Mathematik und Mathematikunterricht aus der Sicht von Hauptschülern

von

Katja Maaß und Patrick Ege, Freiburg

Kurzfassung: Die Integration von Realitätsbezügen wird als eine Möglichkeit zur Erreichung der Ziele des Mathematikunterrichts gesehen. Doch inwieweit greifen diese Ansätze in der Hauptschule? Um sinnvolle Unterrichtskonzepte zielgerichtet entwickeln zu können, wurden im Rahmen einer Bestandsaufnahme in einer qualitativen Studie die mathematischen Beliefs von Hauptschülern erhoben. Sie sollen als Ansatz zur Veränderung der Unterrichtskultur dienen. Der Aufsatz beschreibt zunächst den theoretischen und methodischen Hintergrund. Es folgen zwei Fallbeispiele, die rekonstruierten Beliefs im Querschnitt und eine darauf basierende Typologie.

Abstract: The integration of modelling and applications into the curriculum is seen as a means of improving mathematics education in all schools. Can this approach be adapted successfully within the „Hauptschule"? In order to develop teaching concepts appropriate to the conditions of the Hauptschule, a survey about students' mathematical beliefs has been carried out within a qualitative empirical study. The paper describes the theoretical and methodological framework as well as the results of the study. Two case-examples, a survey of the reconstructed beliefs and a typology is presented.

1 Einleitung

Die Hauptschule gilt als Sorgenkind des deutschen Bildungssystems. Laut PISA 2000 zeigen ca. 25 % der 15-Jährigen Leistungen, die auf oder unter Grundschulniveau liegen. Dabei handelt es sich wahrscheinlich überwiegend um Hauptschüler.

Derartige Erkenntnisse sprechen dafür, sich im Rahmen der didaktischen Forschung und Entwicklung intensiv dem Thema „Hauptschule" zuzuwenden. Ziel muss es sein, neue Unterrichtskonzepte für die Hauptschule zu entwickeln und zu evaluieren, die den Hauptschülern helfen, sich später im Beruf und im Leben zu bewähren. Im Rahmen der didaktischen Diskussion besteht Konsens darüber, dass zur Erreichung dieses Zieles offene und realitätsbezogene Aufgaben in den Mathematikunterricht – auch an der Hauptschule – integriert werden müssen (vgl. 2.3). Dabei ist bislang ungeklärt, wie diese Aufgaben für die Hauptschule konkret aussehen müssen und wie der Unterricht gestaltet werden müsste.

Um derartige Unterrichtskonzepte zielgerichtet und adressatengerecht entwickeln zu können, ist es sinnvoll, zunächst Bestandsaufnahmen vorzunehmen. Dazu gehört einerseits, die Kompetenzen der Schüler[1] im Hinblick auf bestimmte Aufgabenarten zu erfassen. Andererseits ist es wichtig, die Vorstellungen der Schüler über Mathematik sowie ihre Wahrnehmung des Mathematikunterrichts zu erheben (vgl. 2.2).

Die Schülerbeliefs sind einerseits ein – wenngleich subjektiver – Spiegel der Unterrichtsrealität, andererseits stehen sie in engem Zusammenhang mit dem Kompetenzerwerb der Schüler sowie ihren Reaktionen gegenüber Erneuerungen im Mathematikunterricht. Dieser Aufsatz wendet sich den Schülervorstellungen zu, während über die Kompetenzen an anderer Stelle berichtet wird (Maaß 2008). Ein besonderer Fokus der Studie liegt dabei darauf, die Reaktionen der Schüler auf offene, realitätsbezogene Aufgaben zu erheben.

Die Vorstellungen der Schüler von Mathematik wurden im Rahmen einer qualitativen Studie erfasst und ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Untersuchung stellen eine Basis für die umfassendere Studie STRATUM[2] zur Veränderung der Unterrichtskultur an Hauptschulen dar, deren Ziel es ist, Unterrichtskonzepte zur Integration von realitätsbezogenen und offenen Aufgaben zu entwickeln.

Erkenntnisleitend waren die folgenden Fragen:

1. Welche Vorstellungen haben die Schüler von Mathematik?
2. Wie reagieren die Schüler auf offene Aufgaben, wie auf realitätsbezogene?
3. Welche Schülertypen können hinsichtlich der Vorstellungen über den Mathematikunterricht rekonstruiert werden und wie häufig treten sie auf?

2 Theoretische Hintergründe

2.1 Zum Bildungskontext Hauptschule

Hauptschulen haben wie die beiden anderen an die Grundschulen anschließenden Schulen in Deutschland die Aufgabe, eine grundlegende Allgemeinbildung zu vermitteln, auf das Berufsleben vorzubereiten und Grundlagen für weiterführende Schulen zu legen. Außerdem sollen sie insgesamt der Lebensvorbereitung dienen (Brixner 2000, S. 43). Ausbildungsbetriebe beklagen aber, dass Hauptschulabsolventen insbesondere in den Fächern Deutsch, Mathematik und den Naturwissen-

---

1 Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird immer nur die männliche Form verwendet. Selbstverständlich sind damit auch Schülerinnen bzw. Lehrerinnen gemeint.

2 STRATUM wird in Zusammenarbeit mit Christoph Mischo (PH Freiburg), Dagmar Karrer (PH Freiburg) und Anke Wagner (PH Ludwigsburg) durchgeführt und vom Forschungsverbund Hauptschule gefördert.

schaften hohe Defizite aufweisen (BWHT 2002, S. 9). Auch Vergleichstudien wie TIMSS (vgl. Baumert et al. 1997) oder IGLU (Bos et al. 2003, S. 223) deuten darauf hin.

Gründe dafür sind u. a., dass die Rahmenbedingungen an Hauptschulen häufig weitaus schlechter als an den anderen Schulen sind (Wagner 2006): Es gibt einen hohen Anteil ausländischer Schüler mit in der Regel deutlich geringerer Sprach- und Lesekompetenz, die Ausstattung der Schulen ist im Vergleich zu anderen Schulen am schlechtesten, die Gewaltbereitschaft ist ausgeprägt, viele Kinder kommen aus nicht-intakten Familien. Im Vergleich zu anderen Bildungsabschlüssen kommt dem Hauptschulabschluss eine geringe Attraktivität zu.

Daher ist es fraglich, ob in der didaktischen Diskussion favorisierte und an Realschulen und Gymnasien zum Teil bereits erfolgreich erprobte Unterrichtskonzepte wie entdeckendes Lernen, die Öffnung von Aufgaben oder die Integration von Realitätsbezügen und Modellierungen auch in der Hauptschule greifen.

Da die Hauptschule im Vergleich zu den anderen Schularten sowohl im Bereich der pädagogisch-didaktischen Forschung als auch in der Bildungspolitik vernachlässigt wird (vgl. Bauer 2001, S. 4), besteht hier ein hoher Entwicklungs- und Forschungsbedarf.

2.2 Beliefs

Lernen ist nicht nur ein kognitiver Prozess, er wird auch durch affektive, motivationale und emotionale Faktoren substantiell beeinflusst (siehe z. B. Schoenfeld 1985; Connell & Wellborn 1990: Maaß 2004). Diese Faktoren verdienen auch oder insbesondere im schwierigen Bildungskontext der Hauptschule besondere Beachtung.

2.2.1 Definitionen und Eigenschaften

Wenn es um epistemologische Überzeugungen zur Mathematik und das Lehren und Lernen von Mathematik geht, existiert keine einvernehmlich akzeptierte Begrifflichkeit, vielmehr gibt es eine Fülle verschiedener Ansätze. Dies wird auch in theoretischen Übersichtsarbeiten, welche die einzelnen Ansätze vergleichen und versuchen, wesentliche Aspekte herauszuarbeiten, immer wieder betont (vgl. z. B. Furinghetti & Pehkonen 2002). Auch Op't Eynde, de Corte und Verschaffel (2002, S. 27) analysieren verschiedene Ansätze mathematikbezogener Beliefs von Schülern und definieren basierend darauf:

„Students mathematics-related beliefs are the implicitly or explicitly held subjective conceptions students hold to be true about mathematics education, about themselves as mathematicians, and about the mathematics class context. These beliefs determine in close interaction with each other and with students prior knowledge their mathematical learning and problem solving in class." (S. 27)

Sie stellen damit in ihrer Definition einen engen Zusammenhang zwischen „Beliefs“ und dem Wissenserwerb her. Beliefs und Wissen werden als Konstrukte gesehen, die in engem Zusammenwirken das Verständnis der Schüler von mathematischen Problemen bestimmen. Während aus epistemologischer Sicht Beliefs als individuelle Konstrukte gesehen werden, wird Wissen als soziales Konstrukt betrachtet (Furinghetti & Pehkonen 2002, S. 54).

Green (1971) nennt drei Dimensionen, die für Beliefs charakteristisch sind:

1. Die *Cluster-Struktur*: Beliefs sowie Wissen sind in Clustern organisiert. Ein Belief ist niemals völlig unabhängig von anderen Beliefs. Beliefs sind immer in Gruppen organisiert. Aguirre und Speer (2000) sprechen in ähnlicher Weise vom „Belief bundle“.
2. Die *quasi-logische Anordnung*: Im engen Zusammenhang mit der Cluster-Struktur von Beliefs steht ihre quasi-logische Anordnung. Zwischen den Beliefs bestehen Zusammenhänge der Art, dass manche Beliefs von anderen abgeleitet werden oder mit anderen in engem Zusammenhang stehen. Während man aber bei Wissen von logischen Zusammenhängen sprechen kann, die nachvollziehbar sind und sich zwingend aus Prämissen ergeben, werden die Zusammenhänge bei Beliefs als quasi-logisch bezeichnet. Jede Person sieht eigene, individuelle Zusammenhänge zwischen ihren Beliefs, die nicht logisch sein müssen.
3. Die *psychologische Bedeutung*: Manche Beliefs sind für Individuen wichtiger als andere. Die bedeutsameren Beliefs werden als zentral bezeichnet, die weniger bedeutsamen als peripher. Diese Unterscheidung ist insbesondere im Hinblick auf die Veränderbarkeit von Beliefs von Bedeutung: Man geht davon aus, dass periphere Beliefs leichter zu ändern sind als zentrale (Furenghetti & Pehkonen 2002).

Eine Person kann über zentrale Beliefs verfügen, die sich widersprechen (Green 1971; Abelson 1979). Green begründet dies mit der Anordnung in Clustern, die jeweils gegeneinander abgegrenzt und geschützt sind. Die Cluster-Struktur, die quasi-logische Anordnung und die psychologische Bedeutung sind also miteinander verbunden und fügen sich zu einem Ganzen zusammen, was Beliefs auszeichnet und damit auch dazu dienen kann, die individuellen Beliefssysteme sowie die Veränderung von Beliefs zu erklären.

Im deutschsprachigen Raum unterscheiden sich die zahlreichen Positionen grundsätzlich darin, welchen Stellenwert sie jeweils kognitiven, affektiven, handlungsrelevanten und weiteren Aspekten von Beliefs zuordnen.

Häufig werden Beliefs als Einstellungen verstanden. Man ordnet ihnen somit kognitive, affektive und konative Komponenten zu (vgl. Törner 2002, S. 107; Grigutsch, Raatz & Törner 1998, S. 10; Grigutsch 1996, S. 16). Im Gegensatz dazu finden in den so genannten „subjektiven Theorien“ bei Tietze (2002) affektive Komponenten kaum Berücksichtigung[3]. Während sich Törner und Tietze dazu nicht äußern, betonen Berger (2000, S. 101) und Gellert (1998, S. 61 ff.) in ihren Definitionen des Untersuchungsgegenstandes ebenso wie Op't Eynde, de Corte und Verschaffel (2002) eine soziokulturelle Komponente.

Diese Studie stützt sich im Folgenden auf die umfassende Definition von Op't Eynde, de Corte und Verschaffel (2002). Diese wird wegen ihres expliziten Einbezuges des Mathematikunterrichts, des sozialen Kontextes und der Unterscheidung zwischen impliziten und expliziten Beliefs für diese Studie als am tragfähigsten angesehen.

2.2.2 Beliefkategorien

Mathematische Beliefs werden vielfach inhaltlich in Kategorien strukturiert. Törner (2002, S. 109 f) unterscheidet folgende Arten von Beliefs:

- Beliefs zum Wesen der Mathematik allgemein und insbesondere zur Schulmathematik
- Beliefs zum Lernen von Mathematik
- Beliefs zu den Auswirkungen einer Beschäftigung mit Mathematik
- Beliefs zur Rolle des Mathematiklehrers
- Beliefs zur Rolle des Schülers
- Beliefs zur Rolle des Mathematikers
- Beliefs über Mathematik auch bei den Mathematikern[4]

Eine ähnliche Kategorisierung nehmen Op't Eynde, de Corte und Verschaffel (2002) vor, wobei sie jedoch nur drei Hauptkategorien unterscheiden und dabei auch den sozialen Kontext betonen. Sie unterscheiden zwischen

1. *Beliefs über mathematische Erziehung:* Beliefs über Mathematik als Fach, Beliefs über das Lernen von Mathematik und das Problemlösen, Beliefs über das Lehren von Mathematik im Allgemeinen.
2. *Beliefs über sich selbst*: Dazu gehören Beliefs, die sich auf die Erwartungen der Schüler hinsichtlich des Erfolgs beim Lösen von Aufgaben beziehen als auch solche, die sich auf die Zielsetzungen, die Schüler mit dem Lösen von Aufgaben verfolgen, beziehen.

---

[3] Ein ausführlicher Vergleich der Positionen von Törner und Tietze findet sich in Eichler (2005).

[4] Nach Törner (2002, S. 111) ist es unvermeidbar, diverse Positionen rund um die Wissenschaft Mathematik als Beliefs anzusehen.

3. *Beliefs über den sozialen Kontext*: Beliefs über die sozialen Normen in der eigenen Klasse, die Rolle und die Arbeitsweisen des Lehrers, die Rolle und die Arbeitsweisen der Schüler, Beliefs über die sozio-kulturellen Normen in der eigenen Klasse.

Während sich diese Differenzierungen auf alle Beliefs über Mathematik beziehen, differenzieren Grigutsch (1996) und Grigutsch, Raatz und Törner (1998) die Beliefs über Mathematik als Wissenschaft zusätzlich in weitere vier epistemologische Aspekte, die auch in TIMSS-III Anwendung gefunden haben[5]:

- *Prozessaspekt* (Mathematik betreiben bedeutet, über Probleme nachzudenken)
- *Anwendungsaspekt* (Mathematik ist in vielen angewandten Bereichen relevant)
- *Formalismusaspekt* (Mathematik ist streng logisch und deduktiv aufgebaut)
- *Schemaaspekt* (Mathematik ist eine additive Anhäufung von Begriffen und Regeln)[6]

In einer eigenen Studie (Maaß 2004) wurde außerdem nachgewiesen, dass viele Schüler Beliefs haben, die sich eher auf das Lernen von Mathematik und die dazugehörigen Rahmenbedingungen beziehen als auf bestimmte Charakteristika des Faches. Im Rahmen dieser dort als „nicht-fachspezifisch"[7] bezeichneten Beliefs können im Wesentlichen zwei Kategorien unterschieden werden:

- *Beliefs mit kognitiven Schwerpunkt* (z. B.: „Mathe ist ein Hauptfach", „In Mathe muss man nicht viel schreiben", „Mathematik kann man lernen")
- *Beliefs mit affektivem Schwerpunkt* (z. B.: „Wenn ich Mathe verstehe, macht es Spaß", „Wenn die Atmosphäre gut ist, macht Mathe Spaß")

Eine ähnliche Unterscheidung nehmen wiederum Op't Eynde, de Corte und Verschaffel (2002, S. 24) vor, die in diesem Zusammenhang zwischen Beliefs unterscheiden, die Behauptungen darstellen („knowledge claims") und somit bezogen auf intersubjektiv geteiltes Wissen evaluiert werden können und strikt subjektiven Beliefs („I like mathematics"), bei denen dies nicht möglich ist.

---

5 Ähnliche Kategorien finden sich auch in der internationalen Diskussion bei Ernest (1991) und Dionne (1984).

6 Grigutsch, Raatz und Törner (1998) beschreiben als 5. Dimension *rigide Schemaorientierung* (Für jede Mathematikaufgabe gibt es nur einen Lösungsweg, den es auswendig zu lernen gilt), die jedoch in den Schüleraussagen häufig schwer von der Schemaorientierung zu unterscheiden ist, so dass in dieser Studie darauf verzichtet wird.

7 Dabei ist die Bezeichnung „nicht-fachspezifisch" so zu verstehen, dass sich Beliefs nicht auf Mathematik als Wissenschaft beziehen. Diese sich auf den Unterricht beziehenden Beliefs sind nicht von Mathematik als Fach zu trennen.

Grundsätzlich gilt jedoch, dass mathematische Beliefs einer Person in der Regel viel zu komplex sind, um sie genau einer Kategorie zuordnen zu können. Diese Kategorien stellen lediglich eine Ordnungshilfe dar, wobei Mischformen immer möglich sind (Dionne 1984). Darüber hinaus können Beliefs auch in unterschiedlicher Intensität gehalten werden. So können z. B. schemaorientierte Beliefs von einfachen Vorstellungen („In Mathematik muss man Regeln lernen“) bis hin zu einer komplexen Struktur von Beliefs reichen, in der sich der Schüler völlig abhängig von wiederholten Lehrer- und Arbeitsanweisungen sieht (vgl. Green 1971; Abelson 1979).

Grundlegend für diese Studie ist ein Kategorienschema, das auf Grigutsch (1996) und Maaß (2004) zurückgeht. Die Entscheidung hierfür resultiert daraus, dass sich diese Kategorien in einer qualitativen Studie mit deutschen Schülern empirisch aus dem Datenmaterial ergaben (Maaß 2004). Unter weiterer Berücksichtigung des Schemas von Op’t Eynde, de Corte und Verschaffel (2002) werden die obigen Kategorien aus Gründen der Übersichtlichkeit wie in Abbildung 1 dargestellt angeordnet.

Dieses zur Datenanalyse (vgl. Abschnitt 3) verwendete Kategorienschema geht damit über die Kategorisierung von Grigutsch (1996) hinaus, da es eine Synthese verschiedener Ansätze darstellt.

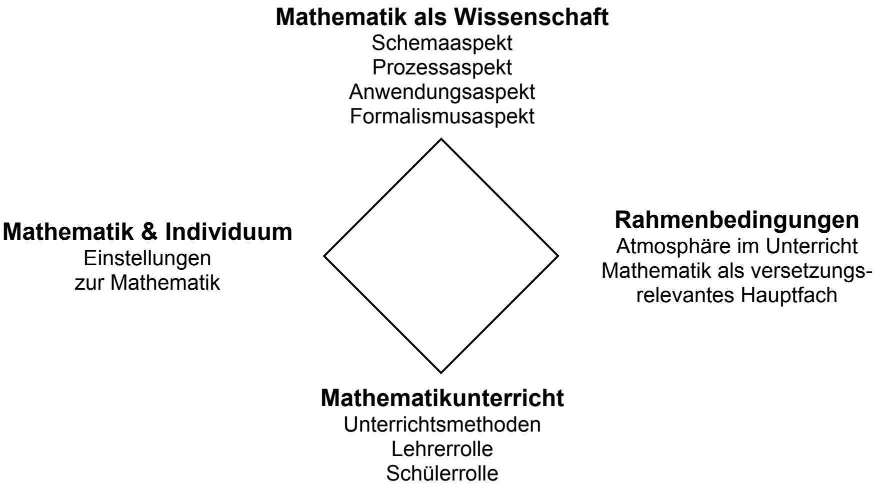

Abbildung 1: Kategorien von Beliefs

2.2.3 Empirische Studien zu mathematischen Beliefs von Schülern

Empirische Studien verweisen darauf, dass insbesondere Beliefs, die dem Schemaaspekt zuzuordnen sind, bei Schülern häufig rekonstruiert werden können (Spangler 1992; Kloostermann 2002; Yackel & Rasmussen 2002; Frank 1988). Kloostermann (2002) zeigte darüber hinaus, dass Schüler grundsätzlich selten über die Natur von Mathematik nachdenken.

Speziell zum Thema „Hauptschule" gibt es im deutschsprachigen Raum im Wesentlichen zwei Untersuchungen, die sich mit den Beliefs von Hauptschülern beschäftigen.

Bauer (2001, S. 23) gibt einen kurzen Überblick über rekonstruierte Schülerbeliefs und unterscheidet Beliefs auf der Ebene des Subjektmodells, der Stoffstruktur und der mathematischen Lernprozesse. Hinsichtlich der Unterrichtsrealität benennt Bauer deutlich die Diskrepanz zwischen den Schülervorstellungen und den Ansprüchen der Mathematikdidaktik (ebd., S. 24).

Schäfer (2005) beschäftigt sich in ihrer Untersuchung mit rechenschwachen Schülern. Der Fokus ihrer Untersuchung liegt in arithmetischen Grundfertigkeiten. Sie stellt fest, dass alle Schüler, wenn es um die Verwendbarkeit von Mathematik geht, überwiegend Inhalte des Mathematikunterrichts und keine Sachsituationen nennen. Ihr fällt auf, dass nur wenige Schüler von sich aus praktische Anwendungen mathematischer Inhalte nennen können (ebd., S. 465). Sie kommt zu dem Fazit, dass besonders Schüler mit Rechenschwäche nur wenig konkrete Vorstellungen von Mathematik haben (ebd., S. 501). Nach ihren Ergebnissen bringen rechenschwache Schüler Mathematik stärker mit Personen, Leistungsmessung oder allgemeinen unterrichtlichen Tätigkeiten in Verbindung. Im Gegensatz dazu würden nicht-rechenschwache Schüler einen unmittelbareren mathematischen Fachbezug haben (Schäfer 2005, S. 469). Ähnliche Zusammenhänge konnten im Gymnasium festgestellt werden (Maaß 2004).

Anders als bei Schäfer (2005) sollen hier nicht nur die Beliefs der rechenschwachen Schüler erhoben werden. Vielmehr soll in der Stichprobe ein möglichst breites Spektrum von Hauptschülern erfasst werden. Die detaillierte Beschreibung der Schülerbeliefs und der Fokus auf realitätsbezogene Aufgaben[8] sollen helfen, notwendige Entwicklungsschritte und Ansatzpunkte für eine Verbesserung der aktuellen Unterrichtssituation zu formulieren.

Gerade die subjektive Schülersicht bildet einen Teil der schulischen Wirklichkeit ab, der nicht außer acht gelassen werden darf und vielleicht sogar entscheidender und aussagekräftiger ist, als reine Beobachtung von Unterricht (Ditton 2002, S. 265). Schließlich geht es beim Lernen und bei der Entwicklung von Kompetenzen

[8] In Abgrenzung zu Bauer (2001), der Standardaufgaben mit Musterlösungen einsetzte.

immer um einen individuellen Vorgang, der von außen nur indirekt beobachtet werden kann. Im Hinblick auf das Thema des Aufsatzes – die mathematischen Beliefs von Schülern – bleibt jedoch zu fragen, inwiefern die Beliefs hinsichtlich der Unterrichtswahrnehmung durch die Schüler als Filter wirken (vgl. Pehkonen 1993; Törner & Pehkonen 1996) und dafür sorgen, dass bestimmte Aspekte ausgeblendet, während andere in den Fokus gerückt werden. Diese Frage kann hier nicht diskutiert werden. Ungeachtet dessen stellt die Schülersicht jedoch eine Möglichkeit dar, einen detaillierten Einblick in Unterrichtsprozesse zu bekommen, in diesem Fall aus Sicht der Schüler.

2.3 Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Für die Integration von Realitätsbezügen in den Mathematikunterricht werden verschiedene Argumente bzw. Ziele genannt. Dazu gehören u. a. die folgenden: Mathematik soll den Schülern helfen, ihre Umwelt zu verstehen und zu bewältigen und im Sinne von mündigen Bürgern kritisch mit mathematikhaltigen Informationen umzugehen. Darüber hinaus sollen sie Einblick in den Nutzen von Mathematik für die Gesellschaft bekommen. Schließlich sollen Anwendungen den Schülern auch helfen, mathematische Inhalte besser zu verstehen und im Gedächtnis zu behalten (vgl. u. a. Blum 1996, S. 91 ff.; Niss, Blum & Galbraith 2007, S. 7).

Klassifizierungen von realitätsbezogenen Aufgaben reichen von eingekleideten Textaufgaben bis zu komplexen Modellierungsproblemen[9] (Kaiser 1995, S. 67). Dabei besteht im Rahmen der didaktischen Diskussion um Realitätsbezüge Konsens darüber, dass zum Erreichen der oben genannten Ziele auch Modellierungsaufgaben in den Unterricht integriert werden müssen. Nicht ausreichend beantwortet ist derzeitig die Frage, ob und wie die häufig als leistungsschwach und unselbständig angesehenen Hauptschüler auch Modellierungskompetenzen ausbilden können.

In diesem Zusammenhang betonen Greer, Verschaffel und De Corte (2002) die Bedeutung von Textaufgaben für den Erwerb von Modellierungskompetenzen und die Herstellung von Realitätsbezügen. Unter einer Textaufgabe verstehen sie einen Text mit quantitativer Information, der eine den Schülern vermutlich vertraute Situation schildert und eine quantitative Frage stellt. Wichtig ist dabei, dass die Textaufgabe gewohnte Erwartungen durchbricht und die Schüler das so genannte „Word Problem Game“ nicht spielen können. Im Rahmen des „Word Problem Game“ erwarten Schüler u. a., dass die Aufgabe lösbar ist, dass es genau eine Lö-

---

9 Unter Modellierungsproblemen werden hier offene und komplexe sowie realitätsbezogene Aufgaben verstanden, die durch Bildung eines Modells, das Arbeiten im Modell und den kritischen Rückbezug zur Aufgabenstellung gekennzeichnet sind. Für eine ausführliche Darstellung zum Thema „Modellierungen und Realitätsbezüge“ wird auf Maaß (2004) verwiesen.

sung gibt, dass vertraute Algorithmen angewendet werden können, dass Alltagswissen bei der Lösung nicht gefragt ist und dass alle Angaben, die zum Lösen der Aufgabe nötigt sind, im Text gegeben sind (und nicht mehr oder weniger).

Da Hauptschüler in der Regel keine Erfahrungen mit offenen Modellierungsaufgaben haben und auch mit mathematischen Defiziten zu rechnen ist, kommt Textaufgaben, in denen zum Beispiel mehr Angaben als nötig vorhanden sind oder sinnlose Rechenverfahren nahe gelegt werden, eine besondere Bedeutung zu, weil sie die Erwartungen der Schüler durchbrechen.

3 Methodologische Verortung

Diese Studie zielt darauf, die Mathematik und den Mathematikunterricht aus der Sicht der Hauptschüler zu beschreiben. Zwar existieren zu diesem Thema viele Alltagstheorien von Lehrenden aus der Praxis (Bortz & Döring 2005, S. 35), empirische Untersuchungen zu diesem Thema gibt es jedoch nur wenige. Forschungsmethodologisch verortet sich die Studie hauptsächlich in der qualitativen Forschung, sie enthält jedoch auch quantitative Elemente (Bortz & Döring 2005, S. 295).

Um dem Ziel, die Beliefs der Schüler detailliert zu beschreiben, nachzukommen, wurden zur *Erhebung der Beliefs* in dieser Studie Leitfaden-Interviews eingesetzt. Mit dieser halboffenen Interviewform können die Sichtweisen der Lernenden eher zur Geltung kommen als in standardisierten Interviews (Flick et al. 2002, S. 94; Lamnek 1995, II, S. 79 ff.). Wesentlich für die Durchführung der Interviews in dieser Studie war das fokussierte (Leitfaden-)Interview (Hopf 2002, S. 353).

Als Themenfokus wurden den Lernenden Aufgaben zur Bearbeitung vorgelegt. Die Aufgaben wurden dabei so ausgewählt, dass sie jeweils unterschiedliche Aspekte mathematischen Arbeitens betonten (einfaches Anwenden mathematischer Algorithmen, realitätsbezogene Aufgaben, offene Problemstellungen). Das Gespräch über die Aufgaben lässt bereits implizit mathematische Beliefs deutlich werden und stellt auch eine gute Möglichkeit des Einstiegs in ein Interview dar. Die Fragen wurden anschließend allgemeiner (vgl. Leitfaden im Anhang).

Im Vergleich zu einer schriftlichen Reflexion über eine Mathematikaufgabe, wie zum Beispiel in der Untersuchung von Bauer (2001), werden im Interview unmittelbare spontane Äußerungen auf Fragen und zu Aufgaben erhoben. Damit kann ein deutlich näherer Bezug zu der im Schüler vorhandenen Sichtweise geschaffen werden, ohne dass der reflektierende Teil zu kurz kommt. Die nötige Reflexion wurde durch Nachfragen seitens des Interviewers gewährleistet. Dadurch wurde sichergestellt, dass sich bei der Erhebung der Daten ein möglichst unverfälschtes Bild, das frei von Beschönigungen und meinungsbildenden Einflüssen anderer Schüler sein sollte, ergeben konnte. In Anbetracht der Tatsache, dass Hauptschüler, insbesondere in der Eingangsstufe, nur über eine eingeschränkte Reflexions- und Verbalisierungsfähigkeit verfügen, hält auch Schäfer (2005, S. 450) den dialogischen Weg mit einem erwachsenen Gesprächspartner in Form eines Leitfrageninterviews für geeignet.

In Anlehnung an Greer, Verschaffel und De Corte (2002) wurden darüber hinaus – anders als bei Bauer (2001) – realitätsbezogene Aufgaben ausgewählt, welche die Erwartungen der Schüler durchbrechen sollten. In Klasse 5 und 6 wurden beispielsweise u. a. die beiden folgenden Aufgaben (versehen mit entsprechenden Abbildungen) eingesetzt:

> Frau Müller ist im März dieses Jahres erneut schwanger geworden. Es ist ihr viertes Kind. Das Erste wurde am 1.1. geboren, das Zweite am 2.2. und das Dritte hat am 3.3. Geburtstag. In welchem Monat kommt das vierte Kind zur Welt?
>
> Wie viel Zeit hast du in deinem Leben bisher mit Essen verbracht?

In der ersten Aufgabe wird ein unangemessener Algorithmus nahegelegt, Aufgabe 2 ist bewusst offen gehalten, stammt aber wiederum aus dem direkten Umfeld der Kinder. Um besser zwischen den Beliefs der Schüler und ihren Beschreibungen des aktuellen Unterrichts unterscheiden zu können, wurden die Schüler auch gebeten, den Unterricht zu beschreiben (siehe Leitfaden im Anhang).

Für die Studie wurden zwischen Februar 2005 und Juli 2006 insgesamt 112 Schüler aus acht verschiedenen Klassen und fünf Jahrgängen in Baden-Württemberg befragt. Um eine möglichst große Variation zu erzielen (vgl. Merkens 2002, S. 291), wurden Schüler verschiedener Hauptschulen und Leistungsniveaus (nach Einschätzung der Lehrer) befragt. Die Interviews wurden von Studierenden durchgeführt, die dabei auf eine freundliche, offene Atmosphäre und emphatisches Verhalten gegenüber den Schülern achteten. Dies sollte auch dazu dienen, das Problem der Antworten mit sozialer Erwünschtheit, wie sie etwa gegenüber einem Dozenten der Hochschule auftreten würden, zu minimieren.

Versteht man die „Dichotomie" „quantitativ vs. qualitativ" als ein Kontinuum, dann integriert diese Studie Aspekte, die eher dem qualitativen und solche, die eher dem quantitativen Pol zugeordnet sind (s. u.). Grundlegend für die Auswertung der Studie ist die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2002, S. 471 ff.), ergänzend wurden auch Elemente der quantitativen Inhaltsanalyse (Bortz & Döring 2005, S. 147 ff.) verwendet (zur Integration qualitativer und quantitativer Aspekte in der Inhaltsanalyse vgl. Groeben & Rustemeyer 1994).

Insgesamt fand eine kodierende Auswertung der Interviews statt, wobei die Annäherung an die „Wirklichkeit" immer in Verbindung zum situativen Kontext und zu den subjektiven Bedeutungszusammenhängen gebracht wurde. Die Basis für die Auswertung bildet das in 2.2 dargestellte Kategorienschema (in Anlehnung an die quantitative Inhaltsanalyse; Bortz & Döring 2005, S. 147 ff.). Ergänzend wurden zur Ausdifferenzierung In-vivo-Codes, d. h. Codes, die direkt den Aussagen der

Schüler entstammen, verwendet (Mayring 2002, S. 472) . Die Auswertung erfolgte einerseits also deduktiv mit Hilfe der genannten theoriebasierten Kategorien, andererseits auch induktiv vom Material ausgehend. Die Synthese beider im Rahmen eines deduktiv-induktiven Vorgehens führte zur Präzisierung der Kategorien.

Innerhalb des Auswertungsprozesses wurden drei Vorgehensweisen aus der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring 2002, S. 471 ff.) angewendet:

1. *Zusammenfassende Inhaltsanalyse:* Zunächst wird der Ausgangstext mit Hilfe von Paraphrasierungen und Reduktion ähnlicher Phrasen auf einen Kurztext zusammengefasst. Das einfache Auszählen der Kategorien (als ein Aspekt der quantitativen Inhaltsanalyse) lieferte erste Hinweise auf das gesamte Beliefssystem eines Schülers. Vertiefende Analysen nach der qualitativen Inhaltsanalyse folgten.
2. *Explizierende Inhaltsanalyse:* Noch unklar erscheinende Passagen werden mit anderen Aussagen und Informationen über den Befragten (z. B. andere Interviewpassagen, Sprachschwierigkeiten, Verhalten beim Bearbeiten der Aufgaben, Aussagen des Mathematiklehrers) verknüpft und somit verständlich gemacht. Damit entsteht zwischen den unterschiedlichen Aussagen ein Beziehungsgeflecht, in dem sich bestimmte Tendenzen abzeichnen und ein Gesamtbild des Interviewten ergeben.
3. *Strukturierende Inhaltsanalyse*: In der Gesamtschau des Materials kann im letzten Schritt eine typisierende Strukturierung durchgeführt werden, bei der häufig oder in besonderer Intensität auftretende Merkmalsausprägungen und Beliefkombinationen zu Typen zusammengefasst werden. Diese Typisierungen erscheinen wesentlich, um eine aussagekräftige Übersicht über die rekonstruierten mathematischen Beliefs zu erhalten und somit Schlussfolgerungen für die Veränderung des Mathematikunterrichts ziehen zu können. Nach dem Erstellen der Typologie wurden einfache Häufigkeitsanalysen hinsichtlich der Typen durchgeführt (Integration von Aspekten des quantitativen Vorgehens).

Die Verfahren des Fallvergleichs, der Fallkontrastierung und der Typenbildung spielen eine bedeutende Rolle in der qualitativen Forschung, weil die komplexe Realität reduziert und damit greifbar gemacht wird (Kelle & Kluge 1999, S. 9). Eine Typologie ist das Ergebnis eines Gruppierungsprozesses, bei dem Objekte anhand einer oder mehrerer Merkmale so in Gruppen eingeteilt werden, dass sich die Objekte innerhalb einer Gruppe möglichst ähnlich sind und die verschiedener Gruppen auch möglichst verschieden sind. Mit dem Begriff ‚Typus‘ werden die gebildeten Gruppen bezeichnet. Dabei können sich die Gruppen auch teilweise überschneiden (Kelle & Kluge 1999, S. 75 ff.). Typen können somit auch graduell unterschiedliche Ausprägungen auf einem Kontinuum darstellen.

Die Objektivität des Vorgehens wurde durch Gruppenanalysen und -diskussionen sowie unabhängige Analysen mehrerer Personen sichergestellt. Dabei zeigte sich, dass die Individualanalysen, was die Gesamtbeschreibung eines untersuchten Schülers betrifft, häufig zu gleichen Ergebnissen führten. Bei Einzelaussagen lagen die Analysen jedoch zum Teil auseinander. Die betreffenden Aussagen wurden daher in der Gruppe diskutiert und bei Konsensfindung entsprechend interpretiert. Die wenigen Personen, bei denen die Gesamtbeschreibung zu unterschiedlichen Ergebnissen führte, wurden am Ende der Auswertung erneut diskutiert und schließlich eingeordnet.

4 Ergebnisse

Zu Beginn sollen bewusst zwei konträre Fallbeispiele stehen, an denen die Zusammenhänge unterschiedlicher Beliefs abzulesen sind. Anschließend werden die Ergebnisse im Querschnitt dargestellt. Im letzten Abschnitt werden alle Schülertypen vorgestellt, die in der Untersuchung rekonstruiert werden konnten.

4.1 Fallbeispiele

In den beiden Beispielen wird die Spannweite der unterschiedlichen Beliefstrukturen exemplarisch veranschaulicht. Sie verdeutlichen auch, dass die mathematischen Beliefs bei den Schülern ein komplexes Geflecht, also Mischformen darstellen, die sich nicht eindeutig einer Kategorie zuordnen lassen (vgl. Abschnitt 2.2). Es werden zwei Schüler aus einer fünften Hauptschulklasse gewählt, an denen die später gebildeteten Typen am deutlichsten hervortreten.

Aus Platzgründen können die Fallbeispiele nicht sehr ausführlich dokumentiert werden. Die Beschreibung zielt daher darauf, narrativ einen Einblick in die Beliefs der beiden Schüler zu geben. Einzelne Zitate wurden zur Illustration ausgewählt und dienen nicht als Beleg für die Gesamtheit aller Aussagen[10].

4.1.1 Luis

Luis' Vorstellungen über Mathematik scheinen teilweise von schemaorientierten Vorstellungen geprägt zu sein. Er nennt als Stichwort zur „Mathematik“ zuerst das Rechnen und die Zahlen. Außerdem sieht er Regeln als eines der wichtigsten Dinge der Mathematik an:

S: Man muss die Regeln können.
I: Mhm.
S: Man muss ehm, ja Regeln sind doch eigentlich das Einzigste, was man können muss, dass man immer 7 mal, dass man dann sich Zwei merken muss und die Eins hinschreiben muss.

[10] Die Originaldaten können bei den Autoren eingefordert werden.

Auch Luis Bild von der Rolle des Lehrers deutet auf schemaorientierte Sichtweisen.[11]

I: Was ist die Aufgabe, also was soll der Mathelehrer tun?
S: Uns es zeigen, wie man es rechnet und so.
I: Mhm. Und was noch?
[…]
S: Ja, er tut uns […] des beibringen, […] dann tut er uns noch Matheaufgaben stellen, damit wir sozusagen, […] dass er weiß, dass wir es können und dass wir es noch mal lernen.

Die Erklärungen des Lehrers scheinen für Luis am Anfang des Lernprozesses zu stehen. Im weiteren Verlauf folgen nach Luis' Beschreibung Übungen der Schüler, die vom Lehrer kontrolliert werden.

Neben dieser eher statischen Sichtweise gibt es auch an vielen Stellen Hinweise auf prozessorientierte Vorstellungen. Bereits die Tatsache, dass er im Gegensatz zu den meisten anderen interviewten Schüler oft laut denkt, deutet auf seine Prozesshaftigkeit im Vorgehen. Seine Lösung zur Aufgabe „Zeichne ein Rechteck mit dem Umfang 12 cm" erläutert er wie folgt:

S: Ich hab einfach, ehm 4 mal 3 gibt 12. Also hab ich an jeder und wenn man, und wenn ich halt, ehm, an jeder Seite 4 cm gemacht hätte, hier 4 cm, hier 4 cm, hier 4 cm, dann hab ich nicht mehr ausreichen, weil ich hab doch ne, ne Schnur die 2 cm, nur mit 12 cm. Also würde das nicht ausreichen. […] Weil dann wär hier noch ne Lücke.

Er scheint sich Schritt für Schritt klarzumachen, wie es zu einem bestimmten Ergebnis kommt und kann diese Vorgehensweise auch verbalisieren. Außerdem zeigt er auf, wie man, ausgehend vom Beispiel $123 \cdot 7$, durch Ideen und „Herumforschen", wie Luis es nennt, das Multiplikationsverfahren mit Übertrag entdeckt haben könnte:

S: Wie zum Beispiel hier, […] man tut ja nicht nur, man tut nicht nur die Hundert 7 malnehmen, man tut ja auch die Drei, die Zwei, man tut alles […] dann ist bestimmt einer drauf, auf die *Idee* gekommen, dass man aufhört, 7 mal 3 das gibt ja, ehm das gibt, 7 mal 3 gibt 21, also muss er die Eins schreiben, aber wenn hier ne 21 schreib, das gibt doch viel zu viel. Also dann sagen wir mal tun wir dies auf die nächste Zeile. […] ist immer so weiter immer mehr *rumgeforscht* sozusagen.

Immer wieder deuten Aussagen im Interview darauf, dass es ihm wichtig ist, bei der Bearbeitung von Mathematikaufgaben genug Zeit zu haben. Er muss sich darin einfinden können, um zu knobeln und nachzudenken – zu forschen, wie er sagt. Auch scheint er schwere Aufgaben, die er anscheinend als Herausforderung ansieht, zu bevorzugen:

I: Mhm. Wie müssen denn die Matheaufgaben sein, […] damit sie dir Spaß machen?

[11] Mit […] wird eine Kürzung des Originaltranskripts signalisiert.

S: Bei der schriftlichen Division sollen sie halt, schon lang, halt schon so ein bisschen kompliziert sein, wo man halt nachdenken muss.

Das folgende Zitat deutet darauf, wie die zunächst vordergründige schemaorientierte Vorstellung, nach der man so rechnen muss, wie der Lehrer es einem beigebracht hat, von einer selbst entwickelten Vorgehensweise abgelöst wird:

I: Musst du in Mathe auch eigene Ideen haben?
S: […] Ja schon manchmal. […] Meine eigene Idee ist, dass ich so rum rechne und nicht so rum.
I: Mhm.
S: Dass ich einfach immer denke, ja, so ne Aufgabe find ich leichter, so zu rechnen anstatt wie die Lehrer es sagen.
I: Ah!
S: Dass ich manchmal denke, ja, aber ich finde es so einfacher zu rechnen.

Die Daten insgesamt deuten darauf hin, dass bei Luis trotz der vielen Hinweise auf schemaorientierte Beliefs über Mathematik auch deutlich prozessorientierte Beliefs vorhanden sind. Er scheint es gut zu finden, wenn er ein Problem selbständig bewältigt hat. Einen besonderen Stellenwert scheinen für ihn individuelle Rechenwege zu haben. Anscheinend sind vorgegebene Lösungsverfahren für Luis zwar unabdingbar und wichtig, allerdings scheinen ihm die eigenen Lösungen, die er selbst begründen und darstellen kann, ein weitaus größeres Erfolgserlebnis zu geben als Standardlösungen. Deshalb sind die prozessorientierten Beliefs möglicherweise stärker ausgebildet und daher auch eher zentral und handlungsrelevant. Diese beiden Cluster von Beliefs (vgl. 2.2) scheinen für Luis nicht im Widerspruch zueinander zu stehen.

Daneben spielen bei Luis aber auch die anwendungsbezogenen Vorstellungen eine wichtige Rolle. Im folgenden Beispiel kommt er auf die von ihm sehr geschätzte Geometrie zu sprechen. Zuerst kann er die Bedeutung der Geometrie nicht erkennen, findet dann jedoch sogar mehrere Anwendungsbereiche. So nennt er z. B. den Beruf des Architekten:

S: Der Architekt.
I: Aha. Wozu braucht der das?
[…]
S: Ein Architekt braucht es natürlich zum Zeichnen.
I: Aha, klar.
S: Diese Wand muss parallel zu der sein. Dann muss man zum Beispiel ausrechnen, ehm, die Tür muss ganz genau da rein passen.
I: Mh.
S: Die Decke darf natürlich nicht zu tief sein.

Das von ihm genannte Spektrum an Anwendungsbeispielen führt über Zahnärzte bis hin zu seinem Traumberuf Meeresbiologe.

S: Ich muss zum Beispiel, ehm, ungefähr rechnen, wie viel Tiersorten, wie viel Arten es zum Beispiel da gibt, zum Beispiel wie viele Fischarten es gibt, da muss man ja auch

> rechnen, eigentlich und ungefähr schätzen und wie viel Lebewesen es ungefähr noch von denen gibt.

Dieses Beispiel zeigt, dass für Luis nicht nur genaues Rechnen zur Mathematik gehört, sondern auch Methoden wie zum Beispiel das Schätzen. Die Bandbreite seiner Beispiele ist für ein Kind im fünften Schuljahr erstaunlich.

Sowohl in den Anwendungen als auch bei den Aufgaben scheint sein Denken immer auf einen realen Hintergrund bezogen zu sein. So sucht er auch bei der offen gestellten Aufgabe „Wie viel Zeit hast du bisher in deinem Leben mit Essen verbracht?“ immer wieder den Realitätsbezug und unterscheidet sich damit in der Detailtreue deutlich von den meisten anderen Interviewten, die häufig einfach nur Zahlen kombinieren oder nur in Ansätzen über die realen Gegebenheiten nachdenken.

> I: Wie viel Zeit hast du in deinem Leben bisher mit Essen verbracht?
> S: Ich weiß ja nicht, wie, wie lang, manchmal hab ich ja ne viertel Stunde, manchmal hab ich 5 Minuten, ist doch unterschiedlich. Und ich weiß ja nicht immer in welchem Tag und wie oft ich ne viertel Stunde gebraucht hab.

Er ist an dieser Stelle zwar noch nicht so weit, dass er aus seinen Ansätzen Schlussfolgerungen zieht und damit weiterarbeitet, jedoch hat er gute Ansätze und Ideen, wie er weiter vorgehen könnte.

Insgesamt scheint Luis Mathematik als sinnvoll und notwendig anzusehen, um die Welt zu verstehen und in ihr zurecht zu kommen. Er begnügt sich nicht damit, Rechnungen nachzuvollziehen, sondern zeigt Interesse für mathematisches Vorgehen. Er scheint eine positive Einstellung zur Mathematik zu haben.

4.1.2 Alena

Alena scheint Mathematik im Wesentlichen mit Zahlen, Rechnen und den Grundrechenarten in Verbindung zu bringen.

> I: Woran erkennt man denn, dass das hier eine Matheaufgabe ist und zum Beispiel keine in Deutsch?
> S: Wegen Geteilt, wegen Zahlen.

Auch im weiteren Verlauf des Interviews kennzeichnen die Begriffe „Zahl“ und „Rechnen“ Alenas Aussagen. Als richtungweisend kann außerdem Alenas Auskunft über die maximale Bearbeitungsdauer einer Aufgabe angesehen werden.

> I: Wie lange darf es denn dauern […], bis so ne Aufgabe gerechnet ist, bis du’s Ergebnis hast?
> S: […] Wenn es schwierige sind, dann zwei, zwei Minuten oder so. Hm. Eine Minute.
> I: Ok, länger darf’s nicht dauern als eine Minute?
> S: So zwei Minuten darf’s sein.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, dass Alena es nicht gewöhnt ist, sich länger mit einer Aufgabe auseinanderzusetzen. Vorgegebene Muster und Abläufe scheinen für

Alena wichtig zu sein, um eine gewisse Sicherheit zu haben. Dazu zählen sowohl das Schema „Frage, Rechnung, Antwort“ als auch bestimmte Unterrichtsstrukturen:

I: Kannst du mir eine ganz normale Mathestunde beschreiben?
[…]
S: Wir rechnen. Erst erklärt uns Frau H., unsere Lehrerin, wie wir’s machen müssen und so und dann ehm, dann machen wir’s halt. Und manchmal dürfen wir zu zweit. Ja, und dann rechnen wir. Und dann zum Schluss 10 Minuten dürfen wir halt so halbe Stunde rechnen und 15 Minuten noch […], nee, so 10 Minuten kontrollieren wir.
I: Mhm.
S: Ja und dann, fertig.

Scheinbar handelt es sich hier um eine bloße Beschreibung des Unterrichtsablaufs aus der Sicht von Alena. Die Lehrerin erklärt, wie man die Aufgabe bearbeitet, die Schüler rechnen und danach wird kontrolliert. Die Formulierungen „wie wir’s machen *müssen*“ und „dann machen wir’s halt“ lassen den Schluss zu, dass bei Alena hier ein eingefahrenes Muster vorliegt, das für ihre Vorstellung von Mathematik nicht ohne Folgen bleiben kann. Unter der Berücksichtigung des Gesamtbildes entsteht der Eindruck, dass für Alena möglicherweise die Erklärungen der Lehrerin von entscheidender Bedeutung sind und sie sich das Lösen von Aufgaben nicht ohne vorangestellte Anleitung vorstellen kann. Darauf deutet auch das folgende Zitat:

I: Stell dir mal vor, wenn ich später mal Mathelehrer bin. Wie müsste ich sein, dass du meinen Unterricht gut findest?
S: Nett.
[…]
S: Sie müssen uns halt […] mehr helfen und so.
I: Mhm, ok.
S: Wenn ich was halt nicht kann.

Das Helfen der Lehrperson scheint für Alena sehr wichtig zu sein. Die Aussagen „Sie müssen uns halt […] mehr helfen“ könnte darauf deuten, dass sie sich mehr Hilfe wünscht als sie von ihrem jetzigen Lehrer bekommt. Sie scheint es nicht gewohnt zu sein, eine Aufgabe alleine in Angriff zu nehmen. Dies würde auch mit dem geringen Durchhaltevermögen beim Bearbeiten der Aufgaben zusammenpassen. Alena scheint Mathematik als ein Fach anzusehen, in dem man den Schülern die Vorgehensweise erklären muss. Sie sieht sich anscheinend in einer eher rezeptiven Rolle.

Für Alena scheint die Motivation für Mathematik direkt mit dem Schwierigkeitsgrad der Aufgaben zusammenzuhängen:

I: Mhm. Gibt’s denn irgendwelche Sachen die du dir wünschst vom Matheunterricht, was da anders sein soll?
S: Soll halt leichter sein. Ja, und bisschen längere, weil, nein, Unterricht soll bisschen länger sein und leichter halt.
I: Magst du eigentlich Mathe?

S: Mh, ja. Ja, wenn ich, wenn ich halt grad Lust auf Mathe hab, dann ja.
I: Ist das oft, oder?
S: Mh, Nicht so oft, aber wenn es halt, wenn es leichte Aufgaben sind, dann ja.

Ihre Forderung nach „längerem" Unterricht lässt sich möglicherweise dahingehend deuten, dass sie zur Bearbeitung der Aufgaben mehr Zeit haben möchte. Denkbar ist auch, dass sie sich mehr und längere Erklärungen oder längere Übungsphasen wünscht. In Verbindung damit ist die Aussage zu sehen, dass Matheaufgaben leichter sein sollen. Andere Stellen im Interview zeigen, dass ihre Reaktionen auf die Aufgaben oft von dem Satz „Das kapier ich nicht" begleitet sind. Möglicherweise sieht Alena in leichteren Aufgaben sowie in „längerem" Unterricht einen Weg, um weniger Probleme in Mathematik zu haben.

Möglicherweise dienen in Alenas Augen Rechenregeln nur dazu, keine Fehler zu machen, was auf eine gewisse Ängstlichkeit im Umgang mit Mathematik verweist:

I: Ist es denn wichtig Rechenregeln zu können.
S: Ja.
I: Und warum?
S: Ja, dass man kein Fehler macht.
I: Ok. Kannst du dir vorstellen, wie die entstanden sind?
S: Nein.

Eine Vorstellung davon, wie Rechenregeln entstanden sein können, hat sie im Gegensatz zu Luis nicht.

Bei der Bearbeitung der Aufgaben zeigt sich zunehmend, dass Alena selbst mit den gängigen Grundrechenverfahren Probleme hat. Bei der ersten Aufgabe ($123 \cdot 7$) dividiert sie, anstatt zu multiplizieren. Bei den folgenden Aufgaben treten vor allem Probleme mit grundlegenden Begrifflichkeiten und dem Operationsverständnis auf. Dies ist sicherlich unter anderem auch auf ihre sprachlichen Schwierigkeiten zurückzuführen.

Im Umgang mit offenen Aufgaben ist es ihr praktisch nicht möglich, sich aus einfachen Zusammenhängen etwas zu erschließen. Alena wirkt bei der Bearbeitung der Aufgaben unsicher und ängstlich. Manchmal setzt sie dazu an, etwas zu sagen, traut sich dann aber anscheinend nicht. Auch hier deutet sich wieder an, dass ihr Umgang mit Mathematik angstbesetzt ist. Wahrscheinlich hat sie in der Mathematik noch keine prägenden positiven Erfahrungen damit gemacht hat, einen eigenen Weg zu gehen, anstatt immer nur die vorgegebenen Lösungsabläufe nachzuvollziehen.

Hinsichtlich der Anwendungen wird deutlich, dass sich Alena zwar sicher ist, dass Mathematik zu etwas nütze sein muss, jedoch dies nur in sehr geringem Umfang konkretisieren kann. Als Beispiele kann sie das Einkaufen und die Verkäuferin, die sie schließlich auch einmal werden will, benennen. Trotz der geringen Auswahl an

Beispielen und dem dürftigen Hintergrundwissen ist sich Alena der Bedeutung der Mathematik für die Zukunft ziemlich sicher:

I: Mhm. Kannst du dir eigentlich vorstellen, wofür wir Mathe in der Schule lernen?
S: Ja, für Zukunft. Wenn man irgendwo hingeht oder so. Halt auch, man Verkäuferin werden will oder so.

An anderer Stelle betont sie sogar, dass man alles, was man im Mathematikunterricht lernt, später auch brauchen würde. Allerdings hat sie anscheinend keine Vorstellung davon, in welchen Bereichen dies sein wird.

Zusammenfassend können Alenas Beliefs über Mathematik als äußerst schemaorientiert charakterisiert werden. Eine Anwendungsorientierung scheint bei ihr nur oberflächlich und damit peripher vorzuliegen (vgl. 2.2). Neben den sprachlichen Hürden, die Alena zu bewältigen hat, wie im Interview immer wieder deutlich wird, scheinen einige grundlegende mathematische Defizite und elementare Verständnisschwierigkeiten vorzuliegen. Ihre Beziehung zur Mathematik scheint überwiegend von Unsicherheit geprägt zu sein. Dies könnten die Gründe dafür sein, dass sie sich an vorgegebene Schemata klammert und oft Hilfe einfordert. Auch ist es ihr nur in begrenztem Maße möglich, sich auf Unbekanntes einzulassen und offener gestellte Aufgaben ohne die Sicherheit einer helfenden Hand auszuprobieren. Es sieht so aus, als hätte sie die Rolle einer Schülerin, die ständig auf Hilfe angewiesen ist, schon verinnerlicht.

4.2 Ergebnisse im Querschnitt

Im Folgenden soll dargelegt werden, welche Beliefs *im Querschnitt aller untersuchten Schüler der Jahrgänge 5 bis 9 besonders relevant* erscheinen. Die Liste geht damit deutlich über die bei den beiden Fallbeispielen, die aufgrund ihrer Gegensätzlichkeit ausgewählt wurden, hinaus und zeigt, welche Beliefs in der gesamten Stichprobe besonders wesentlich zu sein scheinen. Beliefs, die seltener vorkommen – etwa solche, wie Luis sie zeigt – werden hier nicht genannt. Diese Auflistung soll weitere Hinweise darauf geben, wie die Gesamtsituation in den Schulen sein kann und mit welchen Reaktionen bei einer Veränderung der Unterrichtskultur zu rechnen ist.

4.2.1 Beliefs

Alena ist kein Einzelfall. Derartige schemaorientierte Beliefs, verbunden mit starker Unsicherheit und der Angst vor Versagen sowie der Hang, sich an Schemata zu klammern, konnten häufig rekonstruiert werden, wenn auch in unterschiedlichen Ausprägungen (vgl. 2.2). Die Analyse der Daten zeigt, dass zwei große Gruppen von Beliefs besonders häufig zu rekonstruieren sind:

- Beliefs über den Mathematikunterricht, die sich i. W. auf das Verständnis mathematischer Inhalte beziehen, sowie damit anscheinend in Zusammenhang stehende Beliefs (vor allem Beliefs über den Lehrer als Erklärer und über Ruhe im Unterricht).

- Einige Beliefs über die Nützlichkeit von elementarer Mathematik im Alltag und im Beruf (jedoch häufig ohne Angabe konkreter Beispiele).

Besonders wesentlich schien für die Schüler dabei die erste Gruppe von Beliefs zu sein. Hier schienen konkret folgende Beliefs (aus den in 2.2 genannten Kategorien) vorzuliegen, die jeweils aufgrund von In-vivo-codes (vgl. Abschnitt 3) rekonstruiert werden konnten:

- *Verständnis von Aufgaben* (Mathematik und Individuum, Mathematik als Fach): Mathematikaufgaben müssen leicht sein, Mathematikaufgaben sind oft schwer, Mathematikaufgaben sind dann gut, wenn sie verstanden werden, Fehler sind etwas Negatives und sollten vermieden werden.
- *Ruhe und Konzentration* (Rahmenbedingungen und Unterricht in Mathematik): Im Mathematikunterricht muss man sich konzentrieren, um die schweren Aufgaben zu lösen, im Mathematikunterricht benötigt man Ruhe zum Arbeiten, weil man sich sonst nicht konzentrieren kann, es ist die Aufgabe des Lehrers, für Ruhe zu sorgen.
- *Der Lehrer als Erklärer* (Unterricht in Mathematik): Der Lehrer muss die Inhalte erklären; der Lehrer muss die Inhalte so lange wiederholt erklären, bis alle Schüler verstanden haben, wie die Aufgaben gehen; der Lehrer muss die Aufgaben erklären, bevor die Schüler die Aufgaben rechnen.

Insbesondere die Beliefs der letzten Kategorie stehen in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Frank (1988), Kloostermann (2002) sowie Yackel und Rasmussen (2002) (vgl. 2.1).

Die Rekonstruktion der Beliefs deutet darauf hin, dass der Wunsch nach wiederholten Erklärungen einerseits in engem Zusammenhang mit dem Wunsch, die Inhalte zu verstehen, bzw. mit der Angst davor, sie nicht zu verstehen, gesehen werden muss und andererseits ein Spiegel eines auf rezeptives Lernen ausgelegten Unterrichts ist. Wenn nun von Verständnis mathematischer Inhalte gesprochen wird, so scheint sich dies meist auf das Wissen zu beschränken, wie man eine bestimmte Aufgabe nach einem Algorithmus lösen kann und weniger auf ein tiefer gehendes Verständnis mathematischer Inhalte. Auch die als notwendig angesehene Ruhe sowie die Forderung nach Disziplin sind im Zusammenhang mit der Hoffnung auf Erfolg zu sehen. Insgesamt scheint hier ein (quasi-logisches) Cluster von Beliefs vorzuliegen, die alle mit den häufig als schwer empfundenen Mathematikaufgaben und der Angst, diese Aufgaben nicht lösen zu können, zusammenhängen. Dies wurde exemplarisch an Alena deutlich, war aber für die Mehrheit der Schüler charakteristisch.

Ähnliche Beliefs findet Schäfer (2005, S. 469) in ihrer Untersuchung von rechenschwachen Schülern. Gerade bei diesen sei Mathematik mit Ängsten und negativen Gefühlen belegt. Solche Schüler sehen den Lehrer überwiegend als Kontroll- und Bewertungsinstanz an und weniger als hilfreichen Begleiter, der beim Lernen unterstützt. Oft sei dies darauf zurückzuführen, dass sich Schüler im Stich gelassen oder bloßgestellt fühlen. Mit Bezug auf Edelmann (2000), der leistungsmotiviertes Handeln nur für möglich hält, wenn die Hoffnung auf Erfolg gegenüber der Furcht vor Misserfolg überwiegt, sieht Schäfer die Lehrer gefordert, Ängste bei rechenschwachen Schülern abzubauen und ein positives Selbstbild zu fördern (vgl. Schäfer 2005, S. 506). Dieser Gedanke wird im Abschnitt Konsequenzen wieder aufgenommen (vgl. 5.2).

Neben den angesprochenen Beliefs konnten noch zahlreiche Beliefs über die Nützlichkeit von Mathematik rekonstruiert werden. Die Rekonstruktion der Schülervorstellungen deutet darauf hin, dass die überwiegende Anzahl der untersuchten Schüler grundsätzlich von der Nützlichkeit der Mathematik überzeugt ist, allerdings bleiben die Beschreibungen vielfach schlagwortartig und vage.[12] Die Schüler wussten bei vielen Beispielen, dass Mathematik dabei handlungsrelevant war, konnten aber nicht erläutern, wie Mathematik hier angewendet werden könnte. Insgesamt konnten vor allem die folgenden Beliefs – wieder mit Hilfe von In-vivo-codes – rekonstruiert werden: Mathematik braucht man im Leben, Mathematik braucht man vor allem im Beruf, Mathematik braucht man beim Einkaufen, Mathematik braucht man nur beim Einkaufen, man lernt Sachen im Mathematikunterricht, damit man weiß, wie es geht.

Die Ergebnisse zeigen, dass die meisten der untersuchten Hauptschüler über alle Jahrgänge hinweg keinen Einblick in die Bedeutung von Mathematik für die Gesellschaft haben. Auch die Sichtweise, das Mathematik helfen kann, die Umwelt kritisch wahrzunehmen, deutet sich allenfalls bei Einigen an. Selbst bezogen auf den unmittelbaren Nutzen im Alltag oder im Beruf konnten die Schüler nur sehr begrenzt Beispiele nennen. Während manche Schüler in der Lage waren, konkrete Beispiele für den Nutzen von Mathematik im Beruf oder im Alltag anzugeben, schienen andere Mathematik vor allem als selbstreferenzielles System zu erleben und kaum einen konkreten Nutzen zu sehen.

4.2.2 Reaktionen den Aufgaben gegenüber

Im Hinblick auf den Umgang mit realitätsbezogenen Aufgaben konnten folgende Reaktionen festgestellt werden:

---

[12] Hier stellt sich die Frage nach der sozialen Erwünschtheit der Antworten. Sie kann hier nicht ganz ausgeschlossen werden, sollte aber durch das Forschungsdesign (vgl. 3) minimiert worden sein.

- Grundsätzlich stoßen realitätsbezogene Aufgaben bei den Schülern auf Interesse, wenn der Sachkontext aus der Erfahrungswelt der Schüler stammt.
- Der empfundene Schwierigkeitsgrad hat jedoch einen höheren Einfluss auf die Einstellung der Schüler gegenüber den Aufgaben als das Interesse am Sachkontext.
- Offene Aufgabenstellungen lösen bei den Schülern vielfach Unbehagen und Unsicherheit aus.
- Realitätsbezogene Aufgaben, in denen Angaben fehlen, werden häufig als nicht lösbar angesehen und entsprechend negativ bewertet.

4.3 Rekonstruktion von Schülertypen

In der Gesamtschau der Auswertungen konnten Schülergruppen (vgl. Abschnitt 3) gebildet werden, die sich aus den Beliefssystemen der Schüler herauskristallisierten.

Die Tabelle zeigt zunächst eine Übersicht der rekonstruierten Schülertypen, eine detaillierte Beschreibung folgt anschließend. Erneut wird deutlich, dass Beliefs häufig in Mischformen auftreten (vgl. 2.2).

Für das mathematische Weltbild von *Typ 1 (Reproduzierender Regelanwender)* ist vor allem der Schemaaspekt kennzeichnend. Prozessorientierte Sichtweisen konnten (mit Ausnahme von Typ 1d) nicht rekonstruiert werden. Mathematik wird überwiegend mit Rechnen gleichgesetzt. Regeln und feste Schemata nehmen einen außerordentlich hohen Stellenwert ein. Ein Schüler dieses Typs ist der Meinung, dass man in Mathematik keine eigenen Ideen braucht und dass langes Nachdenken nicht weiterhilft, wenn man vor einem Problem steht.

Den Nutzen der Mathematik sieht der reproduzierende Regelanwender vor allem in der beruflichen Anwendung, wobei diese Vorstellung meist mit Verkaufen oder Kassieren in Verbindung steht. Dass Mathematik auch im Alltag verwendet werden kann, ist diesem Schülertyp mit Ausnahme des Beispiels Einkaufen fremd.

Entscheidend ist für ihn vor allem die Hoffnung auf Erfolg bzw. die Angst vor dem Versagen. Deshalb müssen Aufgaben auch innerhalb kurzer Zeit lösbar sein. Vom Lehrer erwartet dieser Schüler, dass er viel erklärt und den Schülern zeigt, wie man eine Aufgabe rechnet. Außerdem sollte der Lehrer für Ruhe im Unterricht sorgen. Aus diesem Blickwinkel ist auch verständlich, dass sich der reproduzierende Regelanwender schwer damit tut, offen gestellte Problemlösungen zu bearbeiten. Er ist solche Aufgabenstellungen nicht gewöhnt, da für ihn die Mathematik in erster Linie im nachvollziehenden Ausführen von Rechenoperationen, also dem reproduzierenden Rechnen besteht.

	Typ 1				Typ 2
	Typ 1a	Typ 1b	Typ 1c	Typ 1d	
Mathematik als Fach	Schemaaspekt	Schemaaspekt	Schemaaspekt Anwendungsaspekt	Schemaaspekt Prozessaspekt	Anwendungsaspekt Prozessaspekt Schemaaspekt
Mathematik-Unterricht	Lehrer erklärt kurze Aufgaben	Lehrer erklärt kurze Aufgaben	Lehrer erklärt	Lehrer erklärt	Individuelle Lösungswege
Rahmenbedingungen	Ruhe	Ruhe netter Lehrer Atmosphäre im Klassenzimmer Verständnis	Ruhe	Ruhe	
Mathematik und Individuum	Hoffnung auf Erfolg Schemata als Hilfe	Angst vor Versagen Negative Einstellung zur Mathematik Schemata als Hilfe	Hoffnung auf Erfolg	Ausdauer zum Lösen von längeren Aufgaben Herausforderung gesucht	Positive Einstellung zur Mathematik Schwere Aufgaben als Herausforderung

Tabelle 1: Die rekonstruierten Schülertypen im Überblick

Bei Typ 1 lassen sich vier Untertypen unterscheiden:

- *Typ 1a* entspricht der Beschreibung des reproduzierenden Regelanwenders fast vollständig. Sein Handeln im Mathematikunterricht ist von der Hoffnung auf Erfolg getrieben.
- Zum *Typ 1b* gehören vor allem Schüler, die der Mathematik eher negativ gegenüberstehen und deren Einstellungen angstbesetzt sind. Ein Schüler vom Typ 1b neigt dazu, den Kontext und hier insbesondere eine angenehme Atmosphäre im Klassenzimmer sowie Verständnis seitens des Lehrers zu betonen. Er wünscht sich einen netten Lehrer, der immer verständnisvoll ist, auf die Schüler eingehen kann und ihnen bei Problemen hilft. Da das eigene Empfinden hohe Priorität hat, darf der Mathematikunterricht nicht zu schwer sein. Schwierige Aufgaben wirken eher demotivierend. Hier zeigt sich deutlich die Angst vor dem Versagen. Auch legt dieser Schülertyp sehr viel Wert auf Ruhe und eine angenehme Atmosphäre im Unterricht. Alena gehört in diese Gruppe, allerdings äußert sie sich kaum hinsichtlich der Rahmenbedingungen im Unterricht.
- Bei *Typ 1c* haben neben schemaorientierten – anders als bei Typ 1a – auch anwendungsorientierte Sichtweisen eine Bedeutung. Bei ihm herrscht das Bild vor, dass Mathematik sowohl im privaten Alltag, als auch im beruflichen Leben eine große Rolle spielt. Dieser Typ kann aus unterschiedlichen Bereichen Beispiele nennen und daran mathematische Zusammenhänge erklären. Dies beschränkt sich jedoch auf Beispiele, die er in der Schule kennengelernt hat. Ein Transfer auf andere Situationen ist meist nicht möglich. Auch für diesen Schülertyp ist die Hoffnung auf Erfolg charakteristisch (wie bei Typ 1a beschrieben). Ebenso hält dieser Typ meist nur ein Ergebnis für richtig. Im Umgang mit eingeübten Rechenverfahren ist er sicher und hält Regeln für wichtig. Nach Sicht von Typ 1c dürfen die Aufgaben jedoch nicht zu schwer sein.
- Auch bei *Typ 1d* dominiert der Schemaaspekt. Darüber hinaus kommen jedoch prozessorientierte Vorstellungen hinzu. Auf der einen Seite sieht dieser Schülertyp Regeln und Formeln als wichtig an. Zu einer Mathematikaufgabe gehören für ihn bestimmte Vorgaben als fester Bestandteil. Auf der anderen Seite scheint für ihn aber auch dazuzugehören, sich einer Herausforderung zu stellen und an einem Problem so lange zu verharren, bis ein brauchbares Ergebnis zu Stande gekommen ist. Auch hält er mehrere Lösungen bei einer Aufgabe durchaus für möglich. Hier deutet sich wieder die (quasi-logische) Clusterstruktur von Beliefs an (vgl. 2.2). Außerdem ist ein Schüler dieses Typs der Überzeugung, dass Mathematik für Alltag und Beruf Relevanz hat, genauere Beispiele gibt er jedoch nicht an.

Typ 1c und 1d stellen damit eine Zwischenform zwischen Typ 1 und Typ 2 dar. Anders als bei Typ 1c sind bei Typ 1d jedoch zusätzlich zu den schemaorientierten

Vorstellungen prozessorientierte (und nicht anwendungsorientierte) Vorstellungen ausgeprägt.

Bei *Typ 2 (Realitätsbezogener Problemlöser)* sind die Anwendungs- und die Prozessorientierung am deutlichsten ausgeprägt. Der realitätsbezogene Problemlöser liebt die Herausforderung. Seine Leidenschaft sind das Knobeln, Rätseln und Nachdenken. Schwierige Aufgaben wirken auf diesen Schülertyp motivierend. Dabei ist es von großer Bedeutung, dass die Aufgaben auch in einem sinnvollen Kontext stehen. Ein solcher Schüler nimmt offen gestellte Aufgaben als Herausforderung an. Dabei zieht er in Betracht, dass es auch verschiedene Lösungen und individuelle Lösungswege geben kann.

Typisch für den realitätsbezogenen Problemlöser ist, dass er ein großes Spektrum von privaten und beruflichen Anwendungen kennt und diese auch im mathematischen Kontext erläutern kann. Beim realitätsbezogenen Problemlöser kann es sein, dass sich schon ansatzweise mathematische Vorstellungen auf einer Metaebene gebildet haben.

Daneben sind aber auch hier schemaorientierte Vorstellungen zu finden. So wird Mathematik auch mit Rechnen gleichgesetzt und dem Lehrer die Erklärerrolle zugewiesen.

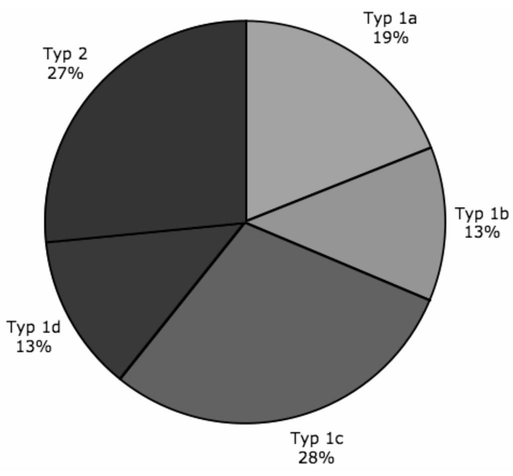

Abbildung 2: Verteilung der Schülertypen in der erhobenen Stichprobe (112 Schüler)[13]

---

13 Die Angaben beziehen sich nur auf die erhobene Stichprobe und dürfen nicht als repräsentativ interpretiert werden.

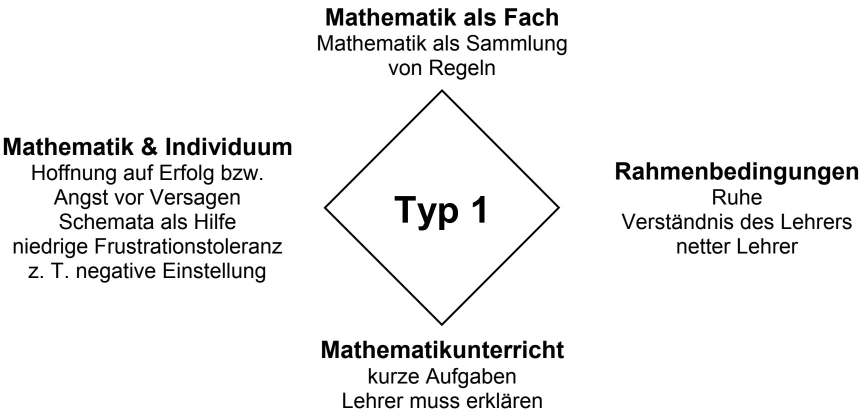

Abbildung 3: Rekonstruierter Schülertyp 1 (Reproduzierender Regelanwender)

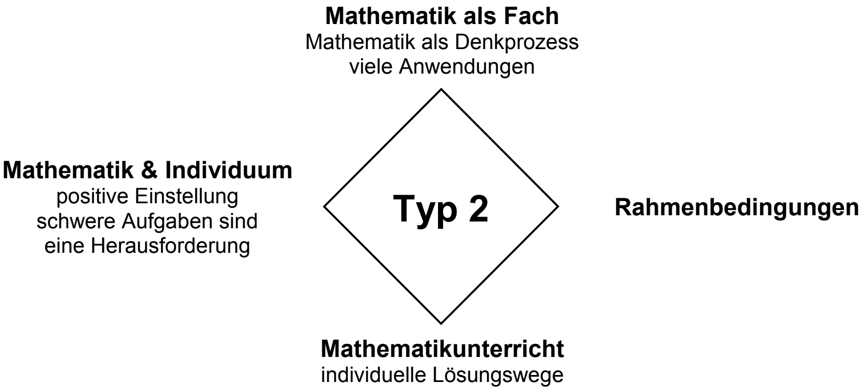

Abbildung 4: Rekonstruierter Schülertyp 2 (Realitätsorientierter Problemlöser)

Die Einstellung von Typ 2 zur Mathematik ist positiv, er sieht sich beim Beschäftigen mit Mathematik in einer eher aktiven Rolle, die Rahmenbedingungen im Mathematikunterricht sind für ihn sekundär. Luis gehört in diese Gruppe.

Insgesamt fällt auf, dass die beschriebenen Schülertypen im Wesentlichen durch den Schemaaspekt, zum Teil aber auch durch den Anwendungsaspekt und den Prozessaspekt gekennzeichnet sind. Die starke Ausprägung des Schemaaspektes scheint vor allem im Zusammenhang mit der Angst vor Versagen und anderen negativen Gefühle beispielsweise gegenüber offenen Aufgaben zusammenzuhängen. Schüler, bei denen auch prozessorientierte Sichtweisen vorlagen, schienen bei der Bearbeitung der ungewohnten, offenen Aufgaben eher von der Hoffnung auf Erfolg geprägt zu sein. Eine einfache Häufigkeitsanalyse zeigt die Häufigkeit der einzelnen Schülertypen in der betrachteten Stichprobe (Abbildung 2).

Unterschiede hinsichtlich der verschiedenen Altersklassen (Jahrgang 5 bis 9) konnten nicht festgestellt werden. Mit Blick auf die vom Lehrer angegebenen Leistungen (schwacher, mittlerer, guter Schüler) deutet sich an, dass Schüler mit schwachen Leistungen im Mathematikunterricht vor allem Typ 1b zugeordnet werden konnten, bei der Zuordnung zu Typ 2 überwiegend Schüler mit guten Leistungen zu finden waren. Leistungsstärkere Schüler fanden sich jedoch auch bei den Typen 1a, 1c und 1d. Bezogen auf das in Abschnitt 2.2 dargestellte Kategorienschema können die beiden Haupttypen wie in den Abbildungen 3 und 4 dargestellt werden

5 Konsequenzen

5.1 Konsequenzen für die Veränderung des Unterrichts

Ziel des Unterrichts sollte es sein, die Beliefs der Schüler zu ergänzen und sie für offene Vorgehensweisen im Unterricht zu interessieren. Dies erweist sich jedoch als große Herausforderung, da schemaorientierte Beliefs den Schülern Sicherheit zu bieten scheinen und eine wesentliche Basis für ihr mathematisches Denken darstellen.

Sinnvoll erscheint eine differenzierte Förderung der einzelnen Typen zu sein. Zum Beispiel wäre es für Typ 1a und 1b, partiell auch 1c zuerst mal wichtig, die Angst zu nehmen und langsam an offenen Aufgabenstellungen heranzuführen. Für Typ 2 – z. T. aber auch für Typ 1d – wären aber Herausforderungen oder die Beschäftigung mit Themen und Aufgaben angebracht, die auf das Verständnis von übergeordneten mathematischen Strukturen abzielen.

Auf den einzelnen Lehrer kommen also umfangreiche Aufgaben zu, die er allein kaum bewältigen kann. Daher ergeben sich zahlreiche Aufgaben für die Forschung und Entwicklung, die weiter unten dargestellt werden.

Grundsätzlich kann die Reaktion auf diese unterschiedlichen Typen nur sein, den Unterricht so vielfältig wie möglich zu gestalten und damit möglichst vielen Schülertypen gerecht zu werden (vgl. Helmke 2004, S. 47 f).

- Dazu gehört das Interesse an Sachaufgaben der Schüler aufzugreifen und als Einstieg zunächst solche auszuwählen, die sich nur wenig von üblichen Textaufgaben unterscheiden und auch mathematisch nicht sehr anspruchsvoll sind. Die Schüler müssen zunächst lernen, mit Aufgaben umzugehen, die ihren Erwartungen nicht entsprechen (vgl. 2.3). Dies dürfte vor allem Schülern vom Typ 1a, 1b und eventuell auch 1c entgegenkommen und ihnen die Angst vor Misserfolg nehmen. Allmählich sollte das Anspruchsniveau der Aufgaben dann erhöht werden.

- Gelegentlich sollten auch offene Aufgaben eingestreut werden, die Schülern vom Typ 1d und 2 entgegenkommen dürften. Dabei kommt es darauf an, Schüler, die auf solche Aufgaben mit Angst reagieren, nicht allein zu lassen und sie durch geschickte Methodenwahl (etwa Tutorensystem in Gruppenarbeitsphasen) und gestufte Hilfen zu fördern.
- Dabei erscheint es z. B. im Hinblick auf die ausgeprägten schemaorientierten Beliefs jedoch nötig, den Erklärungsanteil des Lehrers so niedrig wie möglich zu halten und langsam weiter zu senken. Zur Unterstützung sind vor allem Motivations- und Rückmeldungshilfen („Du bist auf dem richtigen Weg“) einzusetzen (Zech 1998, S. 315), die den Schülern möglicherweise auch die Angst vor dem Versagen nehmen.
- Grundsätzlich ist es wichtig, im Unterricht eine angstfreie Atmosphäre zu schaffen, um der Angst vieler Schüler vor dem Versagen zu begegnen. Fehler müssen erlaubt sein und Lehrer und Schüler müssen lernen, konstruktiv damit umzugehen und sie als Teil eines Lernprozesses anzusehen.

Diese Forderungen sind nicht neu. Die Ergebnisse dieser Studie belegen jedoch diese Forderungen für die Hauptschule empirisch. Darüber hinaus geben die detaillierten Ergebnisse Hinweise darauf, was bei dieser Umsetzung konkret zu beachten ist und gehen damit über die bloße Forderung nach der Integration von Realitätsbezügen oder offenen Aufgaben hinaus.

Die Ergebnisse der Studie verweisen auch auf sehr positive Aspekte: Trotz der schlechten Rahmenbedingungen in der Hauptschule (vgl. 2.1) und der wenig guten Testergebnisse in den Vergleichsstudien (vgl. 1) gibt es einen nicht zu unterschätzenden Teil der untersuchten Hauptschüler, der auch jetzt schon über die nötige positive Einstellung und eventuell auch das Potential verfügt, um sich offenen Aufgaben zu stellen.

5.2 Konsequenzen für die Forschung und Entwicklung

Die Ergebnisse der Studie deuten auf einen großen Entwicklungs- und Forschungsbedarf im Bereich der Hauptschule.

Es müssen Unterrichtsmaterialien und -sequenzen entwickelt und evaluiert werden, die auf die Förderung der verschiedenen Schülertypen in der Hauptschule ausgerichtet sind.

- Die Entwicklung der Aufgaben muss den schemaorientierten Vorstellungen vieler Schüler und vor allem ihrer Angst vor dem Versagen Rechnung tragen.
- Es müssen also realitätsbezogene Aufgabenstellungen mit verschiedenen Abstufungen der Öffnung entwickelt werden.
- Es müssen Unterrichtskonzepte für den Übergang von traditionellen zu offeneren Unterrichtsformen entwickelt werden, welche die Lehrkräfte darin unterstüt-

zen, zunehmend auf Erklärungen zu verzichten und zum selbständigen Arbeiten anzuleiten. Dies wird im Rahmen von STRATUM[14] passieren.

- Im Rahmen der Lehrerbildung sind außerdem Konzepte gefragt, um Lehrer für die verschiedenen Beliefs der Schüler (und ihre eigenen) zu sensibilisieren und die Schüler entsprechend zu fördern. Insbesondere müssen die Lehrer Einsicht in die Zusammenhänge zwischen dem Einfordern von Erklärungen und der Angst vor Misserfolg bekommen und diese Forderung nicht nur in Zusammenhang mit den Kompetenzen zu sehen.

Literatur

Abelson, R. (1979): Differences between belief systems and knowledge systems. In: Cognitive science 3, S. 355–366.

Aguirre, J. & Speer, M. N. (2000): Examining the relationship between beliefs and goals in teaching practice. In: Journal of Mathematical Behavior 18 (3), S. 327–356.

Bauer, L. (2001): Texte von Hauptschülern zu Mathematikaufgaben und ihren Lösungen. In: mathematica didactica 24(1), S. 3–30.

Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Schmitz, B., Clausen, M., Hosenfeld, I., Köller, O. & Neubrand, J. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Leske + Budrich, Opladen.

Berger, P. (2000): Zur Theorie mathematischer Weltbilder. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2000, S. 101–104.

Blum, W. (1996): Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Band 23, Trends und Perspektiven. Hölder-Pichler-Tempsky, Wien, S. 15–38.

Bortz, J. & Döring, N. (2005): Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. Springer, Medizinverlag Heidelberg, 3. Auflage.

Bos, W., Lankes, E.-M., Prenzel, M., Schwippert K., Walther, G. & Valtin, R. (Hrsg.) (2003): Erste Ergebnisse aus IGLU. Waxmann, Münster.

Brixner, W. (2000): Didaktik der Hauptschule. – In: Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, Reformkonzept IMPULSE Hauptschule. Klett, Stuttgart, S. 42–65.

BWHT (2002): Konsequenzen aus PISA. Positionen des Handwerks. Baden-Württembergischer Handwerkstag, Schriftenreihe, Stuttgart.

Connell, J. P. & Wellborn, J. G. (1990): Competence, autonomy, and relatedness: A motivational analysis of self-system processes. In: Gunnar, M. & Sroufe, L. A. (Hrsg.): Minesota Symposium on Child psychology, Vol. 23. Hillsdale, N. J., Erlbaum.

Dionne, J. J. (1984): The perception of mathematics among elementary school teachers. In: Moser, J. M. (Hrsg.): Proceedings of 6th Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA). Madison, University of Wisconsin, S. 223–228.

Ditton, H. (2002): Lehrkräfte und Unterricht aus Schülersicht – Ergebnisse einer Untersuchung im Fach Mathematik In: Zeitschrift für Pädagogik, 48(2), S. 262–286.

---

[14] vgl. Abschnitt 1.

Eichler, A. (2005): Individuelle Stochastikcurricula von Lehrerinnen und Lehrern. Franzbecker, Hildesheim, Berlin.

Edelmann, W. (2000): Erfolgreicher Unterricht. Was wissen wir aus der Lernpsychologie? In: Pädagogik 52(3), S. 6–9.

Ernest, P. (1991): The philosophy of mathematics education. The Falmer Press, Hamshire, UK.

Flick, U., von Kardorff, E. & Steinke, I. (2002) (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. Rowohlt, Reinbek bei Hamburg.

Frank, M. L. (1988): Problem solving and mathematical beliefs. In: Arithmetic teacher 35, S. 32–35.

Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002): Rethinking characterizations of beliefs. In: Leder et al. (2002), S. 39–57.

Gellert, U. (1998): Von Lernerfahrungen zu Unterrichtskonzeptionen. Verlag für Wissenschaft und Forschung, Berlin.

Green, T. (1971): The activities of teaching. McGraw-Hill, New York.

Greer, B., Verschaffel, L. & De Corte, E. (2002): „The answer ist really 4.5“: Beliefs about word problems. In: Leder et al. (2002), S. 271–292.

Grigutsch, S. (1996): Mathematische Weltbilder von Schülern, Struktur, Entwicklung, Einflussfaktoren. Dissertation. Gerhard-Mercator-Universität/Gesamthochschule Duisburg.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: Journal für Mathematikdidaktik 19(1) S. 3–45.

Groeben, N. & Rustemeyer, R. (1994). On the integration of quantitative and qualitative methodological paradigms (based on the example of content analysis. In: Borg, I. & Mohler, P. (Hrsg.): Trends and perspectives in empirical social research. De Gruyter, Berlin,New York, S. 308–326.

Helmke, A. (2004): Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern. Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze.

Hopf, C. (2002): Qualitative Interviews – ein Überblick. In: Flick et al. (2002), S. 349–360.

Kaiser, G. (1995): Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In: Graumann, G., Jahnke T., Kaiser, G. & Meyer, J. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Franzbecker, Bad Salzdetfurth, S. 66–84.

Kelle, U. & Kluge, S. (1999): Vom Einzelfall zum Typus. Leske + Budrich, Opladen.

Kloosterman, P. (2002): Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and implications for motivation. In: Leder et al. (2002), S. 247–271.

Lamnek, S. (1995): Qualitative Sozialforschung. Band I und II. Beltz/PVU, Weinheim, 3. Auflage.

Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner, G. (2002) (Hrsg.): Beliefs: A hidden variable in mathematics education? Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.

Maaß, K. (2008): Schülerkompetenzen und Entwicklungskriterien – Erste Ergebnisse einer empirischen Studie. In Vorbereitung.

Maaß, K. (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie. Franzbecker, Hildesheim, Berlin.

Mayring, P. (2002): Qualitative Inhaltsanalyse. In: Flick et al. (2002), S. 468–474.

Merkens, H. (2002): Auswahlverfahren, Sampling, Fallkonstruktion. In: Flick et al. (2002), S. 286–298.

Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007): Introduction. In: Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W. & Niss, M. (Hrsg.): Modelling and applications in mathematics education – The 14th ICMI Study, S. 3–32.

Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2002): Framing students' mathematics-related beliefs. In: Leder et al. (2002), S. 13–37.

Pehkonen, E. (1993): Schülervorstellungen über Mathematik als verborgener Faktor für das Lernen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1993, S. 303–306.

Schäfer, J. (2005): Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen und Wahrnehmungsleistungen – Eine empirische Studie. Verlag Dr. Kovac, Hamburg.

Schoenfeld, A. (1985): Mathematical problem solving. Academic Press, Orlando, Florida.

Spangler, D. (1992): Assessing student's beliefs about mathematics. In: Arithmetics Teacher 40(3), S. 148–152.

Tietze, U.-P. (2002): Zur Einführung. In: Der Mathematikunterricht 48(4/5), S. 3–6.

Törner, G. (2002): Epistemologische Grundüberzeugungen – verborgene Variablen beim Lehren und Lernen von Mathematik. In: Der Mathematikunterricht 48(4/5), S. 103–128.

Törner, G. & Pehkonen, E. (1996): On the structure of mathematical belief systems. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 28(4), S. 109–112.

Wagner, A. (2006): Zum Kopfrechnen in der Hauptschule. Franzbecker, Hildesheim.

Yackel, E. & Rasmussen, C. (2002): Beliefs and norms in the mathematics classroom. In: Leder et al. (2002), S. 313–330.

Zech, F. (1998): Grundkurs Mathematikdidaktik. Beltz, Weinheim, Basel.

Anhang: Interviewleitfaden

Fragen zu den Aufgaben

- Welche Aufgabe fandest du leicht/schwierig? Warum?
- Welche hat dir am besten gefallen?
- Waren das alles Matheaufgaben (auf dem Aufgabenblatt) oder gab's auch welche, die du nicht dazu zählen würdest?
- Woran erkennt man, dass eine Aufgabe eine Matheaufgabe ist?
- Welche Art von Matheaufgaben findest du gut?
- Wie müssen Matheaufgaben sein, damit sie du sie gerne machst?
- Macht es einen Unterschied, ob du Matheaufgaben zu Hause oder in der Schule machst? Was ist in der Schule/zu Hause anders?
- Wie lange darf es für dich dauern, bis du das Ergebnis einer Mathematikaufgabe ausgerechnet hat?

Fragen zu den Aufgaben des Lehrers/der Schüler

- Wenn ich später Mathelehrer sein werde, wie sollte ich dann sein, damit du meinen Unterricht gut findest?
- Was muss ein Mathelehrer alles tun im Unterricht?
- Was genau tun die Schüler im Matheunterricht?
- Gibt es etwas, das die Schüler genau so gut oder sogar besser könnten als der Mathelehrer?

Fragen zu Mathematik als Fach

- Wie lange dauert es, bis du bei einer Aufgabe weißt, was du rechnen musst?
- Was muss man können, um eine Matheaufgabe zu lösen?
- Wie würdest du reagieren, wenn ihr nur noch solche Aufgaben (wie auf dem Aufgabenblatt) in Mathe rechnen würdet?
- Muss man in Mathe eigene Ideen haben?
- Ist es schlimm in Mathe Fehler zu machen?
- Was passiert, wenn Du einen Fehler in Mathe machst?
- Wie wichtig ist es, Rechenregeln zu lernen?
- Kannst du dir vorstellen, wie diese Regeln entstanden sind oder wie man sie gefunden hat?
- Hast du Mathe schon mal in anderen Fächern gebrauchen können?
- Gab es mal eine außergewöhnliche Stunde im Matheunterricht? Was habt ihr da gemacht?
- Kannst du dir vorstellen, dass in Mathe auch einmal ein Projekt gemacht wird?
- Was für ein Projekt würdest du dir wünschen?
- Wie würdest du jemandem erklären, was „Mathe“ ist, der das nicht kennt?

Weitere Fragen

- Magst du Mathe? (Wie müsste Mathe sein, damit es dir Spaß macht?)
- Beschreibe eine normale Mathestunde! (Wie fühlst du dich dabei?)
- Macht ihr manchmal auch besondere Sachen?
- Muss man in Mathe auch schreiben?
- Wie waren deine Eltern in Mathe?
- Wer macht mit dir Mathehausaufgaben?

Fragen zur Nützlichkeit von Mathematik

- Kannst du dir vorstellen, warum wir Mathe in der Schule lernen?
- Welche Beispiele fallen dir ein, in denen du Mathe im Alltag gebrauchen kannst?
- Ist Mathe deiner Meinung nach im Leben wichtig?
- Wozu kannst du das, was du im Matheunterricht lernst, später einmal gebrauchen?
- Welche Themen aus Mathematik wirst du in deinem Leben nicht mehr gebrauchen?

- Wann brauchen deine Eltern Mathe? (Beruf/privat)
- Was wünschst Du Dir vom Matheunterricht bzw. vom Mathelehrer?
- Verrätst du mir noch deine Note vom letzten Zeugnis?

Anschrift der Verfasser

Katja Maaß und Patrick Ege
Pädagogische Hochschule Freiburg
Kunzenweg 21
79117 Freiburg
katja.maass@ph-freiburg.de

Eingang Manuskript: 05.10.2007 (überarbeitetes Manuskript: 18.02.2008)