

# Impulse zur Überarbeitung mathematischer Schülertexte und ihre Auswirkungen

von

Annemarie Gubler-Beck, Dortmund

**Zusammenfassung:** Viele Schüler haben anfangs Schwierigkeiten beim Verfassen mathematischer Texte. In diesem Artikel wird anhand von Beispielen aus einem sechsten Schuljahr dargestellt, inwiefern Impulse Schülern beim mathematischen Schreiben und inhaltlichen Überarbeiten ihrer Texte helfen und sie andererseits auch von ihren guten eigenen Ideen abbringen können. Wurde die Überarbeitung jeweils durch schriftliche Lehrerfragen angeleitet, die sich auf die individuellen Schülertexte bezogen, so profitieren die meisten Texte inhaltlich von der Revision.

**Summary:** In the beginning many students have difficulties when asked to write a mathematical text. In this article examples of sixth-graders are presented to show how hints from the teacher can on the one hand help students to write and revise their mathematical texts and on the other hand divert them from their own good ideas. When the revision was guided by individual written questions from the teacher, most students' texts gained.

## 1 Bedeutung von Schülertexten im Mathematikunterricht

Das selbständige Verfassen mathematischer Texte gilt heute als ein entscheidender Faktor für verständiges Lernen von Mathematik (vgl. Gallin/Ruf 1991; Selter 1999, S. 206; Maier 2004, S. 164). Texte, die Schüler selbst schreiben, enthalten meist wenig Fachsprache, während Texte von Mathematikern, aber auch mathematische Texte in Schulbüchern sich durch den Einsatz mathematischer Fachsprache auszeichnen.

Maier (2004) macht sich daher Gedanken darüber, wie viel Fachsprache Schüler im Mathematikunterricht brauchen, und kommt zu dem Schluss, dass der Gebrauch mathematischer Fachtermini von der Lehrperson bewusst beschränkt werden sollte auf solche Ausdrücke, „die die mathematische Unterrichtssprache wirksam vereinfachen helfen, die für eine eindeutige Bedeutungszuweisung unerlässlich sind, die eine hohe Reichweite haben, d.h. sich auch im späteren Unterricht wieder verwenden lassen und die nicht Synonyme für bereits eingeführte Termini sind“ (Maier 2004, S. 162). Auch die Verwendung fachlicher Symbole sollte so beschränkt werden, dass die Schüler die verkürzte Schreibweise als Erleichterung empfinden und die Bedeutung der Symbole verstehen. Maier schlägt dazu vor, Symbole häufiger als bis jetzt üblich durch verbale Beschreibungen zu ersetzen (ebd., S. 163).

Während im Mathematikunterricht eher zu viele unnötige Fachtermini und unverstandene Symbole eingesetzt werden, tut der Mathematikunterricht bislang wenig, um den Schülern die Konventionen der mathematischen Satzbildung nahe zu bringen. Die Schüler sollen laut Maier bis zum Ende der Sekundarstufe II „die in der Mathematik entwickelte spezielle, streng regulierende Form der Satzbildung“ (ebd., S. 160) erlernen. Er ist der Auffassung, dass es ein zentrales Lernziel des Mathematikunterrichts sein sollte, die Fähigkeit der Schüler zum mathematischen Textverständnis und zur mathematischen Textproduktion zu entwickeln. Eine solche Entwicklung braucht Zeit und sollte daher m.E. ab der Sekundarstufe I behutsam angeregt werden, damit kein Bruch in der mathematischen Sprachentwicklung entsteht. Die umgangssprachlichen Formulierungen der Grundschulzeit sollten aufgegriffen und an geeigneten Stellen durch fachsprachliche Satzbildungsmuster präzisiert werden.

Als unterrichtsmethodisches Instrument dazu schlägt Maier „das regelmäßige und kontrollierte Schreiben mathematischer Texte durch die Schüler“ (ebd., S. 164) vor. Kontrolliertes Schreiben bedeutet, dass die produzierten Texte „mit ihren Verfassern besprochen und diskutiert werden, und dass diese von Fall zu Fall auf der Basis der erhaltenen Rückmeldungen ihre Texte revidieren bzw. neu formulieren“ (ebd., S. 164).

Texte dieser Art können laut Maier Beschreibungen mathematischer Objekte sein, die im Laufe der Schulzeit in mathematische Definitionen übergehen. Weiterhin sind Beschreibungen mathematischer Beziehungen geeignet, die zu mathematischen Sätzen weiterentwickelt werden können. Schließlich kommen Beschreibungen und Begründungen von Rechenwegen, Rechenverfahren, Algorithmen und geometrischen Konstruktionsverfahren in Frage.

Um die Schüler zum Texte Verfassen zu motivieren, empfehlen Maier und Schweiger (1999, S. 185), dass sich die Texte an einen unwissenden Adressaten richten, der „explizit, ausführlich und in verständlicher Sprache informiert werden muß“. Es handelt sich folglich um Schreiben für andere, wobei das primäre Ziel nicht darin besteht, dem anderen etwas mitzuteilen. Es geht neben der Entwicklung der mathematischen Ausdrucksfähigkeit vielmehr darum, dass sich die Schüler die jeweiligen mathematischen Sachverhalte bewusst machen und sie verstehen. Da Schriftlichkeit den Gedankenfluss verlangsamt und zu strukturierter Darstellung anregt, kann sie zu tiefer gehendem Verständnis beitragen als eine mündliche Verbalisierung. Der Lehrer erhält aufgrund der textlichen Eigenproduktionen diagnostische Informationen über das Verständnis der Schüler (vgl. ebd., S. 187).

## **2 Das Sammelbuch mathematischer Einsichten**

Beim Einsatz von textlichen Eigenproduktionen bzw. von Reisetagebüchern plädieren Gallin und Ruf dafür, von singulären Texten, die in der Sprache des Verstehens geschrieben sind, auszugehen und diese langsam zu regulären Texten, die in

der Sprache des Verstandenen geschrieben sind, weiterzuentwickeln (vgl. Gallin/Ruf 1991, S. 161–170). Dieser Gedanke wird im Sammelbuch aufgegriffen. Das Sammelbuch mathematischer Einsichten ist ein Ringbuch oder ein Schnellhefter, in dem die Schüler Einsichten sammeln, die sie bei der Bearbeitung dafür geeigneter Aufgaben gewonnen haben. Bei diesen Einsichten handelt es sich z.B. um Definitionen (Was versteht man unter Bündeln?), Rechenwege (Wie addiert man zwei Brüche?) oder geometrische Konstruktionen (Wie zeichnet man einen Winkel?).

Das Sammelbuch hat verschiedene Funktionen (vgl. Beck 2002, S. 51ff.), bei denen das Schreiben für sich selbst im Vordergrund steht. Das Sammelbuch ist zunächst ein Instrument für den Schüler und soll ihn beim verständigen Lernen von Mathematik unterstützen (Funktionen 1 bis 7). Darüber hinaus ist es auch für den Lehrer hilfreich (Funktionen 8 und 9):

1. *Anregung zur Reflexion über das eigene Lernen und Wissen:* Freudenthal (1983, S. 4) geht davon aus, dass erfolgreiche Lernprozesse dem Lernenden bewusst gemacht werden sollten, um verstärkt zu werden und bei Bedarf abrufbar zu sein. Er spricht sich daher dafür aus, mit dem Nachdenken über die eigenen Aktivitäten schon in der Primarstufe zu beginnen. Eine Funktion des Sammelbuches besteht insofern darin, die Reflexion über den eigenen Lernprozess und das Erarbeitete einzuleiten bzw. zu unterstützen, damit die Schüler sich der von ihnen bislang eher intuitiv angewendeten Strategien und Heuristiken bewusst werden und sie folglich optimieren und gezielter einsetzen können (Übergang von implizitem zu explizitem Wissen).
2. *Erfahrbarkeit der gewachsenen eigenen Kenntnisse:* In Phasen der Rückschau können sich die Schüler zudem ihrer gewachsenen eigenen Kenntnisse bewusst werden. Dies wird dadurch unterstützt, dass das Sammelbuch in Form eines Ringbuches oder Schnellhefters geführt wird. Es wird infolgedessen im Laufe der Schulzeit immer dicker und der Schüler kann sehen und fühlen, wie damit die eigene mathematische Kompetenz wächst. Damit dies gelingen kann, ist es erforderlich, dass das Sammelbuch ausschließlich Eigenproduktionen enthält.
3. *Sammeln, Ordnen und Systematisieren:* Sammeln, Ordnen und Systematisieren sind geistige Grundtechniken, die wir benutzen, um uns die Welt anzueignen und sie rational zu bewältigen (vgl. Winter 1972, S. 192). Sie spielen außerhalb des Mathematikunterrichts eine wichtige Rolle, zählen aber auch zu den allgemeinen Lernzielen des Mathematikunterrichts (vgl. ebd., S. 163). Im Sammelbuch geht es um das Sammeln eigener Entdeckungen oder solchen von Mitschülern. Um möglichst schnell wiederzufinden, wonach man sucht (Nachschlagefunktion, s. 7.), ist es hilfreich, die einzelnen Einträge zu sortieren, d.h. sinnvoll einzuteilen. Im Laufe der Zeit und mit einer zunehmenden Anzahl an Einträgen wird die zunächst noch einfache Einteilung damit vielleicht zu einer differenzierten Systematik erweitert.

Der Lehrer sollte m.E. aus verschiedenen Gründen kein Ordnungssystem vorgeben, sondern ein solches mit der Klasse gemeinsam entwickeln: Erstens leistet ein Gespräch über verschiedene Ordnungsmöglichkeiten einen Beitrag zur Förderung der genannten geistigen Grundtechniken. Zweitens können beim Nachdenken über die Frage „Wo gehört dieser Eintrag hin?“ mathematische Zusammenhänge bewusst werden, die das Lernen erleichtern. Insofern kann neben dem Verfassen auch das Einordnen eines Sammelbucheintrages zur Reflexion über das Gelernte von einem höheren Standpunkt aus beitragen. Drittens werden sich die Kinder in ihrem Sammelbuch besser zurechtfinden und sich stärker mit ihm identifizieren, wenn sie an der Erstellung des Ordnungssystems beteiligt sind.

4. *Unterstützung des Lernens auf eigenen Wegen:* Es wird in der Mathematikdidaktik als selbstverständlich angesehen, im Unterricht bei dem anzusetzen, was sich die Kinder selbst erarbeitet haben. Dem trägt ein Unterricht nach dem Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens (vgl. Wittmann 1995) Rechnung, in dem die Schüler ihr Wissen aktiv, selbständig und im Austausch mit anderen konstruieren. Das vorläufige Ergebnis dieser Konstruktion wird dann im Sammelbuch schriftlich festgehalten. Insofern kann das Sammelbuch das Lernen auf eigenen Wegen unterstützen, indem aufgetretene Lösungswege als Grundlage für den weiteren Lernprozess schriftlich fixiert werden und somit an Bedeutung gewinnen.
5. *Verdeutlichung des Zusammenhangs von Lernprozess und Lernprodukt:* Mathematikbücher enthalten verkürzte Denkprodukte, die zum Verständnis erst wieder entfaltet werden müssen. Damit die Schüler die Notwendigkeit zur Entfaltung sehen, sollten sie den Zusammenhang zwischen entfaltendem Lernprozess und verdichtetem Lernprodukt durch selbständige Verdichtung ihrer eigenen Entdeckungen erleben. Dazu ist das Sammelbuch ein geeignetes Hilfsmittel. Es steht als Medium des Divergenten zwischen dem Rechentagebuch (vgl. Sundermann/Selter 1995, S. 167–179) als Medium des Singulären und dem regulären mathematischen Wissen, wie es beispielsweise in fertigen Schulbüchern präsentiert wird.
6. *Förderung der allgemeinen Lernziele Formulieren und Argumentieren:* Im Sammelbuch liegt der Schwerpunkt bei den allgemeinen Lernzielen auf dem Formulieren und Argumentieren: Sammelbucheinträge laden aufgrund ihrer Authentizität zum Bemühen um eine verständliche Darstellung der eigenen Gedanken und Argumente ein. Indem die Schüler geeignete Beispiele für die Verdeutlichung von Rechengesetzen, Begriffen oder Auffälligkeiten suchen, argumentieren sie während des Schreibens. Die Vorstellung der eigenen Arbeitsergebnisse bietet erneut Ansatzpunkte zur Argumentation, denn Behauptungen werden im Gespräch unter Umständen von Mitschülern angezweifelt und müssen überprüft werden.

7. *Herstellen authentischer Schreibanlässe durch Nachschlagen:* Das Sammelbuch ist zunächst ein Produktdokument. Im folgenden Unterricht wird es dann als Instrument, d.h. als Lösungshilfe bei der Bearbeitung weiterer Aufgaben genutzt. Die Dokumente des eigenen Denkprozesses werden also als Instrumente für den weiteren eigenen Denkprozess genutzt. Diese Zweckbindung gibt den Sammelbucheinträgen im Vergleich mit anderen Lerntagebucheinträgen eine neue Qualität und schafft authentische Schreibanlässe: Die Texte werden nicht geschrieben, um das mathematische Schreiben zu üben, sondern um als „Basislager für weitere Exkursionen“ (Ruf/Gallin 1998, S. 137) zu dienen. Die von den Schülern direkt erfahrbare Funktionalität des Schreibens durch die anschließende Nutzung der Texte im natürlichen Wechselspiel von Produktion und Rezeption (vgl. ebd., S. 94, 152) hat zur Folge, dass viele Schüler das Sammelbuch als hilfreich für ihr Lernen empfinden. Dadurch kann eine Motivation zur übersichtlichen und nachvollziehbaren Notation entstehen, damit das Dokument wirklich als Instrument nutzbar ist.

Lerntheoretisch lässt sich der Einsatz des Sammelbuches als Nachschlagewerk wie folgt begründen: Wissenserwerb wird heute als aktive, konstruktive Aufbauleistung des Einzelnen im sozialen Austausch verstanden. Angesichts der Vorstellung, Wissen könne nicht vermittelt, sondern nur angeeignet werden, ist nicht davon auszugehen, dass Schüler fertige Texte anderer Schüler oder des Lehrers besser verstehen als Schulbuchtexte (vgl. Scherer 1997, S. 30). Es ist aber davon auszugehen, dass Schüler ihre eigenen verdichteten Texte auch zeitversetzt noch verstehen und entfalten können. Denn sie haben alles, was sie aufgeschrieben haben, selbst erarbeitet und verstanden, auch wenn es nicht auswendig verfügbar ist.

Durch die Nachschlagefunktion ergibt sich die Notwendigkeit, Sammelbucheinträge zu überarbeiten, damit die Texte zum Nachschlagen geeignet sind und damit sich Fehler durch das wiederholte Nutzen nicht manifestieren. Dadurch unterscheidet sich das Sammelbuch wesentlich von anderen Lerntagebüchern, bei denen keine Korrektur von Fehlern oder missverständlichen Darstellungen angestrebt wird (vgl. Gallin/Ruf 1993, S. 13; Selter/Spiegel 1997, S. 38), weil dort die singulären Erkundungen und die vom Kind gewählten Darstellung ungeachtet ihrer Korrektheit im Mittelpunkt stehen. Dass das bei einem Nachschlagewerk anders ist, verstehen schon Grundschüler. Insofern lässt sich mithilfe des Sammelbuches gut der Forderung Maiers nachkommen, im Unterricht mathematische Texte zu verfassen sowie diese zu überarbeiten. Denn die Überarbeitung gehört bei Sammelbucheinträgen ganz natürlich zum Texte Verfassen dazu und hat eine große Bedeutung für die Nutzbarkeit dieses Instruments. In den Abschnitten drei bis fünf werden daher Beispiele von Sammelbucheinträgen und ihren Überarbeitungen vorgestellt und schließlich Leitlinien für das Überarbeiten formuliert.

8. *Diagnose:* Während die bislang genannten Funktionen unmittelbar dem Schüler zugute kommen, spielt das Sammelbuch auch für den Lehrer eine wichtige Rolle: Es dient ihm als Diagnoseinstrument. Auf der Grundlage der Sammelbucheinträge kann der Lehrer etwas über das (begriffliche) Verständnis seiner Schüler lernen. Er kann z.B. erahnen, welche Aspekte eines Begriffs das Verständnis eines Schülers kennzeichnen, und im Vergleich mit dem Begriffsverständnis in der Mathematik entscheiden, welche Aspekte im Unterricht noch ergänzt oder welche Fehlvorstellungen korrigiert werden müssen. Das lässt sich natürlich nicht allein mittels der Sammelbucheinträge leisten, weil diese ohne entsprechende Schülerkommentare häufig nicht verständlich sind. Sammelbucheinträge bieten aber eine tragfähige Basis für die Entwicklung von Hypothesen. Dadurch, dass der Lehrer eine Vorstellung vom Verständnis seiner Schüler erhält, kann er sie kompetent auf ihren eigenen Wegen begleiten. Diagnose und Lernen auf eigenen Wegen sind insofern zwei Seiten derselben Medaille.

Sammelbucheinträge laden den Lehrer darüber hinaus ein, über seinen eigenen Unterricht nachzudenken. Differenzen zwischen Lehrabsichten und Lernergebnissen können angesichts der Spuren der individuellen Verarbeitung des Unterrichtsstoffs im Sammelbuch deutlich werden und zu Konsequenzen für die folgende Unterrichtsplanung führen.

9. *Herstellen authentischer Gesprächsanlässe:* Sammelbucheinträge sind vor allem bei jüngeren Schülern mehrdeutig. Der Lehrer kann zwar aufgrund seiner mathematischen und mathematikdidaktischen Kenntnisse Deutungshypothesen aufstellen, er kann aber nicht wissen, was ein Schüler wirklich ausdrücken wollte. Diese Unklarheit regt geradezu zum interessierten, nicht defizitorientierten Fragen nach der vom Schüler gemeinten Bedeutung an. So können ausgehend von Sammelbucheinträgen authentische Gespräche über mathematische Themen entstehen.

### **3 Überarbeitungen beim Thema „Winkel messen“**

Ein solches Sammelbuch führte ich zu Beginn des sechsten Schuljahres in einer Berliner Grundschulklasse ein. Es handelte sich um eine eher leistungsschwache Klasse, die das Schreiben im Mathematikunterricht erst vor einem Jahr kennen gelernt hatte. Daher stellte sich die Frage: Wie sollte ich die Schüler beim Schreiben unterstützen?

Um Schüler beim selbständigen Verfassen mathematischer Texte zu unterstützen, wird in der zweiten Phase der Lehrerausbildung oft vorgeschlagen, eine Wortliste mit nützlichem Fachvokabular zur Verfügung zu stellen. Das ist jedoch nach meinen Erfahrungen problematisch, wie in diesem Artikel anhand eines Beispiels erläutert und kritisch diskutiert wird. Haben Schüler einen mathematischen Text verfasst, ist wie bei allen Schreibenden nach dem ersten Entwurf eine Überarbeitung nötig. Selten genug greifen die Schüler die Kommentare und Fragen des Lehrers

auf und überarbeiten ihren Text. Wenn sie es tun, bleibt die Frage: Profitieren die Schülertexte inhaltlich von der Überarbeitung oder handelt es sich lediglich um eine oberflächliche Korrektur von Rechtschreibfehlern?

### 3.1 Zum Stundenverlauf

Nachdem die Schüler gelernt und geübt hatten, Winkel mithilfe des Geodreiecks zu messen, erhielten sie den Auftrag, selbst eine Anleitung zum Winkelmessen zu schreiben. Aufgaben dieser Art, bei denen die Schüler das Verstandene in ihren eigenen Worten notieren, sind eine gute Vorbereitung auf die stärker formalisierten Konstruktionsbeschreibungen in der Mittelstufe. Im Folgenden werden einige Schülertexte samt den vorgenommenen Überarbeitungen vorgestellt und es wird auf folgende Fragen eingegangen:

- Was haben die Schüler inhaltlich oder sprachlich verändert?
- Bezog sich die Veränderung auf den schriftsprachlichen Text oder die Zeichnung?
- Wer initiierte die Überarbeitung wann?
- Profitierte der Text von den Überarbeitungen?

Die Frage, inwieweit die Schüler vom Prozess des Überarbeitens profitierten, insofern als sie Texte als veränderbar wahrnahmen, wird an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Dies ist eine weitere, noch offene Forschungsfrage.

### 3.2 Zu den Schülertexten

Bei der Analyse der mathematischen Schülertexte gehe ich exemplarisch auf einige der Schüler ein, die ihren Text im Unterricht überwiegend auf der Grundlage von Lehrerimpulsen überarbeitet haben. Drei Kinder schrieben ihren Text noch einmal neu ab und arbeiteten dabei Ergänzungen sowie Verbesserungen ein. In der Sprache von Maier könnte man sagen: Sie formulierten ihren Text neu. Fünf Kinder korrigierten dagegen direkt in ihrem Entwurf und revidierten ihre Erstfassung. Dabei kannten die Kinder bei ihren ursprünglichen Formulierungen vermutlich durchaus die jeweilige Bedeutung. Ziel war es aber, die Texte durch Überarbeitung noch klarer zu machen: Aufgrund der Nachschlagfunktion des Sammelbuches war es notwendig, dass die Schüler es lernten, das Gemeinte so zu formulieren, dass es auch noch Wochen später für sie verständlich war.

Reinhard schrieb die Überarbeitung direkt in den Entwurf (vgl. Abb. 1). Er begann seinen Text ohne Einleitung mit dem Anlegen des Geodreiecks, was er präzise und unter Benutzung der richtigen Fachbegriffe („Scheitelpunkt“, „Schenkel“) beschrieb. Danach stellte er klar, dass man zum anderen Schenkel messen muss, „indem man die Gradzahl abliest“. Diese Aussage ist zwar richtig, aber unvollständig, da sich auf dem Geodreieck zwei Skalen befinden, so dass nicht klar ist, welche

Gradzahl beachtet werden muss. In diese Richtung zielte auch mein Kommentar, den Reinhard aufgriff. Er ergänzte seinen Entwurf um folgenden Satz: „Man liest die Gradzahl auf dem Geodreieck oben von  $10^\circ$ – $170^\circ$  und dann bestimmt man den Winkel“. Diese inhaltliche Ergänzung und Präzisierung ist jedoch immer noch unvollständig, denn man benutzt zum Ablesen nicht immer die obere Skala. Daher profitierte sein Text nur bedingt von der Überarbeitung.

Beim Winkel messen legt man die Null auf dem Geodreieck auf dem Scheitelpunkt und einen Schenkel entlang. Dann misst man zum anderen Schenkel indem man auf die Gradzahl guckt. Man liest die Gradzahl auf dem Geodreieck den von  $10^\circ$ – $170^\circ$  und dann bestimmt man den Winkel.

Abbildung 1: Überarbeiteter Text von Reinhard

Wie messe ich einen Winkel?

Hier sind die 4 Schritte der Winkelmessung:

1. Schritt: Ich finde heraus um welchen Winkel es sich handelt, damit ich weiß ob die Gradzahl über oder unter  $90^\circ$  liegt.
2. Schritt: Danach muss man die 0-Linie an dem Scheitelpunkt anlegen.
3. Schritt: Die Kante des Geo-Dreiecks kommt an den Schenkel des Winkels.
4. Schritt: Man liest die Gradzahl ab.

Beispiel:

$a = 90^\circ$

Abbildung 2: Ursprünglicher Text von Anja



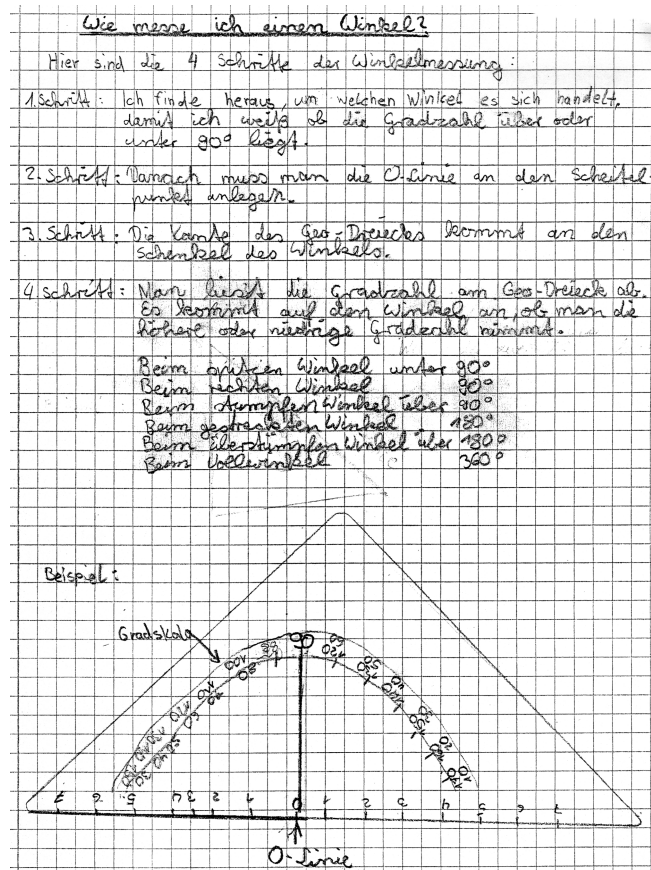


Abbildung 3: Überarbeiteter Text von Anja

Anja beschrieb den Ablauf des Winkelmessens in aufeinander folgenden Schritten (vgl. Abb. 2). Im ersten Schritt beschrieb sie die Bestimmung der Winkelart. Zudem begründete sie, warum die Winkelbestimmung die Winkelmessung begleiten sollte, ohne darauf jedoch im vierten Schritt Bezug zu nehmen. Die Schritte zwei und drei bezogen sich auf das Anlegen des Geodreiecks. Der vierte und letzte Schritt fiel knapp aus: „Man liest die Gradzahl ab“. Anhand einer Zeichnung erklärte sie die im Text verwendeten Begriffe „0-Linie“ und „Kante“. Ihre Zeichnung illustrierte darüber hinaus, wie man einen rechten Winkel misst.

Die Überarbeitung bezog sich, angeregt durch meine Frage: „Welche Gradzahl liest man ab?“, zum einen auf den vierten Schritt und zum anderen auf die Zeichnung. Sie stellte klar, dass es auf die Winkelart ankommt, ob man die größere oder

die kleinere Zahl vom Geodreieck abliest. Dafür, welche Zahl zu nehmen ist, legte sie eine Tabelle an, die sie vom vorigen Eintrag zur Winkelklassifikation übernahm, wobei sie allerdings zwischendurch das Ziel aus den Augen verlor (vgl. Abb. 3). Überstumpfe und Vollwinkel kann man auf dem Geodreieck nicht ablesen. Insofern sind die entsprechenden Angaben überflüssig. Bei der Zeichnung orientierte sie sich an der Idee ihrer Mitschüler, das Geodreieck in Originalgröße abzuzeichnen. Da sie aber den im Text verwendeten Begriff „Kante“ sowie den 90°-Winkel nicht mehr einzeichnete, wurde ihre Zeichnung zwar ästhetisch ansprechender, aber weniger aussagekräftig.

Miriam beschäftigte sich in ihrer Überarbeitung auf eigene Initiative sogar über 15 Minuten nur damit, das Geodreieck detailgetreu abzuzeichnen, ohne dass ihr Text dadurch nennenswert aussagekräftiger wurde. Die Aufforderung zur inhaltlichen Textüberarbeitung ignorierte sie.

Frank dagegen präziserte neben der Korrektur von Rechtschreibfehlern den letzten Schritt der Winkelmessung kurz und treffend, sodass ein einziger eingefügter Satz die Qualität des Textes deutlich verbesserte.

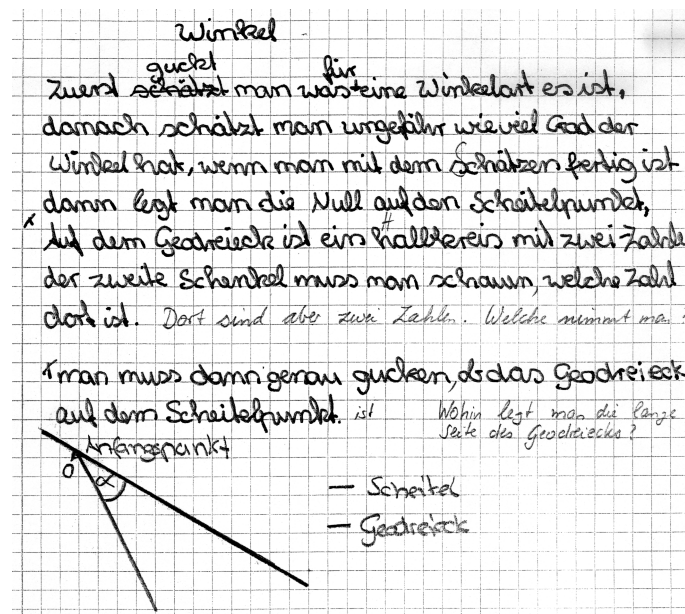


Abbildung 4: Ursprünglicher Text von Vanessa

Während die bislang angesprochenen Texte erst nach einer entsprechenden Rückmeldung der Lehrkraft überarbeitet wurden, revidierte Vanessa ihren Text bereits

im Entstehungsprozess durch folgenden Zusatz: „man muss dann genau gucken, ob das Geodreieck auf dem Scheitelpunkt“ (vgl. Abb. 4).

In ihrer nachträglichen Überarbeitung bezog sie sich auf folgende zwei Fragen von mir: „Dort sind aber zwei Zahlen. Welche nimmt man? Wohin legt man die lange Seite des Geodreiecks?“ Vanessa schrieb zunächst den Anfang ihres Entwurfs sauber ab und arbeitete dann die Antworten auf meine Fragen an den passenden Stellen in den Text ein (vgl. Abb. 5), wodurch ihr Text an Qualität gewann. Den Aspekt der Genauigkeit betonte sie in der Überarbeitung noch stärker als im Entwurf: „Die lange Seite des Geodreiecks muss aber *genau* auf dem Schenkel liegen, sonst wird die Gradzahl zu *ungenau*“ (Hervorhebungen A. G.-B.).

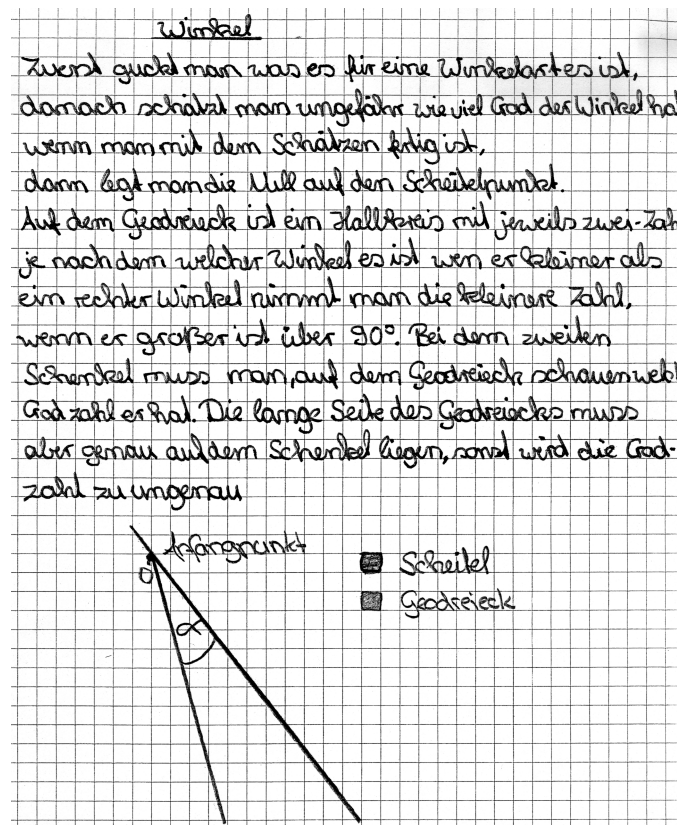


Abbildung 5: Überarbeiteter Text von Vanessa

Lili fügte meine Frage hinsichtlich der Gradzahl sogar direkt als Frage in ihren Text ein: „Jetzt ist die Frage, welche der zwei Gradzahlen nimmt man?“, um sie im nächsten Satz zu beantworten.

### 3.3 Fazit

Die meisten Schülertexte profitierten inhaltlich mehr oder weniger deutlich von der Fragen geleiteten Überarbeitung. Alle Kinder griffen die Überarbeitungsfragen auf und bemühten sich, ihren Text auf je unterschiedliche Weise zu verbessern. Neben den Rückmeldungen der Lehrkraft regte auch die Betrachtung der Texte der Mitschüler eine Überarbeitung an, die sich vornehmlich auf das zusätzliche Anfertigen oder Präzisieren der eigenen Zeichnung bezog. Einige Texte wie beispielsweise der von Frank verbesserten sich durch die Überarbeitung erheblich. In anderen Texten gab es sowohl Verbesserungen als auch Verschlechterungen, wie z.B. in Anjas Text. Wieder andere Texte wie der von Miriam profitierten kaum, weil die Schüler mehr an der äußerlichen Textgestaltung als an inhaltlichen Aspekten arbeiteten. Infolgedessen spielte auch die Zeit, die sich jeder einzelne Schüler für die Überarbeitung nahm, für die Güte der Überarbeitung keine Rolle. Es wirkte sich aber insgesamt positiv aus, dass allen Kindern genügend Zeit zur Verfügung stand und nicht andere Aktivitäten zu Schnelligkeit oder Oberflächlichkeit verlockten.

## 4 Überarbeitungen beim Thema „Addition von Brüchen“

### 4.1 Zum Fachterminus „Hauptnenner“

So wie die Schüler ihre geometrischen Konstruktionsverfahren jeder für sich formuliert hatten, beschrieben sie auch den Rechenweg bei der Addition von Brüchen für den Fall gleichnamiger Bücher ohne inhaltliche Intervention der Lehrkraft. Der umfassendere Fall ungleichnamiger Brüche wurde dann im Unterrichtsgespräch vorbereitet. Dabei brachten einzelne Schüler den Fachterminus „Hauptnenner“ ins Gespräch. Dieser Begriff war in der vorigen Vertretungsstunde von einem anderen Lehrer eingeführt worden. Es spricht viel dafür den Begriff „Hauptnenner“ zu benutzen und so formulierte ich als Impuls für die ganze Klasse: „Ihr könnt für euren Text den Begriff Hauptnenner verwenden“. Zur Erinnerung wurde er vor der Textproduktion noch einmal erklärt.

### 4.2 Zu den Schülertexten

Bei der Analyse der Schülertexte fällt zunächst auf, dass beim ersten Fall nur 13 Kinder in der Lage waren, selbständig einen Text zu verfassen, während dies im zweiten Fall 15 Kindern gelang. Das ist vor allem deshalb erstaunlich, weil das Vorgehen im ersten Fall leichter zu erkennen und zu beschreiben war, zumal einige Kinder die Vorgehensweise schon in der vorigen Stunde erkannt hatten. Daher stellt sich die Frage nach einer möglichen Erklärung. Den ersten Text mussten alle

Schüler selbständig oder in Partnerarbeit formulieren. Hilfen oder Tipps gab es nicht. Das war für die Schüler zu Beginn des sechsten Schuljahres noch eine relativ ungewohnte Situation. Der erste Text wurde dann besprochen und der Anfang des zweiten Textes gemeinsam formuliert. 13 von 15 Kindern haben diese Formulierung wortwörtlich übernommen. Alle Kinder hatten damit zumindest schon einen Satzanfang, auch wenn dieser manchmal sprachlich nicht optimal zum selbst formulierten ersten Teil passte. Nun folgten eine gemeinsame Klärung des Begriffs Hauptnenner und der Impuls, dieser Begriff sei zur Beschreibung geeignet. Ich vermute, dass sich durch diese längere gemeinsame Phase auch Kinder zum Verfassen eines eigenen mathematischen Textes ermutigt fühlten, die im ersten Fall nicht gewusst hatten, wie sie das Vorgehen bei der Addition formulieren sollten. So weit waren die gemeinsame Erarbeitung und der Lehrerimpuls für viele schwächere Schüler tatsächlich eine große Hilfe.

Addition von Brüchen

1. Die Nenner sind gleich.

Wenn man zwei Brüche addieren will, muss man nur die Zähler addieren.

z.B.:  $\frac{7}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{14}{8}$ . Wird der Zähler dabei größer als der Nenner, hat man mehr als ein ganzes. z.B.:  $\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{11}{8}$

2. Wenn die Nenner nicht gleich sind, muss man sie beim Erweitern auf die gleiche Zahl bringen. Erst danach kann man die Zähler addieren. z.B.

$\frac{7}{9} + \frac{3}{6} = \frac{86}{48}$

$\frac{42}{48} + \frac{24}{48} = \frac{66}{48}$

Wenn man verschiedene Nenner hat, multipliziert man sie mal. (multipliziert)  
Das Ergebnis heißt Hauptnenner.  
Das man dann bekommt!

Abbildung 6: Überarbeiteter Text von Saskia

Andererseits führte der Lehrerimpuls dazu, dass mit Ausnahme einer Schülerin alle Kinder den Begriff Hauptnenner benutzten, und zwar häufig nicht zum Vorteil ihres Textes. Ich möchte das an Saskias Text deutlich machen. Saskia ist eine leistungsstarke, selbständige Schülerin. Sie hatte bereits vor dem Lehrentipp zum Hauptnenner eigenständig ein Vorgehen für die Addition ungleichnamiger Brüche formuliert: „Wenn die Nenner nicht gleich sind, muss man sie beim Erweitern auf

die gleiche Zahl bringen. Erst danach kann man die Zähler addieren“. Im gemeinsamen Klassengespräch gewann sie offensichtlich den Eindruck, ihr Text sei falsch oder erfülle zumindest nicht die Erwartungen, denn das Wort Hauptnenner kam bei ihr nicht vor. Infolgedessen strich sie ihren Text vollständig durch und verfasste einen neuen Text (vgl. Abb. 6). Allein optisch ist zu erkennen, dass es ihr viel Mühe bereitete, den Begriff Hauptnenner unterzubringen. Während ihr ursprünglicher Text ohne Streichungen oder Einfügungen geschrieben war, musste sie jetzt streichen sowie Textteile nachträglich einfügen. Dabei erreichte der Text trotz des Fachbegriffs Hauptnenner nicht die Qualität des ursprünglichen Textes. Saskia war so bemüht zu erklären, was es mit dem Hauptnenner auf sich hat, dass sie auf das eigentliche Thema, nämlich die *Addition* ungleichnamiger Brüche, nicht mehr einging: „Wenn man verschiedene Nenner hat, nimmt man sie mal. (miteinander) Das Ergebnis, das man rausbekommt, heißt Hauptnenner“. Ihr ursprünglicher Text thematisierte dagegen sehr wohl die Addition nach der Hauptnennerbildung, die hier in der Formulierung „beim Erweitern auf die gleiche Zahl bringen“ inhaltlich zutreffend enthalten war.

Bei anderen Kindern war die Einengung durch den Lehrerimpuls zwar nicht so deutlich zu erkennen wie bei Saskia, aber auch viele andere Schüler legten den Schwerpunkt ihres Textes auf die im Unterrichtsgespräch ausführlich thematisierte Hauptnennerbildung und vernachlässigten dabei die Addition.

### 4.3 Fazit

Lehrerimpulse für das Verfassen von mathematischen Texten sind problematisch: Einerseits können sie vor allem für leistungsschwächere Schüler eine inhaltliche Hilfe und Ermutigung sein. Andererseits können sie leistungsstärkere, kreative Schüler einengen und von ihrem guten eigenen Weg abbringen. Schließlich ist die Verwendung von Fachvokabular zwar *ein* Zeichen für einen guten mathematischen Text, aber Fachbegriffe sind nicht immer nötig, vor allem wenn die Schüler die Texte im Sammelbuch überwiegend für sich selbst verfassen.

Analysiert man den Begriff Hauptnenner nach den eingangs referierten Kriterien zur Beschränkung von Fachtermini nach Maier (2004, S. 162), lässt sich festhalten, dass er die mathematische Unterrichtssprache wirksam vereinfachen hilft, weil damit die längere und infolgedessen umständlichere Formulierung „die Nenner durch Erweitern auf die gleiche Zahl bringen“ zu „die Brüche auf den Hauptnenner bringen“ verkürzt wird. Der Terminus „Hauptnenner“ ist aber für eine eindeutige Bedeutungszuweisung nicht nötig. „Die Nenner durch Erweitern auf die gleiche Zahl bringen“ ist ebenso eindeutig und beschreibt denselben Vorgang. Ist der Begriff „Hauptnenner“ eingeführt, lässt er sich im Zusammenhang mit Brüchen über die ganze Schulzeit sinnvoll wieder verwenden, er hat eine hohe Reichweite. Zudem ist er nicht Synonym für einen anderen bereits eingeführten Terminus. Die Verwendung des Fachterminus „Hauptnenner“ ist also objektiv betrachtet sinnvoll.

Subjektiv aus der Perspektive der meisten Schüler war der Begriff zu diesem Zeitpunkt aber noch nicht sinnvoll, wie die Analyse der Schülertexte zeigt. Er war zu neu, als dass sie ihn als Verkürzung für eine umständliche und langatmige Erklärung wertschätzen und zur Textproduktion aktiv einsetzen konnten. Insofern trug der gut gemeinte Lehrerimpuls in diesem Fall nicht zur Verbesserung der Texte bei.

## 5 Schlussfolgerungen

In der Literatur findet man häufig die Forderung, die Schüler sollten mathematische Texte explizit für andere schreiben, damit sie zum ausführlichen und verständlichen Darstellen ihres Vorgehens motiviert sind (vgl. Maier/Schweiger 1999, S. 185). Empfohlen werden dazu Briefe an kranke Mitschüler, Poster für eine thematische Darstellung oder Lexikonartikel für andere. Bei Textsorten dieser Art ist der Sinn einer Überarbeitung unmittelbar klar: Es reicht nicht aus, dass der Verfasser das Geschriebene versteht, es muss so klar sein, dass auch jedem Leser ohne Rückfragemöglichkeit das Nachvollziehen des Geschriebenen gelingen kann. Manchmal nutzten die Schüler der beschriebenen sechsten Klasse ihre Texte als Information für Mitschüler, die krankheitsbedingt eine Stunde versäumt hatten. Dadurch erhielten sie den neuen Anspruch, auch für andere verständlich zu sein. Überwiegend verfassten die Schüler die Texte zunächst für sich als Adressaten. Es handelte sich also um singuläre Texte, die dem ersten Anschein nach nicht überarbeitet werden müssen.

Durch die Zweckbindung des Sammelbuches als Nachschlagewerk war dies jedoch anders. Die Schüler waren demnach zum Schreiben und auch zum Überarbeiten motiviert. Sie fragten nach Schreibpausen häufiger: „Wann schreiben wir mal wieder was?“ Hintergrund dieser Frage ist vermutlich die Tatsache, dass die Schüler von Zeit zu Zeit im Unterricht in ihrem Sammelbuch nachschlugen und es nach eigenen Angaben auch zur Vorbereitung auf die Klassenarbeiten nutzten. Für beide Zwecke war es notwendig oder zumindest hilfreich, wenn die eigenen Texte überarbeitet wurden. Schreib- und Überarbeitungsmotivation erfordert demnach nicht unbedingt fremde Leser, sondern vor allem eine Zweckbindung der Texte.

Nach zweijährigen Unterrichtserfahrungen beim Verfassen mathematischer Texte in einem fünften und sechsten Schuljahr hat es sich eher bewährt, Entwürfe mathematischer Texte nachträglich einzeln oder im Plenum zu besprechen, als prophylaktisch Tipps zu geben. Dabei sollten folgende Leitlinien beachtet werden, damit die Überarbeitungen substantielle Auswirkungen auf die Schülertexte haben:

1. *Schüler anfangs nicht überfordern.* Für viele Schüler ist schon das selbständige Verfassen eines mathematischen Textes eine Herausforderung, der sie sich nur stellen, wenn sie sicher sind, dass der Lehrer als Vertreter der regulären Mathematik ihre singulären Spuren sichtet und hilft, diese zur regulären Mathema-

tik weiterzuentwickeln. Dies schließt die behutsame Korrektur der Schülertexte unter der Perspektive „so wenig wie möglich, so viel wie unbedingt nötig“ ein.

2. *Zeit für Überarbeitungen während des Mathematikunterrichts einräumen.* Überarbeitungszeit innerhalb des Mathematikunterrichts macht zum einen deutlich, dass Überarbeitung ein integraler Bestandteil des Entstehungsprozesses eines mathematischen Textes ist. Zum anderen nehmen die Schüler die Überarbeitung durch diese Aufwertung ernster als bei häuslicher Überarbeitung, die oft vergessen wird oder sich auf Oberflächenphänomene wie Rechtschreibfehler beschränkt.
3. *Hilfen für die Überarbeitung durch konkrete schriftliche textbezogene Fragen geben.* Eine Ursache dafür, dass Schüler Überarbeitungen nicht gern in Angriff nehmen und häufig vergessen, mag darin liegen, dass sie schlicht nicht wissen, was und wie sie überarbeiten könnten. Der Lehrer sollte daher jeden einzelnen Schülertext lesen und das, was ihm dabei fragwürdig oder unverständlich ist, als Frage an das Kind zurückgeben. So haben die Schüler einen Ansatzpunkt für die Verbesserung ihrer Texte und wissen, in welche Richtung sie sich Gedanken machen können.
4. *Gelungene Beispiele als solche vorstellen.* Wenn die Schüler eine gewisse Sicherheit beim Verfassen mathematischer Texte und Vertrauen in ihre diesbezügliche Kompetenz gewonnen haben, führt das Vorstellen gelungener Beispiele überwiegend zu sinnvollen Korrekturen im eigenen Text. Die Schüler gewinnen Sicherheit beim Texte Verfassen und sind zunehmend in der Lage, Stärken und Schwächen des eigenen Textes wahrzunehmen. Daher kann der Lehrer Gelassenheit und Vertrauen haben, dass die Schüler relevante Aspekte des gelungenen Beispiels in ihren Text integrieren, ohne ihn komplett zu verwerfen.
5. *Autorenkonferenzen einberufen.* Wenn die Schüler erste Erfahrungen mit dem Schreiben und Überarbeiten mathematischer Texte gemacht haben, können sie ihre Texte gegenseitig lesen und sich Fragen zum Text stellen sowie Hinweise zur Überarbeitung geben. In den Texten der Mitschüler fällt unverständlich oder unpräzise Formuliertes eher auf als in den eigenen Texten.

Durch eine kritische Begleitung des mathematischen Schreib- und Überarbeitungsprozesses gemäß dieser Leitlinien werden die Schüler zum zunehmend selbständigen Schreiben und Überarbeiten befähigt. Je eher damit begonnen wird, desto besser.

### Literatur

- Beck, Annemarie: Das Sammelbuch: Konzept und Fallstudie zum aktiv-entdeckenden und schriftlich-reflektierenden Lernen im mathematischen Anfangsunterricht. Frankfurt am Main, Berlin, Bern, Bruxelles, New York, Oxford, Wien: Peter Lang 2002



- Freudenthal, Hans: Major Problems of Mathematics Education. In: Zweng, Marilyn; Green, Thomas; Kilpatrick, Jerem; Pllak, Henry; Suydam, Marilyn (Hrsg.): Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematics Education: Birkhäuser 1983, S. 1–7
- Gallin, Peter; Ruf, Urs: Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Zürich: Verlag Lehrerinnen und Lehrer Schweiz 1991
- Gallin, Peter; Ruf, Urs: Sprache und Mathematik in der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. In: Journal für Mathematikdidaktik, 14(1) 1993, S. 3–33
- Maier, Hermann: Zu fachsprachlicher Hyper- und Hypotrophie im Fach Mathematik oder Wie viel Fachsprache brauchen Schüler im Mathematikunterricht? In: Journal für Mathematikdidaktik, 25(2) 2004, S. 153–166
- Maier, Hermann; Schweiger, Fritz: Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht. Wien: öbv & hpt 1999
- Ruf, Urs; Gallin, Peter: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2. Spuren legen – Spuren lesen. Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern. Seelze-Velber: Kallmeyer 1998
- Scherer, Petra: Lernen in kleinen Schritten oder in komplexen Lernumgebungen? Was ist geeignet für Kinder mit Lernschwierigkeiten? In: Grundschule 29(3) 1997, S. 28–31
- Selter, Christoph; Spiegel, Hartmut: Wie Kinder rechnen. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Ernst Klett Grundschulverlag 1997
- Selter, Christoph: Allgemeine Lernziele für die Lehrerbildung. In: Selter, Christoph; Walter, Gerd (Hrsg.): Mathematikdidaktik als design science. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett Grundschulverlag 1999, S. 206–216
- Sundermann, Beate; Selter, Christoph: Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, Gerhard N.; Wittmann, Erich Ch. (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule. Der Grundschulverband e. V. 1995, S. 165–178
- Winter, Heinrich: Über den Nutzen der Mengenlehre für den Arithmetikunterricht in der Grundschule. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1972, Teil 2, S. 161–192
- Wittmann, Erich Ch.: Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Arithmetikunterricht. In: Müller, Gerhard N.; Wittmann, Erich Ch. (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule. Der Grundschulverband e. V. 1995, S. 10–41

**Anschrift der Verfasserin**

Annemarie Gubler-Beck  
Universität Dortmund  
FB 01 – Mathematik  
IEEM  
Vogelpothsweg 87  
44221 Dortmund