

Vorstellungen von Studierenden und angehenden Lehrerinnen vom Mathematiklernen und -lehren

von

Stephanie Schuler, Schwäbisch Gmünd

Kurzfassung: Während es im englischsprachigen Raum etliche Untersuchungen zu Beliefs von Studierenden und angehenden Lehrerinnen¹ gibt, beziehen sich deutschsprachige Veröffentlichungen zumeist auf Vorstellungen von praktizierenden Lehrerinnen. Vorstellungen vom Lehren und Lernen werden dabei mit ganz unterschiedlichen Instrumenten und auf unterschiedlichen Ebenen erhoben. Im folgenden Beitrag werden Vorstellungen bezogen auf eine konkrete Lehr-Lern-Situation in Anlehnung an die Methode der qualitativen Inhaltsanalyse rekonstruiert. Das entwickelte Kategoriensystem ist auf andere Unterrichtssituationen übertragbar, da es sich an zentralen Bestandteilen des Unterrichts – Aufgabe und Schüler – orientiert.

Abstract: In the English speaking scientific community there are numerous studies on pre-service and prospective teachers' beliefs of Mathematics teaching and learning. German publications refer mostly to teachers' beliefs. The data collecting methods and the beliefs' level of generality vary. In the following article beliefs are reconstructed from a concrete teaching-learning-situation following Mayring's Qualitative Content Analysis. The category system developed is a suitable instrument to analyse further classroom situations because it orientates on central classroom issues as task and student.

Einleitung

Bereits Studierende und angehende Lehrerinnen haben Vorstellungen davon, wie Lernprozesse gestaltet werden könnten. Und es ist davon auszugehen, dass diese Vorstellungen sowohl das Lernen in der Aus- und Weiterbildung als auch das (spätere) Lehren von Mathematik nicht unwesentlich beeinflussen. Wie diese Vorstellungen jedoch aussehen, darüber gibt es im deutschsprachigen Raum nur wenige Untersuchungen². Vorstellungen von praktizierenden Lehrerinnen wurden bereits

¹ Wenn im Folgenden von Lehrerinnen, Referendarinnen oder angehenden Lehrerinnen die Rede ist, sind Lehrer und Referendare explizit mitgemeint.

² Empirische Untersuchungen beziehen sich häufig auf Vorstellungen von praktizierenden Lehrerinnen zum Lehren und Lernen (vgl. z. B. Müller 2003; Fischler 2001; für den englischsprachigen Raum überblickshaft Thompson 1992). Die Vorstellungen von Studierenden hingegen sind nur wenig erforscht. Törner und Grigutsch (1994) untersuchen

in zahlreichen Studien erhoben, wobei hier ganz unterschiedliche Methoden zum Einsatz kamen (vgl. z. B. Staub & Stern 2002; Eichler 2005; vgl. für einen Überblick Calderhead 1996, 711 ff und Fischler 2001). Im Folgenden werden die Vorstellungen von Studierenden und Referendarinnen anhand ihrer (schriftlichen) Beurteilung einer Lehr-Lern-Situation rekonstruiert und inhaltlich ausdifferenziert.

1 Theoretische Hintergründe

Aufgrund der begrifflichen Vielfalt bedarf es in diesem ersten Teil einer näheren Bestimmung und theoretischen Einordnung des Begriffs *Vorstellungen*.

1.1 Vorstellungen vom Lehren und Lernen

In der Regel werden *zwei Grundpositionen zum Lehren und Lernen* unterschieden. Die Bezeichnungen weichen zum Teil voneinander ab, in der Definition stimmen die Konzepte aber weitgehend überein (vgl. Krapp & Weidenmann 2001, 604; Hess 2003, 38 ff):

1. *Kognitivistische Auffassung*: Es gilt das Primat der Instruktion. Im Rahmen gegenstandszentrierter Lernumgebungen leitet die Lehrerin an, bietet dar, erklärt, plant, organisiert und steuert den Lernprozess. Die Schülerinnen sind im Wesentlichen passiv und werden belehrt.
2. *Konstruktivistische Auffassung*: Es gilt das Primat der Konstruktion von Wissen und Verstehen. Im Rahmen situierter Lernumgebungen sind die Schülerinnen aktiv, lernen selbstständig und steuern ihren Lernprozess. Die Lehrerin unterstützt, berät und regt an.

Diese beiden Grundpositionen werden in verschiedenen Ansätzen in unterschiedlichem Maß verfeinert. So werden zwischen den Extrempositionen Passivität versus Aktivität bzw. Wissensvermittlung versus Wissenskonstruktion eine oder mehrere integrative Formen definiert. Theoretisch wird in der Didaktik von einer Vereinbarkeit von Konstruktion und Instruktion ausgegangen (vgl. z. B. Möller 2001; Müller 2003, 136; Schütte 2004b; Leiss 2007, 61 ff).

Schütte (2004b) führt das *Verhältnis von Konstruktion und Instruktion* in mathematikdidaktischer Hinsicht näher aus. Lernen kann in konstruktivistischer Perspektive, wie oben bereits erwähnt, von außen zwar nicht gesteuert, aber durchaus ange-

„mathematische Weltbilder“ von Studienanfängern, wobei es hier um die Vorstellungen von Mathematik geht. Gellert (1998) untersucht die Vorstellungen angehender Lehrerinnen und Lehrer zu Mathematik und Mathematikunterricht, allerdings primär unter einer soziokulturellen Perspektive. Möller, Kleickmann und Tenberge (o. J.) sowie Kleickmann und Möller (2004) untersuchen die Vorstellungen von Studienabsolventinnen zum naturwissenschaftlichen Sachunterricht Maaß (2006) geht den Beliefs von Lehramtsstudierenden über die Nützlichkeit von Mathematik nach.

regt werden. Zentrale Voraussetzung, „um die mathematischen Möglichkeiten und Schwierigkeiten der Kinder in deren Eigenproduktionen bzw. in deren Erklärungsversuchen zu erkennen und im Hinblick auf Lernentwicklungen deuten zu können“ (ebd., 141), ist allerdings das Verständnis der Denkprozesse der Schüler. Entscheidend ist folglich die *Art der Instruktion*: Gefordert sind Instruktionen, die das eigenaktive Lernen unterstützen und sich individuell und situativ am Denken der Kinder orientieren. Es geht also nicht um „das Zeigen von Musterlösungen, Erklären oder fragend-entwickelndes Erarbeiten ihres mathematischen Hintergrunds, Fehlerkorrektur“ (ebd., 136), sondern um die Angabe von Beispiellösungen, die Anregung zum Experimentieren und Erforschen mittels produktiver Übungsformen und offener Lernangebote, die Schulung metakognitiver Kompetenzen und des Zahlenblicks (vgl. ebd., 137 ff). Lernen auf eigenen Wegen wird missverstanden, wenn die Lehrperson überhaupt nicht in den Lernprozess eingreift oder bei Schwierigkeiten im Lernprozess, insbesondere bei leistungsschwachen Schülern, in kleinschrittiges Erklären zurückfällt.

Eine Möglichkeit der Erhebung der Vorstellungen vom Lehren und Lernen ist die Beurteilung von Glaubenssätzen. Ein von Fennema, Carpenter und Loef (1990) entwickelter Fragebogen kam bereits in zahlreichen Untersuchungen zum Einsatz, um *pedagogical content beliefs* (vgl. ebd.; Staub & Stern 2002), aber auch *pedagogical content knowledge* (vgl. Diedrich u. a. 2002, 111 ff; Lipowsky u. a. 2003) von Lehrern und in jüngerer Zeit auch von Lehramtsstudierenden (vgl. Möller, Kleickmann & Tenberge o. J.; Kleickmann & Möller 2004, Schütte & Wurster 2004) zu erheben. Mit Hilfe des Fragebogens werden Vorstellungen über die Rolle des Lerners, die Rolle des Lehrers und das Verhältnis zwischen Fertigkeiten, Verständnis und Problemlösen erhoben, um sie zwischen den Polen Konstruktion und Instruktion bzw. Öffnung und Lenkung zu verorten.

Während die so erhobenen Vorstellungen in der Einteilung von Törner eher übergreifender Natur sind, lassen sich davon Vorstellungen unterscheiden, die sich auf die Unterrichtssituation beziehen (vgl. Törner 2002b, 86 f). So untersuchte Gellert (1998, 149 und 1999, 122 f) die Vorstellungen angehender Grundschullehrerinnen von Schülerorientierung mittels Fragebogen und Journalen. Er konnte die zentrale Bedeutung des Erklärens für Beliefs zur Lehrerrolle und von Spaß, spielerischem Lernen, Anschaulichkeit und individueller Förderung für Beliefs zum Mathematiklernen herausarbeiten.

In diesem Beitrag werden ebenfalls Vorstellungen betrachtet, die sich auf eine konkrete Lehr-Lern-Situation beziehen. Dazu ist es hilfreich, das Konstrukt Beliefs näher zu beschreiben, da es die Grundlage für die Erfassung der Vorstellungen von Studierenden und angehenden Lehrerinnen bildet.

1.1 Beliefs und Wissen

Beliefs ist eine schillernde Begrifflichkeit, die ganz unterschiedlich gefasst wird und eine große Bandbreite an Forschungsaktivitäten unter sich vereint (vgl. z. B. Thompson 1992; Pajares 1992; Furinghetti & Pehkonen 2002; Op't Eynde u. a. 2002; Leder u. a. 2002; Törner 2002a). Erschwert wird eine begriffliche Klarheit auch dadurch, dass es im deutschsprachigen Raum keine eindeutige Bezeichnung gibt.³ So wird z. B. von Vorstellungen, Einstellungen oder Haltungen gesprochen, wobei Vorstellungen eher mit kognitiven Aspekten, Einstellungen und Haltungen auch mit affektiven (Gefühle) und konativen (Handlungsrelevanz) Aspekten von Beliefs assoziiert sind (vgl. Törner 2002a, 107 f).

Wenn Beliefs auch *kognitive* Aspekte umfassen, dann stellt sich die Frage, ob und wie sie sich von Wissen unterscheiden. Grundsätzlich ist anzumerken, dass eine begriffliche Trennung von Beliefs und Wissen mit Schwierigkeiten verbunden ist: „the two concepts are not always easily distinguishable“ (Calderhead 1996, 715) und „beliefs and knowledge are closely related constructs“ (Op't Eynde u. a. 2002, 23). Furinghetti und Pehkonen (2002, 53 f) schlagen vor, zwischen objektivem Wissen (soziale Konstruktion in der mathematikdidaktischen Community) und subjektivem Wissen (Konstruktion des Individuums) zu unterscheiden und Beliefs dem letzteren zuzuordnen.

Die Fassung von Beliefs unter das Wissen findet sich auch in der Wissensforschung wieder, wo professionelles Lehrerwissen sowohl praktische Erfahrungen, Handlungsrountinen und Einstellungen als auch theoretisches Wissen umfasst (vgl. Bromme 1992, 10; vgl. dazu auch Lipowsky u. a. 2003, 209). In Anlehnung an Shulman (1986) wird Wissen dort in Fachwissen (content knowledge), fachdidaktisches Wissen (pedagogical content knowledge) und pädagogisches Wissen (pedagogical knowledge) untergliedert. Bei manchen Autoren werden auch Merkmale genannt, die Beliefs von Wissen unterscheiden (vgl. Nespor 1987, 318; Thompson 1992, 129 f).

Ferner werden mathematische Beliefs inhaltlich weiter in Beliefsfelder untergliedert. Törner (2002a, 109 ff) unterscheidet beispielsweise

- Beliefs zum Wesen der Mathematik bzw. Schulmathematik,
- Beliefs zur Rolle des Mathematikers,
- Beliefs zum Lernen von Mathematik,
- Beliefs zum Lehren von Mathematik,

³ Auch im englischsprachigen Raum existieren neben Beliefs noch weitere Begrifflichkeiten. Virulent ist hier die Diskussion um die Begriffe beliefs, knowledge und conceptions (vgl. Pajares 1992; Furinghetti & Pehkonen 2002; Op't Eynde u. a. 2002; Törner 2002a, 103 ff).

- Beliefs zur Rolle des Mathematiklehrers,
- Beliefs zur Rolle des Schülers (vgl. auch Calderhead 1996, 719 f).

Die letzten vier Beliefsfelder – Punkte mit Relevanz für den vorliegenden Beitrag – werden bei Thompson unter Konzepte vom Mathematiklehren und -lernen zusammengefasst, wobei vier verschiedene Sichtweisen unterschieden werden:

- Betonung der aktiven Rolle des Schülers bei der Konstruktion mathematischen Wissens,
- Betonung des Verständnisses mathematischer Ideen,
- Betonung der Einübung von Fertigkeiten, Regeln und Verfahren,
- Betonung der Austauschbarkeit von Inhalten in einem gut strukturierten Unterricht (vgl. auch Thompson 1992, 136 f).

Als nicht inhaltliche sondern strukturelle Charakteristik von Beliefs wird auf die Anordnung in quasi-logischen Clustern verwiesen. Aufgrund dieser gegeneinander abgegrenzten Anordnung und dem nicht zwingend logischen Zusammenhang können sich die zentralen Beliefs einer Person widersprechen (vgl. Green 1971, 47 f; Cooney u. a. 1998; Törner 2002a, 111; Maaß & Ege 2007, 56).

Zur Handlungsrelevanz von Beliefs gibt es unterschiedliche Positionen. „Some researchers have reported a high degree of agreement between teachers’ professed views of mathematics teaching and their instructional practice, whereas others have reported sharp contrasts“ (Thompson 1992, 137; vgl. auch Fischler 2000, 28 f). Theoretisch wird daher z. B. zwischen handlungsferneren und handlungswirksameren Beliefs unterschieden, da sich „gerade bei Lehrkräften [...] eine Diskrepanz zwischen Beliefs, die in handlungsferneren Situationen geäußert werden, und [ihrem, d. Verf.] konkreten unterrichtlichen Handeln“ (Lipowsky u. a. 2003, 210) zeigt. Diese Diskrepanz zwischen Absichten und Entscheidungen ist z. B. dann besonders ausgeprägt, wenn unter dem wahrgenommenen Druck der Praxis – wie Stofffülle, Zeitknappheit, Notengebung – gehandelt werden muss (vgl. Fischler 2000, 29 f). Törner (2002a, 108) löst das Problem der Handlungsrelevanz, indem er vorschlägt, keine generellen Aussagen über die Handlungsrelevanz von Beliefs zu machen, sondern sie von Fall zu Fall als interessante Forschungsfrage zu betrachten.

Wie die Handlungsrelevanz wird die Veränderbarkeit von Beliefs als schwieriges und noch wenig erforschtes Problem betrachtet (vgl. Törner 2002a, 117; vgl. dazu auch Wahl 2001).

Zusammenfassend kann für den vorliegenden Beitrag angenommen werden, dass *Vorstellungen vom Mathematiklernen und -lehren* sich im Spannungsfeld von Konstruktion und Instruktion, von Öffnung und Lenkung bewegen. Inhaltlich können sie in Bezug auf die Lehrerrolle, die Schülerrolle und das Verhältnis von Fertigkeit-

ten, Verstehen und Problemlösen näher bestimmt werden. Vorstellungen umfassen insbesondere die kognitive Komponente von Beliefs und werden in Anlehnung an die obigen Ausführungen unter das Wissen gefasst. Ferner wird davon ausgegangen, dass sie aufgrund ihrer Struktur Widersprüche aufweisen können. Handlungsrelevanz und Veränderbarkeit werden angenommen, aber im Rahmen dieses Beitrags nicht näher untersucht.

Als zentrale Forschungsfrage ergibt sich: Welche auf die Unterrichtssituation bezogenen Vorstellungen von Mathematiklernen und -lehren zeigen sich in der Beurteilung einer konkreten Lehr-Lern-Situation bei Studienanfängern, Studierenden in höheren Semestern und Referendarinnen?

2 Anlage, Durchführung und Auswertung der Untersuchung

2.1 Anlage und Durchführung

Die hier beschriebene Studie, die in eine größere Untersuchung zu Beliefs von Studierenden und Referendarinnen in Bezug auf Mathematikunterricht (vgl. Schütte & Wurster 2004) eingebettet ist⁴, erfasst

- 57 Studienanfänger mit und ohne Mathematik als Fach (StudAnf),
- 36 Referendarinnen mit Mathematik als Fach (RefM),
- 15 Studierende in höherem Semester ohne Mathematik als Fach (StudSem).⁵

Als Ergänzung zur Erhebung übergreifender Beliefs mittels der Beurteilung von Glaubenssätzen zum Lehren und Lernen von Mathematik sollten die Befragten zwei didaktische Problemsituationen analysieren und beurteilen. Aus den Antworten zur offenen Frage „Özal“ (Abbildung 1) wurden auf die Lehr-Lern-Situation bezogene Vorstellungen von Studierenden und Referendarinnen rekonstruiert. Dazu wurden die Antworten aus allen drei Befragungsgruppen in Anlehnung an die Qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2003) ausgewertet.

⁴ An dieser Stelle bedanke ich mich bei Sybille Schütte und Ekkehard Wurster für die Zusammenarbeit, Beratung und Unterstützung und beim *Arbeitskreis Interpretationswerkstatt PH Freiburg* für die Unterstützung bei der Datenauswertung.

⁵ Die Erhebungssituation der Gruppen eins und zwei ist untereinander vergleichbar, wohingegen die Daten der dritten Gruppe nur bedingt mit den anderen vergleichbar sind. Diesen Studierenden wurde nicht der gesamte Fragebogen, sondern nur eine offene Frage („Özal“) am Ende eines Seminars zum mathematischen Anfangsunterricht vorgelegt. Ziel der Veranstaltung war unter anderem die Sensibilisierung der Studierenden für unterschiedliche Lernwege der Kinder und die Gestaltung offener Lernangebote.

<p>Bitte beurteilen Sie folgende Szene:</p> <p>„Özal soll folgende Aufgaben zur Zehnerüberschreitung lösen (eine Beobachtung in der Fördergruppe)“</p> <p>Das vorgegebene Aufgabenformat: $6 + 7 =$ $6 + _ + _ = _$</p>	
<p>Erwartet:</p> <p>$6 + 7 =$ $6 + 4 + 3 = 13$</p>	<p>Özal schreibt nach langem Hin- und Herschieben der Rechenkette:</p> <p>$6 + 7 = 13$ $6 + 2 + 3 = 11$</p>
<p>Lehrerin:</p> <p>6 plus wie viel sind 10? und wie viel noch dazu? so dass du insgesamt 7 dazuzählst? Also 10 plus 3 sind wie viel? Also schreib hin: $6 + 4 + 3 = 13$</p>	<p>Özal:</p> <p>(mühsam) 4 ----- ----- (unsicher) 13</p>
<p>a) Bitte beurteilen Sie die Leistung, die von Özal verlangt wird.</p> <p>b) „Was soll ich nur mit ihm machen?“ fragt die Lehrerin in der anschließenden Besprechung. Was würden Sie ihr raten?</p>	

Abbildung 1: Aufgabe „Özal“

2.2 Kategorienentwicklung aus den Daten

Das zentrale Analyseinstrument der Qualitativen Inhaltsanalyse (vgl. Mayring 2003) ist das Kategoriensystem. Es ermöglicht den Nachvollzug der Analyse (ebd., 43 f). Um die Kategorien und ihre Ausprägungen aus dem Material herauszuarbeiten und die Textstellen den Kategorien zuzuordnen, werden mehrere Analyseschritte genannt:

1. Die Zusammenfassung zur Reduktion des Materials,
2. die Explikation zum besseren Verständnis unklarer Textstellen,
3. die Strukturierung zur Entwicklung eines Kodiermanuals.

Der erste Analyseschritt entfällt bei den vorliegenden Daten vielfach oder kann sehr rasch erfolgen, da die Texte der Befragten bereits sehr reduziert sind.

Zunächst (Teildurchgänge durchs Material) wurden anhand der Aufgabe „Özal“ Themen in den Daten ermittelt. Diese induktiv gewonnen Themen wurden zu Kategorien verdichtet und auch mittels theoretischer Annahmen – Lernen als Kon-

struktion bzw. Instruktion – drei Hauptkategorien zugeordnet. Die Kategorienentwicklung verlief folglich zunächst induktiv, enthält aber auch deduktive Elemente bei der Ermittlung der Hauptkategorien.

Das so entstandene Kodiermanual (vgl. Mayring 2003, 83) ermöglicht typisierende Strukturierungen, wie z. B. extreme Ausprägungen, Ausprägungen von besonderem theoretischem Interesse und sehr häufige Ausprägungen (vgl. ebd., 90). Darüber hinaus kann auch ein kontrastierender Vergleich der unterschiedlichen Gruppen von Befragten (Studienanfänger, Studierende mit Seminar und Referendarinnen) vorgenommen werden.

Diese Vorgehensweise soll im Folgenden für die Aufgabenstellung „Özal“ nachgezeichnet werden.

2.3 Formulierung der Hauptkategorien

Bei der Auswertung ergaben sich folgende Hauptkategorien:

1. *Orientierung an erwarteten Lösungswegen und Lösungen (OeL)*. Bei einer engen Sichtweise auf Aufgaben wird davon ausgegangen, dass Aufgaben *einen* Lösungsweg und *eine* Lösung besitzen. Dies schließt nicht aus, dass nicht auch andere Lösungswege möglich sind, aber diese sind nicht gleichwertig mit dem erwarteten Lösungsweg. Ziel des Unterrichts und Aufgabe der Lehrperson ist es, den Schüler mittels guter Erklärungen, eindeutiger Aufgabenstellungen, Veranschaulichungen und der Übung von (Aufgaben)Teilfertigkeiten zur erwarteten Lösung zu befähigen oder zu führen.

Der erwartete Lösungsweg dominiert die Gesprächsführung, die Interventionen und Maßnahmen. Die Hauptkategorie OeL setzt sich aus folgenden Unterkategorien zusammen:

OeL 1: Erwarteter Lösungsweg als Ziel

„Özal muss die 7 zerlegen können, bis zur 10 auffüllen und den Rest dazuzählen.“

„Zudem ist die Aufgabe auch recht anspruchsvoll.“

OeL 2: Erklärungen der Lehrerin führen zu Verständnis

„Die Hilfe, die sie ihm gibt, finde ich gut und eigentlich auch verständlich.“

„Özal versteht nicht, was die Lehrerin möchte und wozu, weil sie es nicht richtig erklärt und Özal somit nicht den Sinn der Aufgabe versteht.“

OeL 3: Aufgabe zu komplex

„Ich denke, er versteht einfach nur nicht, was er machen soll beim 2. Teil der Aufgabe.“

OeL 4: Bewertung der Leistung des Kindes im Hinblick auf die erwartete Lösung

„Geringe Leistung, da Lösung so gut wie vorgegeben.“

„Özal gelingt es nicht, die 7 in $4 + 3$ zu zerlegen.“

OeL 5: „Oberflächliche“ Ratschläge und Maßnahmen

„mehr üben“

„verschiedene Materialien anbieten: Rechenmaschine, unstrukturiertes Material, Rechengeld“

OeL 6: Ratschläge als Hinführung zur erwarteten Lösung/Reduktion von Komplexität/isolierte Teilfertigkeiten des erwarteten Lösungsweges üben

„Ich würde der Lehrerin raten, ihre Arbeitsanweisung klarer zu stellen, z. B. $6 + 7 =$ zuerst stopp bei 10 und dann weiter rechnen“

„Addition bis zum Zehner wiederholen“

2. *Orientierung an möglichen Lösungswegen und Lösungen (OmL).* Bei einer offenen Sichtweise auf die Aufgabe wird hingegen davon ausgegangen, dass eine Aufgabe mehrere Lösungswege und auch Lösungen haben kann und nicht alle auf dem gleichen Weg zur Lösung kommen müssen. Die Vorgabe von Rechenwegen und die Engführung auf einen Lösungsweg in Lehrerinterventionen werden kritisiert. Ziel ist nicht der Erwerb von Kompetenzen zur Lösung einzelner Aufgabentypen, sondern von grundlegenden Fähigkeiten wie Zahl- und Operationsverständnis.

OmL 1: Aufgaben haben verschiedene Lösungswege

„Die Aufgabe lässt sehr viel Interpretationsfreiheit zu. Es ist nicht unbedingt ersichtlich, dass die 7 in 4 und 3 zerlegt werden soll.“

OmL 2: Kritik an der Einengung auf einen Lösungsweg/Lösung

„Özal muss das von der Lehrerin vorgegebene Rechenschema übernehmen, das für ihn willkürlich ist.“

OmL 3: differenzierte(re) Bewertung der Leistung des Kindes

„Özal kann wohl rechnen, vermutlich zählt er aber ab.“

OmL 4: Förderung grundlegender Kompetenzen und verschiedener Strategien

„Die Zerlegung der Zahlen ist für ihn schwierig, das müsste in irgendeiner Form geübt werden.“

„Im nächsten Schritt könnte sie ihm einfach versuchen zu zeigen, dass man die Rechnungen auch anders lösen könnte.“

3. *Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS).* Eine Schülerperspektive nehmen Lehrpersonen ein, wenn sie davon ausgehen, dass Unterricht bei den individuellen Lösungswegen anzusetzen hat und diese mit Hilfe geeigneter Angebote zu elaborierten Strategien weiterentwickelt werden sollen. Aufgabe der Lehrperson ist es, die Lösungswege und Lösungen der Kinder zu verstehen und zu deuten. Die Analyse von Schülerprodukten, Beobachtungen beim Aufgabenlösen und die Befragung zu Rechenwegen dienen der Diagnose von Kompetenzen.

Mögliche Erwartungen an die Aufgabenlösung werden zurückgestellt und die Schülerlösung steht im Mittelpunkt des Interesses. Orientiert sich eine Lehrperson an den Lösungswegen der Schüler, kommt es ihr erst in zweiter Linie auf das richtige Ergebnis an. Vielmehr geht es um die Artikulation und die Begründung der eigenen Lösungswege (vgl. Rathgeb-Schnierer 2006, 45 f).

OSL 1: Beschreibung und Deutung der Schülerlösung

„Özal sucht sich stattdessen eigene Zahlen aus und rechnet richtig.“

OSL 2: Schülerlösung erfragen

„Fragen, wie er rechnet.“

OSL 3: Würdigung der Kompetenzen und

– Sehen der Defizite

„Özal kann, auch wenn er etwas länger braucht, $6 + 7$ zusammen zählen.“

– kein Sehen der Defizite

„Wenn jemand den Zehnerübergang schon verstanden hat“

OSL 4: Maßnahmen

– zuerst Diagnose

„Analysieren Sie seine Fehler, um herauszufinden, wo genau sein Problem zu suchen ist.“

– eigene Wege gehen lassen

„Özal muss seine eigene Strategie entwickeln, um $6 + 7$ auszurechnen.“

– keine Maßnahmen (als Folge von OSL 3b)

„Özal machen lassen“

Diese Hauptkategorien ergeben sich insofern aus den Daten, als in den Antworten der Befragten Orientierungen an der Aufgabe und am Schüler unterschieden werden konnten. Die Orientierungen an der Aufgabe wiederum differenzieren hinsichtlich der Offenheit. Die enge Sichtweise orientiert sich in allen Belangen an der vorgegebenen Aufgabe und der erwarteten Lösung, die weite Sichtweise nimmt die grundsätzliche Offenheit der Aufgabe wahr und legt keinen Lösungsweg fest. Die *Definition* der Kategorien ist dem gegenüber theoriegeleitet und orientiert sich an Vorstellungen zum Lehren und Lernen (vgl. 1.2) und an konstruktivistischen Ansätzen in der Mathematikdidaktik (vgl. z. B. Schütte 2004a; Rathgeb-Schnierer 2006). Sie sind dadurch so allgemein gefasst, dass sie sich auch für die Auswertung anderer Lehr-Lern-Situationen (bzw. Unterrichtssituationen) eignen. Es bleibt vorläufig festzuhalten, dass sich in den Sichtweisen auf die Aufgabe und die Schüler die Vorstellungen vom Lehren und Lernen im Mathematikunterricht zeigen.

3 Untersuchungsergebnisse

Nachdem im vorherigen Abschnitt die Entwicklung der Hauptkategorien aus den Daten nachgezeichnet wurde, sollen nun für die weitere Transparenz im Forschungsprozess Antworten der drei Befragungsgruppen – einzeln und im Vergleich – genauer in den Blick genommen werden. Dazu werden typische Beispiele und für die Theoriebildung ergiebige Antworten ausführlich dargestellt und interpretiert.

3.1 Beispielhafte Auswertungen

3.1.1 Studienanfängerinnen

In der ersten Befragungsgruppe ist die typische Antwort geprägt von einer ausschließlichen Orientierung an der erwarteten Lösung. Die anderen beiden Hauptkategorien tauchen bei gut der Hälfte der Studienanfänger gar nicht auf. Mit den folgenden Beispielen soll die Orientierung an der erwarteten Lösung näher illustriert werden.

- a) Nach der Frage „6 + wie viel sind 10?“ könnte man auch gleich fragen, wie viel dann noch (von 10 aus) bis zur 13 fehlen, die Formulierung „... so dass du insgesamt 7 dazuzählst“ klingt umständlich und wird von Özal offensichtlich nicht verstanden.
- b) Sie sollte nicht so umständliche Formulierungen verwenden und den Lösungsweg anders beschreiben. Wenn sie merkt, dass Özal schon bei „6 + 4 = 10“ Schwierigkeiten hat, sollte sie ihm zuerst dort Sicherheit geben. (323, 1. Semester)

In dieser Antwort wird auf die Gesprächsführung der Lehrerin Bezug genommen. Die Empfehlungen der Studentin bewegen sich innerhalb der Logik der Lehrerin, die durch ihre Fragen Özal zur erwarteten Lösung verhelfen will. Sie gibt der Lehrerin Formulierungstipps, wie ihr dies gelingen könnte.

Eine Bewertung der Gesprächsführung erfolgt nicht. Dass Özal Schwierigkeiten mit den Fragen der Lehrerin und mit dem von ihr geforderten Lösungsweg haben könnte, weil er nicht seinem Vorgehen entspricht, wird nicht gesehen oder in Erwägung gezogen. Maßstab für die Beurteilung seiner Leistung ist die erwartete Lösung: Özal hat Schwierigkeiten beim Ergänzen zur 10. Wenn Schwierigkeiten bei Teilfähigkeiten bemerkt werden, dann muss in den Augen der Befragten hier angesetzt werden. Wie genau diese Hilfe „Sicherheit geben“ aussehen könnte, bleibt unklar. Die vorgeschlagenen Maßnahmen zielen darauf ab, Özal in die Lage zu versetzen, die Aufgabe gemäß den Erwartungen zu lösen.

- a) Die Aufgabenstellung ist überhaupt nicht deutlich, da z. B. kein Ergebnis vorgegeben wird, das erreicht werden soll. Durch ihre Kommentare verwirrt die Lehrerin Özal noch mehr, da ihm das Ziel immer noch nicht erklärt wurde.
- b) Klare Aufgabenstellungen! (340, 1. Semester)

In dieser Antwort scheint die Auffassung durch, dass Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht von der Lehrerin grundsätzlich eindeutig und klar formuliert werden müssen. Mehrdeutigkeit und Unbestimmtheit als Ausgangspunkt für Begründungen und Austausch werden nicht gesehen, sondern lediglich als ein Hindernis beim Lösen der Aufgabe (im erwarteten Sinne) gesehen.

a) Die Leistung ist für Özal viel zu schwierig. Er kann sich unter den Zahlen und Aufgaben nichts vorstellen. Auch wenn es an sich keine so schwierige Aufgabe ist, ist er dadurch total überfordert.

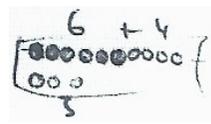
b) leichtere Aufgabe, diese visualisieren, und dann Schritt für Schritt und anschaulich mit versch. Materialien (157, 1. Semester)

In diesem Fall wird die Aufgabe grundsätzlich als zu schwierig für Özal eingeschätzt. Welche Komponenten könnten dazu führen, dass die Befragte ihn als überfordert einschätzt? Auf der einen Seite könnten die Rahmenbedingungen zu dieser Einschätzung führen: Es handelt sich um eine Fördersituation, Özal braucht viel Zeit, um seine Aufgaben zu notieren, seine Notationen entsprechen nicht den Erwartungen und das Gespräch mit der Lehrerin gestaltet sich sehr zäh. Auf der anderen Seite lässt sich eine defizitorientierte Sichtweise insbesondere an der folgenden Aussage festmachen: „Er kann sich unter den Zahlen und Aufgaben *nichts* vorstellen“ (Hervorhebung d. Verf.). Verstärkt wird dies noch durch die Feststellung, dass „es an sich keine so schwierige Aufgabe ist“. Und so sind auch die Äußerungen unter b) zu verstehen: Ist Özal überfordert, dann sollte ihm eine leichtere Aufgabe gestellt werden, wobei unklar bleibt, was darunter zu verstehen ist. „Schritt für Schritt“ soll diese Aufgabe mit Hilfe verschiedener Materialien visualisiert werden und ihm so die erwartete Lösung ermöglichen. Für die Überforderung wird in der Antwort ein Grund genannt: Es ist die mangelnde Vorstellung von Zahlen und Aufgaben. Das in der Antwort gezeigte Wissen über die Zahlvorstellung und deren Aufbau ist aber noch sehr undifferenziert, wenn der Einsatz „versch. Materialien“ empfohlen wird. Materialeinsatz ist nicht per se förderlich (vgl. z. B. Lorenz 1995, Floer 1995).

Der Überforderung des Schülers mit schrittweisem Erklären und dem Einsatz von Material zu begegnen, diese Empfehlung wird von vielen Befragten ausgesprochen. Allerdings bleiben die Vorschläge wie im obigen Beispiel eher vage: „Bilder aus dem Alltag“, „konkrete Beispiele“, „anschaulich mit verschied. Materialien“. In diesen Formulierungen sind die Empfehlungen auf fast jede beliebige mathematische Unterrichtssituation übertragbar. Die Ratschläge an die Lehrerin zeichnen sich folglich durch einen hohen Allgemeinheitsgrad aus: Erklären, klare Aufgabenstellung, Materialeinsatz, leichtere Aufgaben, Kleinschrittigkeit bei Überforderung.

Im nächsten Beispiel wird eine Empfehlung für den Einsatz eines bestimmten Veranschauligungsmittels gegeben.

b) Grundrechenarten wiederholen, geeignet wäre ein Rechenschieber, bei dem Kugeln immer zu 10 in eine Reihe passen. Dann würde er veranschaulicht sehen, dass wenn er zu 6 sieben dazu schieben muss, erst 4 noch auf die 1. Reihe passen, dann in die 2. Reihe nochmal 3. (345, 1. Semester)



Es wird angenommen, dass die Aufgabe mit Material besser bewältigt werden kann. Vernachlässigt wird hingegen, dass eine Übersetzung von der symbolischen Ebene in eine Handlung mit Material „bereits das Erkennen der gemeinsamen Struktur in den verschiedenen Abstraktionsebenen“ (vgl. Schütte 1994, 57) voraussetzt. Handlungen mit Material werden nicht als eine gleichwertige Kompetenz, sondern als Hilfsmittel für die Lösung auf der symbolischen Ebene angesehen.

Im folgenden Beispiel lassen sich auch Elemente erkennen, die die Lösung des Schülers mit einbeziehen. Letztendlich bleibt aber der erwartete Lösungsweg das Ziel.

- a) Ich bin sicher, er könnte d. Aufgabe lösen, wenn d. Lehrerin ihm nicht ihr Schema, wie sie vorgeht, aufzwingen würde, sondern seine Denkweise mit einbeziehen würde.
- b) Ihn erstmal fragen, wie er auf sein Ergebnis gekommen ist, dann versuchen nachzuvollziehen, was er dabei gedacht hat, u. davon ausgehen, mit ihm d. Aufgabe gemeinsam lösen, bis er versteht, was dahinter steckt. (335, 1. Semester)

Die Aufgabe zu lösen, ist die Rahmung (vgl. Krummheuer 1982) dieser Antwort. Am Anfang und am Ende wird diese Erwartung geäußert. Hierin besteht kein Unterschied zu den obigen Beispielen. Aber die Gesprächsführung der Lehrerin wird grundlegend kritisiert. Werden in den obigen Antworten einzelne Formulierungstipps gegeben, wird hier die Enge durch das Wort „aufzwingen“ herausgestellt und dadurch negativ bewertet. Özals Lösungsweg ist für die Befragte von Interesse, und im Gespräch sollen die Vorgehensweise und das Denken des Schülers erhellet und nachvollzogen werden. Dieses Denken soll auch der Ausgangspunkt für die weitere Bearbeitung sein. Inwiefern dieses Denken hier noch eine Rolle spielen kann, bleibt unklar, da nun die ursprüngliche Aufgabe, wenn auch gemeinsam, gelöst werden soll.

Auch bei den Studienanfängern finden sich, wie bereits weiter oben erwähnt, andere Orientierungen. Abweichend von den bisherigen Antworten ist im nachfolgenden Beispiel keine Orientierung an der erwarteten Lösung festzustellen.

- a) Özal hat die gestellte Aufgabe super gut erfüllt. Es war nirgendwo definiert, dass sich beide Ergebnisse entsprechen müssen, sondern nur, dass sie über 10 liegen sollen. Den Lösungsweg der Lehrerin nachvollziehen zu müssen führt zu Demotivation und Verkrampfung!
- b) Sie soll von ihrem „absolutistischen“ Schema abrücken. Özal rechnet auch auf seine Art richtig unter Benutzung eines eigenen Lösungsweges. Schüler sind Individuen! (342, 1. Semester)

Wenn sich Befragte in den Schüler versetzen, kann sich eine neue Sichtweise auf die Situation eröffnen. Die Erwartungen an die Lösung überlagern dann nicht die Wahrnehmung der Aufgabenstellung und die Lösungsversuche des Schülers. Diese Befragte sieht die möglichen Lösungswege und auch Lösungen der Aufgabe und die Kompetenzen des Schülers, er rechnet richtig.

Die Würdigung der Kompetenzen des Schülers ist ein Anzeichen dafür, dass sich Befragte nicht nur an der erwarteten Lösung orientieren. Der unterschiedliche Stellenwert eines richtigen Ergebnisses wird in den beiden folgenden Beispielen deutlich.

- a) Özal kann wohl rechnen, vermutlich zählt er aber ab. Er kommt zwar zu einem richtigen Ergebnis, hat aber die Rechentricks noch nicht drauf. (149, 1. Semester)
- a) kommt mit diesem Rechensystem nicht zurecht. Er ist im Denken schon einen Schritt weiter – er kann die Zehnerüberschreitung. Er wird durch den von der Lehrerin aufgezungenen Rechenweg nur verwirrt – da er das richtige Ergebnis erhält.
- b) Özal machen lassen! (141, 1. Semester)

Im ersten Beispiel werden die Kompetenzen des Schülers wahrgenommen und Vermutungen – evtl. aufgrund des situativen Gesamteindrucks (Fördersituation, lange Bearbeitungszeit etc.) – aufgestellt: Özal rechnet zählend. Auch zählend kann man zum richtigen Ergebnis kommen, das bedeutet jedoch noch nicht, dass der Schüler über geschickte Strategien verfügt.

Im zweiten Beispiel wird das richtige Ergebnis so gedeutet, dass der Schüler den Zehnerübergang beherrscht, wobei unklar bleibt, was das genau bedeutet. Es sind verschiedene Deutungen möglich: Der Schüler kann Aufgaben lösen, die über den Zehner gehen, zählendes Rechnen wird mit Rechnen gleichgesetzt; der Schüler verfügt über eine geschickte Strategie zur Überschreitung des Zehners; der Schüler verfügt über die erwartete Strategie (Rechnen bis zum vollen Zehner) zur Überschreitung des Zehners. Gemein ist diesen Deutungen, dass das richtige Ergebnis ein Hinweis auf Können ist. Dann muss die Lehrperson keine speziellen Maßnahmen ergreifen, da der Schüler in diesem Bereich bereits kompetent ist. Hinter dem „Machen lassen“ könnte aber auch ein Entwicklungsgedanke stehen, dass sich geschickte Strategien mit der Zeit von selbst elaborieren.

Studienanfänger neigen offensichtlich unter mehreren Gesichtspunkten wie Gesprächsführung, Aufgabenstellung und Fördermaßnahmen dazu, sich eng an den erwarteten Lösungswegen und Lösungen von Aufgaben zu orientieren. Dies verhindert oftmals, dass die Kompetenzen des Schülers gesehen werden. Die enge Orientierung an der erwarteten Lösung könnte auf die eigenen Unterrichtserfahrungen zurückzuführen sein, die oftmals als sehr bedeutsam für die eigene Unterrichtstätigkeit herausgestellt werden (vgl. Wahl 2001, 157 f; Drechsel 2001, 194; Fischer 1995, 91 f; Thompson 1992, 135). Eine offene Sichtweise auf Aufgaben und eine Orientierung an den Lösungswegen der Schüler findet sich nur selten. Manche

Studierende sehen und würdigen das richtige Ergebnis, setzen es teilweise aber mit Verständnis und Kompetenz hinsichtlich des Zehnerübergangs gleich. Fachdidaktische Konzepte finden nur vereinzelt Erwähnung. Situationspezifischere Ratschläge wie die Förderung der Zahlvorstellung, die Analyse des Schülerlösungsweges oder der Kompetenzen und Defizite des Schülers spielen bei Studienanfängern keine Rolle.

Weiterhin kann man feststellen, dass die Würdigung von Kompetenzen des Kindes eine wichtige Fähigkeit ist, aber eine ausschließliche Fixierung auf das richtige Ergebnis zu Fehldiagnosen bzw. Untätigkeit führen kann. Um Kompetenzen, aber auch Defizite zu erkennen, muss die Schülerlösung mit einbezogen werden. Lösungswege des Schülers werden in dieser Befragungsgruppe jedoch nicht beschrieben und analysiert.

3.1.2 Referendarinnen

Die Antworten der Referendarinnen zeigen, dass die mathematischen Erfordernisse von Aufgaben in ihrer Komplexität verstärkt wahrgenommen werden und dass die Orientierung an der erwarteten Lösung zwar immer noch großen Raum einnimmt, die offene Sichtweise auf Aufgaben aber an Bedeutung gewinnt. Die Ratschläge an die Lehrerin sind geprägt vom Einsatz konkreter Materialien. Dabei spannt sich ein Feld auf zwischen pauschalem Anbieten von Materialien, der gezielten Veranschaulichung des erwarteten Lösungsweges, der Förderung der Zahlvorstellung durch geeignete Materialien⁶ und der Strategieförderung durch das Anbieten alternativer Rechenwege.

Das folgende Beispiel zeigt, dass die Aufgabenanforderungen ausführlich beschrieben werden.

a) er muss die Zahl 7 verstehen als $7 = 4 + 3$

dann muss/soll er auffüllen von 6 bis zur 10, d. h. mit dem 1. Teil der Zahl: 4

anschließend soll er die noch übrigen 3 dazuzaddieren

⇒ ABER → er hat noch keine Vorstellung von $7 = 4 + 3$

→ es scheint ihm unklar, warum die L bis 10 auffüllt

b) auf eine konkret handelnde Ebene wechseln; wenn er die Aufgabe mit Material bearbeiten soll/könnte, wäre sie u. U. leichter für ihn (89)

In der obigen Antwort werden die Anforderungen der Aufgabe sehr detailliert erfasst. Die Komplexität der Aufgabe kommt deutlich zum Ausdruck: zerlegen, ergänzen, subtrahieren, addieren. Die Befragte zeigt auch Wissen über mathematische Konzepte wie das Teil-Teil-Ganzes-Schema und dessen Zusammenhang zum Aufbau der Zahlvorstellung: „er muss die Zahl 7 verstehen als $7 = 4 + 3$ “; „er hat

⁶ Als geeignete Materialien zur Förderung der Zahlvorstellung bzw. des Zahlverständnisses werden in der Literatur zumeist die Zehnerfelder genannt (vgl. Schütte 2000; Gerster & Schultz 2000, 339 ff; Flexer 1986).

noch keine Vorstellung von $7 = 4 + 3$ “. Die Analyseebene hinsichtlich des erwarteten Lösungsweges und der dafür geforderten Kompetenzen kann als fundiert bezeichnet werden. Die Ratschläge, die an die Lehrerin formuliert werden, sind hingegen eher pauschal und allgemein gehalten. Hier scheint eine Diskrepanz zwischen der Beurteilung der Situation und dem Umgang mit dieser Situation auf. Dass hier Unsicherheit im Spiel sein könnte, darauf deutet die Formulierung „u. U.“ hin.

Erwartungsgemäß unterscheidet sich die Formulierung zum Materialeinsatz qualitativ von der bisherigen Befragungsgruppe der Studienanfänger. Die gewählten Formulierungen wie „konkret“ und „Ebene wechseln“ lassen auf die Kenntnis des Brunerschen Modells der Repräsentationsstufen schließen (EIS-Prinzip), wohingegen bei den Studienanfängern Formulierungen wie „bildlich, handfest verdeutlichen“ (140), „den Zahlen vielleicht Dinge zuordnen, um sein Interesse zu wecken“ (160) oder „anschaulich mit verschiedenen Materialien“ (157) vorkommen.

Auch im folgenden Beispiel finden sich die beiden inhaltlichen Elemente „Beschreibung des erwarteten Lösungsweges“ und „Hilfe durch Wechsel der Repräsentationsebene“.

- a) Er soll sich im Kopf merken und ausrechnen, was überbleibt, wenn er schon 4 addiert und insgesamt 7 addieren soll.
- b) Sie sollte auf jeden Fall zurück auf die ikonische, wenn nicht sogar auf die symbolische Ebene gehen, damit er die 10 (und die 5) erkennt. Immer die Möglichkeit lassen, auf eine tiefere Ebene nach dem EIS-Prinzip nach Bruner zu gehen. (61)

Bruners Modell der Repräsentationsebenen, das den Lernprozess in eine enaktive, eine ikonische und eine symbolische Ebene gliedert, ist ein gängiger Inhalt in der Lehrerbildung, und die Vorstellung von einem zeitlichen und didaktischen Nacheinander dieser Ebenen zeigt sich auch in dieser Antwort: „zurück auf die ikonische Ebene gehen“ und „immer die Möglichkeit lassen auf eine tiefere Ebene [...] zu gehen“. Für Bruner war aber gerade die flexible Herstellung von Verbindungen zwischen den Ebenen zentral.

Die Formulierungen „er soll sich im Kopf merken“ und „damit der die 10 (und die 5) erkennt“ verbunden mit der symbolischen Darbietung der Aufgabe legen die Deutung nahe, dass die Befragte die Bedeutung von symbolisch und enaktiv verwechselt. In dieser Deutung wird in der Antwort vorausgesetzt, dass durch den Einsatz didaktisch strukturierter Materials, sich auch dessen Struktur erschließt und die 10 bzw. die 5 erkannt wird⁷. Diese Struktur ist jedoch nicht, wie von der

⁷ Zur Unterstützung des Aufbaus mentaler Vorstellungsbilder wird bei didaktischen Veranschaulichungsmitteln durch optische Untergliederungen das quasi-simultane Erfassen von Mengen erleichtert („Kraft der Fünf“; vgl. Krauthausen 1995).

Befragten angenommen, im Material enthalten, sondern muss erst in das Material hineingesehen werden (vgl. Lorenz 1995).

Im folgenden Beispiel wird nicht nur der erwartete Lösungsweg analysiert, sondern auch mögliche andere Lösungswege thematisiert.

- a) Der Weg, zuerst den 10er voll zu machen und dann weiterzurechnen, ist nicht für alle Kinder plausibel
7er-Zerlegung nicht klar
- b) den Jungen auf keinen Fall auf diesen Lösungsweg festlegen. Vielleicht würde ihm die Strategie Verdopplung + 1 sinnvoller erscheinen.
Bevor jedoch alternative Strategien geboten werden, die Aufgabe lösen und den Lösungsweg erklären lassen. (71)

Es wird darüber nachgedacht, dass Kinder unterschiedliche Lösungswege gehen können und gehen sollen, wobei die Lehrerin „sinnvolle“, d. h. vielleicht geschickte oder für das Kind verständliche, Strategien anbieten soll. Der Lösungsweg des Schülers soll nachvollzogen werden. Wenn das Kind jedoch über keine eigenen geschickten Strategien verfügt, sollte die Lehrerin diese anbieten und dadurch die Strategieentwicklung fördern.⁸

Die nachfolgende Antwort zielt weniger auf das Anbieten alternativer Strategien als auf die (Weiter-)Entwicklung eigener Lösungswege.

- b) Özal muss seine eigene Strategie entwickeln, um $6 + 7$ auszurechnen. Ich würde ihm Eierkartons mit Kastanien geben. Dann lernt er gleichzeitig das Ergänzen zu 10 (Eierkarton voll) und sieht die Zahlen bildlich vor sich. (76)

Die Voraussetzung für eine Weiterentwicklung wird nicht im Anbieten verschiedener Strategien, sondern in einer fundierten Zahlvorstellung als Grundlage für Strategieentwicklung gesehen. Die Ratschläge an die Lehrerin gehen in diesen beiden Beispielen also über das Anbieten von Material und somit einen Wechsel der Repräsentationsebene hinaus.

Bei den *Referendarinnen* zeigt sich ein heterogeneres Bild. Es kommen häufig mehrere Orientierungen in einer Antwort vor. Die Eigenständigkeit in der Beurteilung einer Unterrichtssituation ist ausgeprägter. Die Komplexität der Aufgabenstellung wird häufig erfasst, die Aufgabenstellung kritisch hinterfragt und auf alternative Lösungswege verwiesen. Konkretisierung wird auch in dieser Befragungss-

⁸ Schütte (2004a, 133) und Rathgeb-Schnierer (2006, 78) stellen diesem „Strategiewahlansatz“, der davon ausgeht, dass den Schülern verschiedene Strategien gelehrt werden müssen, aus denen sie dann für die jeweilige Aufgabe die passende auswählen, den „Ansatz eines aspektreichen Zahlverständnisses“ gegenüber. Die Wahl einer passenden Strategie ergibt sich nicht aufgrund eines Repertoires an geschickten Strategien und deren bewusster Auswahl, sondern aufgrund des Erkennens von Zahligenschaften und Zahlbeziehungen in der jeweiligen Aufgabe.

gruppe als wesentliche Hilfsmaßnahme empfohlen, wobei der Bezug zu fachdidaktischen Konzepten aus der Wortwahl zu erschließen ist. Die Arbeit mit Gegenständen wie Autos oder Äpfeln, die Verwendung von Bildern aus dem Alltag weichen fachsprachlichen Elementen wie „konkret“, „symbolisch“, „abstrakt“, „Ebene wechseln“ oder „visualisieren“. Zudem wird auch die Arbeit an grundlegenden Kompetenzen wie der Zahlvorstellung empfohlen, um eine Grundlage für die Bewältigung des Zehnerübergangs zu schaffen.

3.1.3 Studierende mit vorausgehendem Seminar

In dieser Befragungsgruppe gibt es keine ausschließliche Orientierung an der erwarteten Lösung, sondern nur in Teilbereichen der Antworten. Insbesondere bei den Ratschlägen für die Lehrerin finden sich verengende Maßnahmen wie Erklären, klare Aufgabenstellung und Veranschaulichung des erwarteten Lösungsweges. Auffallend ist, dass oberflächliche Maßnahmen praktisch nicht auftauchen. Ratschläge zur Förderung der Zahlvorstellung, kommen aber ebenfalls kaum vor. Besonders ausgeprägt ist bei den meisten Befragten die Einnahme einer Schülerperspektive, die Kritik an der Gesprächsführung der Lehrerin und an der engen Aufgabenstellung.

a) Im vorgegebenen Aufgabenformat stehen zwei Aufgaben. Die Lösung der ersten ist 13: $6 + 7 = 13$. Die zweite Aufgabe ist für Özal ohne Bezug zur ersten gelöst worden: $6 + _ + _ = _ \Rightarrow$ Er setzt beliebige Zahlen ein und erhält als Ergebnis 11 ($6 + 2 + 3 = 11$). Die Lehrerin hat wohl die Zerlegung der Zahl 7 erwartet und versucht ihm (durch Fragen) ihr eigenes Denkkonstrukt zu vermitteln. Özal, der wohl nicht weiß, was er „falsch“ gemacht hat, versteht ihre Frage nicht. Anstatt Özal zu fragen, wie er auf die Aufgabe $6 + 2 + 3 = 11$ kommt, versucht die Lehrerin ihm abzurufen, dass er $6 + 4 + 3 = 13$ hätte schreiben sollen, und verlangt so von ihm, ihre Ergebnisvorstellung nachzuvollziehen und anzuwenden (womit er überfordert ist).

b) Sie hätte Özal zuerst fragen können, wie er darauf kommt. Schließlich ist seine Rechnung völlig korrekt. So aber verunsichert sie ihn und vermutlich beenden beide das Gespräch mit einem unguuten Gefühl (sie ist vermutlich genervt, er weiß nicht, was er falsch gemacht hat). Auch nach der Anweisung: Schreib hin: $6 + 4 + 3 = 13$ wird Özal nicht klar sein, warum er das hätte schreiben sollen. Sie wollte ihm die Zahlenzerlegung abringen, die sie erwartet hatte, ohne ihm vermutlich die nötige Zeit zu geben, ihre Fragen zu überdenken. Trotz allem hat er eine Aufgabe mit Zehnerüberschreitung gelöst! (5)

In der oben stehenden Antwort wird im Unterschied zu den bisherigen Beispielen die Situation in ihrer ganzen Umfänglichkeit in den Blick genommen. Zuerst werden Özals Lösungen und Lösungswege genauer betrachtet und auf ihr Zustandekommen analysiert. Die Befragte geht davon aus, dass er beliebige Zahlen in die Lücken eingesetzt hat, wobei offen bleiben muss, ob dies Özals tatsächlicher Vorgehensweise entspricht. Anschließend wird die Problematik der Erwartungen der Lehrerin an den Schüler thematisiert. Die Kritik am Gesprächsverhalten ist durch die Wortwahl „abringen“ recht massiv. Gleichzeitig zeigt die Befragte aber auch Empathie, indem sie mutmaßliche Gefühle der Lehrerin und Özals in dieser Ge-

sprachssituation beschreibt. Der Rat an die Lehrerin ist dann konsequenterweise auch, auf die Lösungswege des Schülers einzugehen und ihn dazu zu befragen, um Aufschlüsse über seine Vorgehensweise zu bekommen. Zudem soll die Lehrerin die Kompetenzen des Kindes würdigen.

b) Die Lehrerin sollte die Aufgabe freier stellen und Özal dadurch ermöglichen eigene/andere Rechenschritte zu gehen. Sie sollte ihn in seiner Herangehensweise bestärken, da ich vermute, dass bei einer freieren Aufgabenstellung auch richtige Ergebnisse herauskommen werden. Dies wird ihm wiederum mehr Selbstvertrauen geben. Im nächsten Schritt könnte sie ihm einfach versuchen zu zeigen, dass man die Rechnungen auch anders lösen könnte und ihm mit anschaulichem Material zeigen, ob dies nicht auch ihm leichter fallen würde. Besser wäre es, wenn sie mit ihm zusammen und dem Material diesen Zehnerübergang gemeinsam erarbeiten könnte. (10)

Wie im vorherigen Beispiel stellt die Befragte die Zuwendung zum und die Ermunterung des Schülers besonders heraus, und verfolgt somit eine pädagogische Argumentation. Gleichzeitig schlägt sie eine Öffnung der Aufgabenstellung vor, um es Özal zu ermöglichen eigene Wege zu gehen. Diese Öffnung wird jedoch gegen Ende zurückgenommen. Die Lehrerin soll Özal „einfach versuchen zu zeigen“, wie er geschickt rechnen könnte.

Der Öffnung des Lösungsweges folgt die Schließung hin zur erwarteten Lösung. Die Lehrerin zeigt, Özal soll nachvollziehen. Um ihm dies zu erleichtern, soll Material eingesetzt werden. Die Argumentation folgt damit demselben Schema wie in den obigen Beispielen der Referendarinnen. „Besser wäre es“, so beginnt der Schlusssatz. Als bessere Variante gegenüber dem Vormachen und Nachvollziehen wird nun die gemeinsame Erarbeitung vorgeschlagen. Es bleibt offen, warum die Studentin dies als „besser“ interpretiert und was genau die gemeinsame Erarbeitung vom Vormachen und Nachvollziehen unterscheidet. Es könnte sein, dass das Wort „gemeinsam“ mehr Aktivität und Einbezug des Schülers ausdrücken soll.

Bei den *Studierenden mit vorausgehendem Seminar* ist eine hohe Sensibilität gegenüber den Lösungswegen und Vorgehensweisen der Schüler zu beobachten, die sich in der Kritik an Engführungen in Gespräch und Aufgabenstellung und in der Auseinandersetzung mit dem Lösungsweg des Schülers äußert. Es ist zu vermuten, dass neben dem Seminarbesuch auch soziale Erwünschtheit (vgl. Cooney u. a. 1998, 310 ff) und die abweichende Erhebungssituation zu diesem Ergebnis beitragen. Die Orientierung am Lösungsweg des Schülers zeigt sich in der Analyse des Rechenweges und in der Aufforderung, den Schüler zu diesem zu befragen. Es ist aber auch zu beobachten, dass offene Argumentationen häufig in engen Maßnahmen enden. Dieses enge Repertoire an Maßnahmen weist auf einen hohen Bedarf an Handlungsmöglichkeiten im Umgang mit herausfordernden Unterrichtssituationen hin. Eine Schülerperspektive und eine offene Sichtweise auf Aufgaben können sonst auch enge Maßnahmen zur Folge haben.

Auffallend ist zudem der ungleich größere Umfang der Antworten, da die Unterrichtssituation in umfassender Weise beschrieben wird. Es werden verschiedene Blickwinkel eingenommen: wie der Schüler diese Situation sieht, was er tut, warum er es tut, wie die Lehrerin die Situation sieht, wie die Befragte die Situation, die Aufgabe, den Gesprächsausschnitt sieht. Die Steigerung der Quantität bedeutet damit in gewisser Weise auch eine Steigerung der Qualität.

3.2 Kombination der Hauptkategorien

Bisher wurden die Daten hauptsächlich getrennt nach Befragungsgruppen ausgewertet und jede Befragungsgruppe in der Tendenz mit einer Hauptkategorie assoziiert:

- Studienanfänger – Orientierung an der erwarteten Lösung (OeL)
- Referendarinnen – vermehrt Orientierung an möglichen Lösungswegen und Lösungen (OmL)
- Studierende mit vorausgehendem Seminar – Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS)

Wird der Blick auf die Häufigkeiten der Kodierungen in allen Antworten gelenkt, ergibt sich ein leicht verändertes Bild. Absolut gesehen kommt die Orientierung an der erwarteten Lösung sowohl innerhalb der beiden ersten Befragungsgruppen als auch über alle drei Befragungsgruppen hinweg am häufigsten vor. Dies gilt insbesondere für die Gruppe der Studienanfänger, wo die Orientierung an möglichen Lösungswegen und an den Lösungswegen der Schüler nur eine marginale Rolle spielt. Bei den Referendarinnen wurde ebenfalls die Orientierung an der erwarteten Lösung am häufigsten kodiert, sie richten ihre Analyse und Ratschläge aber auch an verschiedenen möglichen Lösungswegen aus. Der tatsächliche Lösungsweg des Schülers spielt praktisch keine Rolle. Bei den Studierenden mit Seminar ist die Ausprägung der drei Hauptkategorien relativ ausgewogen, wobei die Orientierung an den Lösungswegen der Schüler etwas häufiger kodiert wurde als die beiden anderen Orientierungen.

Im Folgenden soll genauer untersucht werden, in welchen Kombinationen die Hauptkategorien in der Gesamtheit aller Befragten auftreten, um so auch über die Gruppen hinweg Aussagen zu treffen.

1. Orientierung an der erwarteten Lösung/Lösungsweg (OeL)
2. Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS)
3. Orientierung an der erwarteten Lösung/Lösungsweg (OeL) und Orientierung an möglichen Lösungswegen/Lösungen (OmL)
4. Orientierung an der erwarteten Lösung/Lösungsweg (OeL) und Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS)

5. Orientierung an möglichen Lösungswegen/Lösungen (OmL) und Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS)
6. Orientierung an der erwarteten Lösung/Lösungsweg (OeL), Orientierung an möglichen Lösungswegen/Lösungen (OmL) und Orientierung an den Lösungswegen der Schüler (OLS)

Mit einer Ausnahme treten alle möglichen Kombinationen der drei Hauptkategorien auf (Tabelle 1). Lediglich die alleinige Orientierung an möglichen Lösungswegen (OmL) lässt sich in der Untersuchungsgruppe nicht nachweisen. Die empirisch gefundenen Orientierungen machen deutlich, dass es sich bei der theoretischen Trennung der Hauptkategorien um eine heuristische handelt, die innerhalb der Fälle nur bedingt existiert. So werden die unterschiedlichen Sichtweisen in allen Varianten miteinander kombiniert.

1	Kombination der Hauptkategorien	StudAnf	RefM	StudSem	Gesamt
2	OeL	28	11	0	39
3	OLS	0	1	0	1
4	OeL und OmL	6	10	0	16
5	OeL und OLS	6	1	3	10
6	OmL und OLS	2	5	2	9
7	OeL, OmL und OLS	6	7	10	23
8	Nicht beantwortet	8	1	0	9
9	Summe	57	36	15	108

Tabelle 1: Häufigkeit des Auftretens der Kombinationen der drei Hauptkategorien

Die Studienanfänger zeigen eine ausschließliche oder zumindest teilweise Orientierung an der erwarteten Lösung (vgl. Zeile 2, 4, 5 und 7). Bei den Referendarinnen umfasst die ausschließliche Orientierung anteilig nur ein knappes Drittel (vgl. Zeile 2) und die Kombinationen gewinnen entsprechend an Gewicht. Jedoch bleibt die Orientierung an der erwarteten Lösung bis auf einige Ausnahmen erhalten (vgl. Zeile 3 und 6). Die Studierenden mit Seminar zeigen nur in Kombination mit den anderen Hauptkategorien eine Orientierung an der erwarteten Lösung, aber dennoch ist sie bei fast allen vorhanden.

In der Konsequenz könnte die Orientierung an der erwarteten Lösung als „Ausgangsorientierung“ bezeichnet werden, die durch selbst erlebten Mathematikunterricht und ein eher produktorientiertes Bild von Mathematik zu erklären ist. Es ist jedoch zu beachten, dass nicht alle Studienanfänger nur diese Orientierung zeigen und selbst Referendarinnen auf diese Sichtweise beschränkt bleiben. Diese „Aus-

gangsorientierung“ wird im Laufe der Ausbildung durch andere Erfahrungen in Seminaren und Praktika angereichert und durch weitere Orientierungen ergänzt, aber nicht vollständig ersetzt. Die Anreicherung und Ergänzung scheint aber keine zwangsläufige Entwicklung zu sein, wie sich an der Gruppe der Referendarinnen zeigt. Immerhin ein Drittel orientiert sich ausschließlich an erwarteten Lösungen und Lösungswegen (vgl. Zeile 2).

4 Ausblick

Die im vorigen Teil dargelegten Ergebnisse der Untersuchung sind insofern weniger überraschend, als die Studienanfänger eine enge und häufig ausschließliche Orientierung an der erwarteten Lösung zeigen, die Referendarinnen in der Beurteilung der Situation nahe liegende mathematische Konzepte wie die Repräsentationsstufen von Bruner und die Zahlvorstellung einbringen und die Studierenden mit vorausgehendem Seminar eine überdurchschnittliche Sensibilisierung für die Lösungswege und Vorgehensweisen der Schüler zeigen. Dennoch sind auch diese in gewisser Weise erwartbaren Ergebnisse bedeutsam, da sie auf mögliche Entwicklungswege und -felder in der Lehrerausbildung verweisen: die Öffnung der Aufgabenperspektive und die Verknüpfung mit der Schülerperspektive, was wiederum Kompetenzen in mathematischer Gesprächsführung voraussetzt (vgl. Schuler 2004).

Gleichzeitig wurde aber über alle Untersuchungsgruppen hinweg die Orientierung an der erwarteten Lösung bzw. am erwarteten Lösungsweg als stabiles Orientierungsmuster identifiziert. Die Untersuchungsergebnisse legen nahe, dass diese Ausgangsorientierung im Verlaufe der Ausbildung nicht revidiert, sondern lediglich durch andere Orientierungen ergänzt und erweitert wird. Damit wird die Widerständigkeit und Dauerhaftigkeit alter Orientierungen, z. B. durch eigene schulische Erfahrungen, bestätigt. Das (Fach-)Studium trägt vermutlich zu einer Orientierung an möglichen Lösungswegen bei. Das Einbeziehen der Schülerlösung kann durch entsprechende Seminarangebote angeregt werden, scheint aber nicht ein automatisches Begleitprodukt fachdidaktischer und fachlicher Ausbildung zu sein. Vermutlich durch das Seminarangebot ist die Orientierung an der Schülerlösung durchgängig in den Antworten beobachtbar und tritt neben die Orientierung an der erwarteten Lösung. Die Chancen von Seminaren in der Lehrerausbildung liegen darin, dass bisherige Vorstellungen und Selbstverständlichkeiten über Mathematiklernen und -lehren aufgebrochen und – wenn auch nicht ersetzt – so doch erweitert werden können: „intensity of experience and a focus on children’s thinking in the mathematics methods course may be the keys for helping preservice teachers to change their views“ (Vacc & Bright 1999, 108).

Darüber hinaus wurde der Einsatz von Material als die herausragende Fördermaßnahme genannt und kann so als ein stereotypes Angebot für Schüler mit Schwie-

rigkeiten im Mathematikunterricht interpretiert werden. Die Befragungsgruppen beschrieben, beurteilten und analysierten die Lehr-Lern-Situation unterschiedlich ausführlich und kompetent. Hinsichtlich der Maßnahmen war aber in allen Gruppen eine Tendenz zur Verengung zu beobachten. Dies scheint ein weiteres Entwicklungsfeld zu sein, das in der Lehrerbildung bisher noch wenig untersucht wurde. In Anlehnung an Teil 1 gilt es, Instruktionmöglichkeiten aufzuzeigen, die sich am Denken der Schüler orientieren und eigenaktives Lernen anregen.

Neben Hinweisen auf Entwicklungsfelder in der Lehrerinnenausbildung leistet dieser Artikel einen Beitrag dazu, Vorstellungen vom Lehren und Lernen um Aussagen von Studierenden und angehenden Lehrerinnen zu erweitern. Wie eingangs erwähnt, wurden bisher meist Lehrerinnen befragt. Die rekonstruierten Vorstellungen gehen zudem über globale Aussagen zum Mathematiklernen- und -lehren und zur Lehrer- und Schülerrolle hinaus. Das entwickelte Kategoriensystem nimmt unterrichtsrelevante Aspekte wie die Sichtweise auf die Aufgabe und die Schülerlösungswege auf. Die Hauptkategorien sind damit im Hinblick auf den Mathematikunterricht so allgemein, dass sie in einer entsprechenden Ausformulierung der Unterkategorien auf weitere Unterrichtssituationen übertragbar sind, und folglich zur zukünftigen Erforschung fachdidaktischer Vorstellungen herangezogen werden können.

Literatur

- Calderhead, James (1996): Teachers: Beliefs and Knowledge. In: Berliner, David C. (Hrsg.): Handbook of educational psychology. New York, 709–725.
- Cooney, Thomas J.; Shealy, Barry E. & Arvold, Bridget (1998): Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. In: Journal for Research in Mathematics Education 29 (3), 306–333.
- Diedrich, Martina; Thußbas, Claudia & Klieme, Eckard (2002). Professionelles Lehrerwissen und selbstberichtete Unterrichtspraxis im Fach Mathematik. In: Prenzel, Manfred & Doll, Jörg (Hrsg.): Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen. 45. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik. Weinheim, 107–123.
- Drechsel, Barbara (2001): Subjektive Lernbegriffe und Interesse am Thema Lernen bei angehenden Lehrpersonen. Münster.
- Eichler, Andreas (2005): Individuelle Stochastikcurricula von Lehrerinnen und Lehrern. Hildesheim, Berlin.
- Fennema, Elizabeth; Carpenter, Thomas P. & Loef, Megan (1990): Teacher belief scale: Cognitively guided instruction project. Madison: University of Wisconsin.
- Fischler, Helmut (2001): Verfahren zur Erfassung von Lehrervorstellungen zum Lehren und Lernen in den Naturwissenschaften. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 7, 105–120.
- Fischler, Helmut (2000). Über den Einfluss von Unterrichtserfahrungen auf die Vorstellungen vom Lehren und Lernen bei Lehrerstudenten der Physik. Teil 1: Stand der Forschung sowie Ziele und Methoden einer Untersuchung. Teil 2: Ergebnisse der Untersuchung. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 6, 27–36, 79–95.

- Fischler, Helmut (1995): Vorstellungen vom Lehren und Lernen. Entwicklungen und Verformungen. In: Kemper, Heinrich & Rau, Einhard (Hrsg.): *Formation und Transformation – Spuren in Bildungsforschung und Bildungspolitik*. Frankfurt a. M., 91–119.
- Flexer, Roberta J. (1986): The power of five: The step before the power of ten. In: *Arithmetic Teacher* 2, 5–9.
- Floer, Jürgen (1995): Wie kommt das Rechnen in den Kopf? Veranschaulichen und Handeln im Mathematikunterricht. In: *Die Grundschulzeitschrift* 82, 20–22.
- Furinghetti, Fulvia & Pehkonen, Erkki (2002): Rethinking characterisations of beliefs. In: Leder u. a. (2002), 39–57.
- Gellert, Uwe (1999): Vorstellungen angehender Grundschullehrerinnen von Schülerorientierung. Eine Analyse von Unterrichtskonzeptionen im Kontext universitärer Lehrerbildung. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 20 (2/3), 113–137.
- Gellert, Uwe (1998): Von Lernerfahrungen zu Unterrichtskonzeptionen. Eine soziokulturelle Analyse von Vorstellungen angehender Lehrerinnen und Lehrer zu Mathematik und Mathematikunterricht. Berlin.
- Gerster, Hans-Dieter & Schultz, Rita (2000): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg.
(<http://opus.bsz-bw.de/phfr/volltexte/2007/16/>)
- Green, Thomas F. (1971): *The activities of teaching*. New York.
- Hess, Kurt (2003): *Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung : Einstellungen, Umsetzungen und Wirkungen im mathematischen Anfangsunterricht*. Bern.
- Kleickmann, Thilo & Möller, Kornelia (2004): Zusammenhänge zwischen Lehrervorstellungen zum Lehren und Lernen im naturwissenschaftlich bezogenem Sachunterricht und Elemente der Lehrerausbildung. In: Pitton, Anja (Hrsg.): *Relevanz fachdidaktischer Forschungsergebnisse für die Lehrerbildung*. Münster, Hamburg, 259–261.
- Krapp, Andreas & Weidenmann, Bernd (Hrsg.) (2001): *Pädagogische Psychologie*. Weinheim.
- Krauthausen, Günther (1995): Die „Kraft der Fünf“ und das denkende Rechnen. Zur Bedeutung tragfähiger Vorstellungsbilder im mathematischen Anfangsunterricht. In: Müller, Gerhard N. & Wittmann, Erich Ch. (Hrsg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt, 87–108.
- Krummheuer, Götz (1982): Rahmenanalyse zum Unterricht einer achten Klasse über Termumformungen. In: Bauersfeld, Heinrich (Hrsg.): *Analysen zum Unterrichtshandeln*. Köln: Aulis, 41–103.
- Leder, Gilah C.; Pehkonen, Erkki & Törner, Günter (Hrsg.) (2002): *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht, Boston, London.
- Leiss, Dominik (2007): „Hilf mir es selbst zu tun“. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren. Hildesheim, Berlin.
- Lipowsky, Frank; Thußbas, Claudia; Klieme, Eckhard; Reusser, Kurt & Pauli, Christine (2003): Professionelles Lehrerwissen, selbstbezogene Kognitionen und wahrgenommene Schulumwelt – Ergebnisse einer kulturvergleichenden Studie deutscher und schweizer Mathematiklehrkräfte. In: *Unterrichtswissenschaft* 31 (3), 206–237.
- Lorenz, Jens Holger (1995): Arithmetischen Strukturen auf der Spur. Funktion und Wirkung von Veranschaulichungsmitteln. In: *Die Grundschulzeitschrift* 82, 8–12.
- Maaß, Katja (2006): Bedeutungsdimensionen nützlichkeitsorientierter Beliefs. Ein theoretisches Konzept zu Vorstellungen über die Nützlichkeit von Mathematik und eine erste

- empirische Annäherung bei Lehramtsstudierenden. In: *mathematica didactica* 29 (2), 114–138.
- Maaß, Katja & Ege, Patrick (2007): Mathematik und Mathematikunterricht aus der Sicht von Hauptschülern. In: *mathematica didactica* 30 (2), 53–85.
- Mayring, Philipp (2003⁸): *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim, Basel.
- Möller, Kornelia; Kleickmann, Thilo & Tenberge, Claudia (o. J.): *Zur Lehrerbildung im naturwissenschaftlichen Lernfeld des Sachunterrichts der Grundschule. Fragebogen und Kodiermanual für das Forschungsprojekt*. Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
- Möller, Kornelia (2001): Konstruktivistische Sichtweisen für das Lernen in der Grundschule? In: Czerwenka, Kurt; Nölle, Karin & Rossbach, Hans-Günther (Hrsg.): *Forschungen zu Lehr- und Lernkonzepten für die Grundschule. Jahrbuch Grundschulforschung*. Bd. 4. Opladen, 16–31.
- Müller, Christoph T. (2003). *Subjektive Theorien und handlungsleitende Kognitionen von Lehrern als Determinanten schulischer Lehr-Lern-Prozesse im Physikunterricht*. Berlin.
- Nespor, Jan (1987): The role of beliefs in the practice of teaching. In: *Journal of curriculum studies* 19 (4), 317–328.
- Op't Eynde, Peter; de Corte, Erik & Verschaffel, Lieven (2002): Framing Student's Mathematics-Related Beliefs. A Quest for Conceptual Clarity and a Comprehensive Categorization. In: Leder u. a. (2002), 13–37.
- Pajares, M. F. (1992): Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. In: *Review of Educational Research* 62 (3), 307–332.
- Pehkonen, Erkki & Törner, Günter (1996): Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 28 (4), 101–108.
- Rathgeb-Schmierer, Elisabeth (2006): *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Hildesheim, Berlin.
- Schütte, Sybille (1994): *Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen*. Stuttgart.
- Schütte, Sybille (2000): *Die Matheprofis 1*. München.
- Schütte, Sybille (2004a): Rechenwegnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 25 (2), 130–148.
- Schütte, Sybille (2004b): Mathematikunterricht zwischen Offenheit und Lenkung – Zum Verhältnis von Konstruktion und Instruktion bei mathematischen Lernprozessen. In: Esslinger-Hinz, Ilona & Hahn, Heike (Hrsg.): *Kompetenzen entwickeln – Unterrichtsqualität in der Grundschule steigern*. Baltmannsweiler, 135–142
- Schütte, Sybille & Wurster, Ekkehard (2004): Ein Fragebogen zur Erfassung der Einstellungen zum Mathematikunterricht. *Pädagogische Hochschule Freiburg*.
- Schuler, Stephanie (2004): Wann ist ein mathematisches Gespräch erfolgreich? Wie Einstellungen von Studierenden in Bewertungen eingehen. In: *Arbeitskreis Interpretationswerkstatt PH Freiburg* (Hrsg.): *Studieren und Forschen. Qualitative Methoden in der LehrerInnenbildung*. Herbolzheim, 159–182.
- Shulman, Lee S. (1986): Those who understand: Knowledge growth in teaching. In: *Educational Researcher* 15 (2), 4–14.

- Staub, Fritz C. & Stern, Elsbeth (2002): The Nature of Teachers' Pedagogical Content Beliefs for Students' Achievement Gains: Quasi-Experimental Evidence from Elementary Mathematics. In: *Journal of Educational Psychology* 94 (2), 344–355.
- Thompson, Alba G. (1992): Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: Grouws, Douglas A. (Hrsg.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, 127–146.
- Törner, Günter (2002a): Epistemologische Grundüberzeugungen – verborgene Variablen beim Lehren und Lernen von Mathematik. In: *Der Mathematikunterricht* 48 (4/5), 103–128.
- Törner, Günter (2002b): Mathematical Beliefs – A Search for a Common Ground. In: *Leder u. a.* (2002), 73–94.
- Törner, Günter & Grigutsch, Stefan (1994). „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 15 (3/4), 211–251.
- Vacc, Nancy N. & Bright, George W. (1999): Elementary Preservice Teachers' Changing Beliefs and Instructional Use of Children's Mathematical Thinking. In: *Journal für Research in Mathematics Education* 30 (1), 89–110.
- Wahl, Diethelm (2001): Nachhaltige Wege vom Wissen zum Handeln. In: *Beiträge zur Lehrerbildung* 19 (2), 157–174.

Anschrift der Verfasserin

Stephanie Schuler
Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd
Institut für Mathematik und Informatik
Oberbettringer Str. 200
73525 Schwäbisch Gmünd
stephanie.schuler@ph-gmuend.de

Eingang Manuskript: 02.10.2007 (überarbeitetes Manuskript: 13.06.2008)