Grundvorstellungen zu Bruchzahlen – auch für leistungsschwache Schüler?

Eine mehrperspektivische Interviewstudie zu Lösungsprozessen, Emotionen und Beliefs in der Hauptschule

von

Gerald Wittmann, Schwäbisch Gmünd[1]

Kurzfassung: Können leistungsschwache Schüler Aufgaben lösen, die die Entwicklung von Grundvorstellungen zu Bruchzahlen fördern sollen? Und können sie davon auch profitieren? Diesen Fragen wird in einer mehrperspektivischen Interviewstudie mit Hauptschülern nachgegangen, die Lösungsprozesse, Emotionen und Beliefs erfasst. Aus den Ergebnissen lassen sich konkrete Folgerungen für die Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht der Hauptschule im Allgemeinen und in der Bruchrechnung im Speziellen ableiten.

Abstract: Can low achievers in secondary schools solve tasks which aim on the development of basic ideas (‚Grundvorstellungen') for fractions? And are these tasks helpful for them? To answer these questions a multi perspective interview study focusing on students' solving processes, emotions and beliefs was led through. From the results there can be drawn conclusions for the development of open tasks for low achievers, especially for the development of tasks which submit the learning of the concept of fractions.

1 Ausgangssituation und Fragestellung

Die Forderung nach einer Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht auch der Hauptschule ist weit verbreitet. Für Hauptschüler[2] scheint, so ein Befund von PISA 2000, eine ihnen bekannte Darbietung von Aufgaben besonders wichtig zu sein, um diese lösen zu können, wichtiger als für Realschüler und

[1] Die diesem Beitrag zugrunde liegenden Untersuchungen wurden durch die Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd und den Forschungsverbund Hauptschule der Pädagogischen Hochschulen in Baden-Württemberg finanziell gefördert. Die Studierenden Anna Breitweg, Christina Gall, Antonie Häfele und Jana Fee Müller wirkten bei der Durchführung, Transkription und Auswertung der Interviews mit. Ihnen gebührt Dank für ihre sorgfältige Arbeit!

[2] Die Bezeichnungen „Schüler" bzw. „Lehrer" stehen im Folgenden stets für „Schülerinnen und Schüler" bzw. „Lehrerinnen und Lehrer".

Gymnasiasten. „Es zeigt sich, dass – gemessen an ihrem Gesamtleistungsniveau – Hauptschüler dann etwas besser abschneiden, wenn eine Aufgabe […] nach Art und stofflichem Inhalt vertraut ist“ (Baumert u. a. 2001, S. 182 f.). Als mögliche Ursache hierfür wird ein einseitig ausgerichteter Unterricht gesehen. „Die typische Hauptschuldidaktik im Fach Mathematik konzentriert sich offenbar auf außermathematische Anwendungen zu Standardthemen. […] Es käme darauf an, auch Hauptschüler in geeigneter Form an Anwendungsaufgaben heranzuführen, die ungewohnte Elemente enthalten und auf einfachem Niveau begriffliches Denken erfordern“ (ebd. S. 183; vgl. auch Wynands/Möller 2004, S. 186 ff.).

In besonderer Weise gilt diese Forderung für die Behandlung von Bruchzahlen: Sie darf sich nicht auf ein automatisiertes Bruch*rechnen* als anzustrebendes Lernziel beschränken. Relevant hingegen ist ein grundlegendes und flexibel anwendbares *Verständnis* des Bruchzahlbegriffs und der Rechenoperationen für Bruchzahlen, da sie eine wichtige Basis für die Dezimalbruchrechnung sowie das Verständnis unter anderem von Prozentangaben, Verhältnissen, relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten darstellen (vgl. die Diskussion bei Padberg 2002, S. 5 ff.). Ein solches Verständnis kann nicht durch das Abarbeiten von Päckchenrechnungen ausgebildet werden, sondern nur im Rahmen von Aufgaben, welche die Entwicklung adäquater Grundvorstellungen unterstützen.

Dass solche Aufgaben, die häufig offene Aufgaben[3] sind, leistungsstarken Schülern Impulse geben können, um ihr Potenzial zu entfalten und weiterzuentwickeln, ist unstrittig. Wie sieht es aber bei leistungsschwachen Schülern aus? Können sie derartige Aufgaben überhaupt lösen? Und wichtiger noch: Können sie wirklich davon profitieren? Oder entspricht ein repetitives Üben von Lösungsschemata vielleicht eher ihrem Leistungsvermögen? Können sie dadurch vielleicht nicht sogar besser gefördert werden? Diese Einwände lassen sich nicht vorschnell zurückweisen.

Welche Bedingungen bestehen an der Hauptschule für eine Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Bereich der Bruchzahlen? Die Antwort kann – insbesondere wenn es leistungsschwache Schüler betrifft – nicht auf fachlich-inhaltliche Aspekte reduziert werden, da das Lernen von Mathematik ein komplexer Prozess ist, der zahlreichen, miteinander verknüpften Einflussfaktoren unterliegt. Sie bedarf vielmehr eines mehrperspektivischen Ansatzes. Im Folgenden werden deshalb sowohl

---

[3] In Anlehnung an Schulz (2000, S. 570) wird eine Aufgabe als *offen* bezeichnet, wenn mehrere richtige Antworten möglich sind, wenn für die Lösung explizit kein passendes Schema bekannt ist, wenn mehrere unterschiedliche Wege zum Ziel führen oder wenn die Reihenfolge der Schritte, die zum Ergebnis führen, nicht eindeutig festgelegt ist. Diese Kriterien implizieren, dass die Offenheit einer Aufgabe für Schüler kein absolutes Merkmal ist, sondern relativ zu den Kenntnissen der jeweiligen Lerngruppe zu sehen ist – bei strenger Betrachtungsweise sogar interindividuell verschieden.

die Lösungsprozesse bei solchen Aufgaben, die Grundvorstellungen ansprechen, als auch zugehörige Emotionen und Beliefs der Schüler genauer betrachtet. Auf dieser Basis lässt sich das Untersuchungsziel durch fünf Teilfragen genauer fassen:

- Welche Faktoren beeinflussen den Lösungsprozess bei geöffneten Aufgaben zur Weiterentwicklung der Grundvorstellungen so, dass er erfolgreich verläuft?
- Welche Faktoren gibt es für ein Scheitern beim Lösen dieser Aufgaben?
- Welche Emotionen treten im Lösungsprozess auf, und wie wirken sie sich aus?
- Welche Beliefs der Schüler sind hierbei zu erkennen, und in welcher Beziehung stehen sie zum Verhalten der Schüler im Lösungsprozess?
- Welche Konsequenzen für die Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Bereich der Bruchzahlen lassen sich daraus jeweils ziehen?

2 Theoretische Grundlagen

Die theoretischen Grundlagen werden – entsprechend der Mehrperspektivität – durch *Grundvorstellungen zum Bruchzahlbegriff* einerseits sowie durch die Konstrukte *Emotionen* und *Beliefs* andererseits abgesteckt.

2.1 Grundvorstellungen zum Bruchzahlbegriff

Das Grundvorstellungskonzept besitzt in der Mathematikdidaktik eine lange Tradition, teilweise auch unter anderen Bezeichnungen und mit abweichenden Bedeutungen (vgl. vom Hofe 1995, S. 15 ff.). Grundvorstellungen beschreiben im weitesten Sinne „Beziehungen zwischen mathematischen Inhalten und dem Phänomen der individuellen Begriffsbildung“ (ebd., S. 97), wobei sich diese Beziehungen durch drei Aspekte näher charakterisieren lassen:

- die *Sinnkonstituierung* eines Begriffs durch das Anknüpfen an bekannte Sach- oder Handlungszusammenhänge,
- den *Aufbau mentaler Repräsentationen*, die operatives Handeln auf der Vorstellungsebene ermöglichen,
- die *Fähigkeit zur Anwendung eines Begriffs* durch Erkennen der entsprechenden Struktur in Sachzusammenhängen oder durch Modellieren des Sachproblems mit Hilfe der mathematischen Struktur.

Einerseits dienen Grundvorstellungen *normativ* als Vorlage für den Mathematikunterricht. Insbesondere der letzte Aspekt unterstreicht, dass adäquate Grundvorstellungen eine unverzichtbare Basis für außermathematische Anwendungen bilden (vgl. Blum u. a. 2004, S. 145 ff). Andererseits können sie *deskriptiv* als Vergleichsbasis für individuelle Vorstellungen von Schülern herangezogen werden. Von den Grundvorstellungen abweichende und nicht adäquate individuelle Vorstellungen werden oft als Fehlerursache ausgemacht (vgl. „Brüche bei den Brüchen“, Prediger 2004, S. 10; „Grundvorstellungsumbrüche“, Wartha 2005, S. 593) Darüber hinaus werden Grundvorstellungen auch *aufgabenanalytisch* eingesetzt. So kategorisieren Blum u. a. (2004, S. 153 f.) Aufgaben nach der Dimension „Grundvorstellungsintensität“, also danach, in welchem Ausmaß Grundvorstellungen zum Lösen der Aufgabe nötig sind.

In der im Folgenden beschriebenen empirischen Studie treten diese Grundvorstellungen für Bruchzahlen[4] auf:

- *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* sowie damit zusammenhängend *Erweitern als Verfeinerung und Kürzen als Vergröberung der Einteilung*,
- *Bruchzahl als relativer Anteil* sowie im Anschluss daran, um dies rechnerisch zu erfassen, die *Von-Deutung der Multiplikation mit einer Bruchzahl*,
- *Bruchzahl als Resultat einer Division*, insbesondere als ein Bindeglied zwischen gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen,
- *Bruchzahl als Quasikardinalzahl,*
- *Bruchzahl als Quasiordinalzahl* und *Bruchzahl als Verhältnis* sowie *Bruchzahl als Vergleichsoperator*, die für außermathematische Anwendungen von Bedeutung sind.

Weitere Grundvorstellungen, die hier nicht betrachtet werden, sind bei Padberg (2002, S. 41 ff.) und Malle (2004, S. 4 ff.) aufgeführt.

2.2 Emotionen und Beliefs

Die Bedeutung von *Emotionen* wie Freude und Angst für das Mathematiklernen wird allgemein anerkannt. Emotionen sind ein komplexes Muster von Veränderungen, das physiologische Erregung, Gefühle, kognitive Prozesse und Verhaltensweisen einschließt, die in Reaktion auf eine Situation auftreten (vgl. Zimbardo/Gerrig 1999, S. 359 ff.). Emotionen dauern nur kurze Zeit an (im Unterschied zu längerfristigen Stimmungen) und gelten als intensiv.

Im Lernprozess können Emotionen unterschiedlich wirken. Nach Pekrun u. a. (2004, S. 346 ff.) lassen sich drei Kategorien unterscheiden:

- *Aktivierend-positive Emotionen* wie Freude tragen positiv zur Entwicklung von Interesse und Motivation bei und erleichtern Lernen und Problemlösen.

---

[4] Hier und auch bei der Analyse von Lösungsprozessen wird einheitlich die Formulierung „Bruchzahl als …“ verwendet, wie auch von Malle (2004, S. 4 ff.) praktiziert, während beispielsweise Padberg (2002, S. 41 ff.) „Bruch als …“ bevorzugt. Im Einzelfall ist allerdings oft schwer zu unterscheiden, ob sich eine Grundvorstellung auf eine Bruchzahl oder auf einen konkreten Bruch bezieht.

- *Deaktivierend-negative Emotionen* wie Langeweile oder Hoffnungslosigkeit bewirken genau das Gegenteil.
- *Aktivierend-negative Emotionen* wie Angst können einerseits vorhandenes Interesse und intrinsische Motivation verringern, andererseits extrinsische Motivation verstärken und einen verstärkten Arbeitseinsatz auslösen, also unterschiedlich wirken.

Nur ansatzweise geklärt ist die Frage, wie Emotionen mit anderen Variablen des Mathematiklernens zusammenhängen. Generell ist diesbezüglich von einem komplexen Beziehungsgefüge auszugehen, das bislang lediglich in Ausschnitten erfasst werden kann (vgl. Frenzel u. a. 2006; Pekrun u. a. 2004).

Speziell für den Zusammenhang der schulfachspezifischen individuellen Leistungen und der individuellen Lern- und Leistungsemotionen nehmen Götz u. a. (2004, S. 202 ff.) wechselseitige Beziehungen an und beschreiben diese in einem *Mediatorenmodell* (Abb. 1.).

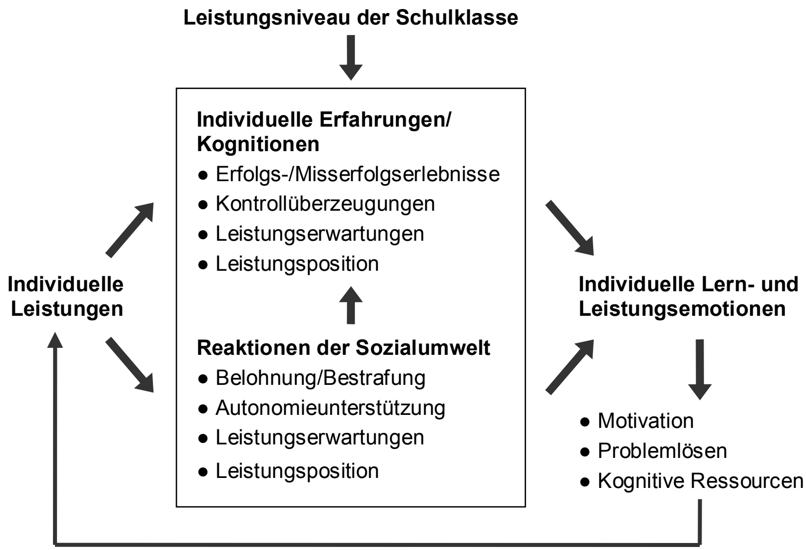

Abbildung 1: Zusammenhang von Leistungen und Emotionen (Götz u. a. 2004, S. 202)

Die individuellen Leistungen beeinflussen über individuelle Erfahrungen und Kognitionen sowie Reaktionen der Sozialumwelt als Mediatoren die individuellen Lern- und Leistungsemotionen. Die Ausprägung dieser Mediatoren hängt wiederum maßgeblich vom Leistungsniveau der Schulklasse ab. Deshalb gehen Götz u. a.

(2004) davon aus, dass die individuellen Leistungen und das Leistungsniveau der Schulklasse gleichermaßen auf die individuellen Lern- und Leistungsemotionen wirken.

Bezüglich der individuellen Leistungen ist der Zusammenhang positiv (hohe schulische Leistungen rufen positive Emotionen hervor und umgekehrt), während für das Leistungsniveau der Schulklasse ein negativer Zusammenhang besteht (ein hohes Leistungsniveau der Schulklasse mindert die positiven Emotionen, weil die individuellen Leistungen weniger deutlich hervortreten, und umgekehrt[5]). Lern- und Leistungsemotionen nehmen über ihre Wirkungen auf Motivation, Problemlöseverhalten und den Einsatz kognitiver Ressourcen wiederum Einfluss auf individuelle Leistungen, so dass es zu einem Rückkopplungseffekt kommt.

Die *Beliefs* einer Person umfassen die relativ überdauernden individuellen *Vorstellungen* von Mathematik und Mathematikunterricht[6] sowie daraus resultierende *Einstellungen* (vgl. Grigutsch 1996; Köller u. a. 2000; Leder u. a. 2002). Beliefs können sowohl eine kognitive als auch eine affektive Komponente besitzen und bewusst oder unbewusst sein. Sie können sich auf die Mathematik als Fach(wissenschaft), das Lehren und Lernen von Mathematik (insbesondere den Mathematikunterricht) sowie die eigene Person und andere als Betreiber von Mathematik und vom Mathematikunterricht Betroffene beziehen.[7] Beliefs von Schülern sind zwar relativ stabil[8], können sich aber langfristig unter dem Einfluss des Unterrichts weiterentwickeln (vgl. die Längsschnittstudie von Maaß 2004, S. 180 ff.).

Entsprechend einer auf Grigutsch/Törner (1994, S. 216 ff.) zurückgehenden Kategorisierung lassen sich in den Beliefs von Schülern fünf *verschiedene Aspekte von*

---

5 Dieser Effekt wird auch als *Fischteich-Effekt* oder *big-fish-little-pond-effect* bezeichnet. In der Tat bescheinigt beispielsweise TIMSS II der Hauptschule in einigen Bereichen eine Selbstwert schützende Funktion für leistungsschwache Schüler (vgl. Baumert u. a. 1997, S. 161 ff.; Wynands/Möller 2004, S. 193 ff.).

6 In der genannten Literatur (insbesondere bei Grigutsch 1996) werden die Vorstellungen *von* Mathematik und Mathematikunterricht zumindest implizit stets als Vorstellungen *über* Mathematik und Mathematikunterricht, also auf einer Meta-Ebene zum mathematischen Fachwissen verstanden. Genuin fachliche Vorstellungen – wie Grundvorstellungen (vgl. Abschnitt 2.1) – sind dann keine Beliefs. In der internationalen Literatur gibt es allerdings auch eine Diskussion darüber, ob Fachwissen unter Beliefs subsumiert werden soll (vgl. Pajares 1992, S. 309 ff.).

7 Daneben gibt es eine Reihe von Studien, die Vorstellungen der Schüler von Mathematikunterricht erheben, ohne explizit an die Beliefsforschung anzuknüpfen (vgl. Bauer 2001; Jahnke-Klein 2002; Wittmann 2004). Derartige Vorstellungen resultieren überwiegend aus dem erlebten Unterricht und betreffen beispielsweise das Verhalten der Lehrkraft, die eigene Rolle im Unterricht, die Leistungserwartung oder die Benotung.

8 Hierdurch lässt sich auch die affektive Komponente der Beliefs von Emotionen, die situationsbezogen sind und nur kurze Zeit andauern, abgrenzen.

Mathematik als Unterrichtsgegenstand ausmachen (Prozess-, Formalismus-, Anwendungs- und Schemaaspekt sowie rigide Schemaorientierung).

Von großem Interesse ist die Frage nach dem Zusammenhang zwischen den Beliefs eines Schülers und seinem Verhalten beim Mathematiklernen:

- Nach Grigutsch (1996, S. 178 ff.) sind das Mathematikbild eines Schülers und sein Selbstkonzept als Mathematiklerner und -treibender eng miteinander verknüpft: Eine Prozess-Orientierung korreliert positiv mit hoher Lust, guten Leistungen und einer hohen Selbstzufriedenheit; bei einer Schema-Orientierung verhält es sich umgekehrt.
- Köller u. a. (2000, S. 260 ff.) erklären den Zusammenhang von epistemologischen Überzeugungen und Fachleistungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II durch ein Mediatorenmodell mit Fachinteresse und Lernstrategien als vermittelnden Variablen. So korrelieren beispielsweise ein schematisches Bild von Mathematik positiv mit memorierenden Lerntechniken und ein prozessorientiertes Bild mit dem Fachinteresse.

Da es sich bei diesen Studien um Korrelationsanalysen handelt, können sie die Frage nach Ursache und Wirkung nicht klären. Generell gibt es in Bezug auf die *Handlungsrelevanz von Beliefs* bislang keine einheitliche Sichtweise, wenngleich ihnen überwiegend eine solche zugeschrieben wird (vgl. Leder u. a. 2002).

3 Anlage und Durchführung der Untersuchung

Die Untersuchung besitzt explorativen Charakter und steht in der Tradition qualitativer Sozialforschung (vgl. Flick u. a. 2000; Lamnek 1995). Von besonderer Bedeutung ist hierbei das „Prinzip der Offenheit“ (Lamnek 1995, Bd. I, S. 22): Es müssen auch Aspekte erfasst werden, die nicht antizipiert werden können, sich im Untersuchungsverlauf aber als relevant erweisen. Hierzu sind *halboffene Leitfaden-interviews* ideal: Die Schüler können sich zu Aspekten äußern, die ihnen wichtig und für sie handlungsrelevant sind. Eine Fragetechnik, die sich an die Methode des fokussierten Interviews (vgl. Hopf 2000, S. 353 ff.; Lamnek 1995, Bd. II, S. 79 ff.) anlehnt, erzwingt eine Verdichtung der Schüleräußerungen, was häufig die spätere Interpretation erleichtert.

Grundlage aller Interviews ist stets ein *Aufgabenset*. Es besteht – abhängig von der Jahrgangsstufe – aus acht bis zehn Aufgaben aus dem Bereich der Bruchzahlen und umfasst sowohl Aufgaben, für die ein Lösungsschema existiert, als auch solche, die Grundvorstellungen erfordern (vgl. 2.1; für Beispiele vgl. Abb. 2, 3, 5, 6).

Jedes Interview besteht aus drei Teilen:

- Die Schüler äußern sich spontan zu den ihnen vorgelegten Aufgaben. Sie wählen zwei Aufgaben aus, die sie als erste lösen wollen, und legen zwei Aufgaben zur Seite, die sie nicht bearbeiten wollen. Der Interviewer gibt hierbei lediglich offene Impulse und fragt vor allem nach dem Grund für ihre Aufgabenauswahl.

- Die Schüler lösen die beiden ausgewählten Aufgaben (und in der Regel auch noch weitere aus dem ihnen vorgelegten Aufgabenset) nach der Methode des lauten Denkens.
- Abschließend breitet der Interviewer nochmals alle Aufgaben vor dem Schüler aus und befragt ihn rückblickend zu seiner Einschätzung der Aufgaben sowie – daran anknüpfend – zu weiteren Aspekten des Mathematikunterrichts.

Dieser Ansatz bringt es mit sich, dass in einem Interview einerseits Lösungsprozesse und andererseits spontane Reaktionen zu den Aufgaben sowie weiter führende, auf die vorgelegten Aufgaben bezogene Äußerungen der Schüler erfasst werden.[9] Deshalb weisen die einzelnen Passagen der Transkripte[10] einen *unterschiedlichen Informationsgehalt* und eine *unterschiedlich hohe Informationsdichte* auf und sind demnach auch differenziert zu behandeln:

- Die Interpretation der Lösungsprozesse erfolgt mittels einer sequenziellen Analyse des Transkripts und unter Einbeziehung der vorliegenden schriftlichen Ausführungen. Hierbei bilden die in 2.1 beschriebenen Grundvorstellungen wichtige Vergleichskategorien.
- Äußerungen, die Emotionen beinhalten oder versprechen, dass aus ihnen Beliefs rekonstruiert werden können, werden gemäß der Qualitativen Inhaltsanalyse verdichtet und paraphrasierend zusammengefasst (vgl. Mayring 2003). Als Basis zum Einordnen und Kontrastieren werden bekannte Kategorien zur Klassifizierung von Schülerbeliefs (vgl. Maaß 2004, S. 153 ff.) und von Sichtweisen zum Mathematikunterricht bei Schülern (vgl. Wittmann 2004) herangezogen.

Die anschließende *Theoriebildung* erfolgt stets im Querschnitt: Es werden die Bearbeitungen einer Aufgabe durch verschiedene Schüler miteinander verglichen.[11] Im Sinne eines „Theoretical Sampling" (Strauss/Corbin 1996, S. 148 ff.) fließen die Ergebnisse der ersten Interviews in die gezielte Auswahl von Schülern für die weiteren Interviews ein. So werden unter anderem speziell Schüler von Expertenlehrern (von denen bekannt ist, dass sie regelmäßig offene Aufgaben einsetzen) be-

---

9 Ein derartiges indirektes Erschließen der Beliefs aus einer Situation, die den Schülern aus dem Unterricht vertraut ist und in der sie aktiv werden müssen, verspricht Beliefs von höherer Handlungsrelevanz als eine direkte Befragung.

10 Die Interviews werden per MiniDisc-Gerät aufgezeichnet und anschließend in mindestens zwei Durchgängen transkribiert. Ihre Dauer beträgt zwischen 10 und 35 Minuten.

11 Eine personenzentrierte, mit einander verknüpfte Beschreibung von Lösungsprozessen, Emotionen und Beliefs ist auf der Basis nur eines Interviews nicht möglich.

fragt, um eine ausreichende Anzahl von Beispielen für positiv verlaufende Lösungsprozesse einschließlich zugehöriger Emotionen und Beliefs zu erhalten.[12]

Bei diesem Design kommt den Aufgaben eine doppelte Bedeutung zu: Sie sind einerseits *Forschungsinstrument*, also Mittel zum Zweck, andererseits gilt ihnen auch das *Forschungsinteresse*, da durch Erkenntnisse aus den Interviews Anregungen für eine Weiterentwicklung der Aufgaben gewonnen werden.

4 Untersuchungsergebnisse

Die Darstellung der Untersuchungsergebnisse erfolgt im Querschnitt, wobei zentrale Kategorien jeweils durch Auszüge aus einzelnen Interviews illustriert werden. Im Folgenden werden zunächst Lösungsprozesse betrachtet, erfolgreiche wie erfolglose, und anschließend Emotionen und Beliefs.

4.1 Grenzen von Lösungsschemata

Auch eingeübte Lösungsschemata bieten keine Gewähr für eine sichere Lösung von Aufgaben in der Bruchrechnung. Eine Episode aus dem Interview mit Habibe (Kl. 6) illustriert dies (Abb. 2). Für die gestellte Aufgabe existiert ein Lösungsschema; die während der Bearbeitung auftretenden Zahlen sind nicht größer als 12.

Berechne: $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=$

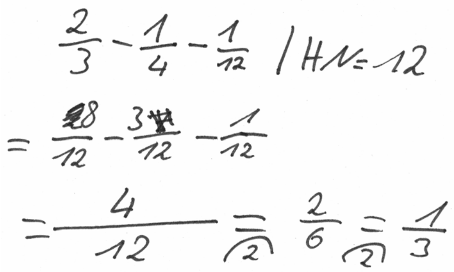

Abbildung 2: Aufgabe mit Bearbeitung durch Habibe

Die Lösung von Habibe ist letztlich erfolgreich, obwohl mehrfach Schwierigkeiten auftreten: Habibe streicht in der zweiten Zeile die zunächst angeschriebenen Zähler 2 und 7 wieder durch; das Erweitern der ersten beiden Brüche verläuft nicht stabil

[12] Bislang liegen 56 Interviews mit Hauptschülern und (als Vergleichsgruppe auch) Realschülern der Klassen 6 bis 8 vor.

und scheint schon von späteren Verfahrenschritten überlagert zu werden (die Rechnung $8-1=7$ tritt bei der Subtraktion der ersten beiden Zähler auf). Der Hinweis auf die Fehler stammt jeweils vom Interviewer. Für Habibe liegt hier keineswegs eine Routineaufgabe vor – für sie ist es eine schwierige Aufgabe, die einen langen Lösungsprozess mit vielen Entscheidungen erfordert.

Betrachtet man die Lösungen aller Schüler im Querschnitt, werden bei dieser Aufgabe neben raschen und sicheren Lösungen, die den Erwartungen entsprechen, auch zahlreiche individuelle Schwierigkeiten deutlich:

- Eine *Notation des Lösungsschemas in sehr aufwändiger Form* dauert oftmals relativ lang. Möglicherweise sind strenge Regeln für die Darstellung des Lösungsverfahrens (die eigentlich nur Konventionen sind, jedoch keine mathematische Notwendigkeit) nicht immer eine Hilfe, sondern stellen manchmal auch eine zusätzliche Belastung dar.
- Es zeigen sich mehrfach *Verfahrensfehler*, insbesondere eine Übergeneralisierung des Schemas für die Multiplikation von Bruchzahlen.
- Obwohl die gegebenen Zahlen sehr klein sind, treten immer wieder *Unsicherheiten bei den Grundrechenarten* auf.
- Die Schüler sehen *keine Möglichkeit, um ihre Ergebnisse zu kontrollieren* sowie eventuelle Fehler aufzudecken und zu korrigieren. Sie sind diesbezüglich weitgehend hilflos und auf Rückmeldungen seitens der Lehrkraft angewiesen.

Auch Aufgaben, die aus einer fachdidaktischen Perspektive als Routineaufgaben einzuordnen sind, weil für sie ein klares Lösungsschema existiert, können aus Schülersicht schwierige Lösungsprozesse erfordern. Deshalb geben solche Routineaufgaben insbesondere Hauptschülern nicht immer die erwartete Sicherheit.

Dieser Befund korrespondiert mit den Ergebnissen anderer Untersuchungen:

- Lehrkräfte und Schüler an Hauptschulen nehmen im Zuge von PISA 2003 die Unterrichtsgestaltung unterschiedlich wahr: Während die Lehrkräfte ihren Mathematikunterricht durch eine starke Engführung bei gleichzeitig geringer kognitiver Aktivität charakterisieren, beschreiben ihn die Schüler als kognitiv herausfordernd, was darauf hindeutet, dass der individuell erlebt Schwierigkeitsgrad sehr hoch ist (vgl. Baumert u. a. 2004, S. 329ff.).
- Bei der qualitativ-inhaltlichen Analyse von Aufgaben, die Hauptschullehrer als für ihren Mathematikunterricht typisch ausgewählt haben, kommt Bauer (2001, S. 18) zu einem ähnlichen Resultat: „Typische Mathematikaufgaben des Curriculums sind in ihrem Angebot bzw. in ihren Anforderungen auf ein enges Profil im oberen Leistungsbereich ausgerichtet.“ Für leistungsschwache Schüler besteht die Gefahr, dass sie dieses Niveau niemals erreichen.

- In einer Studie von Frenzel u. a. (2006) werden Schülern in Klasse 7 Kalkülaufgaben und Textaufgaben vorgelegt, die jeweils denselben empirisch ermittelten Schwierigkeitsgrad aufweisen. Generell geben die befragten Schüler an, dass sie bei Kalkülaufgaben weniger Freude und mehr Angst verspüren als bei Textaufgaben, besonders auffällig ist die Diskrepanz aber bei leistungsschwachen Schülern. Offenbar erscheinen in der Symbolsprache formulierte Kalkülaufgaben auf den ersten Blick unzugänglicher als an (zumindest vordergründig vertraute) Alltagssituationen anknüpfende Textaufgaben; die „wahrgenommene Schwierigkeit" (ebd., S. 59) beider Aufgabentypen ist deshalb unterschiedlich.

4.2 Erfolgreiche Lösungen auf der Basis von Grundvorstellungen

Drei Schülerlösungen zur Aufgabe „Gib einen Bruch an, der kleiner als $\frac{1}{8}$ ist." zeigen ein breites Spektrum unterschiedlicher Ansätze. Patrick (Kl. 8) löst die Aufgabe rasch und sicher.[13]

Patrick: Da muss ich ja bloß einen Bruch, der größer/ der kleiner als ein achtel ist, ein tausendstel?
Interviewer: Schreib mal hin. [*4 sec*] Du sagst, ein tausendstel ist kleiner als ein achtel?
Patrick: Und ein hundertstel, ja, ich schreib' ein tausendstel.
Interviewer: Ein hundertstel wäre eine zweite Lösung, sagst du, ja, und warum ist ein tausendstel jetzt kleiner als ein achtel?
Patrick: Weil es tausend Teile von einem Ganzen ist, und ein achtel sind bloß acht Teile von einem Ganzen.
Interviewer: Ja, aber tausend Teile sind doch mehr als acht Teile.
Patrick: Ja, das ist schwer [*4 sec*] aber das sind halt kleinere Stücke, das sind halt, wie wenn man ein Blatt zerreißt, das sind tausend kleine Teile, wenn man ein Blatt zerreißt und wenn man tausend hat, dann sind sie so klein, und bei acht sind die halt größer.

Patrick gibt hier auf Anhieb zwei Lösungen an: zuerst $\frac{1}{1000}$ und gleich anschließend noch $\frac{1}{100}$. Auf mehrmaliges – im zweiten Fall fast schon provozierendes – Nachfragen des Interviewers beschreibt Patrick sehr anschaulich-prozesshaft, warum $\frac{1}{1000}$ kleiner ist als $\frac{1}{8}$. Die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* wird hierbei deutlich; normativ betrachtet kommt allerdings nicht zum Ausdruck, dass diese Teile alle identisch (oder zumindest gleich groß) sein sollen.

---

13 Zu den Transkriptionsregeln: Ein Schrägstrich gibt einen Abbruch an. Zahlen und Brüche wie „ein achtel" werden durchgängig klein transkribiert im Sinne einer phonetischen Wiedergabe; ob die Bedeutung „ein achtel" oder „ein Achtel" lautet, kann vielfach erst bei der Interpretation (und manchmal überhaupt nicht) entschieden werden.

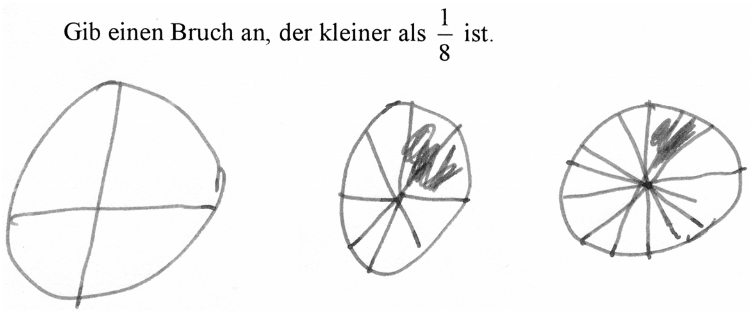

Abbildung 3: Aufgabe mit Lösung von David

Im Lösungsprozess von David (Klasse 8) zur selben Aufgabe tritt eine plötzliche Wendung auf.

David: Eigentlich ist die auch leicht, das ist dann ein viertel.
Interviewer: Warum ist ein viertel kleiner als ein achtel?
David: Weil ein/ [*3 sec*] nein, halt.
Interviewer: Du darfst auch was schreiben oder zeichnen/ [*wird unterbrochen*]
David: Nein, ein viertel ist viel größer, weil ein viertel, sagen wir jetzt/ das ist ja vier viertel, dann ist ein viertel das und ein achtel ist dann so, also hier, und deshalb ist ein sechzehntel noch kleiner, das ist dann, sagen wir/ da ist so ein viertel/ ein achtel/ also das, das Ganze ist ein viertel, das ist dann ein achtel, und dann jetzt/ noch einmal so [*4 sec*] ist dann [*3 sec*] ja dann ist dann so ein Kleines ein sechzehntel

David schätzt zunächst die Aufgabe als „leicht“ ein und antwortet spontan „ein viertel“. Erst nach der Bitte des Interviewers um eine Begründung revidiert er seine Aussage[14] und kommt im Zuge einer längeren Argumentation zur Lösung $\frac{1}{16}$. Hierbei entsteht auch die Skizze (Abb. 3): David schraffiert im mittleren Kreisdiagramm zwei Achtel und im rechten zwei Sechzehntel der Sektoren. Seine Argumentation fußt, in Übereinstimmung mit der Skizze, auf dem Vergleichen von Brüchen: In ihrem Kern wird herausgearbeitet, dass $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$. Insbesondere der Teilsatz „das Ganze ist ein viertel“ lässt sich als Verweis auf die schraffierte Fläche im mittleren Diagramm deuten. David bringt die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* sowohl verbal als auch bildlich zum Ausdruck.

[14] Es muss allerdings offen bleiben, ob die Bitte des Interviewers der Anlass zum Überdenken war oder ob David von sich aus ins Nachdenken gekommen ist. Denn obwohl der Interviewer hier korrekt fragt und nicht sagt, dass die Lösung falsch ist, kann von Seiten eines Schülers – aufgrund der Erfahrungen im Unterrichtsgespräch – auch schon die Forderung nach einer Begründung als Hinweis auf die Fehlerhaftigkeit einer gegebenen Antwort interpretiert werden.

Wenig später reflektiert David, wiederum angestoßen durch den Interviewer, seinen Lösungsprozess.

> *Interviewer*: Wie war jetzt die Aufgabe für dich?
> *David*: Ich hätte jetzt eigentlich als erstes ein viertel gesagt, weil das hört sich ja kleiner an, aber dann muss man ja/ dann habe ich überlegt und überlegt, und dann ist mir klar geworden, weil ein achtel ist ja kleiner wie ein viertel, und deshalb ist dann ein sechzehntel, weil das ist ja, wie soll ich das jetzt sagen, ja, kleiner halt.

Während die Frage des Interviewers wohl eher auf eine emotionale Einschätzung zielt, blickt David inhaltlich auf seinen anfänglichen Irrtum zurück. Im Zuge der Aufgabenbearbeitung gelingt es ihm, eine typische Fehlvorstellung zu überwinden.

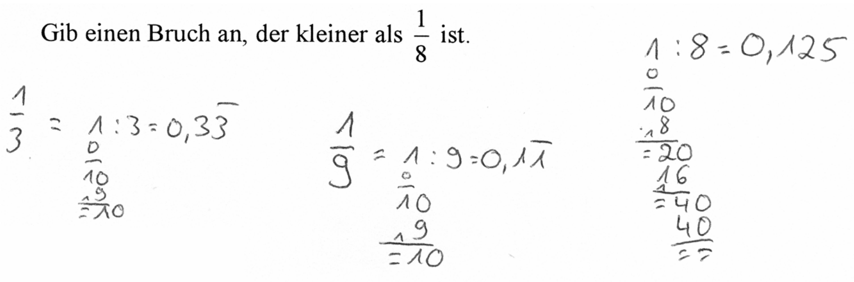

Abbildung 4: Aufgabe mit Lösung von Jasmin

Jasmin (Klasse 8) geht völlig anders vor als ihre beiden Mitschüler (Abb. 4).

> *Jasmin*: Ich habe jetzt den Bruch in Dezimalbruch umgewandelt und jetzt schaue ich, welcher Bruch kleiner ist [*3 sec*] ein fünftel ist jetzt null Komma zwanzig (…)
> *Interviewer*: [*62 sec*] Ja.
> *Jasmin*: Da müsste eigentlich ein neuntel kleiner sein.
> *Interviewer*: Ja, das stimmt auch. Warum ist denn ein neuntel kleiner als ein achtel?
> *Jasmin*: Also/ warum? [*3 sec*] Also bei dem Bruch ist es so, einhalb sind fünfzig, ein drittel sind dreiunddreißig, ein viertel sind fünfundzwanzig, ein fünftel sind/ um so größer der Zähler/ Nenner wird, um so kleiner wird die Dezimalzahl.

Jasmin wandelt zunächst $\frac{1}{8}$ und dann noch weitere Brüche in Dezimalbrüche um.[15] Dies passiert in einigen Fällen im Kopf, so bei $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{2}$, möglicherweise auch aufgrund von automatisierten Beziehungen, in anderen Fällen, so bei $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{9}$, schriftlich. Anschließend vergleicht sie diese Dezimalzahlen, bevor sie zu dem richtigen Resultat gelangt. Jasmins Ansatz – das Umwandeln in Dezimalbrüche – wirkt auf den ersten Blick sehr aufwändig, sogar umständlich. Jedoch: Jasmin steigt mittels der Grundvorstellung *Bruchzahl als Quotient* in einen wirklichen Lö-

[15] Die nicht den Konventionen entsprechende Schreibweise der Periode soll hier ebenso wenig betrachtet werden wie die Sprechweise der Nachkommastellen.

sungs*prozess* ein. Sie schafft sich selbst eine Reihe strukturierter Päckchenaufgaben, deren Vergleich und Interpretation nicht nur zum richtigen Ergebnis führen, sondern sogar eine weiterführende Einsicht ermöglichen, auch wenn sie diese noch sehr umgangssprachlich formuliert.

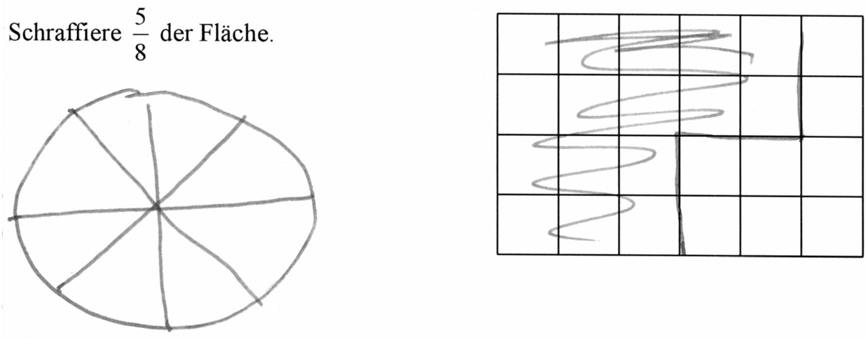

Abbildung 5: Aufgabe mit Lösung von David

David (Klasse 8) gelingt auch die Lösung einer weiteren Aufgabe (Abb. 5) erfolgreich.

Interviewer: Sieh' dir doch die Aufgabe fünf mal an, bitte.
David: Oh Mann, Kacke [*7 sec*] puh [*33 sec*] oh Kacke.
Interviewer: Du darfst ruhig erzählen, was du dir denkst.
David: Ja, ich weiß ja selber nicht was ich gerade denke, ich denke mir halt, acht achtel ist ein Ganzes und fünf achtel/ weiß ich jetzt nicht, ob es ein viertel ist, ja zwei/ nein, ein viertel ist ja/ ach ich muss das aufzeichnen.
Interviewer: Ja, zeichne es auf.
David: [*9 sec*] Also, das ist ja acht achtel, dann ist/ das ist ein achtel, zwei achtel, drei achtel, vier achtel, fünf achtel, dann sagen wir, das ist bisschen mehr wie die Hälfte, also sagen wir ungefähr, hier ist die Hälfte, sagen wir [*6 sec*] sagen wir mal, das alles ist fünf achtel.
Interviewer: Du sagst, es müsste ein bisschen mehr wie die Hälfte sein.
David: Ja.
Interviewer: Könntest du das auch ganz genau angeben, wie viele Kästchen das sein müssten?
David: Ja, zwei/ zwölf Kästchen sind das, also fünf achtel sind zwölf Kästchen.
Interviewer: Warum genau zwölf?
David: Ja, weil das sind/ hier sind es ja vier und da sind es sechs, und sechs mal vier gibt bei mir, sechs, zwölf, achtzehn, vierundzwanzig, ja, vierundzwanzig, und dann bisschen mehr wie die Hälfte, ja, oder sagen wir/ halt, ja, sagen wir vierzehn Kästchen, so, das ist ein bisschen/ [*10 sec*] ich habe irgendwie etwas falsch gemacht, nein, das sind fünfzehn Kästchen.
Interviewer: Warum fünfzehn genau?

David: Weil, das sind ja vier mal acht, ein Ganzes sind ja vierundzwanzig Kästchen, und da muss man ja, also das ein achtel muss man geteilt durch acht, und dann ist/ ein achtel sind drei Kästchen, und das dann noch mal fünf, und das gibt dann fünfzehn Kästchen.

Die gesamte hier abgedruckte Szene dauert über drei Minuten. Eine inhaltliche Analyse des Lösungsprozesses zeigt, dass dieser sich in vier Schritte gliedern lässt:

- Zu Beginn äußert David mit „ein viertel" spontan eine *erste Vermutung*; sie ist noch in keiner Weise fundiert und wird schnell wieder zu Gunsten einer gezielteren Vorgehensweise verworfen.
- David skizziert zu Beginn ein Kreismodell zum Bruch $\frac{5}{8}$, das die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* widerspiegelt. An diesem Modell liest er ab, dass $\frac{5}{8}$ „ein bisschen mehr wie die Hälfte" ist, und markiert entsprechend Kästchen (mit 16 eins zu viel) im vorgegebenen Rechteckmodell. Die genaue Anzahl der schraffierten Kästchen nennt David nicht, sie spielt für ihn offenbar keine Rolle – er nimmt eine ausschließlich *qualitative Abschätzung* auf einer visuellen Basis vor.
- In Folge der Frage des Interviewers nach der genauen Anzahl berechnet David die Gesamtzahl der Kästchen, wobei er die Aufgabe $6 \cdot 4$ durch Aufsagen der 6er-Reihe löst. Wiederum bestimmt er „bisschen mehr wie die Hälfte", wobei er jetzt mit 14 zum ersten Mal eine konkrete Anzahl für die gesuchten Kästchen angibt. David führt hier eine *quantitative Abschätzung* der Anzahl durch.
- Den vierten und entscheidenden Schritt initiiert David selbst; wodurch er ausgelöst wird, lässt sich dem Transkript nicht entnehmen. Wohl aber ist erkennbar, dass David jetzt explizit auf Basis der Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* im Stil eines Dreisatzes, ausgehend vom Ganzen, zunächst ein Achtel und dann fünf Achtel der Kästchen bestimmt. Davids Ausführungen schließen also mit einer *exakten Berechnung der gesuchten Anzahl*.

In dieser Episode zeigen sich bereits wesentliche Elemente eines Problemlöseprozesses – David nähert sich schrittweise der Lösung an. Allerdings wird er vom Interviewer durch den Problemlöseprozess geleitet, da er selbst keine entsprechenden Strategien erkennen lässt.

4.3 Grenzen von Grundvorstellungen

Grundvorstellungen können jedoch auch an ihre Genzen stoßen. Dies zeigt eine weitere Episode aus dem Interview mit David (Kl. 8) zur Aufgabe „Wie viele Bruchzahlen liegen zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$?", die letztlich die Dichtheit von Bruchzahlen anspricht (Abb. 6).

David: Also das ist dann ein drittel, das sind zwei drittel, und das sind drei drittel, und ich weiß nicht, was dazwischen kommen soll, das check' ich irgendwie nicht, weil das ist ja dann/ nach ein drittel kommt ja genau zwei drittel, und das check' ich nicht, was dazwischen kommt.

Während der Aufgabenbearbeitung skizziert David zwei Kreismodelle: Im linken, zuerst entstandenen Modell ist der $\frac{1}{3}$ repräsentierende Sektor deutlich zu klein; das rechte stellt $\frac{2}{3}$ dar und gibt die richtigen Größenverhältnisse annähernd wieder. Das Abzählen der Sektoren im Kreismodell deutet darauf hin, dass David $\frac{2}{3}$ als Nachfolger von $\frac{1}{3}$ versteht; er äußert dies unmittelbar darauf nochmals explizit.

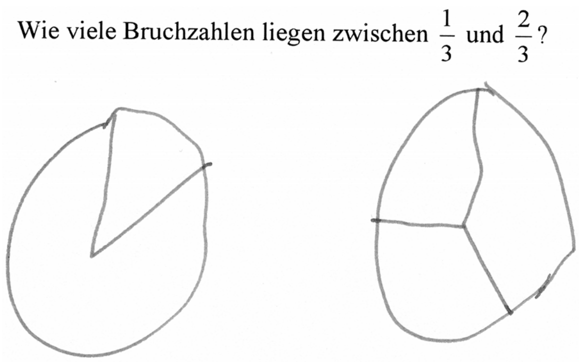

Abbildung 6: Aufgabe mit Bearbeitung von David

In den Modellen kommt die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* und – damit inhaltlich eng verbunden – in der verbalen Beschreibung die Grundvorstellung *Bruchzahl als Quasikardinalzahl* zum Ausdruck. Letztere ist für David aber hinderlich: Um die Aufgabe erfolgreich lösen zu können, müsste die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* durch die Grundvorstellung *Erweitern als Verfeinern der Einteilung* ergänzt werden.

Jasmin (Kl. 8) kann diese Aufgabe ebenfalls nicht lösen.

Jasmin: Ich meine, dass da keine Zahl dazwischen liegt, weil ein drittel und zwei drittel, das ist ja plus eins, das nimmt man ja plus eins, und dann hat man zwei, also liegt glaube ich keiner dazwischen.

Sie betont die quasikardinale Sichtweise von $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ wenig später nochmals.

Jasmin: Weil nach ein drittel kommt ja zwei drittel.

Auch im weiteren Verlauf des Interviews kann Jasmin die quasikardinale Sichtweise weder auf der bildlichen noch auf der symbolischen Ebene überwinden.

Zusammen mit den Analysen in 4.2 sind dies Indikatoren dafür, dass David und Jasmin über adäquate Grundvorstellungen verfügen, solange sie sich auf einen einzigen Bruch beziehen, nicht jedoch, wenn ein Bruch gekürzt oder erweitert werden soll, wenn es also um eine Bruchzahl geht. Auch Grundvorstellungen können punktuell und bruchstückhaft sein und damit nur eingeschränkt tragfähig.

4.4 Emotionen und Beliefs

Zu Beginn eines jeden Interviews steht das Auswählen und Weglegen von Aufgaben. Ihre Entscheidung begründen die Schüler stets damit, ob sie glauben, die Aufgaben bewältigen zu können oder nicht:

- Aufgaben erscheinen als leicht und werden ausgewählt, wenn sie den Schülern bereits bekannt vorkommen, oder wenn diese glauben, schon einen Lösungsweg zu kennen.
- Aufgaben werden als schwer eingeschätzt und weggelegt, wenn die Formulierung unbekannt ist oder die Schüler auf Anhieb keinen Lösungsweg sehen.

Problematisch erscheint weniger, dass dieses Kriterium als *erste, spontane Einschätzung* zu Beginn auftritt – als solche ist es nahe liegend –, sondern dass es vielfach auch im weiteren Verlauf *das einzige Kriterium* zur Beschreibung von Aufgaben bleibt. Darin zeigt sich die hohe Bedeutung, die dieser Aspekt für die Schüler besitzt, und hinter dem inhaltliche Überlegungen zurückbleiben. Dies belegen auch die Befunde von Bauer (2001, S. 17), dass beim Bearbeiten von typischen Mathematikaufgaben durch Hauptschüler nur selten intrinsische Motivation auftritt, sondern stattdessen das Leistungsmotiv (Hoffnung auf Erfolg, Angst vor einem Scheitern) vieles überlagert.[16]

Das Wahrnehmen der Aufgabenbearbeitung als Leistungssituation – und nicht als Lerngelegenheit – tritt auch in den Emotionen zutage. Deaktivierend-negative Emotionen tauchen im Interview häufig auf, wenn Schüler bei der Bearbeitung einer Aufgabe nicht mehr weiter kommen und dann relativ rasch aufgeben, oder wenn sie überhaupt keinen Lösungsversuch starten, weil ihnen eine Aufgabe unbekannt vorkommt und sie auf Anhieb kein Lösungsverfahren wissen. Generell erweist sich die Frustrationstoleranz der befragten Hauptschüler als sehr niedrig. Dass es Schülern in den Interviews dann trotzdem – ausschließlich aufgrund von motivationalen Hilfen seitens des Interviewers – gelingt, Aufgaben zu lösen, deutet daraufhin, dass diese Faktoren genauso schwerwiegend sein können wie inhaltliche Defizite.

[16] Wenn hier und im Folgenden die Ergebnisse der eigenen Studie mit Befunden aus der Literatur in Beziehung gesetzt werden, geschieht dies wohl wissend, dass ein Vergleich der Ergebnisse qualitativer Untersuchungen nicht unkritisch ist, weil andere Erhebungsmethoden auch unterschiedliche Ergebnisse nach sich ziehen können, insbesondere wenn es sich um offene Erhebungsmethoden handelt.

Darüber hinaus beschreiben Schüler Emotionen, die nicht die aktuelle Situation, sondern regelmäßige Erfahrungen im üblichen Unterricht betreffen. Mehrfach werden diesbezüglich aktivierend-negative Emotionen geschildert, so von Patrick.

Interviewer: Hast du Angst, wenn du solche Aufgaben siehst?
Patrick: Ja [*zögernd*] halt dass man/ ja, dass es jeder sieht, dass ich das nicht kann, oder so.

Patrick erlebt offenbar das Bearbeiten von Aufgaben vor der gesamten Klasse als Leistungssituation. Umgekehrt treten auch aktivierend-positive Emotionen auf, wie wiederum Patrick erzählt.

Interviewer: Wann hast du denn Spaß im Mathematikunterricht?
Patrick: Ja [*lacht*] wenn ich weiß, wie man es rechnen kann und so, wenn ich halt mitmachen kann, so.
Interviewer: Und/ du sagst, wenn du mitmachen kannst, heißt das, dass du manchmal nicht mitmachen kannst?
Patrick: Ja, weil ich es halt nicht weiß, wie man es rechnet und so.

Das von Patrick gelieferte Stichwort „Spaß", das der Interviewer in seiner Frage aufgreift, deutet auf aktivierend-positive Emotionen hin. Patrick verspürt dies, wenn er sich aktiv am Unterrichtsgeschehen beteiligen kann, was impliziert, dass dies keine Selbstverständlichkeit ist, wie er auf Nachfragen des Interviewers auch bestätigt.

In den Beliefs der Schüler dominieren schemaorientierte Sichtweisen von Mathematikunterricht, die einer klassischen Aufgabendidaktik entsprechen, so auch bei Jasmin (Kl. 8).

Jasmin: Bei manchen Aufgaben, die neu sind, muss man drei Besprechungen machen, bis es jeder kapiert hat.

Eine Aufgabe wird nicht als offene Lernsituation verstanden, sondern verlangt nach der Bearbeitung gemäß einem von der Lehrkraft mitgeteilten Schema. Dies deckt sich mit dem Befund, dass Schüler, die zu einer vorgelegten Aufgabe kein Lösungsschema wissen, oft relativ rasch aufgeben (siehe oben).

Sowohl das Verhalten der Schüler bei der Aufgabenbearbeitung als auch explizite Äußerungen bilden Indikatoren für Vorstellungen von Mathematikunterricht, der überwiegend rezeptiv verläuft und von einem „Vormachen – Nachmachen" geprägt ist. So bringen Schüler immer wieder den Wunsch nach mehr Hilfestellungen und Erklärungen durch den Lehrer zum Ausdruck. Sie erleben sich offenbar in einer weitgehend passiven und vom Lehrer abhängigen Rolle, sie sehen keine Möglichkeit, ihren Lernprozess aktiv mitzugestalten und beispielsweise selbstständig Defizite aufzuarbeiten. Hierzu passt, dass mehrere Schüler über Disziplinprobleme im Unterricht klagen, die verhindern, dass der Lehrer in Ruhe erklären kann.

Die zentrale Rolle der Lehrkraft zeigt sich aber nicht nur bei Hauptschülern, sondern bei Schülern aller Schularten und Altersstufen immer wieder (vgl. Jahnke-

Klein 2001, S. 108ff.; Oster 1999, S. 135ff.; Wittmann 2004, S. 11ff.). Darin mag sich die mehrjährige Erfahrung eines kleinschrittigen Unterrichts widerspiegeln, andererseits aber auch das Gefühl, im Unterricht oft abgehängt zu werden (wie oben Patrick). Ähnliche Wünsche werden in der Studie von Jahnke-Klein (2001, S. 117) beschrieben, wenn Schüler „Haltegriffe zum Festhalten“ fordern, als Bild für einen Mathematikunterricht, der ihnen Sicherheit bieten kann.

Daneben beschreibt ein Teil der Schüler explizit vielfältige Probleme, die sie im Fach Mathematik (und auch darüber hinaus) erfahren, und die – so die Selbstwahrnehmung – bessere Leistungen verhindern, da es ihnen nicht gelingt, sie zu überwinden. Entscheidend ist hierbei nicht, ob diese Probleme tatsächlich vorliegen, sondern dass die Schüler sich selbst so sehen und entsprechend verhalten.[17]

Interviewer: Was müsste denn der Lehrer machen, damit du nicht so viel vergisst, wie du erzählst?
Mirnes: Okay, der Lehrer muss da nichts anders machen, ich pass’ ja nicht auf, gebe ich ja auch zu.

In ähnlicher Weise spricht David zweimal seine eigenen Grenzen an.

David: Ich habe sie nicht gescheit gelesen, das ist halt mein Problem, ich lese nichts gescheit, wenn ich sie gescheit lese, dann tät’ ich sie vielleicht schon checken.

David: Ich kann irgendwie nicht so lange denken oder so, ich verliere immer gleich die Geduld oder so.

Möglicherweise unterstützt auch das permanente Erleben eigener Grenzen den Wunsch nach einer Steuerung des Unterrichts durch die Lehrkraft (siehe oben).

Prozessorientierte Sichtweisen von Mathematikunterricht tauchen nur vereinzelt auf; ebenso erwähnen die Schüler kaum allgemeine Ziele des Mathematikunterricht und damit zusammenhängende Aktivitäten (etwa das Fördern des logischen Denkens als Ziel und Knobelaufgaben als korrespondierende Unterrichtsaktivität). Hier zeigt sich ein klarer Unterschied zu Gymnasiasten, wo prozessorientierte Sichtweisen weitaus häufiger dokumentiert werden können (vgl. Wittmann 2004).

Damit hängt eng zusammen, dass der Mathematikunterricht häufig als ein selbstreferenzielles System erscheint. Inhalte werden gelernt, weil sie der Lehrer vorgibt – eine tiefere Sinngebung (inner- oder außermathematisch) scheint damit vielfach nicht verbunden zu sein. Markus schildert dies in Bezug auf die Umwandlung eines gemeinen Bruchs in einen Dezimalbruch.

---

[17] Derartige Einschätzungen entstehen häufig langfristig und unterliegen vielfältigen Einflussfaktoren (beispielsweise der Rückmeldung durch die Lehrkraft oder die Eltern). Allerdings gibt es Hinweise dafür, dass die Schilderung von individuellen Problemen durch Schüler oftmals zu Recht erfolgt. So dokumentiert Schäfer (2005, S. 447 ff.), dass rechenschwache Hauptschüler ihre Leistungsdefizite sehr wohl erkennen und häufig auch sehr genau beschreiben.

Interviewer: Und du sagst, es ist interessant. Warum ist das denn interessant?
Markus: Ja, dass man halt weiß, was zum Beispiel/ ja, das in Dezimalbruch ist, oder gerade andersherum, ja wenn das im Test zum Beispiel mal dran kommt, dass man das weiß.

Als „ein Feld der Interessenfindung“ (Baumert u. a. 1997, S. 168 f.) erscheint das Fach Mathematik in den vorliegenden Interviews kaum, was jedoch unter anderem an der Thematik Bruchrechnung und der Interviewsituation, die von Schülern wohl auch als Leistungssituation empfunden wird, liegen mag. Umgekehrt findet sich nur selten ein ausgeprägtes Hinterfragen der Inhalte oder ein Beklagen der Sinnlosigkeit von Mathematikunterricht.

4.5 Zusammenfassung

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Wie die Interviews belegen, können auch Hauptschüler geöffnete Aufgaben *lösen*. Mehr noch: Sie können von offenen Aufgaben sogar *profitieren*. Dies betrifft zunächst die Lerninhalte, indem beispielsweise falsche Vorstellungen aufgedeckt oder weiter führende Reflexionsprozesse angestoßen werden.
- Die gestellten Aufgaben erweisen sich für die betreffenden Schüler als *kognitiv aktivierend*. Sie verfügen nicht über ein vorgegebenes Lösungsverfahren, sondern müssen sich jeweils ihren individuellen Lösungsweg suchen und dabei mitunter erhebliche Hürden überwinden.
- Darüber hinaus gelangen Schüler teilweise auch zu *tieferen Einsichten*, wenn sie beispielsweise eine anfängliche Fehlvorstellung korrigieren oder eine aufgabenübergreifende, allgemeine Erkenntnis formulieren können.
- Erfolgreiche Lösungen gelingen *auf der Basis adäquater Grundvorstellungen*. Dabei wird ein zentraler Unterschied zwischen Lösungsverfahren und Grundvorstellungen deutlich: Anders als bei Lösungsschemata besteht bei Grundvorstellungen keine Eins-zu-eins-Zuordnung zwischen einer konkreten Aufgabe und einer bestimmten Grundvorstellung; vielmehr können die Schüler, ausgehend von Grundvorstellungen, über die sie verfügen, flexibel und situationsbezogen agieren.
- Während des Lösungsprozesses treten mehrfach *Defizite bei basalen Fähigkeiten* zutage. In den dokumentierten Episoden hemmen diese zwar den Lösungsprozess, bringen ihn jedoch nicht zum Erliegen.
- Der Lösungsprozess *dauert teilweise relativ lang*. Die Schüler erhalten stets die Zeit, die sie benötigen, und können auch nach einem Fehler in aller Ruhe einen neuen Ansatz versuchen. Hier wirkt sich die Sondersituation des Einzelinterviews sehr förderlich aus – in einem fragend-entwickelnden Mathematikunterricht, der sehr kurztaktig verläuft und in dem bei einer falschen Antwort sofort

der nächste Schüler aufgerufen wird, wären diese Lösungen vermutlich nicht zustande gekommen. Die Interviewsituation ist für die Schüler in dieser Hinsicht ein *geschützter Raum*.

- Die *Eingriffe des Interviewers* in den Lösungsprozesses sind unübersehbar; es ist fraglich, ob die Schüler stets auch ohne eine solche Begleitung zu einer erfolgreichen Lösung gekommen wären. Bei genauerem Hinsehen wird allerdings deutlich, dass der Interviewer überwiegend prozessorientierte und kaum ergebnisorientierte Hilfen gibt[18]. Er fragt insbesondere nach Begründungen und motiviert zum Weiterarbeiten; möglicherweise bewirkt allein schon seine Anwesenheit in der Interviewsituation, dass die Schüler nicht frühzeitig beim ersten Hindernis aufgeben, wie sie dies vielleicht in einer Einzel- oder Gruppenarbeit getan hätten.
- Die überwiegend *schemaorientierten Sichtweisen von Mathematikunterricht* und daraus resultierende Verhaltensweisen erweisen sich häufig als Hemmnis für die Schüler, insbesondere in Verbindung mit einer niedrigen Frustrationstoleranz und einer geringen Anstrengungsbereitschaft.

5 Folgerungen

Aus den Untersuchungsergebnissen lassen sich zunächst Folgerungen für die Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht der Hauptschule im Allgemeinen ziehen.

- Die Sicherung basaler Kenntnisse einerseits und der Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben andererseits müssen sich die Waage halten. Beides hat seine Bedeutung und muss – wie die Aufgaben in diesem Beitrag zeigen – auch kein Gegensatz sein. Die Sicherung basaler Kenntnisse (Lesen und Schreiben großer Zahlen, kleines Einmaleins und Einsdurcheins, Kopfrechnen, halbschriftliches und schriftliches Rechnen, …) spielt im Mathematikunterricht der Hauptschule mit Recht eine wichtige Rolle. In diesem Zielfeld sind auch regelmäßige Automatisierungsübungen angebracht. Der Unterricht darf jedoch nicht ausschließlich defizitorientiert sein, es gilt, neue Lernimpulse zu setzen und anregende Situationen nicht aus dem Auge zu verlieren.
- Der Einsatz offener Aufgaben muss „im Kleinen" beginnen, bei einfachen Aufgaben, die auch leistungsschwachen Schülern Erfolgserlebnisse vermitteln kön-

[18] *Ergebnisorientierte Hilfen* weisen auf relevante Informationen oder Vorkenntnisse hin; sie decken inhaltliche Zusammenhänge auf oder geben Lösungsschritte vor. *Prozessorientierte Hilfen* sollen den Schüler bei einem planvollen und überlegten Vorgehen unterstützen, indem sie – weitgehend inhaltsunspezifisch – beispielsweise die Analyse des Problems oder das Generieren von Hypothesen anregen.

nen. Sie dürfen nicht nur den „krönenden Abschluss“ einer Übungsphase darstellen, sondern müssen diese stetig durchziehen. Aufgabensequenzen können eine Lösung sein. Sie führen Schüler schrittweise an einen für sie ungewohnten Stil von Aufgaben heran, bei dem mehrere Lösungen möglich sind, Begründungen gefordert werden oder auch unlösbare Teilaufgaben auftreten. Da Beliefs als relativ stabil gelten, darf ein selbstverständlicher Umgang mit geöffneten Aufgaben seitens der Schüler nicht in kurzer Zeit erwartet werden.

- Das Öffnen von Aufgaben darf nicht dazu führen, dass die Schüler allein gelassen werden. Vielmehr benötigen sie gerade angesichts der für sie neuartigen Fragestellungen Hilfen. Da Hemmschwellen häufig in den Beliefs begründet liegen, genügen vielfach Prozesshilfen; sie sind insbesondere dann angebracht, wenn deaktiverend-negative Emotionen auftreten. Prozesshilfen können ferner dazu beitragen, eine „Ergebnisfixierung“ von Schülern zu überwinden und ihr Augenmerk auf die Lösungswege zu richten. Eng mit Prozesshilfen hängt auch ein produktiver Umgang mit Fehlern im Sinne einer „Fehlerkultur“ zusammen.
- Das Bearbeiten geöffneter Aufgaben erfordert viel Zeit und damit eine „Entschleunigung“ des Unterrichts. Nur in Situationen, die eindeutig und für alle erkennbar keine Leistungssituationen sind, sondern als Lerngelegenheiten begriffen werden, ist eine intensive Auseinandersetzung mit der Sache möglich. Dies mag allerdings häufig als Gegenpol zu einer straffen Unterrichtsführung erscheinen, die Disziplinproblemen vorbeugen soll.

Diese Forderungen an die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts sind nicht neu; sie gelten fast unabhängig von Schulart, Jahrgangsstufe und spezieller Zielgruppe. Ähnliche Forderungen finden sich beispielsweise auch bei Jahnke-Klein (2001, S. 223 ff.) und Schäfer (2005, S. 507 f.).

Speziell für Aufgaben, die Grundvorstellungen zum Bruchzahlbegriff fördern sollen, ergeben sich weitere Folgerungen. Einige Ansätze erweisen sich als wenig Erfolg versprechend:

- Das Arbeiten mit aus dem Alltag bekannten, sehr einfachen Repräsentanten wie $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{4}$ trägt nur wenig zum Bruchzahlbegriff bei, da in diesen Fällen häufig visuelle Vorstellungen vorhanden sind, die sich jedoch nur auf diesen Einzelfall beziehen und damit keine Grundvorstellungen stützen können. Hiervon abweichende Beispiele wie $\frac{5}{6}$ oder $\frac{3}{8}$, für die solche Vorstellungen nicht existieren, können hingegen den Aufbau eines adäquaten Bruchzahlbegriffs unterstützen.
- Quasikardinale Zugänge können zwar leistungsschwachen Schülern den Einstieg in die Thematik erleichtern, packen die entscheidenden Probleme des Bruchzahlbegriffs aber nicht an.
- Das ausschließliche oder überwiegende Arbeiten mit Kreismodellen für Bruchzahlen ermöglicht zwar eine Einkleidung von Aufgaben (Pizza, Kuchen, …)

und damit eine scheinbare Anwendungsorientierung, stellt jedoch im Hinblick auf Grundvorstellungen wie die *Von-Deutung der Multiplikation mit einer Bruchzahl* für den späteren Lernprozess eine Sackgasse dar. Rechteckmodelle (neben Pizza, Kuchen, … auch Schokoladetafeln oder Fliesenmuster) sind diesbezüglich weitaus leistungsfähiger.

Umgekehrt lassen sich diese Folgerungen ableiten:

- Die Darstellung von Bruchzahlen auf der Zahlengeraden kann unter anderem den Unterschied zwischen Brüchen und Bruchzahlen sowie den Zusammenhang von natürlichen Zahlen als Sonderfall der Bruchzahlen veranschaulichen und darf deshalb nicht zu kurz kommen.
- Die Grundvorstellung *Bruchzahl als Teil eines Ganzen* steht üblicherweise am Beginn; sie bezieht sich jedoch jeweils nur auf einen konkreten Bruch. Entscheidend ist deshalb, dass diese statische Grundvorstellung schon bald durch die dynamische Grundvorstellung *Erweitern als Verfeinerung und Kürzen als Vergröberung der Einteilung* angereichert wird, die den Übergang von konkreten Brüchen zu Bruchzahlen schafft. Auch die Grundvorstellungen *Bruchzahl als Quasiordinalzahl*, *Bruchzahl als Verhältnis* und die *Von-Deutung der Multiplikation* unterstützen diesen Ansatz.
- Für die eingangs beschriebenen außermathematischen Anwendungsfelder des Bruchzahlbegriffs sind insbesondere auch die Grundvorstellungen *Von-Deutung der Multiplikation*, *Bruchzahl als Vergleichsoperator*, *Bruchzahl als Verhältnis* und *Bruchzahl als Quasiordinalzahl* relevant. Diesbezüglich sind andere Schwerpunkte zu setzen, als sie in traditionellen Lehrgängen zur Bruchrechnung erfolgen.

Als Konsequenz ergibt sich ein enormer Entwicklungsbedarf von passenden Lernumgebungen für den Mathematikunterricht insbesondere an der Hauptschule. Zwar gibt es bereits zahlreiche Unterrichtsvorschläge, die den Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen zum Bruchzahlbegriff fördern sollen, sowohl in der didaktischen Literatur (vgl. Hefendehl-Hebeker 1996; Prediger 2004; 2006; Winter 1999) als auch in Schulbüchern aller Schularten (vgl. „Pluspunkt Mathematik“, Bamberg u. a. 2004; „Fokus Mathematik“, Brunnermaier u. a. 2004; „Mathematik Neue Wege“, Lergenmüller/Schmitt 2001). Jedoch tritt hier ein anderes Problem auf: Ein erheblicher Teil der Aufgaben ist *sprachlastig*, d. h. die Informationen werden ausschließlich oder überwiegend in verbaler Form gegeben und sollen auch auf dieser Repräsentationsebene verarbeitet werden. In Lerngruppen mit einem großen Anteil nicht-muttersprachlicher Schüler kann dies an Grenzen stoßen. Lernumgebungen zum Aufbau von Grundvorstellungen sollen deshalb zwar permanent Impulse für die Verbalisierung von Sachverhalten liefern, jedoch gleichzeitig das eigenständige Sammeln von Erfahrungen auch in einer nicht ausschließlich verbalen Repräsentationsform ermöglichen – nur dann unterstützen sie auch die Schüler, die (noch) sprachliche Schwierigkeiten haben. In Bezug auf solche Lernumgebungen besteht derzeit Entwicklungsbedarf.

Literatur

Bamberg, Rainer u. a. (2004): Pluspunkt Mathematik. Hauptschule 2. Baden-Württemberg. Cornelsen: Berlin

Bauer, Ludwig (2001): Texte von Hauptschülern zu Mathematikaufgaben und ihren Lösungen. In: mathematica didactica 24(1), S. 3–30

Baumert, Jürgen u. a. (1997) (Hrsg.): TIMSS – Mathematisch-Naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske + Budrich

Baumert, Jürgen u. a. (2001) (Hrsg.): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich

Baumert, Jürgen/Kunter, Mareike/Brunner, Martin/Krauss, Stefan/Blum, Werner/Neubrand, Michael (2004): Mathematikunterricht aus der Sicht der PISA-Schülerinnen und -Schüler und ihrer Lehrkräfte. In: PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg): PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisses des zweiten internationalen Vergleichs. Münster: Waxmann, S. 314–354

Blum, Werner/vom Hofe, Rudolf/Jordan, Alexander/Kleine, Michael (2004): Grundvorstellungen als aufgabenanalytisches und diagnostisches Instrument bei PISA. In: Neubrand (2004), S. 145–157

Brunnermaier, Achim u. a. (2004): Fokus Mathematik. Gymnasium Bayern. Jahrgangsstufe 6. Cornelsen: Berlin

Flick, Uwe/von Kardorff, Ernst/Steinke, Ines (2000) (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. Rowohlt: Reinbek

Frenzel, Anne C./Jullien, Simone/Pekrun, Reinhard (2006): Thomas hat 60 Euro gespart … oder ¼ $x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. In: mathematik lehren 135, S. 57–59

Grigutsch, Stefan/Törner, Günter (1994): „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. In: Journal für Mathematik-Didaktik 15(3/4), S. 211–251

Grigutsch, Stefan (1996): Mathematische Weltbilder von Schülern. Struktur, Entwicklung, Einflussfaktoren. Dissertation. Universität-Gesamthochschule Duisburg

Götz, Thomas/Pekrun, Reinhard/Zirngibl, Anne/Jullien, Simone/Kleine, Michael/vom Hofe, Rudolf/Blum, Werner (2004): Leistung und emotionales Erleben im Fach Mathematik. Längsschnittliche Mehrebenenanalysen. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 18(3/4), S. 201–212

Hefendehl-Hebeker, Lisa (1996): Brüche haben viele Gesichter. In: mathematik lehren 78, S. 20–48

vom Hofe, Rudolf (1995): Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Spektrum: Heidelberg

Hopf, Christel (2000): Qualitative Interviews – ein Überblick. In: Flick u. a. (2000), S. 349–359

Jahnke-Klein, S. (2001): Sinnstiftender Mathematikunericht für Jungen und Mädchen. Schneider Hohengehren: Baltmannsweiler

Köller, Olaf/Baumert, Jürgen/Neubrand, Johanna (2000): Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht. In: Baumert, J. /Bos, W./ Lehmann, R. (2000) (Hrsg.): TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Band 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. Leske + Budrich: Opladen, S. 229–269

Lamnek, Siegfried (1995): Qualitative Sozialforschung. 2 Bände. Beltz: Weinheim/Basel (2. Auflage)

Leder, Gilah C./Pehkonen, Erkki/Törner, Günter (2002) (Hrsg.): Beliefs: A hidden variable in mathematics education? Kluwer: Dordrecht

Lergenmüller, Arno/Schmidt, Günter (2001) (Hrsg.): Mathematik Neue Wege. Arbeitsbuch für Gymnasien. 6. Schuljahr. Westermann: Braunschweig

Maaß, Katja (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht. Ergebnisse einer empirischen Studie. Franzbecker: Hildesheim

Malle, Günther (2004): Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. In: mathematik lehren 123, S. 4–8

Mayring, Philipp (2003): Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Beltz/ UTB: Weinheim/Basel (8. Auflage)

Neubrand, Michael (2004) (Hrsg.): Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000. VS Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden

Oster, Christoph (1999): Schülersichtweisen zum Problem defizitärer Lernsituationen und Nachhilfeunterricht im Fach Mathematik. Dissertation. Universität-Gesamthochschule Duisburg

Padberg, Friedhelm (2002): Didaktik der Bruchrechnung. Gemeine Brüche und Dezimalbrüche. Spektrum: Heidelberg (3. Auflage)

Pajares, M. Frank (1992); Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. In: Review of Educational Research 62(3), S. 307–332

Pekrun, Reinhard/Götz, Thomas/vom Hofe, Rudolf/Blum, Werner/Jullien, Simone/Zirngibl, Anne/Kleine, Michael/Wartha, Sebastian/Jordan, Alexander (2004): Emotionen und Leistung im Fach Mathematik: Ziele und erste Befunde aus dem „Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik“ (PALMA). In: Doll, Jörg/Prenzel, Manfred (Hrsg.): Bildungsqualität von Schule: Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung. Waxmann: Münster, S. 345–363

Prediger, Susanne (2004): Brüche bei den Brüchen – aufgreifen oder umschiffen? In: mathematik lehren 123, S. 10–13

Prediger, Susanne (2006): Vorstellungen zum Operieren mit Brüchen entwickeln und erheben – Vorschläge für vorstellungsorientierte Zugänge zu diagnostischen Aufgaben. In: Praxis der Mathematik in der Schule 48(5), S. 8–12

Schäfer, Jutta (2005): Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen, Wahrnehmungsleistungen. Eine empirische Studie. Verlag Dr. Kovač: Hamburg

Schulz, Wolfgang (2000): Innermathematisches Problemlösen mit Hilfe offener Aufgaben. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2000, S. 567–570

Strauss, Anselm/Corbin, Juliette (1996): Grounded Theory: Qualitative Sozialforschung. Beltz/PVU: Weinheim

Wartha, Sebastian (2005): Fehler in der Bruchrechnung durch Grundvorstellungsumbrüche. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2005, S. 593–596

Winter, Heinrich (1999): Mehr Sinnstiftung, mehr Einsicht, mehr Leistungsfähigkeit im Mathematikunterricht, dargestellt am Beispiel der Bruchrechnung. Online unter

www.sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/38/bruchrechnung.pdf (letzter Aufruf: 29.11.2006)
Wittmann, Gerald (2004): Zwischen Erwartung und Realität – Sichtweisen zum Mathematikunterricht in Klasse 5. In: mathematik lehren 129, 10–14
Wynands, Alexander/Möller, Gerd (2004): Leistungsstarke Hauptschülerinnen und Hauptschüler in Mathematik – Vergleich einer Schülergruppe mit leistungsgleichen Gruppen anderer Bildungsgänge. In: Neubrand (2004), S. 177–204
Zimbardo, Philip G./Gerrig, Richard J. (1999): Psychologie. Springer: Berlin (7. Auflage)

Anschrift des Verfassers

Gerald Wittmann
Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd
Oberbettringer Str. 200
73525 Schwäbisch Gmünd
gerald.wittmann@ph-gmuend.de

Eingang Manuskript: 27.11.2006 (überarbeitetes Manuskript: 19.02.2007)