Taschenrechner im Mathematikunterricht der Grundschule

von

Hartwig Meißner, Münster[1]

Kurzfassung: Taschenrechner im Mathematikunterricht der Grundschule? Diese Frage steht im Mittelpunkt eines Forschungsprojektes, an dem sich 8 Grundschulen mit 186 Schülern beteiligten. Es wird untersucht, ob sich Kopfrechenfähigkeiten und Zahlgefühl bezüglich der Multiplikation durch den Einsatz einfacher Taschenrechner verbessern lassen.

Abstract: Calculators in primary schools? We report on experiences and results from a research project in 8 schools with 186 pupils. We analyze if the use of simple calculators enhances multiplicative computation skills and number sense of 3rd graders (age about 9 years).

1 Taschenrechner überall

Taschenrechner gibt es seit etwa 30 Jahren, und sie sind inzwischen so billig und vielseitig geworden, dass sie praktisch in jeder Familie, überall im Alltag und in jedem Berufsfeld existieren und benutzt werden. Doch wie werden unsere Schüler[2] in der Schule darauf vorbereitet, später in Alltag und Beruf sinnvoll und geschickt damit umzugehen?

Zwar nimmt der Taschenrechner-Einsatz zu, je spezieller und je anspruchsvoller die Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht werden, doch dies ist keine Antwort auf die oben gestellte Frage. Im Alltag und in vielen Berufsfeldern werden

[1] Die Ergebnisse dieser Arbeit wären nicht möglich gewesen ohne die tatkräftige und engagierte Mitarbeit unserer „Forschungs-Assistenten“ Heike Ahlers, Christina Ebbing, Andrea Heitmann, Daniel Müller, Katrin Schmalöer, Dennis Schoppen, Katharina Slotty und Ingo van der Pütten. Ihre Staatsexamensarbeiten waren die Grundlage für diese Arbeit, ihnen allen gilt unser Dank und wir wünschen ihnen für die berufliche Zukunft alles Gute. Ein besonderer Dank geht auch an Herrn Mirco Neubert und die Firma Dyna-Tech, die uns großzügig die notwendigen Taschenrechner TI-106 der Fa. Texas Instruments zur Verfügung stellte und uns damit die Durchführung des Projektes erheblich erleichtert hat.

[2] Wir werden im Folgenden überwiegend von Lehrerinnen, Studentinnen, Schülern und von der Lehrerausbildung sprechen. Die Leserin/der Leser möge bitte hieraus weder geschlechtsspezifische Schwerpunkte noch Diskriminierungen ableiten.

weitgehend nur einfache Taschenrechner eingesetzt als Rechenmaschinen für die vier Grundrechenarten. Und wie werden dafür unsere Schüler vorbereitet?

Analysiert man die Schulbücher und Lehrpläne von heute für den Arithmetikunterricht in der Grundschule, so kommt man zu einem beschämenden Ergebnis: Wir unterrichten in der Grundschule Kopfrechnen, Schriftliches Rechnen, Überschlagen, Schätzen usw. praktisch wie vor 30 Jahren und tun durchweg so, als gäbe es gar keinen Taschenrechner.

Es ist zu einfach, dies damit zu begründen, dass man alle diese Fähigkeiten und Fertigkeiten nicht mehr oder nicht intensiv genug lernen würde, wenn man den Taschenrechner „zu früh" in der Schule einsetzt. Nach unserer Meinung geht es um ein grundlegenderes Problem. Die Lernziele des Arithmetikunterrichts in der Grundschule müssen angesichts der Existenz des einfachen Taschenrechners in ein neues Gleichgewicht gebracht werden. Dies kann nur unter Einbeziehung des Taschenrechner geschehen und nicht dadurch, dass man ihn ignoriert. Wir brauchen ein Curriculum, das uns lehrt, wann und wie der Taschenrechner zu nutzen ist, und das uns gleichzeitig davor schützt, dass wir durch den Taschenrechner-Gebrauch abhängig werden von diesem Medium.

2 Taschenrechner in der Grundschule

Mathematik ist für die Erstklässler in der Grundschule eines der beliebtesten Unterrichtsfächer. Intuitive, spontane Ideen, unbewusst produzierte Reaktionen, informelle Vorüberlegungen, pauschale, globale, ganzheitliche Betrachtungsweisen, Probieren und Testen, Versuch und Irrtum, …, alles dies steht hier anfangs im Mittelpunkt. „Analytisch-logische" Vorstellungen, formales, logisches, deterministisches und analytisches Denken, Reflektieren und Bewusstmachen entwickeln sich erst später.

Nach unserer Meinung vergeht die Freude am Mathematikunterricht dann allmählich dadurch, dass dirigistische Schulbücher und ein Lehrerverhalten mit dem Schwerpunkt bei „analytisch-logischen Vorstellungen" zu sehr in den Vordergrund rücken und der gesunde alltägliche Menschenverstand immer weniger gefragt ist. Intuitive, spontane „common-sense"-Vorstellungen werden immer stärker als „nicht mathematisch genug" bewertet. Wir haben dieses Phänomen von zwei Typen von „Vorstellungen" allgemeiner analysiert bei der Betrachtung mathematischer Denkweisen beim Umgang mit Hardware und Software (Meißner 2006a).

Für uns liegt es daher nahe, den Taschenrechner-Einsatz in der Grundschule so zu nutzen, dass spontane und unbewusst gesteuerte Verhaltensweisen weiterhin so gefördert werden, dass sie genau das bewirken, was wir später (außerhalb der Schule) erwarten: Wer dort mit Aufgaben konfrontiert wird wie

- „Was ist $5 \cdot 6$?“
- „Was ist $299 + 68$?“
- „Was ungefähr ist $2343 + 4249 + 8$?“
- „Ist $561 \cdot 378 = 21\,258$ (ungefähr) richtig?“

sollte nicht automatisch zum Taschenrechner greifen, sondern spontan reagieren und den Taschenrechner (bei der dritten und vierten Frage) höchstens dann heranziehen, wenn ein präzises Ergebnis notwendig wird.

Dieses Ziel kann man sicher nur erreichen, wenn die Schüler – bewusst oder unbewusst – entsprechende Automatismen aufgebaut haben. Also müssen genügend Erfahrungen mit dem Taschenrechner gesammelt werden. Wir haben dazu in unserer Arbeitsgruppe TIM („Taschenrechner im Mathematikunterricht“) seit Mitte der 70er Jahre zahlreiche Unterrichtsvorschläge entwickelt, die wir in vielen Varianten in Grundschulen und in Hauptschulen erprobt haben. Stellvertretend verweisen wir dazu auf Lange (1979a, 1979b, 1984), Lange/Meißner (1980, 1983) und Meißner (1978, 1979, 1987).

Die Schulen, die Lehramtsstudierenden und besonders die Schüler waren stets begeistert. Das Arbeitsklima war hoch motivierend, es gab viel zu entdecken und zu probieren und kreativ zu arbeiten, und die Diskussionen sprachen alle Schüler an. Das Leitmotiv für viele dieser Unterrichtssequenzen kann man zusammenfassen zu „Werde unabhängig vom Taschenrechner durch den Taschenrechner“.

3 Leitmotiv: Werde unabhängig vom Taschenrechner durch den Taschenrechner

Bereits Lange (1984) macht in ihrer Dissertation mit dem Titel „Zahlbegriff und Zahlgefühl“ darauf aufmerksam, dass Kinder im Vorschulalter ohne Schulung oder Anleitung vielfältige mathematische Fähigkeiten entwickeln, die intuitiv und unbewusst zu erstaunlichen Leistungen führen, und sie beschreibt zahlreiche Beispiele. Die nachfolgenden Zitate bezüglich Mengenunterscheidung können durchaus verallgemeinert werden:

> „Kindergartenkinder treffen ihre Entscheidungen schnell und unmittelbar“ (Lange 1984, S. 61).
>
> „Das dem Erwachsenen eigene Abwägen und Abschätzen mit mehrfachem Blickwechsel fehlt fast ganz. Umso erstaunlicher erscheint die immer wieder beobachtete Tatsache, dass bei solchen schnellen Entscheidungen zugleich auch sichere Ergebnisse erzielt werden“ (Gast 1954, S. 115).

Reflektieren wir die Entwicklung dieser Fähigkeiten bei Kindern und das Zustandekommen guter Ergebnisse, so beobachten wir zwei Phänomene:

(a) Die Fähigkeiten entwickelten sich ohne explizite Schulung intuitiv und unbewusst aus dem Drang heraus, den eigenen Umgebungsbereich zu entdecken und zu erforschen („common-sense"-Erfahrungen). Ganz wesentliche Merkmale dabei sind Ausprobieren oder gezieltes Versuchen und Probieren.[3]

(b) Die Steuerung, ob bei einer Aufgabe oder einem Problem mehr intuitiv und unbewusst reagiert wird oder mehr bewusst, z. B. entlang von Anleitungen, Algorithmen oder Vorschriften, unterliegt offensichtlich einem unterbewusst agierenden, von uns so genannten „Ökonomieprinzip": Was – bei unterbewusster Berücksichtigung der gegebenen Nebenbedingungen und der bisherigen Erfahrungen – ist für mich bequemer, leichter, einfacher, … (vgl. „Adaption" bei Piaget)?

Ein Unterricht, der das oben genannte Leitmotiv verfolgt, sollte diese zwei Phänomene berücksichtigen. Das bedeutet zunächst: Die Schüler müssen den Taschenrechner und seine Möglichkeiten und Grenzen umfassend kennen lernen, und er muss ihnen jederzeit so zur Verfügung stehen, wie sich dies auch später in Alltag und Beruf ergeben wird. Und bei diesem Arbeiten mit dem Taschenrechner müssen die Schüler immer wieder erfahren, wann der Taschenrechner-Einsatz sinnvoll ist und wann nicht, und dies nicht durch Belehrungen oder Gebote und Verbote von „außen", sondern gemäß Phänomen (a), anfangs vermutlich weitgehend intuitiv und unbewusst, später ggf. auch bewusst gemacht in Diskussionen über die gesammelten Erfahrungen.

Aus diesen Überlegungen heraus ergeben sich für einen Unterricht, der das oben genannte Leitmotiv verfolgt, zwei Forderungen:

(1) Der Taschenrechner sollte im Mathematikunterricht jederzeit griffbereit sein wie Bleistift und Papier.

(2) Als Gegengewicht muss ein souveränes Zahlgefühl und ein Gefühl für funktionale Zusammenhänge bei den vier Grundrechenarten aufgebaut werden.

Doch was bedeutet „Zahlgefühl und Gefühl für funktionale Zusammenhänge"? Lange (1984) hat diese Problematik ausführlich diskutiert, aber nicht explizit zu einer Antwort zusammengefasst. Und auch heute noch ist das Wort „Zahlgefühl" in deutschsprachigen mathematikdidaktischen Veröffentlichungen kaum zu finden. Zahlgefühl ist weiterhin ein schillernder Begriff, der zahlreiche Variationen bei der Interpretation zulässt. Es gibt keine allgemein akzeptierte „Definition".

Etwas anders sieht dies in der englischsprachigen mathematikdidaktischen Literatur aus, wenn man „Zahlgefühl" mit „number sense" übersetzt. Hier hat vor allem der National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) Impulse gesetzt und

---

[3] Auch noch bei Erwachsenen lassen sich derartige Beobachtungen machen, z. B. beim Umgang mit den neuen Medien (vgl. Meißner 2006a).

Pionierarbeit geleistet (siehe z. B. NCTM 2000 und diesbezügliche Internetadressen[4]). Zahlreiche Autoren in den USA diskutieren das Thema und geben Zusammenfassungen, was sie unter number sense verstehen (siehe z. B. Sowder 1992). Wir möchten uns hier einer Zusammenfassung von Reys (1991, S. 3f.) anschließen, zitiert nach Sowder/Schappelle (1994, S. 342):

> „Number sense refers to an intuitive feeling for numbers and their various uses and interpretations; an appreciation for various levels of accuracy when figuring; the ability to detect arithmetical errors, and a common sense approach to using numbers. … Above all, number sense is characterized by a desire to make sense of numerical situations."

Nach dieser „Definition“ finden wir bei unseren damaligen TIM-Unterrichtsprojekten viele Aktivitäten, die die Entwicklung von number sense fördern. Doch dies sind individuelle Erfahrungen, die noch nicht ausreichend Auskunft geben darüber, wie erfolgreich solche Unterrichtssequenzen tatsächlich sind. Wir beschlossen deshalb, unsere bisher gesammelten Erfahrungen systematisch zusammenzutragen und unter dem Arbeitstitel TIM II eine spezielle Unterrichtsreihe zu unserem Leitmotiv zu entwickeln, um diese dann auch wissenschaftlich zu erproben.

Zur Vorbereitung der Unterrichtsreihe führte die Projektgruppe u. a. auch eine internationale Befragung und eine ausführliche Literatursichtung durch zum Thema „Taschenrechner in der Grundschule“[5]. Hierbei fiel auf, dass es bei den insgesamt 18 untersuchten deutschsprachigen Zeitschriften oder Periodika in den letzten 15 bis 20 Jahren nur wenige Veröffentlichungen zu diesem Thema gab[6]. Bei den insgesamt 14 untersuchten englischsprachigen Zeitschriften oder Periodika gab es sehr viel mehr diesbezügliche Veröffentlichungen[7].

Bei einigen dieser Autoren hatten wir nachgefragt. Obwohl es in Holland, England, Schweden und in den USA zahlreiche gute und überzeugende Projekte gibt oder gab, so ist auch dort sowohl bei Lehrern und Eltern, als auch in den Schulverwaltungen eine allgemeine Skepsis gegenüber dem Taschenrechner in der Grundschule immer noch dominierend.

---

4 z. B. http://standards.nctm.org/document/ oder
http://www.nctm.org/about/position_statements/computation.htm oder
http://www.mpt.org/learningworks/teachers/numbers_alive/resources.html

5 Interessenten können ggf. per E-Mail unser ausführliches TIM-Literaturverzeichnis anfordern. Wir nennen dort auch wirklich „alte“ Veröffentlichungen, die scheinbar manchen Autoren von „neuen“ Veröffentlichungen gar nicht bekannt sind (gelegentlich wird das Rad neu erfunden).

6 Siehe z. B. Floer (1990), Franke u. a. (1994), Lorenz (1998), Kleine (2000) oder Padberg (2005, S. 311–319).

7 Ein paar wichtige Veröffentlichungen sind z. B. Ruthven (1999), Anghileri (2000), De Moor/van den Brink (2001) und NCTM (2000 und 2005).

4 Das Forschungsprojekt „TIM II“

Eine empirische Untersuchung sollte durchgeführt werden, an der ausreichend viele Schüler gleichzeitig denselben Unterricht erhalten, so dass die dabei gesammelten Daten hinreichend umfangreich sind für Verallgemeinerungen. Der Unterricht sollte beobachtet und anschließend ausgewertet werden. Ein Test (in Form von Vortest und Nachtest) sollte den Erfolg des Unterrichts messen.

Unsere Unterrichtsreihe sollte zu Beginn des dritten Schuljahres stattfinden und etwa 8 Schulstunden umfassen, d. h., es musste inhaltlich ausgewählt werden. Wir werden uns deshalb auf Proportionalität und multiplikatives Zahlgefühl beschränken. Damit sind die Inhalte grob umschrieben, die im Nachfolgenden detaillierter erarbeitet werden:

- Taschenrechner-Einführung,
- Training von Kopfrechnen bzgl. Multiplikation,
- intuitive Erarbeitung multiplikativer Zusammenhänge zwischen Multiplikand, Multiplikator und dem zugehörigen Produkt,
- Bewusstmachen der gesammelten Erfahrungen.

Das Training von Kopfrechnen werden wir im Wesentlichen als Kopfrechenwettbewerbe zwischen jeweils zwei Gruppen durchführen: Kopfrechen-Gruppe gegen Taschenrechner-Gruppe (die einen müssen im Kopf, die anderen müssen mit dem Taschenrechner rechnen). Vor jedem neuen Wettbewerb werden auch die Gruppen neu zusammengestellt, im Extremfall kann auch einer gegen alle rechnen. Zusätzlich gibt es Einmaleins-Arbeitsblätter, die möglichst schnell bearbeitet werden sollen, z. B. das *Leuchtturm-Einmalein*s, bei dem alle richtigen Antworten zusammen den Namen des Leuchtturmwärters verraten.

Für das Erarbeiten multiplikativer Zusammenhänge benutzen wir die Operatoreigenschaft des Taschenrechner[8]. Durch die Tippfolge

$$\boxed{7}\ \boxed{\times}\ \boxed{7}\ \boxed{=}$$

wird der Taschenrechner zu einem „$\cdot 7$“-Operator, zu einer „Mal-Sieben-Maschine“. Durch die mehrfache Hintereinanderausführung desselben Additionsoperators wird so die Erfahrung aufgefrischt, dass sich die Multiplikation mit einer natürlichen Zahl als wiederholte Addition interpretieren lässt. Im Mittelpunkt steht dann das Taschenrechner-Spiel *Zielwerfen*: Zu einem vorgegebenen Operator und einem vorgegebenen Zielintervall sind durch Raten und Verifizieren passende Eingabezahlen so zu finden, dass das Multiplikationsergebnis im Zielintervall liegt. Dazu

[8] Sehr viele billige Taschenrechner haben diese sog. „Konstantenfunktion“ für alle vier Grundrechenarten.

sind die jeweiligen Eingabe-Zahlen und die zugehörigen Ausgabe-Werte in eine schon vorbereitete Tabelle einzutragen, damit aus der Probiertabelle Schlüsse gezogen werden können für die nächste Eingabe[9].

Wir sind der Meinung, dass sich durch den Umgang mit Operator-Tabellen bei den Schülern auch ein gewisses intuitives, ganzheitlich-tabellarisches Proportionalitätsdenken entwickeln kann, so ähnlich wie bei einem erfahrenen Statistiker, der schon bei einer oberflächlichen Betrachtung einer Wertetabelle ungefähr den Mittelwert und evtl. sogar die Größenordnung der Standardabweichung angeben kann. Im Unterricht werden deshalb auch immer wieder bereits ausgefüllte Multiplikations-Operator-Tabellen mit Lücken oder mit Fehlern zur Diskussion gestellt, die helfen sollen, „Störungen“ in den ganzheitlich-tabellarischen Darstellungen zu erkennen und zu beseitigen.

Oder es wird ein Operator im Taschenrechner versteckt und der Nachbar muss ihn durch Probieren erraten (*Maschinen-Raten*). Oder wir untersuchen *Kaputte Mal-Maschinen*: Nur bestimmte Ziffern- und Rechenzeichentasten funktionieren noch, trotzdem sollen vorgegebene Zahlen in der Taschenrechner-Anzeige erzeugt werden. Oder wir sammeln Produkte (*Produkte sammeln*), deren Faktoren wir aus einer Wolke vorgegebener Zahlen so auswählen, dass das Ergebnis jeweils in einem Intervall liegt, für das es besonders viele Punkte gibt (bei mehreren vorgegebenen, unterschiedlich „wertvollen“ Intervallen). Oder wir suchen bei einem Partnerspiel abwechselnd in einer vorgegebenen Zahlentafel nach benachbarten Zahlen, deren Produkt besonders *Große Zahlen* sind[10].

Nach dieser Grobplanung mussten die organisatorischen Vorbereitungen erfolgen. Wir brauchten Schulen und „Lehrer“ und „Hilfskräfte“, die die anfallenden Daten erheben und anschließend auswerten, und dies ohne zusätzliches Personal und ohne zusätzliche Finanzen. Unter dem Stichwort „Forschen und Lehren als Einheit“ beschlossen wir, unsere Lehramtsstudierenden von Anfang an in das Projekt mit einzubeziehen[11].

---

9 *Zielwerfen* und drei weitere Taschenrechner-Spiele werden in Lange/Meißner (1980) ausführlicher beschrieben. Drei der Spiele fördern ein meist unbewusstes multiplikatives Denken, ein intensives multiplikatives Zahlgefühl und ein unbewusstes Proportionalitätsdenken.

10 Dieses Spiel hieß bei der Projektdurchführung noch *Große Produkte*. Wir haben den Namen dann abgeändert zu *Große Zahlen*, um ständig auftretende Verwechslungen zu vermeiden mit dem schon genannten Spiel *Produkte sammeln*.

11 Für Projekt TIM II verliefen Organisation, Entwicklung eines Arbeitsplans, Durchführung und Auswertung analog wie bei unserem Projekt „Wir bauen ein Dorf“, beschrieben in Meißner (2006b).

Der geplante Unterricht sollte durchgeführt werden von Lehramtsstudierenden, die sich alle zum gleichen Termin zur Staatsprüfung anmelden wollten und die noch ein Thema für ihre Staatsexamensarbeit suchten. Acht Examenskandidaten konnten gewonnen werden. Jeder von ihnen sollte eine eigene Klasse übernehmen, eine große Herausforderung!

Und gleichzeitig sollte der Unterricht auch noch beobachtet werden und es sollten Video-Aufzeichnungen gemacht werden! In der Not haben wir uns daraufhin für eine neue Art der Durchführung entschlossen, die nach Abschluss der Unterrichtsreihen in den acht Schulen von allen Beteiligten als außerordentlich erfolgreich bezeichnet wurde.

Die meisten der 8 Examenskandidaten waren zu jener Zeit gerade Tutoren in den Mathematik-Anfängerübungen. So kannten sie engagierte Tutorienteilnehmer und konnten diese sehr persönlich ansprechen und als Hilfskräfte anwerben. Diese ca. 35 „Hilfskräfte“ (ohne Entgelt[12]) waren dann in einem Vorbereitungsseminar „TIM II“ von Anfang an bei der Entwicklung und Durchführung der Unterrichtsreihe engagiert beteiligt.

In dem Seminar wurde zunächst die Problematik „Taschenrechner in der Grundschule“ erarbeitet. Wir beschäftigten uns mit dem Thema „Mathematische Lernprozesse“, es wurden geeignete Taschenrechner-Modelle getestet und eine Gruppe eruierte Taschenrechner-Grundschul-Aktivitäten in anderen Ländern. Mögliche Unterrichtsinhalte wurden diskutiert und die erforderlichen Tests wurden entworfen. Schließlich einigten wir uns nach langen Diskussionen auf den folgenden Rahmen:

- *Stunde 0 – Einführung*: Vorstellung der neuen „Lehrerinnen“ und der Unterrichtsreihe, Taschenrechner-Kurzumfrage und Eingehen auf Taschenrechner-Erfahrungen der Kinder, Einführung (bzw. in manchen Klassen als Wiederholung): „Operator-Tabellen“, Durchführung eines „Fragenkatalogs“ (Vortest).
- *Stunde 1 – Einführung des Taschenrechners*: Taschenrechner für jeden Schüler, eigenständiges Erforschen, Erfahrungen mit Styropor-Plättchen[13] an der Tafel zusammenfassen, Taschenrechner als Plus-Maschine.

[12] Das Engagement wurde formal als „Einführungs-Praktikum“ anerkannt, normalerweise eine semesterbegleitende Pflicht-Video-Großveranstaltung im Hörsaal.

[13] Im Baustoffhandel erhältliche ca. 1 cm dicke Styroporplatten lassen sich in kleine Quadrate schneiden und mit Plaka-Farben so anmalen, dass man zu jeder Taschenrechner-Taste Styropor-Plättchen als „Kopien“ erhält. Mit diesen Plättchen kann man, wenn man die Rückseite anfeuchtet, Taschenrechner-Tippfolgen oder die gesamte Taschenrechner-Tastatur an die Tafel heften (ausführlicher siehe z. B. Lange 1979a).

- *Stunde 2 – Operatoren mit dem Taschenrechner*: Start mit Wettbewerb *Kopf gegen Taschenrechner*, dann Taschenrechner als Plus- und Mal-Maschinen, Speichern von und Arbeiten mit Taschenrechner-Operatoren. *Vorstufe Zielwerfen* (noch kein Zielintervall, sondern Zielzahl treffen).
- *Stunde 3 – Zielwerfen*: Start mit Wettbewerb *Kopf gegen Taschenrechner*, *Vorstufe Zielwerfen* erweitern zu *Zielwerfen*, Übungsblätter *Zielwerfen*, Erfahrungen austauschen im Klassengespräch.
- *Stunde 4 – Mathe zum Nachdenken*: Wiederholung der Herstellung von Plus- und Mal-Maschinen, *Maschinenraten*, Einführung des Partnerspiels *Große Zahlen*.
- *Stunde 5 – Produkte sammeln*: Start mit Wettbewerb *Kopf gegen Taschenrechner*, Einführung von *Produkte sammeln*, weitere Arbeitsblätter für *Große Zahlen*.
- *Stunde 6 – Trainingslager*: Start mit Wettbewerb *Kopf gegen Taschenrechner*. Anschließend Stationsarbeit: Start für alle mit *Große Zahlen*, danach freie Auswahl aus Arbeitsblättern für *Leuchtturm-Einmaleins*, *Kaputte Mal-Maschinen*, *Produkte sammeln* und *Zielwerfen*. Schnelle Schüler können auf Blanko-Spielbögen eigenständig Spiele entwickeln.
- *Stunde 7 – Projektausklang*: Start mit Wettbewerb *Kopf gegen Taschenrechner* („Und wie schnell seid Ihr jetzt geworden?“), Durchführung Nachtest, Abschlussgespräch im Stuhlkreis.

Zur Ausarbeitung der Details wurden 8 Teams gebildet aus je einem Examenskandidaten und je ca. drei weiteren Studierenden, betreut durch Dozent und eine Mitarbeiterin. Jedes der 8 Teams entwarf sehr detailliert je eine der 8 geplanten Unterrichtsstunden entlang der vom Seminar vorgezeichneten Linie. In einem zusätzlichen Ganztags- und zwei Halbtagsseminaren wurden dann die Entwürfe koordiniert und die erforderlichen zahlreichen Arbeitsmittel, Testunterlagen und Styropor-Plättchen erstellt.

5 Vor- und Nachtest

Für die Unterrichtsreihe wurde ein spezieller Test entwickelt, mit dem wir überprüfen möchten, ob die Reihe erfolgreich war. Der Taschenrechner ist bei der Testbearbeitung nicht zugelassen. Die Grundidee des Tests besteht darin, dass die Schüler zu jeder einzelnen Aufgabe praktisch sofort antworten. Das heißt, die Bearbeitungszeit für jede Aufgabe darf nur ein paar Sekunden dauern, dann muss das Ergebnis notiert werden und danach folgt die nächste Aufgabe.

Dabei ist es wichtig, dass bei der Bearbeitung der nächsten Aufgabe für den Schüler keinerlei Informationen mehr über die vorangegangene (oder schon über die nachfolgende) Aufgabe zugänglich sind, damit er die jeweils für eine Aufgabe vorgegebene Arbeitszeit nicht heimlich auf Kosten der Bearbeitungszeit für andere Aufgaben verändern kann.

Die Aufgaben werden akustisch und optisch gleichzeitig präsentiert. Dazu wird jedes Item, d. h. jede Teil-Aufgabe, mit zugehöriger Item-Nummer einzeln auf Folie am Overheadprojektor gezeigt, die Aufgabe wird (außer bei Aufgabe D) vorgelesen und bleibt dann für die vorgesehene Bearbeitungszeit sichtbar. Die Schüler haben ein Antwortheft mit vorbereiteten Antwortzeilen, wo die Item-Nummer (ohne Aufgabe) vorgedruckt ist und wo sie jeweils ihr Ergebnis eintragen.

Formal lässt der Lehrplan für unsere Adressatengruppe zu Beginn des dritten Schuljahres nur Aufgaben im Zahlraum bis 100 zu. Da nach allen unseren Beobachtungen die Schüler aber durchaus auch an größeren Zahlen interessiert sind, haben wir uns weder im Unterricht noch bei den Testaufgaben an diese Beschränkung gehalten. Insgesamt gibt es die vier Aufgabenpakete A bis D (Abb. 1 bis 4).

Aufgabenpaket A fragt über 12 Einmaleins-Sätze das gedächtnismäßige Beherrschen des kleinen Einmaleins ab. Bei einer Bearbeitungszeit von jeweils 5 Sekunden pro Teilaufgabe erwarten wir ein reines Reiz-Reaktionsverhalten, bei dem die Schüler zur vorgegebenen Aufgabe die Antwort finden und aufschreiben müssen. Es werden alle drei Formen von Fragestellungen berücksichtigt (Produkt gesucht, zweiter Faktor gesucht, erster Faktor gesucht).

Bei den Aufgabenpaketen B und C muss die Antwort jeweils aus vier vorgegebenen Antwortmöglichkeiten ausgewählt und eingekreist werden. Beim Aufgabenpaket B, zunächst im Zahlraum bis 100, dann im Zahlraum bis 400, ist jeweils die exakte, *richtige* Antwort unter den vier Auswahlzahlen enthalten. Beim Aufgabenpaket C im Zahlraum bis zu 1000 ist für jede Zielzahl genau eine der vier Auswahlzahlen der *beste* Faktor, d. h. das sich hier ergebende Produkt kommt der Zielzahl am nächsten.

Aufgabenpaket A

Schreibe Dein Ergebnis auf.

(1)	$3 \cdot 5 = \_\_\_$	(5)	$3 \cdot \_\_\_ = 18$	(9)	$\_\_\_ \cdot 10 = 20$
(2)	$2 \cdot 8 = \_\_\_$	(6)	$7 \cdot \_\_\_ = 28$	(10)	$\_\_\_ \cdot 8 = 72$
(3)	$8 \cdot 6 = \_\_\_$	(7)	$5 \cdot \_\_\_ = 35$	(11)	$\_\_\_ \cdot 9 = 54$
(4)	$3 \cdot 9 = \_\_\_$	(8)	$7 \cdot \_\_\_ = 42$	(12)	$\_\_\_ \cdot 8 = 56$

Abbildung 1: Aufgabenpaket A

Aufgabenpaket B
Kreise die *richtige* Zahl ein.

Nr.	Aufgabe	Auswahl
(1)	$2 \cdot 12 =$	24 36 48 60
(2)	$4 \cdot 16 =$	16 32 48 64
(3)	$3 \cdot 13 =$	13 26 39 52
(4)	$5 \cdot 19 =$	57 76 95 114
(5)	$3 \cdot 15 =$	45 60 75 90
(6)	$12 \cdot 16 =$	96 128 160 192
(7)	$17 \cdot 19 =$	323 361 399 437
(8)	$13 \cdot 14 =$	126 154 182 210
(9)	$15 \cdot 18 =$	234 270 306 342
(10)	$19 \cdot 12 =$	156 180 204 228

Abbildung 2: Aufgabenpaket B

Aufgabenpaket C
Kreise die *beste* Zahl ein.

Nr.	Aufgabe	Auswahl
(1)	$\_\_\_ \cdot 8 \rightarrow 85$	5 8 11 14
(2)	$3 \cdot \_\_\_ \rightarrow 70$	8 13 18 23
(3)	$\_\_\_ \cdot 6 \rightarrow 190$	31 41 51 61
(4)	$4 \cdot \_\_\_ \rightarrow 210$	32 42 52 62
(5)	$7 \cdot \_\_\_ \rightarrow 240$	14 24 34 44
(6)	$\_\_\_ \cdot 5 \rightarrow 417$	53 63 73 83
(7)	$9 \cdot \_\_\_ \rightarrow 620$	59 69 79 89
(8)	$\_\_\_ \cdot 6 \rightarrow 350$	38 48 58 68

Abbildung 3: Aufgabenpaket C

Aufgabenpaket D

(1)

	$\rightarrow$
4	20
6	30
8	40
9	45

(2)

	$\rightarrow$
3	27
4	36
7	63
8	72

(3)

$\cdot 7$	$\rightarrow$
3	21
5	35
7	
9	63

(4)

$\cdot 6$	$\rightarrow$
4	24
	36
7	42
8	48

(5/6)

	$\rightarrow$
3	12
5	20
8	
9	36

Abbildung 4: Aufgabenpaket D

Die Bearbeitungszeit für die Items B1 bis B5 beträgt jeweils 7 Sekunden, für die Items B6 bis B10 jeweils 10 Sekunden und für die Items von Paket C einheitlich jeweils 7 Sekunden. Beide Aufgabenpakete gehen damit weit über das lehrplankonforme „Kopfrechnen“ hinaus. Klassische Bearbeitungsformen im traditionellen Mathematikunterricht wären neben der Anwendung von Reiz-Reaktions-Wissen das Schätzen, Überschlagen und Runden. Auch Divisionsüberlegungen könnten helfen. Bei B wäre evtl. auch die Anwendung von Teilbarkeits- oder Endstellenregeln hilfreich, dagegen nicht mehr bei C.

Doch durch die Präsentationsform des Tests (sehr kurze Antwortzeiten, kombiniert mit bewusster Überschreitung von Lehrplanvorgaben) sollten analytisch-logische Aktivitäten wie die oben genannten, sofern sie den Schülern überhaupt vertraut sind, möglichst weitgehend unterdrückt werden zugunsten von eher intuitiven „Gefühlsantworten“. Die Aufgaben aus B und noch stärker aus C testen damit vorrangig intuitives multiplikatives Zahlgefühl und ein „multiplikatives Gefühl“ für Größenordnungen.

Beim Aufgabenpaket D sind multiplikative Operator-Tabellen zu ergänzen. Dreimal ist der betreffende Operator einzutragen, einmal eine fehlende Eingabe und zweimal der fehlende Ausgabewert. Die Bearbeitungszeit beträgt einheitlich 15 Sekunden für jede Operator-Tabelle, auch bei Teilaufgabe 5/6. Beim Paket D geht es um ein intuitives Proportionalitätsdenken, das wir „ganzheitlich-tabellarisch“ genannt hatten und das helfen soll, „Störungen“ bei ganzheitlich-tabellarischen Darstellungen zu erkennen und zu beseitigen.

6 Projektdurchführung und erste Ergebnisse

6.1 Projektschulen

Es war nicht einfach, Schulklassen für die Durchführung des Unterrichtsprojektes zu gewinnen. Auch die Schulen, die bei dem früheren Unterrichtsprojekt „Wir bauen ein Dorf“ mit Begeisterung teilgenommen hatten, waren beim Stichwort Taschenrechner plötzlich zurückhaltend. So mussten an einigen Schulen erst Elternversammlungen durchgeführt werden, um das Projekt vorzustellen.

Dort gab es kritische Fragen und Bemerkungen zum Projektthema. Aber unsere Studierenden konnten die Eltern und Klassenlehrer durch Beispiele und Erklärungen so weit überzeugen, dass wir überall die Einwilligung erhielten. Die Reihe konnte damit starten an insgesamt acht verschiedenen Grundschulen in Münster bzw. in der Umgebung von Münster. Die Schulen erfassten sowohl soziale Brennpunkte als auch „gute“ Wohngegenden und auch ländliche Gebiete.

6.2 Projektdurchführung

Vor dem eigentlichen Unterrichtsbeginn erfolgte ein Probelauf an einer Schule, die später nicht weiter am Projekt beteiligt war. Wir wollten sicherstellen, dass anschließend im Projekt bei der Unterrichtsdurchführung keine unerwarteten Probleme auftauchen.

Der Probelauf ergab keine wesentlichen Veränderungen in der Planung, die Projekt-Teams konnten also mit der praktischen Arbeit beginnen. Jedes Team war dabei in „seiner" Schule eigenverantwortlich für die Durchführung der Reihe, einschließlich aller Detail-Vorbereitungen für jede einzelne Unterrichtsstunde, einschließlich Videoaufzeichnungen und regelmäßiger Reflexionen nach jeder Unterrichtsstunde.

Dozent und Mitarbeiterin konnten bei ihren etwa drei Hospitationen pro Team ausnahmslos, bestätigt von den jeweiligen Fachlehrern, die solide Arbeit in den Schulen nur bewundern. Die Reihe verlief in allen Schulen praktisch wie geplant. Nach der Durchführung des Unterrichts trafen sich alle Beteiligten zu einer vorläufigen Projektanalyse, deren Ergebnisse hier kurz zusammengefasst werden sollen.

6.3 Resonanz bei Eltern, Lehrern und Schülern

Die kritische und zurückhaltende Einstellung von manchen Lehrern und Eltern gegenüber dem Projekt hatte sich offensichtlich während der Durchführung der Unterrichtsreihe geändert. Die Schüler arbeiteten fasziniert mit dem Taschenrechner, Kinder berichteten ihren Eltern begeistert vom Unterricht, Klassenlehrer griffen in den Arbeitsphasen selbst zum Taschenrechner, um eigene Strategien zur Lösung der Problemstellungen zu entwickeln. In Gesprächen mit Eltern, Lehrern und Schülern zum Abschluss des Projektes wurde deutlich, dass die Unterrichtseinheit große Begeisterung gefunden hatte.

6.4 Beobachtungen aus dem Unterricht

Wir konnten beobachten, dass den Schülern der Taschenrechner zwar bekannt war, der bewusste Umgang damit jedoch eine hohe Motivation und große Neugierde auslöste. Die unterschiedlichen Anwendungen und die „Programmierung" zu einer „Mal-Maschine" machte den Kindern sichtlich Spaß, so dass der Taschenrechner nie zu einem langweiligen Medium wurde.

Besonders die Arbeitsblätter mit spielerischem Charakter weckten das Interesse der Schülerinnen und Schüler. Sowohl die Arbeitsblätter für Partnerspiele als auch die Arbeitsblätter für Einzelarbeit wurden gerne angenommen. Zu beobachten war, dass die Kinder aufgeschlossen für neue Spiele waren, sich schnell auf diese einließen und versuchten Strategien zu entwickeln, um die Aufgabe schnell und „richtig" zu bearbeiten. Dabei ist zu erwähnen, dass es bei den Arbeitsblättern oft gar kein eindeutig „richtig" oder „falsch" gab. Hier war – für uns – der Weg das Ziel:

Das Ausprobieren mit dem Taschenrechner sollte das Zahlverständnis der Schüler verbessern.

Das Verhalten der Schülerinnen und Schüler während der Wettbewerbsspiele *Kopf gegen Taschenrechner* weist darauf hin, dass sie eine Einsicht in Vor- und Nachteile des Taschenrechner bekommen konnten. Wollte zu Beginn noch fast jeder unbedingt mit dem Taschenrechner rechnen, so zeigte sich am Schluss, dass die Kinder erkannt hatten, dass man viele Aufgaben besser, schneller und ebenso sicher im Kopf rechnen kann („das dauert ja viel zu lange, im Kopf bin ich doch schneller“).

Für viele Schüler war die Unterrichtsreihe viel zu schnell zu Ende. Gerne hätten sie weiter mit dem Taschenrechner gearbeitet und ihre Entdeckungen mit den Mitschülern geteilt.

6.5 Erfahrungen von Studierenden

Durch dieses Projekt hatten die beteiligten „Hilfskraft“-Studierenden die Möglichkeit, bereits in der ersten Ausbildungsphase bei Unterrichtsplanung, -durchführung und -reflexion fest eingebunden zu werden. Diese Erfahrungen zeigten ihnen einen kleinen Ausschnitt aus dem Berufsfeld des Lehrers, ein wichtiger Schritt für ihre weitere berufliche Entwicklung! Durch die intensive Reflexion von Unterrichtsstunden konnten Fehler im Verhalten des „Lehrers“ aufgedeckt, analysiert und alternative Handlungsstrukturen aufgedeckt werden. So haben auch diese Studierenden im Projekt (erste) Erfahrungen zum Taschenrechner-Einsatz in der Grundschule gemacht.

Eine Studentin fasste dies wie folgt zusammen: „Also ich fand …, dass es ein bisschen Mut gemacht hat, mal was zu machen, was nicht so im Lehrplan auftaucht … und auch gerade mit dem Taschenrechner, wo man eigentlich ganz konservativ denkt, der hat in der Grundschule nichts zu suchen. Das Projekt hilft, dass man allgemein Dinge auch mal von der zweiten Seite mit einem anderen Blickwinkel betrachtet.“

Im Abschlussgespräch waren alle Studierenden der Meinung, dass das Projekt so immer wieder durchgeführt werden könnte. Sowohl die Mitarbeit bei der Projektplanung als auch die Durchführung seien außerordentlich gewinnbringend gewesen. Nur in Stunde 0 hätte man den Schülern den Taschenrechner nicht vorenthalten sollen. Bei einer Wiederholung könnte der Vortest auch in Stunde 1 stattfinden.

Die Tests liefen wie geplant ab, auch wenn die Schüler anfangs beim Vortest gewisse Probleme hatten, sich auf die ungewohnten Aufgabenstellungen und die hohen inhaltlichen Anforderungen einzustellen. Hier war es sicher von Vorteil, dass die Tests „nur für die Studentinnen von der Uni“ waren und nicht für die eigene Klassenlehrerin. Die Schüler haben es so eher gewagt, auch „einfach mal spontan“ zu antworten. Später bei der Testauswertung konnten wir feststellen, dass nur wenige Schüler bei nur wenigen Items gar nicht geantwortet hatten.

7 Testauswertung

Im Mittelpunkt stehen hier die von den Studierenden erhobenen Testdaten von Vor- und Nachtest. Die Ergebnisse aus den 8 Schulen wurden zunächst in eine zusammenfassende SPSS-Matrix übertragen, die dann als Ausgangsmatrix für alle weiteren Auswertungen diente[14]. Dabei mussten von den insgesamt 186 Schülern 14 Schüler aus der Auswertung herausgenommen werden, da sie, z. B. wegen Krankheit, nicht an beiden Tests teilgenommen hatten.

Als erstes interessierte uns, in welchem Umfang die Schüler die für sie neue Form des Testens verstanden hatten. Wir hatten dazu jedes neue Aufgabenpaket nach der einführenden Beispielaufgabe mit einer jeweils sehr einfachen Start-Aufgabe begonnen. Ein gutes Ergebnis bei der Start-Aufgabe sollte dann für uns der Indikator dafür sein, dass die Art der Fragestellung bei diesem Aufgabenpaket verstanden worden war. Die Ergebnisse für die Start-Aufgaben sind in Tabelle 1 angegeben. Wir interpretieren sie positiv und führen den relativ schlechten Wert für C1 auf den hohen Schwierigkeitsgrad von Aufgabe C insgesamt zurück, wo der Mittelwert für das gesamte Aufgabenpaket im Vortest nur bei etwa 0,30, d. h. bei 30 % lag (vgl. Tab. 2).

Aufgabe	Vortest	Nachtest
A1	94 %	98 %
B1	92 %	91 %
C1	66 %	77 %
D1	90 %	94 %

Tabelle 1: Startaufgaben

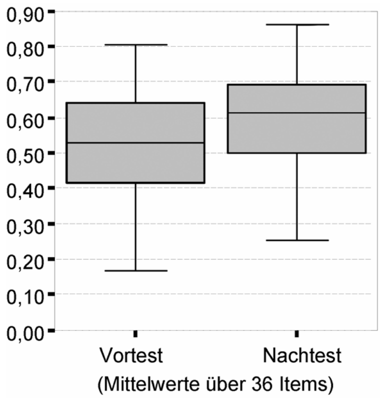

Abbildung 5: Vergleich Vortest – Nachtest

14 Welche Schritte hier im einzelnen zu durchlaufen sind und wie man die dabei auftretenden Fehler finden und korrigieren kann, haben wir ausführlicher schon anlässlich unseres Projekts „Wir bauen ein Dorf“ beschrieben (Meißner 2006b).

Aufgaben	Vortest		Nachtest		Signi-fikanz
	Mittelw.	Std.abw.	Mittelw.	Std.abw.	
Alle 36 Items	,514	,144	,595	,145	,000
Aufg.paket A	,677	,255	,786	,220	,000
Aufg.paket B	,359	,153	,437	,159	,000
Aufg.paket C	,304	,166	,359	,176	,001
Aufg.paket D	,725	,265	,791	,251	,001

Tabelle 2: Vortest und Nachtest im Vergleich für den Gesamt-Test
und die vier Aufgabenpakete

Aufgabenpaket A		Vortest		Nachtest		Signi-fikanz
Nr.	Aufgabe	Mittelw.	Std.abw.	Mittelw.	Std.abw.	
(1)	$3 \cdot 5 = \_\_\_$	,94	,235	,98	,151	,083
(2)	$2 \cdot 8 = \_\_\_$	,95	,223	,98	,131	,083
(3)	$8 \cdot 6 = \_\_\_$	,49	,501	,59	,493	,013
(4)	$3 \cdot 9 = \_\_\_$	,77	,424	,84	,365	,009
(5)	$3 \cdot \_\_\_ = 18$	,51	,501	,72	,453	,000
(6)	$7 \cdot \_\_\_ = 28$	,58	,495	,78	,416	,000
(7)	$5 \cdot \_\_\_ = 35$	,70	,458	,83	,375	,001
(8)	$7 \cdot \_\_\_ = 42$	,63	,485	,76	,427	,001
(9)	$\_\_\_ \cdot 10 = 20$	,87	,341	,96	,198	,001
(10)	$\_\_\_ \cdot 8 = 72$	,66	,474	,74	,438	,034
(11)	$\_\_\_ \cdot 9 = 54$	,50	,501	,68	,468	,000
(12)	$\_\_\_ \cdot 8 = 56$	,52	,501	,57	,497	,259

Tabelle 3: Die Einmaleinsaufgaben in Vortest und Nachtest (Aufgabenpaket A)

Dass die Unterrichtsreihe insgesamt erfolgreich war, zeigen Tabelle 2 (Signifikanz mittels T-Test bei gepaarten Stichproben) und der Boxplot in Abbildung 5. Wir können feststellen, dass sich die Leistungen insgesamt und für jedes Aufgabenpaket einzeln hoch signifikant verbessert haben. Betrachten wir deshalb die Ergebnisse für die vier Aufgabenpakete einzeln und beginnen mit Aufgabenpaket A zum traditionellen Kopfrechnen. Hier liegt die „klassische“ Form von Einmaleinsaufgaben vor. In den drei Teilpaketen A1–4, A5–8 und A9–12 werden 12 der insgesamt 100 Einmaleinssätze aufgerufen. Tabelle 3 und Tabelle 4 geben die Details.

Bis auf Aufgabe 12, der bekanntlich schwersten Aufgabe beim Einmaleins, und Aufgaben 1 und 2, wo die Vortestwerte kaum noch steigerungsfähig waren, sind im Nachtest überall signifikant bessere Werte erzielt worden. Doch hier handelt es sich um das „klassische Einmaleins“, und ähnliche Ergebnisse kann man auch bei anderen Untersuchungen finden, wo Kopfrechnen *ohne* Taschenrechner trainiert wurde.

Interessanter für uns ist deshalb die Analyse der Ergebnisse für die jeweiligen Teilpakete[15] B1–5, B6–10, C1368, C2457, D125 und D346 (vgl. Tab. 4 und Abb. 6). Zusammenfassend können wir feststellen,

- bei allen drei Formen von Fragestellungen bei den Einmaleinsaufgaben,
- beim großen Einmaleins (sowohl einstellig mal zweistellig, als auch zweistellig mal zweistellig) und
- bei den Schätzaufgaben aus Paket C, wenn der erste Faktor zu finden war (Teilpaket C1368),

haben sich die Schüler hoch signifikant verbessert. Interessanterweise gab es bei C, wo der zweite Faktor gesucht war (siehe C2457), keine signifikante Leistungssteigerung. Als Ursache vermuten wir, dass wir durch *Zielwerfen* nur ein Zahlgefühl für Aufgaben vom Typ C1368 gefördert haben. Beim Aufgabenpaket D gab es ebenfalls signifikante Verbesserungen. Hier hat die Unterrichtsreihe offensichtlich besonders das Auffinden von fehlenden Tabellenwerten gefördert, d. h. ein intuitives, ganzheitlich-tabellarisches Proportionalitätsdenken.

Wir haben auch die Leistungen von Jungen ($N = 83$) und Mädchen ($N = 89$) verglichen. Sowohl im Vortest als auch im Nachtest waren die Jungen bei den Aufgabenpaketen A bis C geringfügig stärker als die Mädchen. Dagegen waren die Mädchen beim Aufgabenpaket D sowohl im Vortest als auch im Nachtest etwas stärker. Die Unterschiede waren jedoch nicht signifikant ($p > 0{,}2$), außer beim Aufgabenpaket B ($p = 0{,}005$ beim Vortest, $p = 0{,}043$ beim Nachtest).

---

[15] Das Teilpaket C1368 umfasst die Aufgaben C1, C3, C6 und C8 (erster Faktor gesucht). Analoges gilt für die Teilpakete C2457 (zweiter Faktor gesucht), D125 (Operator gesucht) und D346 (Tabellenwert gesucht).

Aufgaben	Vortest		Nachtest		Signi-fikanz
	Mittelw.	Std.abw.	Mittelw.	Std.abw.	
A1–4	,788	,240	,849	,203	,000
A5–8	,606	,362	,772	,302	,000
A9–12	,638	,334	,738	,283	,000
B1–5	,541	,241	,635	,241	,000
B6–10	,177	,173	,240	,173	,000
C1368	,317	,223	,401	,229	,000
C2457	,291	,241	,317	,242	,283
D125	,802	,281	,853	,261	,048
D346	,647	,320	,729	,308	,001

Tabelle 4: Vortest und Nachtest im Vergleich (Detailaspekte)

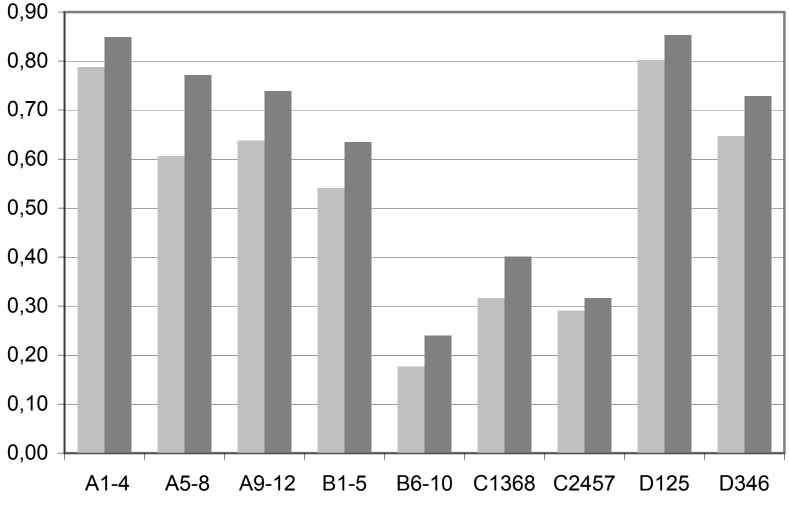

Abbildung 6: Ergebnisse in Vortest (links, hell) und Nachtest (rechts, dunkel)

8 Zusammenfassung

Die von den Schülern und von den Examenskandidaten begeistert aufgenommene Unterrichtsreihe ist außerordentlich erfolgreich verlaufen. Die Reihe hat gezeigt, dass der Einsatz des Taschenrechners in der Grundschule durchaus sinnvoll sein kann. Unser Fazit: Die Abhängigkeit vom Taschenrechner lässt sich reduzieren dadurch, dass man ihn bewusst und gezielt einsetzt zur Schulung von Kopfrechnen und Zahlgefühl.

Unsere Reihe zeigte dies für multiplikatives Zahlgefühl; frühere Untersuchungen berichten über ähnliche Erfolge für additives Zahlgefühl (z. B. Lange 1979a). Die These, dass man Kopfrechnen, Überschlagen und Schätzen nicht mehr oder nicht intensiv genug lernen würde, wenn man den Taschenrechner „zu früh“ in der Schule einsetzt, muss als widerlegt betrachtet werden. Folglich muss auch über die Zukunft der Schriftlichen Rechenverfahren im Arithmetikunterricht der Grundschule dringend neu nachgedacht werden.

Darüber hinaus ergeben sich durch einen Taschenrechner-Einsatz weitere tief greifende Veränderungen im Arithmetikunterricht der Grundschule, wenn man die in Abschnitt 3 genannten Phänomene stärker beachtet (Förderung von „common-sense“-Erfahrungen und Berücksichtigung des „Ökonomieprinzips“). So wurde es für unsere Schüler ganz selbstverständlich, dass die wichtigste Ziffer einer Zahl die linke Ziffer ist und nicht die rechte Ziffer, wie dies die „common-sense“-Erfahrungen bei den Schriftlichen Rechenverfahren scheinbar nahe legen. Diese Erkenntnis überwindet auf natürliche Weise jede Schwelle einer Zahlraumerweiterung und öffnet ganz andere Perspektiven beim Thema Stellenwert. Ähnliches gilt für die Erarbeitung von Dezimalzahlen beim Taschenrechner.

Besonders Taschenrechner-Spiele, wo die Ergebnisse über intuitives Versuchen und Probieren gefunden werden, fördern die Entwicklung von unbewussten Erfahrungen. Und gleichzeitig geben die Versuchsprotokolle dem Lehrer zahlreiche Informationen über die Denkprozesse im Kopf der Schüler (vgl. z. B. Meißner 1987). Wir möchten deshalb dringend dafür plädieren, dass über den Taschenrechner-Einsatz in der Grundschule grundlegend neu nachgedacht wird! Vielleicht geben die hier gemachten Erfahrungen erste Anregungen, wie man den Taschenrechner in den Alltagsunterricht integrieren könnte.

Literatur

Anghileri, J. (2000): Teaching Number Sense. Continuum: London

De Moor, E./van den Brink, J. (2001): Calculator. In: Van den Heuvel-Panhuizen, M./Buys, K. (Hrsg.): Children Learn Mathematics. A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Freudenthal Instituut: Utrecht, S. 203–226

Floer, J. (1990): Taschenrechner in der Grundschule? In: Die Grundschulzeitschrift 4(31), S. 26–28 und S. 50–54

Franke, M. u. a. (1994): Taschenrechner für Grundschulkinder – Meinungen, Möglichkeiten, Grenzen. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 22, S. 114–116 (Teil I) und S. 174–182 (Teil II)

Gast, H. (1954): Zur Frage der Mengenunterscheidung bei drei- bis achtjährigen Kindern. In: Zeitschrift für Psychologie 157, S. 106–138

Kleine, M. (2000): … auch mal selber nachrechnen! Taschenrechner in der Grundschule. In: Praxis Grundschule 23(4), S. 50–54

Lange, B. (1979a): Schneller Kopfrechnen mit dem Taschenrechner. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 7(11), S. 430–441

Lange, B. (1979b): Wechselwirkung zwischen Taschenrechner-Einsatz und Zahlbegriff. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1979, S. 185–188

Lange, B. (1984): Zahlbegriff und Zahlgefühl. LIT Verlag: Münster

Lange, B./Meißner, H. (1980): Taschenrechnerspiele. In: Praxis der Mathematik 22, S. 174–176 (Zielwerfen), S. 245–248 (Die große Null), S. 308–311 (Die große Eins) und S. 373–375 (Faktorfinden)

Lange, B./Meißner, H. (1983): Zum Lernprozeß im Bereich Arithmetik. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 15(2), S. 92–101

Lorenz, J. H. (1998): Arithmetische Entdeckungen mit dem Taschenrechner. In: Die Grundschule 30(3), S. 22–29

Meißner, H. (1978): Projekt TIM 5/12 – Taschenrechner im Mathematikunterricht für 5- bis 12-Jährige. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 10(4), S. 221–229

Meißner, H. (1979): Das operative Prinzip als Einbahnstraße. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1979, S. 271–274 und S. 400

Meißner, H. (1987): Schülerstrategien bei einem Taschenrechnerspiel. In: Journal für Mathematik-Didaktik, 8(1/2), S. 105–128

Meißner, H. (2006a): Mathematische Denkweisen beim Umgang mit Hardware und Software. In: Bender, P./Weigand, H-G./Weth, T. (Hrsg.): Neue Medien und Bildungsstandards. Bericht über die 22. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in Soest 2004. Franzbecker: Hildesheim, S.104–109

Meißner, H. (2006b): Projekt „DORF“ – Raumvorstellungen verbessern. In: Journal für Mathematik-Didaktik 27(1), S. 28–51

NCTM (2000): Principles and Standards for School Mathematics. NCTM: Reston VA, USA

NCTM (2005): Computation, Calculators, and Common Sense. Position Statement May 2005. NCTM: Reston VA, USA

Padberg, F. (2005): Didaktik der Arithmetik. Spektrum: Heidelberg

Reys, B. J. (1991): Developing Number Sense in the Middle Grades: Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics – Addenda Series, Grades 5–8. NCTM: Reston VA, USA

Ruthven, K. (1999): Constructing a calculator-aware number curriculum. The challenges of systematic design and systematic reform. In: Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1. Haifa, Israel, S. 56–74.

Sowder, J. (1992): Estimation and Number Sense. In: Grouws, D. A. (Hrsg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Macmillan Publishing Company: New York, USA, S. 371–389

Sowder, J./Schappelle, B. (1994): Number Sense-Making. In: Arithmetic Teacher 41, S. 342–345

Wissing, S. (2003): Werde unabhängig vom Taschenrechner durch den Taschenrechner. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2003, S. 657–660

Anschrift des Verfassers

Prof. em. Dr. Hartwig Meißner
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Fachbereich Mathematik und Informatik
Einsteinstr. 62
48149 Münster
e-Mail: meissne@uni-muenster.de

Eingang Manuskript: 23.12.2005 (überarbeitete Fassung: 02.03.2006)