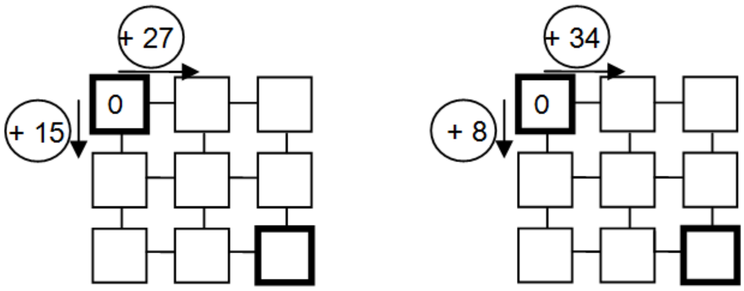

Abbildung 3: Zahlengitter mit der Startzahl Null

Bei der Betrachtung von Zahlengittern mit beliebiger Startzahl können zunächst die bei Zahlengittern mit $s = 0$ gewonnenen Erkenntnisse übertragen werden. Wieder ergibt sich auf Grund der identischen Kreiszahlensumme $a+b$ die gleiche Zielzahl. Bei der „Erforschung" des Zusammenhangs von Mittelzahl und Zielzahl vermuteten jedoch die Schüler, die an Voruntersuchungen teilgenommen hatten, dass nun „neue Regeln" gelten. Durch systematische Veränderung der Startzahl s – eine Strategie, die fortgeschrittenen Anforderungen entspricht – können schließlich allgemein gültige Aussagen zu allen Zahlengittern gefunden werden.

3 Entwicklung eines Kompetenzmodells für das Argumentieren und eines Unterrichtskonzeptes zur Förderung des Argumentierens

3.1 Untersuchung bestehender Kompetenzmodelle – Vorüberlegungen

Zunächst stellt sich die Frage, welche bestehenden Kompetenzmodelle sich als tragfähig hinsichtlich des eigenen Argumentationsbegriffs erweisen.

Im Rahmen des COACTIV-Projekts stellen Jordan et al. (2006, S. 40) ein Klassifikationsschema zur Erfassung von Schülerleistungen in der Sekundarstufe vor. Die Fähigkeit „Argumentieren" wird in folgende drei Niveaustufen ausdifferenziert:

- Bloße Wiedergabe von Standardbegründungen; Argumentationen durchführen, für die Alltagswissen genügt; einschrittige oder rein rechnerische Argumente entwickeln.

- Überschaubare mehrschrittige, auch begrifflich geprägte mathematische Argumente entwickeln und schriftlich darlegen oder gegebenenfalls solche nachvollziehen.
- Komplexe mathematische Argumente (Begründungen, Beweise, Strategien, Verallgemeinerungen) entwickeln und schriftlich darlegen oder gegebenenfalls solche nachvollziehen; verschiedene Arten von mathematischen Argumentationen und deren Effizienz vergleichen oder bewerten.

Nicht alle Anforderungsbeschreibungen der Niveaustufen lassen sich auf den Primarbereich übertragen; einige sind unabhängig von der Schulstufe als kritisch anzusehen. Sicherlich hängt das Argumentationsniveau entscheidend von der Komplexität der Argumentationen und bedingt von der Anzahl der Argumentationsschritte ab. Obwohl in dieser Arbeit auf das schriftliche Argumentieren fokussiert wird, erachte ich insbesondere für die Primarstufe eine explizite Betonung des Schriftlichen (siehe Niveau 2 und 3) als nicht sinnvoll. Da Grundschüler nur wenig auf ein „Repertoire" von sog. Standardbegründungen zurückgreifen können, ist diese Beschreibung von Niveau 1 für die Primarstufe nicht tragfähig. Das Bewerten von Argumentationen beispielsweise in Form einer Anerkennung oder Ablehnung einer mathematischen Aussage könnte in Abhängigkeit der Komplexität des vorliegenden Arguments auch auf der niedrigsten Niveaustufe angesiedelt werden.

Darüber hinaus wurden die Anforderungsbeschreibungen der Modelle der Orientierungsarbeiten (ISB/OA) und der Vergleichsarbeiten VERA (Universität Landau/ VERA) analysiert, die explizit für die Primarstufe, jedoch für alle Kompetenzbereiche erstellt wurden. Bei beiden Modellen sind konkrete Hinweise zu argumentativen Anforderungen eher indirekt zu finden und allgemein gehalten.[11] Beispielsweise lassen die Begriffe „Interpretieren und Kombinieren" Anforderungen hinsichtlich des Argumentierens erkennen bzw. können zumindest indirekt erschlossen werden. So erfordern Aufgaben in Kompetenzstufe IV „Fähigkeiten wie z. B. *systematisches Probieren* oder das *Interpretieren bzw. Kombinieren* verschiedener Informationen" (ISB/OA Durchführungs- und Korrekturhinweise 2009, S. 12). Bei der Beschreibung von Niveau drei von VERA heißt es: „Das Finden, *Erklären* und Korrigieren von Fehlern in schriftlichen Additionen oder Subtraktionen gelingt." Der Begriff *Begründen* wird in diesen Modellen nicht verwendet.

Aufgrund der wenigen expliziten Anforderungsbeschreibungen reichen die vorliegenden Modelle beider Vergleichsarbeiten für eine Interpretation bzw. Beurteilung von Argumentationskompetenzen nicht aus. Dies ist sicherlich auch auf die Aufgabenstellungen zurückzuführen. Nur selten wurden die Kinder direkt aufgefordert, mathematische Phänomene oder Lösungen zu beschreiben bzw. zu hinterfragen (vgl. z. B. VERA 2008, 2009, 2012).

---

[11] Eine detaillierte Analyse beider Kompetenzmodelle erfolgt bei Bezold (2009).

Kompetenzen realisieren sich in der Bewältigung bestimmter Aufgaben. Jedoch erscheint es einfacher zu sein, repräsentative Aufgaben für inhaltsbezogene Kompetenzen – beispielsweise Aufgaben für die Beherrschung des Einmaleins – zu finden als repräsentative Aufgaben für das Argumentieren. Eine sinnvolle Präzisierung dieser Kompetenzen erscheint nur vor dem Hintergrund bestimmter Aufgabentypen – hier *Forscheraufgaben* – sinnvoll, die eine begrenzte Anzahl von Aktivitäten fordern. Eine Interpretation der Schülerergebnisse ist somit immer in Beziehung mit dem Aufgabentyp *Forscheraufgaben* zu sehen.

Was soll ein Modell zur Bestimmung von Argumentationskompetenzen bei *Forscheraufgaben* leisten? Welche Bedingungen müssen gelten?

Die Einteilung in Kompetenzniveaus soll einerseits nach mathematischen Gesichtspunkten erfolgen, aber auch dem Anspruch an eine Praxistauglichkeit gerecht werden. Eine allzu detaillierte Einteilung in Kompetenzniveaus erscheint aufgrund des nicht unerheblichen Zeitfaktors nicht hilfreich zu sein. Die Anforderungen der *Forscheraufgaben* werden im Kompetenzmodell in

- Grundanforderungen (Kompetenzniveau 1/ N1),
- zusätzliche Anforderungen (Kompetenzniveau 2/ N2) und
- fortgeschrittene Anforderungen (Kompetenzniveau 3/ N3) eingeteilt.

Die veränderte Sichtweise hinsichtlich der Beziehung zwischen einer Aufgabe und einer Kompetenzstufe – beispielsweise im Gegensatz zum PISA-Modell – soll besonders hervorgehoben werden: Entsprechend dem Begriffsverständnis einer *Forscheraufgabe* wird einer spezifischen Aufgabe nicht vorab ein spezifisches Kompetenzniveau zugewiesen, sondern hier versucht, durch *eine* Aufgabe Anforderungen auf (weitgehend) allen Niveaustufen an die Schüler zu stellen. Somit bestimmt jeder Schüler selbst durch seine individuelle Erfüllung von Anforderungen das Niveau der Aufgabe.

In das Modell für das Argumentieren sollen verschiedene Begründungsniveaus integriert werden. Dazu müssen zunächst unterschiedliche Begründungsniveaus beschrieben bzw. definiert werden. Diese Begründungsniveaus werden den jeweiligen Kompetenzniveaus zugeordnet. Jedes Kompetenzniveaus soll mit und ohne Begründen erreicht werden können. Diese Notwendigkeit resultiert aus dem Argumentationsverständnis, in dem Begründen als eine Teilkompetenz des Argumentierens betrachtet wird.

3.2 Entwicklung der Kompetenzstufen

Das Modell für Argumentationskompetenzen wurde unter Einbeziehung der geschilderten Vorüberlegungen erstellt. Weiterhin konnten Vorstellungen über (zu erreichende) Anforderung auf der Grundlage folgender Elemente erlangt werden:

- intensive mathematische Analysen verschiedener *Forscheraufgaben,*

- Analysen schriftlicher Schüler-Argumentationen zu ausgewählten Forscheraufgaben (eigene Unterrichtserprobungen) sowie
- einzelne Elemente bestehender Kompetenzmodelle

Bevor nun die Entwicklung der Kompetenzstufen sowie das Kompetenzmodell vorgestellt wird, muss betont werden, dass das Modell primär die Zielsetzung verfolgt, Niveaustufen *schriftlicher* Argumentationen[12] zu bestimmen. Schriftliche Argumentationen, die durch die spezifischen Fragen „Was fällt dir auf? Warum ist das so?“ initiiert werden, können nur begrenzte Einblicke in stattgefundene Prozesse (beispielsweise hinsichtlich entwickelter Hypothesen, hinsichtlich eines allmählichen Herantastens an eine Begründung) geben. Eine weitere Besonderheit liegt darin, dass die Kinder im Vergleich zu mündlichen Äußerungen vor dem Aufschreiben nochmals mathematische Konzepte überdenken, hinterfragen sowie ihre Gedanken vor einer „Äußerung“ ordnen können.

Wie aus dem Argumentationsbegriff und den spezifischen Aufgabenstellungen für Forscheraufgaben ersichtlich wird, bezieht sich das Argumentieren auf das Beschreiben bzw. Erläutern von Besonderheiten, das Beschreiben bzw. Erläutern von Lösungen (bzw. Strategien) und das Begründen von Sachverhalten. Die Fragen, mit denen sich die Kinder durch die Aufgabenstellungen befassen (sollen), werden einerseits in Form einer expliziten Arbeitsanweisung an sie herangetragen (vgl. Frage 1, 4 und 7), andererseits sollen sich die Fragen auf natürliche Weise durch die Beschäftigung mit der Aufgabe ergeben (vgl. Frage 2, 3, 5 und 6).

Hinsichtlich des Beschreibens bzw. Erläuterns werden die Schülerinnen und Schüler mit folgenden drei Fragen konfrontiert:

1. Welche Besonderheiten hast du entdeckt?
2. Welche Lösungen hast du gefunden?
3. Wie bist du vorgegangen, um Besonderheiten und Lösungen zu finden?

Hinsichtlich des Begründens werden die Teilnehmer der Studie mit weiteren vier Fragen konfrontiert:

4. Warum treten bestimmte Besonderheiten auf?
5. Warum müssen bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein?
6. Warum weisen die Lösungen diese Gemeinsamkeiten, Unterschiede oder Besonderheiten auf?
7. Warum gibt es nicht mehr Lösungen?

---

12 Gallin und Ruf (1999, S. 75) sprechen von einer Vernachlässigung der schriftlichen Sprache in der Schule und bringen sehr überzeugende Argumente für eine stärkere Betonung des Schriftlichen.

Bei der Erstellung der Begründungsniveaus erfolgen keine Hinweise bezüglich der Frage, auf welcher Grundlage die Schüler eine Entdeckung erklären bzw. begründen. Als Argumentationsbasen sind in der Primarstufe insbesondere Rechengesetze, Anwendung von Algorithmen, Erfahrungen aus dem außermathematischen Alltag, schulische Gewohnheiten mit außermathematischen Zusammenhängen sowie Veranschaulichungen von Bedeutung. Die Studien von Schwarzkopf (2000) und Malle (2002) führten zu der Entscheidung, den Schülern eine möglichst große Freiheit bezüglich ihrer Wahl der Argumentationsbasen zuzugestehen. Schwarzkopf analysierte Argumentation von Schülern aus der vierten und fünften Jahrgangsstufe, die sich in der mathematischen Auseinandersetzung im *mündlichen* Unterricht ergaben. Es zeigte sich, dass bei den Beteiligten keine Einigkeit über die Argumentationsbasis bestand (Schwarzkopf 2000, S. 427–448). Auch in einer Studie von Malle zeigten die Schüler (und auch Lehrkräfte) große Unsicherheiten hinsichtlich der Akzeptanz der Argumentationsbasen. Der Autor schlägt als Ausweg aus dieser Situation vor, dass zunächst die Überzeugungsfunktion der Begründungen im Vordergrund stehen und erst ab etwa dem 9. Schuljahr zu klar vorgegebenen Argumentationsbasen argumentiert werden sollte (Malle 2002, S. 5f).

Die Begründungen sind dem *1. Begründungsniveau* zuzurechnen,

- wenn es sich um eine nahezu offensichtliche Begründung für einen einfachen Sachverhalt handelt.

Die Begründungen sind dem *2. Begründungsniveau* zuzurechnen,

- wenn es sich um eine vollständige Begründung für einen einfachen Sachverhalt handelt,
- wenn es sich um eine geeignete Begründungsidee für einen komplexen Sachverhalt handelt, die
  - noch nicht im Sinne einer schlüssigen Argumentation zu Ende geführt wurde bzw. unvollständig ist oder
  - die einen geringen Fehler aufweist.

Begründungen sind dem *3. Begründungsniveau* zuzurechnen,

- wenn es sich um vollständige und schlüssige Begründungen für komplexe oder sehr komplexe Sachverhalte handelt.

Für die Bestimmung der Niveaustufe ist es zum Einen entscheidend, ob ein einfaches, komplexes oder sehr komplexes mathematisches Phänomen beschrieben wird, wobei die Begriffe „einfach", „komplex" oder „sehr komplex" m. E. nicht allgemein definiert und erst für ein spezifisches Aufgabenformat konkretisiert werden können. Zum anderen hängt das Argumentationsniveau davon ab, ob und auf welchem Niveau die Entdeckung begründet wird.

Werfen wir einen Blick auf zwei Schülerargumentationen aus der Vorstudie[13] zur bereits vorgestellten Forscheraufgabe zum Zahlengitter (Abb. 3 in Abschnitt 2.3).

> Mir ist aufgefallen, dass immer die gleiche Zielzahl und Mittelzahl herauskommt. (Tobias)

> Ich habe entdeckt, dass die Mittelzahl, die Zielzahl und die Startzahl gleich sind. Ich habe entdeckt, dass, wenn die Startzahl gleich ist, dass dann auch die Mittelzahl und die Zielzahl gleich ist. Das ist so, weil die Kreiszahlen, wenn man sie zusammenzählt, das gleiche Ergebnis haben. (Miriam)

Beide Kinder entdeckten Besonderheiten, wobei sich die verbalisierten Entdeckungen zu den spezifischen Zahlengittern deutlich hinsichtlich der Komplexität unterscheiden. Tobias beschreibt isoliert die Besonderheiten bzw. Gemeinsamkeiten der Zielzahlen und der Mittelzahlen. Miriam erfasst die Abhängigkeiten der Mittelzahl, Zielzahl, Startzahl und Kreiszahlen in ihrer gesamten Komplexität. Zusätzlich werden bei dieser Argumentation schlüssige Begründungen angeführt.

Als zwei zentrale Komponenten für die Erläuterung der Anforderungen der Kompetenzniveaus fungieren nun auf der Grundlage zahlreicher Analysen von Kinderdokumenten und auf der Basis des vorliegenden Argumentationsbegriffs

- die Komplexität der verbalisierten mathematischen Entdeckungen (relevante Besonderheiten) wie beispielsweise Eigenschaften, Beziehungen, Lösungsmöglichkeiten und
- das beschriebene Begründungsniveau.

Der Grad der Verallgemeinerung für Entdeckungen bzw. Begründungen soll nur in begrenztem Maße unterschieden werden. Dies bedeutet für die Auswertung Folgendes: Beziehen sich Kinder auf konkretes Zahlenmaterial, verzichten aber auf Formulierungen, die eine Verallgemeinerung der Aussage aufweisen, soll die Aussage gleichwertig mit Aussagen, die eine gewisse Verallgemeinerungstendenz verdeutlichen, gewertet werden. Dadurch entstehen u. U. auch innerhalb eines Kompetenzniveaus Niveauunterschiede. Zu dieser Vorgehensweise führte zum einen die Tatsache, dass sich Grundschüler bei Voruntersuchungen hauptsächlich auf konkretes Zahlenmaterial bezogen und verallgemeinernde Aussagen einen Sonderfall darstellten, zum anderen wird durch die Formulierung der *Forscherfragen* (*Was fällt dir auf? Warum ist das so?*) eine Verallgemeinerung nicht eingefordert und kann somit auch nicht bewertet werden.

[13] Rechtschreibfehler und Satzzeichen wurden gegebenenfalls verbessert.

Grundanforderungen oder elementare Anforderungen (Kompetenzstufe 1/ N1)

- Beschreibung[14] einfacher mathematischer Entdeckungen (Zahleigenschaften, Gemeinsamkeiten oder einfache Besonderheiten möglicher und unmöglicher Lösungen o. ä.)
- Beschreibung einfacher mathematischer Entdeckungen mit Begründung auf dem 1. Begründungsniveau[15]

Zusätzliche Anforderungen (Kompetenzstufe 2/N2)

- Beschreibung einfacher mathematischer Entdeckungen mit Begründung auf dem 2. Begründungsniveau
- Beschreibung komplexer mathematischer Entdeckungen (Zahleigenschaften in Abhängigkeit einer Bedingung, komplexe Zahlbeziehungen, komplexe Bedingungen für Lösbarkeit oder Unlösbarkeit o. ä.)
- Beschreibung komplexer mathematischer Entdeckungen mit Begründung auf dem 2. Begründungsniveau

Fortgeschrittene Anforderungen (Kompetenzstufe 3/N3)

- Beschreibung sehr komplexer mathematischer Entdeckungen (Zahleigenschaften in Abhängigkeit mehrerer Bedingungen, sehr komplexe Zahlbeziehungen, sehr komplexe Bedingungen für Lösbarkeit oder Unlösbarkeit o. ä.)
- Beschreibung (sehr) komplexer mathematischer Entdeckungen mit Begründung auf dem 3. Begründungsniveau

3.3 Erste Erprobung in einer Vorstudie

Zunächst wurde dieses Modell in einer Vorstudie erfolgreich erprobt; die vorliegenden Argumentationen (circa 150 Schülerdokumente) konnten den Kompetenzstufen überzeugend zugeordnet werden, so dass keine Modifizierungen des Modells notwendig waren. Zur Erleichterung der Auswertung (für die Hauptstudie und als Grundlage für spätere Beurteilungen in der Praxis) wurden die allgemeinen Anforderungen des entwickelten Kompetenzmodells auf der Grundlage der Schülerdokumente aus der Vorstudie für jede eingesetzte *Forscheraufgabe* konkretisiert.[16]

---

[14] Es geht um Beschreibungen, die die mathematische Aussage verständlich verdeutlichen.

[15] Schülerargumentationen, die dieser Anforderung zugeordnet werden, können mit und ohne Begründungen auftreten. Hierdurch ergeben sich innerhalb des Kompetenzstufe 1 geringe Niveauunterschiede, die aber zur Vereinfachung hier nicht weiter ausdifferenziert werden (Dies trifft in analoger Weise für Kompetenzstufe 2 und 3 zu.)

[16] Für ähnliche bzw. identische Schüleräußerungen wurde jeweils stellvertretend eine Argumentation aus der Vorstudie ausgewählt. Diese hinsichtlich der Anzahl reduzierten Argumentationen dienten der Verbalisierung spezifischer Anforderungen.

Es folgen exemplarisch zum Zahlengitter[17] spezifische Anforderungsbeschreibungen, die durch authentische Schülerargumentationen aus der Studie verdeutlicht werden. Die für das Zahlengitter nicht relevanten Anforderungsbeschreibungen des allgemeinen Modells entfallen.

Grundanforderungen:

- Beschreibung einfach zu erkennender Eigenschaften (Eigenschaften von Zielzahl, Mittelzahl oder Kreiszahlen)

  Mir ist aufgefallen, dass immer die gleiche Zielzahl und Mittelzahl herauskommt. (S1; Tobias)

Zusätzliche Anforderungen:

- Beschreibung einer komplexen mathematischen Entdeckung (Beziehungen bzw. Abhängigkeiten zwischen Mittelzahl, Startzahl, Zielzahl oder Kreiszahlen)

  Ich habe entdeckt, dass es die gleiche Mittelzahl, Startzahl ist und die Kreiszahlen sind nicht gleich, aber wenn man sie zusammenrechnet sind sie gleich. (S2)

- Beschreiben von einfachen Entdeckungen mit Begründung auf dem 2. Begründungsniveau

  Ich habe entdeckt, dass auch die Zielzahl, auch die Mittelzahl gleich sind. Das ist so, weil die beiden Kreiszahlen dasselbe Ergebnis ergeben, wenn man sie zusammenzählt. (S3)

  Ich habe entdeckt, dass hier dieselbe Mittelzahl ist und dass auch die Zielzahl gleich ist. Das ist so, weil 9 + 9 = 18 und 11 + 7 ist auch 18, also muss das Ergebnis gleich sein. (S4; Hinweis: Zahlenmaterial analog)

Fortgeschrittene Anforderungen:

- Beschreibung (sehr) komplexer Entdeckungen mit Begründung auf dem 3. Begründungsniveau

  Ich habe entdeckt, dass 2 Kreiszahlen + Startzahl + 2 Kreiszahlen = Zielzahl ist. Warum ist das so? Weil man zum Beispiel: 10 + 25 + 40 = 75 und 75 + 25 + 40 = 140. (S5; Hinweis: $s = 10$, $a = 25$, $b = 40$, also $m = 75$ und $z = 140$).

  Ich habe entdeckt, dass die Mittelzahl, die Zielzahl und die Startzahl gleich sind. Ich habe entdeckt, dass, wenn die Startzahl gleich ist, dass dann auch die Mittelzahl und die Zielzahl gleich ist. Das ist so, weil die Kreiszahlen, wenn man sie zusammenzählt, das gleiche Ergebnis haben. (S6; Miriam)

---

[17] Bei den vorliegenden Schülerdokumenten wurden Rechtschreibfehler und Satzzeichen verbessert. Das Aufgabenformat entspricht der ersten Forscherfrage zum Zahlengitter unter 2.2. Bei jeweils zwei Zahlengittern sind die Summen der Kreiszahlen sowie die Startzahlen identisch.

Abbildung 4 gibt einen Überblick über die Zusammenhänge bzw. Abhängigkeiten der zwei zentralen Komponenten *Komplexität der entdeckten Zahlbeziehungen* und *Begründungsniveaus*. Es wird deutlich, dass jedes Niveau mit und ohne Begründung(en) erreicht werden kann sowie innerhalb der Kompetenzniveaus Niveauunterschiede im Argumentationsniveau möglich sind. Das höchste Argumentationsniveau erreicht der Schüler, wenn er einen sehr komplexen Sachverhalt auf dem 3. Begründungsniveau begründet. Da dieser Fall aber äußerst selten in Voruntersuchungen vorlag und im Allgemeinen in der Grundschule nicht häufig zu erwarten ist (vgl. Stein 1999), erscheint es nicht sinnvoll, eine vierte Kompetenzniveaustufe einzuführen.

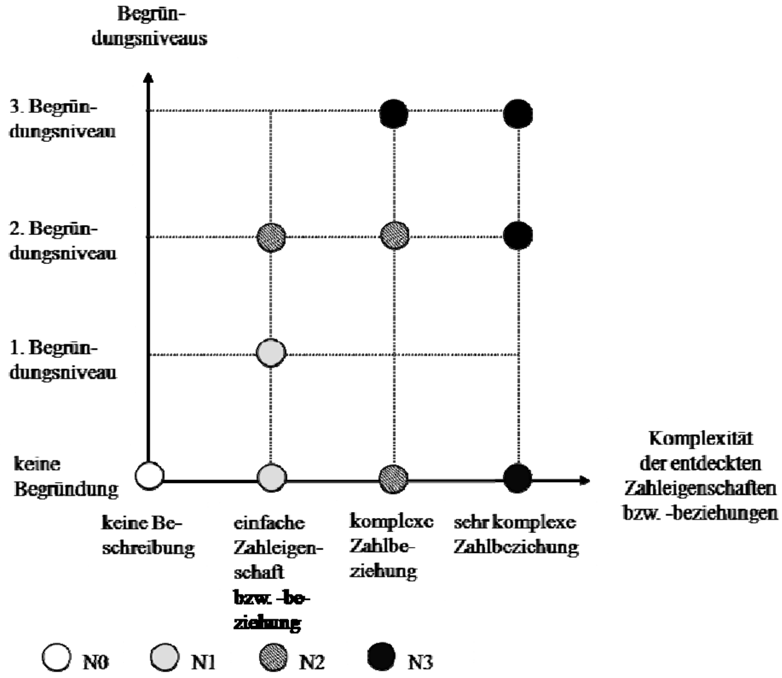

Abbildung 4: Übersicht Kompetenzmodell

Hier stellt sich die Frage, ob sich dieses Theorie basierte Kompetenzmodell in der Hauptstudie bei einer größeren Anzahl von Schülerdokumenten (circa 1000) bewähren bzw. ob sich die schriftlichen Argumentationen überzeugend den Niveaustufen zuordnen lassen.

Erwähnt werden muss bereits an dieser Stelle, dass ein Kompetenzmodell für prozessbezogene Kompetenzen immer einer gewissen Kritik ausgesetzt ist, da trotz genauer Anforderungsbeschreibungen bei einer Zuordnung zu den Kompetenzniveaus ein gewisser Freiraum bleibt, der von subjektiven Einschätzungen geleitet ist.

Die Ergebnisse in der Hauptstudie bezüglich der Eignung des Kompetenzmodells sollen Anhaltspunkte bzw. Grundlagen für eine Beurteilung von Argumentationen in der Praxis bieten.

3.4 Entwicklung eines Unterrichtskonzeptes – Das Vier-Phasen-Unterrichtsmodell

Unterrichtsmethoden und Aufgaben bedingen sich gegenseitig. So stellte sich diese Frage: „Mit welchen Unterrichtsformen und Prinzipien kann das Potential von Forscheraufgaben ausgeschöpft werden?“ Es entstand das *Vier-Phasen-Unterrichtsmodell*.

Im Rahmen einer Unterrichtskultur, die geprägt ist vom Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens, sollen als wesentliche Stützpfeiler Unterrichtsmethoden, die eine Steigerung der individuellen Selbsttätigkeit bewirken, und Unterrichtsmethoden, die förderlich für kommunikatives bzw. kooperatives Arbeiten sind, fungieren.

Das *Vier-Phasen-Unterichtsmodel*l, das auf der Grundlage der tragenden Stützpfeiler entwickelt wurde, integriert das „*Ich-Du-Wir-Modell*“ von Gallin & Ruf (1998, vgl. Ulm 2005). Die sog. Du-Phase meint sowohl eine Partnerarbeit als auch eine Kleingruppenarbeit von drei bis vier Kindern. Entscheidend ist, dass sich in dieser Phase ein Bezug zum „Du“ herstellt („Was hast *du* herausgefunden? Was meinst *du* dazu?“), während unter der Wir-Phase ein Austausch der gesamten Klasse verstanden wird. Wesentliche Elemente des Forschens sind der Einsatz von Forschertipps (siehe Phase III) und ein spezifischer Umgang mit sprachlichen Barrieren. Um die in der Praxis u. U. bestehenden Sprachprobleme weitgehend zu minimieren, erhalten Kinder mit großen Problemen im mündlichen oder schriftlichen Sprachgebrauch Hilfestellungen (möglichst minimal) bei der Formulierung ihrer Ideen. Eine besondere Bedeutung kommt den Sprachmustern zu, die auf den jeweiligen Arbeitsblättern vermerkt sind („*Ich habe herausgefunden, dass…*“ „*Das ist so, weil…*“). Gleichzeitig soll es gelingen, in die „individuelle mathematische Sprache“, sofern die mathematischen Aussagen nachvollziehbar und richtig sind, möglichst wenig einzugreifen. Dabei sollte grundsätzlich bedacht werden, dass der Gegenstand der Betrachtung der Wahrheitsgehalt der schriftlich notierten Aussage und ihre Verständlichkeit ist, nicht aber das vorliegende sprachliche Niveau.

Jede Forscherstunde gliedert sich in vier Phasen (Abb. 5).

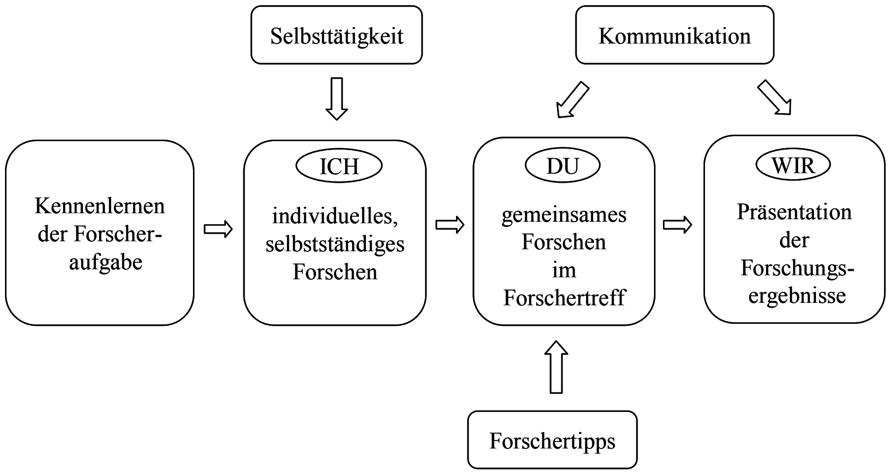

Abbildung 5: Vier-Phasen-Unterrichtsmodell

Phase I: Initiierungsphase – Hinführung zur Forscherfrage

In dieser Phase wird das Verständnis der Forscherfrage vermittelt; sie dient zum Kennenlernen des Aufgabenformates und der Fachbegriffe

Phase II: Individuelles Forschen zur Forscherfrage (ICH)

Die Schüler setzten sich selbstständig, d. h. ohne Hilfestellungen bzw. Forschertipps mit der Forscherfrage auseinander. Die individuellen Entdeckungen der Besonderheiten und evtl. Begründungen für diese soll jedes Kind selbstständig auf dem Arbeitsblatt notieren.

Phase III: Gemeinsames Forschen in der Gruppe (DU)

Nach der Phase des individuellen Forschens treffen sich drei bis vier Kinder zum im sog. Forschertreff. Zunächst sollen sich die Kinder ihre Entdeckungen, Ideen und gegebenenfalls Begründungen gegenseitig vorstellen, vergleichen und über ihre individuellen Erkenntnisse diskutieren. Entdecken die Kinder Neues im Forschertreff, wird dies schriftlich[18] festgehalten. Somit wird die Gruppe im Rahmen der Studie primär als Medium verstanden, um stärkere Einzelleistungen zu erzielen. In der Phase des Forschertreffs kommen die Forschertipps zur individuellen Förderung zum Einsatz. Diese Tipps sollen es dem Kind ermöglichen eigene Lern-

[18] Die schriftliche Notation neuer Erkenntnisse erfolgt am Ende des Forschertreffs. Dabei sollten die Kinder im Hinblick auf die Zuverlässigkeit der Auswertungsergebnisse nicht zusammenarbeiten, sondern selbstständig (an getrennten Plätzen) und in Ruhe über ihren neuen Erkenntnisse durch die Teamarbeit reflektieren.

wege entsprechend seines Lernpotentials zu gehen. Es geht darum situationsabhängig auszuloten, welche Forschertipps notwendig sind, um den Aufbau eigener Denkstrukturen zu unterstützen. In diesem Zusammenhang muss bedacht werden, dass eine Unterscheidung von relevanten und irrelevanten Informationen für Kinder nicht immer leicht ist, so dass u. U. Anstöße von außen erforderlich sind (vgl. Meyer 2007, S. 20). Es handelt sich dabei weniger um inhaltliche, als vielmehr um strategische bzw. methodische Tipps und somit um (weitgehend) prozessbezogene Interventionen, die den selbstständigen Lernprozess unterstützen. Die in diesem Sinne konzipierten Anweisungen versuchen die Aufmerksamkeit der Schüler auf innere Zahlbeziehungen zu lenken. Forschertipps werden sukzessive (nach dem *Prinzip der minimalen Hilfestellung*) in mündlicher Form durch die Lehrkraft in Abhängigkeit der individuellen Voraussetzungen der Gruppen gegeben.

Mögliche Forschertipps[19]:

- Vergleiche die „besonderen“ Zahlen!
- Welche Gemeinsamkeiten, welche Unterschiede erkennst du?
- Ordne deine Ergebnisse! (Tipp: Tabelle) Welche Besonderheiten fallen dir auf?
- Treffen deine Entdeckungen immer zu?
- Welche Lösungen sind möglich bzw. nicht möglich? Begründe!

Phase IV: Präsentation und Auswertung der Forschungsergebnisse der einzelnen Gruppen (WIR)

In der Phase der Präsentation stellen die Kinder jeder Gruppe gemeinsam ihre Forschungsergebnisse vor und vergleichen bzw. bewerten die Argumentationen anderer Gruppen.

4 Forschungsfragen und -methode

4.1 Forschungsfragen

Aus der Zielsetzung dieser Arbeit resultieren für die Hauptstudie drei übergeordnete Forschungsthemen, um die sich verschiedene Forschungsfragen gruppieren.

Analyse von Argumentationskompetenzen

1. Welche Anforderungen erfüllen die Schüler hinsichtlich des schriftlichen Argumentierens?
2. Sind Kinder unabhängig von ihrem erreichten Kompetenzniveau in der Lage ihre Entdeckungen (schriftlich) zu begründen?

---

19 Die Forschertipps sind abrufbar unter www.dmuw.de/mitarbeiter/bezold.

Entwicklung von Argumentationskompetenzen

3. Wirkt sich das Unterrichtskonzept positiv auf die Entwicklung von Argumentationskompetenzen der Schüler aus? (Vergleich Vor- und Nachtest)
4. Ist eine Steigerung der Kompetenzen davon abhängig, inwieweit Argumentationskompetenzen vor der Studie ausgeprägt waren (Lernausgangslage)? Profitieren leistungsschwache bis besonders begabte Kinder von der Umsetzung des Unterrichtskonzeptes?

Einfluss der Teamarbeit (Forschertreff) auf die Entwicklung

5. Profitieren die Schüler vom Forschertreff hinsichtlich eines Lernzuwachses (neue Argumentation) im Vergleich zur individuellen Phase?

4.2 Forschungsmethode und einzelne Ergebnisse aus der Vorstudie

Das Unterrichtskonzept – Unterrichtsmodell und die für die Studie ausgewählten Forscheraufgaben – wurde zunächst von mir in einer Vorstudie in einer 3. Jahrgangsstufe erprobt. Es erfolgte eine Fokussierung auf schriftliche Argumentationen. Diese Schülerdokumente wurden – wie bereits erwähnt – nach den Kriterien des entwickelten Kompetenzmodells analysiert und beurteilt. Zur besseren Zuordnung der Daten wurden auf der Grundlage fachlicher Analysen des Aufgabenformates und auf der Basis vorliegender Argumentationen spezifische Anforderungen, d. h. konkret auf die Forscheraufgaben bezogene Anforderungen, erstellt (vgl. Beispiel Zahlengitter in 3.2). Die schriftlichen Notationen ließen sich fast ohne Ausnahme problemlos in die Kategorie I – wahre und unwesentliche Aussagen – oder die Kategorie II – unwahre und unwesentliche Aussagen einteilen; nur sehr wenige Daten gehörten der Kategorie III – unverständliche Äußerungen – an. Die evtl. überraschende Klarheit der Argumentationen führe ich auch auf die ausführliche Einführung der Forscherfrage und der Fachbegriffe in der Initiierungsphase zurück. Das Kompetenzmodell konnte bei der Auswertung der Daten überzeugen (vgl. 3.2). Die Ergebnisse der Auswertungen bestätigten die Anforderungsdifferenzierung der ausgewählten Aufgaben. Erfahrungen mit dem Vier-Phasen-Unterrichtsmodell führten zu geringen Modifizierungen des Unterrichtskonzepts. Diese Änderungen betreffen die veränderte Gruppenzusammensetzung: Die Heterogenität – ein natürliches Phänomen in jeder Klasse – soll bei der Gruppenzusammensetzung bestehen bleiben, jedoch sollen die Unterschiede hinsichtlich der erwarteten Kompetenzniveaus weniger groß ausfallen, um insbesondere leistungsstarke Kinder intensiver zu fördern.

Das Unterrichtskonzept sowie das Kompetenzmodell wurden anschließend in 5 Klassen der 3. Jahrgangsstufen evaluiert. Um den Einfluss des Unterrichtskonzeptes auf die Argumentationskompetenzen nachweisen zu können, wurde ein Vortest-

Nachtest-Design für die Hauptstudie gewählt.[20] Im Anschluss an die Hauptstudie wurde das Konzept aus der Sicht der Lehrerinnen mit Hilfe eines Fragebogens[21] und eines sog. Leitfadeninterviews evaluiert. Folgenden drei Fragen wurde sowohl im Fragebogen als auch im Laufe des Interviews nachgegangen werden:

- Welche Erfahrungen machten die Lehrkräfte bei der Umsetzung des Konzeptes in ihrer Klasse?
- Erlebten die Lehrkräfte den Unterricht (subjektiv) im Hinblick auf die Zielsetzung „Entwicklung von Argumentationskompetenzen" als erfolgreich?
- Welchen Einfluss werden die Erfahrungen der Studie auf den zukünftigen Mathematikunterricht nehmen?

5 Ergebnisse der Studie

Nach der Studie wurden die Daten getrennt nach den Argumentationen ausgewertet, die in der Lernphase und den Tests gewonnen wurden.

Die bereits angesprochene Problematik der Abhängigkeiten bzw. Beeinflussung von Argumentations- und Problemlösekompetenzen wird in der Auswertung in der folgenden Weise berücksichtigt: Werden bei *Forscherfragen* nicht genügend Lösungen (bzw. Zahlenmaterial) gefunden, so dass Besonderheiten entdeckt werden können, ist das Beschreiben und Begründen von Besonderheiten nicht möglich. Die erforderlichen Voraussetzungen für mögliche Argumentationen liegen nicht vor. In diesem Fall können keine Zuweisungen zu einem bestimmten Niveau vorgenommen werden, die Argumentationen werden als nicht auswertbar eingestuft und aus dem Datenmaterial herausgenommen.[22]

Ergebnis bezüglich der Eignung des Kompetenzmodells

Das entwickelte Kompetenzmodell eignete sich in der Studie als Beurteilungsinstrument. Auch aufgrund der Offenheit des Modells ließen sich alle Daten den erstellen Niveaus zuordnen. Aufgrund der sicherlich noch nicht ausreichenden Anzahl von Probanden kann das Kompetenzmodell − im Sinne von Bayrhuber et al. (2007) − noch nicht den Anspruch erheben empirisch abgesichert zu sein; darüber hinaus erfolgte eine Fokussierung auf Argumentationen zu Forscheraufgaben in schriftlicher Form. Das Kompetenzmodell liefert jedoch einerseits Grundlagen für ein solches Modell und andererseits Beurteilungskriterien für die Praxis. Erwähnt werden sollte nochmals, dass subjektive Einschätzungen bei der Beurteilung von

---

[20] Die Testaufgaben sind abrufbar unter www.dmuw.de/mitarbeiter/bezold.

[21] Der Fragebogen ist abrufbar unter www.dmuw.de/mitarbeiter/bezold.

[22] In der Studie lagen sehr wenig nicht auswertbare Argumentationen vor (durchschnittlich eine Argumentation je Klasse und Aufgabe).

Argumentationen nicht ausgeschlossen werden können (vgl. Winter 1975, S. 107). Dieser Problematik muss man sich stellen und in der Praxis eine für das Kind positive Entscheidung treffen.

Ergebnisse aus der Lernphase

Die schriftlichen Argumentationen der Lernphase und der Tests (Item 1 und 2) wurden im Kompetenzmodell definierten Anforderungen zugeordnet und der prozentuale Anteil der Schüler ermittelt, die keine Grundanforderungen (N0), Grundanforderungen (N1), zusätzliche (N2) oder fortgeschrittene Anforderungen (N3) erfüllen konnten. (Die Daten aus der Lernphase beziehen sich auf die Mittelwerte bezogen auf alle Forscheraufgaben.) Zusätzlich wurde untersucht, wie groß der Anteil der Kinder ist, die die Entdeckung nicht nur beschreiben, sondern auch begründen konnten.[23] Durch die schriftlichen Schüleräußerungen nach dem Forschertreff konnten zusätzlich Aussagen über die Teamarbeit gewonnen werden.

- Grundschüler (einer dritten Jahrgangsstufe) erfüllen Anforderungen auf allen Kompetenzstufen, wobei der größte Anteil Anforderungen auf Niveaustufe 1 (47%) und der geringste Anteil Anforderungen auf Niveaustufe 3 (5%) erfüllen kann. 79% der Schüler erfüllen in der individuellen Phase mindestens Grundanforderungen (Abbildung 6 links).
- Der Anteil der begründeten Entdeckungen steigt mit der Komplexität der beschriebenen Zahlbeziehungen (Abbildung 6 rechts). Insgesamt sind 38% aller Kinder (aus den Gruppen N0, N1, N2 und N3) in der Lage ihre Entdeckungen (in der individuellen Phase) auch zu begründen.

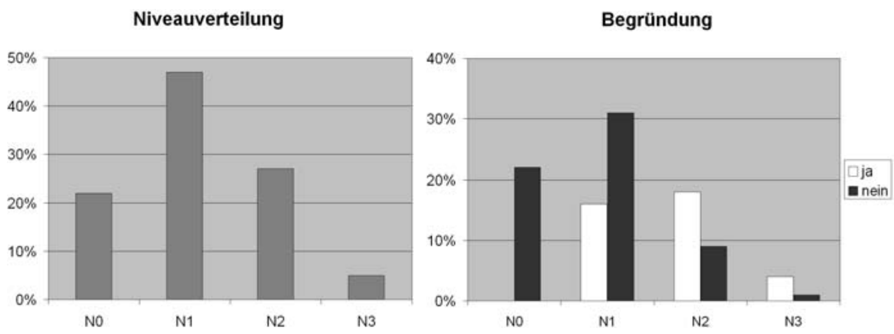

Abbildung 6: Niveauverteilung und Begründung in der Lernphase
(Anzahl der Argumentationen: 654)

23 Abgesehen von den Aussagen zum Forschertreff beziehen sich die Auswertungen auf die Argumentationen in der individuellen Phase.

- Geschlechterspezifische Auswertungen weisen keine Unterschiede hinsichtlich der Niveauverteilung und des Begründens auf.
- 46% der Schüler konnten in Form einer schriftlichen notierten neuen Argumentation einen Lernzuwachs durch den Forschertreff dokumentieren, wobei Kinder aus der Niveaugruppe N3 weniger profitieren konnten. Schüler aus der Niveaugruppe N0 sind mehrheitlich in der Lage einen Gewinn aus dem Forschertreff zu ziehen.

Ergebnisse des Vor- und Nachtests

- Bei einem großen Anteil der Probanden (83% bei Item 1 und 85% bei Item 2) können individuelle Fortschritte nachgewiesen werden. Die Unterschiede des Vor- und Nachtests sind als *höchst signifikant* zu bezeichnen.
- Die Schüler wurden bezogen auf ihre Lernausgangslage (Leistung im Vortest) in drei Gruppen eingeteilt. Es konnten sich Schüler aus allen Gruppen verbessern.
- Eine große Mehrheit der Kinder begründete im Nachtest ihre Entdeckungen.

Sicherlich konnten positive Lerneffekte erwartet werden, da eine überwiegende Mehrheit der Kinder erstmals mit Forscherfragen konfrontiert wurden. Bedeutsamer ist es, dass das Unterrichtskonzept offensichtlich für die meisten Kinder – unabhängig ihres anfänglichen Leistungsniveaus – Gewinn bringend war. Darüber hinaus zeigte es sich, dass die Anforderung selbstständig zu begründen – sogar in schriftlicher Form – die meisten Kinder nicht überfordert.

Erfahrungen und Einschätzungen der Lehrerinnen (Äußerungen aus Interviews und Fragebögen)

- Die Erfahrungen mit der überwiegend „neuen“ Selbsttätigkeit der Schüler in der individuellen Phase wurden als positiv empfunden, wobei die Selbsttätigkeit der Schüler durch die Studie gesteigert werden konnte.
- Die erforderlichen Sozialkompetenzen für eine Teamarbeit, die bereits vor der Studie mehrheitlich vorhanden waren, ließen sich teilweise durch die Studie verbessern. Die Erfahrungen mit dem Forschertreff konnten darauf Einfluss nehmen, diese Sozialform auch im Fach Mathematik als festen Bestandteil zu etablieren.
- Der Einsatz von Forschertipps und das damit verbundene Prinzip der minimalen Hilfestellung wurden als wichtig erachtet. Die Formulierungen der Forschertipps – weitgehend strategischer und weniger inhaltlicher Art – wurden positiv bewertet.
- Die Teamarbeit konnte hinsichtlich des Gewinns für leistungsschwächere Schüler nicht vollständig überzeugen.

- Das schriftliche Argumentieren – ein Neuland für Schüler und Lehrkräfte –wird auch in der Zukunft im Mathematikunterricht eine Rolle spielen. Für einen Teil der Schüler stellte das schriftliche (oder bereits das mündliche) Argumentieren in Form eines Beschreibens von Zahl- und Rechenphänomenen (noch) eine Überforderung dar.
- Alle Lehrerinnen sahen bei einem Teil ihrer Schüler eine Steigerung der Argumentationskompetenzen. Diese subjektiv wahrgenommenen Fortschritte nahm der überwiegende Teil der Lehrkräfte vornehmlich bei Schülern eines hohen oder mittleren Leistungsniveaus wahr.

Welche Erklärungen könnte es für die unterschiedlichen Aussagen zu den Fortschritten geben? Warum wurden in der Praxis die Erfolge leistungsschwächerer Schüler weniger wahrgenommen? Die Lehrerinnen erwähnten, dass Unsicherheiten hinsichtlich der Beurteilung bzw. Einschätzung schriftlicher Argumentationen bestanden. Dieser Umstand stellt eine mögliche Ursache für die bestehende Diskrepanz dar. Eine Entwicklung von Argumentationskompetenzen bezüglich eines Schülers lässt sich detailliert nur auf der Grundlage geeigneter Kriterien (beispielsweise stammend aus einem Kompetenzmodell) feststellen. Durch unterrichtliche Beobachtungen und durch „einen Blick“ auf die schriftlichen Argumentationen lassen sich höchstwahrscheinlich größere Fortschritte, nicht aber kleinere Verbesserungen feststellen. Darüber hinaus erfordern genaue Aussagen über individuelle Fortschritte vergleichende Betrachtungsweisen der im Verlauf der Studie gewonnenen Argumentationen. Dies stellt einen hohen Zeitaufwand dar, der in der Praxis – auch nach Aussagen der Lehrkräfte – nicht immer leistbar scheint.

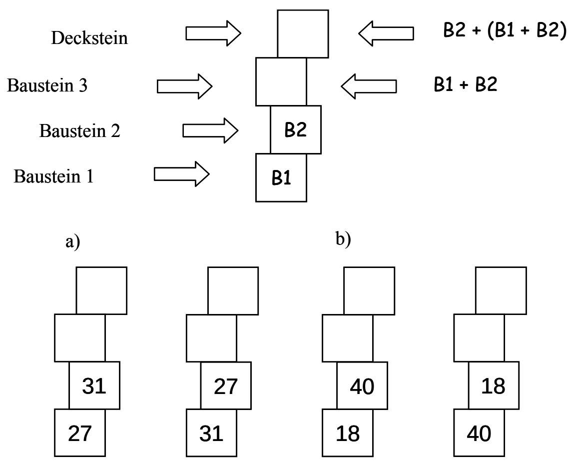

Abbildung 7: Zahlentürme (Vor- und Nachtest Item 1)

Zwei Schülerbeispiele zu Item 1 sollen exemplarisch die vermuteten Ursachen für die fehlende Wahrnehmung von Fortschritten bei leistungsschwachen Schülern untermauern. Dem Aufgabenformat *Zahlentürme* liegt die Idee der Fibonaccifolge zu Grunde (Abb. 7). Bei sog. Zwillingstürmen beschäftigen sich die Kinder mit der Forscherfrage „Welche Besonderheiten entdeckst du? Warum ist das so?" Es wird deutlich, dass Fortschritte nur bei sehr genauem „Hinsehen" deutlich werden. Bei dem ersten Kind sind für ein flüssiges Lesen sprachliche Ergänzungen erforderlich; diese stehen in eckigen Klammern.

Schüler 1 im Vortest:

> Ich habe entdeckt, dass es bei *a* und *b* immer [Baustein] 3 gleich sind. Das ist so, weil manche es vielleicht noch nicht können. Dass es am Anfang noch nicht so schwer ist. (N0)

Schüler 1 im Nachtest:

> Ich habe entdeckt, dass bei der a) B1 und B2 nur vertauscht ist und bei der b) B1 und B2 das Gleiche. Bei B1, bei dem ersten von der b) ist es so [ist der Deckstein größer], weil 40 + <u>58</u> mehr ergibt als 18 + <u>58</u>. Und [ich habe entdeckt] dass bei der a) nicht so große Ergebnisse wie bei der b) [herauskommen];bei der a) ist, nämlich 31 + <u>58</u> = 89 und 27 + <u>58</u> = 85. (N1)

Schüler 2 im Vortest:

> Ich habe entdeckt, dass bei den Nummern a) und b) die Zahlen verdreht sind. Das ist so, weil es die Hälfte ist. Warum, weil es dann besser passt. (N0)

Schüler 2 im Nachtest:

> Ich habe entdeckt, dass die unteren Bausteine vertauscht sind, deshalb der B3 immer gleich ist. (N1)

6 Fazit und Ausblick

Das vorliegende Konzept zur Steigerung der Argumentationskompetenzen von Grundschülern bewährte sich im Rahmen der durchgeführten Studie. Das entwickelte Kompetenzmodell eignete sich als Beurteilungsinstrument für die eingesetzten Forscheraufgaben.[24]

Die Problemfelder, die die beteiligten Lehrerinnen ansprachen, sollen jedoch nicht verleugnet werden. Die Auswertungen zeigen, dass sich Forscheraufgaben eignen, die Argumentationskompetenzen von Kindern weiterzuentwickeln. Aufgrund der großen Leistungsspanne hinsichtlich des Argumentierens ist der Einsatz von anforderungsdifferenzierten bzw. selbstdifferenzierenden Aufgaben – beispielsweise *Forscheraufgaben* – unerlässlich.

---

[24] Die Forscheraufgaben sind abrufbar unter www.dmuw.de/mitarbeiter/bezold.

Persönliche Erfahrungen[25] in Teamtreffen zeigen, dass zur erfolgreichen Umsetzung einer „neuen Idee" eine langfristige kompetente „Begleitung" der Lehrkräfte auf dem Weg der Veränderung erforderlich ist. Das vorliegende Unterrichtskonzept kann einen Grundstein zur Umsetzung der Bildungsstandards liefern. Weitere Konzepte, Lehrerfortbildungen sowie die Bildung von Mathematikteams (vgl. Programm SINUS an Grundschulen) sollten Lehrkräfte bei der Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen ihrer Schüler unterstützen.

Das Kompetenzmodell müsste nun zunächst für die Praxis modifiziert[26] und anschließend erprobt werden. Dabei sollten sowohl Argumentations*prozesse* stärker untersucht als auch non-verbale Argumentationen miteinbezogen werden.

Literatur

Bardy, Peter [2006]: Mathematisch begabte Grundschulkinder. Diagnostik und Förderung. München: Spektrum.

Bauer, Ludwig [1988]: Mathematik und Subjekt. Eine Studie über pädagogisch-didaktische Grundkategorien und Lernprozesse im Unterricht. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Bayerhuber, Horst & Elster, Doris & Krüger, Dirk & Vollmer, Helmut, Johannes (Hrsg.) [2007]: Kompetenzentwicklung und Assessment. Innsbruck: Studien Verlag.

Bezold, Angela [2009]: Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbstdifferenzierende Lernangebote – Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Bezold, Angela [2012]: Argumentationskompetenzen im Unterrichtsalltag fördern, analysieren und bewerten. In: Steinweg, Anna Susanne (Hrsg): Prozessbezogene Kompetenzen: Fördern, Beobachten, Bewerten. Bamberg: University of Bamberg Press, S. 9–22.

Blum, Werner & Drüke-Noe, Christina & Hartung, Ralph & Köller, Olaf (Hrsg.) [2006]: Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsidee. Berlin: Cornelsen.

Bruder, Regina & Weigand, Hans-Georg [2005]: Problemlösen, Verstehen, Anwenden … aber bitte diskret. In: Bruder, Regina & Weigand, Hans-Georg (Hrsg.): Diskrete Mathematik, mathematik lehren 129, S. 4–8.

Devlin, Keith [1998]: Muster der Mathematik. Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur. Heidelberg, Berlin: Spektrum.

Devlin, Keith [2001]: Das Mathe-Gen oder wie sich das mathematische Denken entwickelt und warum Sie Zahlen ruhig vergessen können. Stuttgart: Klett-Cotta.

Freudenthal, Hans [1973]: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1 und 2. Stuttgart: Klett.

[25] Die Autorin ist SINUS-Regionalkoordinatorin für Unterfranken (Programm SINUS an Grundschulen) und betreut im Rahmen dieser Tätigkeit 32 SINUS-Schulen mit circa 160 Lehrkräften.

[26] In Bezold (2012) werden erste Ideen für ein für die Praxis modifiziertes Modell vorgestellt.

Gallin, Peter & Ruf, Urs [1998]: Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Seelze, Leipzig: Kallmeyer.
Gallin, Peter & Ruf, Urs [1999]: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik, Band 1. Seelze: Kallmeyer.
Hasse, Helmut [1952]: Mathematik als Wissenschaft, Kunst und Macht. Wiesbaden: Verlag für angewandte Wissenschaften.
Heintz, Bettina [2000]: Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin. Wien, New York: Springer.
Hengartner, Elmar & Hirt, Ueli & Wälti, Beat und Primarschulteam Lupsingen [2006]: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer.
ISB/OA [2009]: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung: Orientierungsarbeiten. www.isb.bayern.de (07.12.2012).
Jordan, Alexander & Ross, Nathalie & Krauss, Stefan & Baumert, Jürgen & Blum, Werner & Neubrand, Michael & Löwen, Katrin & Brunner, Martin & Kunter, Mareike [2006]: Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. Berlin: Max Planck-Institut.
KMK [2005]: Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München, Neuwied: Luchterhand.
Krauthausen, Günter [2001]: Wann fängt das Beweisen an? Jedenfalls, ehe es einen Namen hat. http://www.erzwiss.uni-hamburg.de/Personal/Krauthausen/Beweisen.pdf (07.12.2012).
Malle, Günther [2002]: Begründen. Eine vernachlässigte Tätigkeit im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren 110, S. 4–8.
Meyer, Michael [2007]: Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
Müller, Gerhard N. & Steinbring, Heinz & Wittmann Erich Ch. (Hrsg.) [2004]: Arithmetik als Prozess. Seelze: Kallmeyer.
The National Council of Teachers of Mathematics (Hrsg.) [2000]: Prinziples and Standards for School Mathematics. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
Nührenbörger, Marcus & Verboom, Lilo [2007]: Eigenständig lernen – Gemeinsam lernen. Beschreibung des Moduls 8 für das Projekt SINUS-Transfer in der Grundschule. www.sinus-grundschule.de (31.07.2009).
Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg.) [2003]: Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger Verlag.
Schwarzkopf, Ralph [2000]: Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und Fallstudien. Hildesheim: Franzbecker.
Selter, Christoph [2004]: Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten. Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Beschreibung des Moduls 2 für das Projekt SINUS-Transfer in der Grundschule. www.sinus-grundschule.de (31.07.2009).
SINUS [2009]: Das SINUS-Programm in Bayern. www.sinus-grundschule.de (07.12.2012)
Stein, Martin [1999]: Elementare Bausteine der Problemlösefähigkeit: logisches Denken und Argumentieren. In: Journal für Mathematik-Didaktik 20(1), S. 3–27.
Steinweg, Anna Susanne [2001]: Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern. Epistemologisch-pädagogische Grundlegung. Münster: LIT VERLAG.

Steinweg, Anna Susanne [2003]: Gut, wenn es etwas zu entdecken gibt – Zur Attraktivität von Zahlen und Mustern. In: Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg.): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger.
Ulm, Volker [2005]: Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen. Sekundarstufe 2. Seelze-Velber: Kallmeyer.
Verboom, Lilo [2004]: Entdeckend üben will gelernt werden! In: Die Grundschulzeitschrift 177, S. 6–11.
Vergleichsarbeiten VERA [2008/2009]: In: http://vera-web.uni-landau.de/verapub/index.php?id=425 (15.02.2013).
Vergleichsarbeiten VERA [2012]: In: http://www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben (15.02.2013)
Vollrath, Hans-Joachim [1980]: Eine Thematisierung des Argumentierens in der Hauptschule. In: Journal für Mathematikdidaktik 1(1), S. 28–41.
Winter, Heinrich [1975]: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7(4), S. 106–116.

Adresse der Autorin

Dr. Angela Bezold
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Emil-Fischer-Str. 30
97074 Würzburg
bezold@dmuw.de

Eingang Manuskript: 27.06.2012 (überarbeitetes Manuskript: 18.12.2012)